

# 1 Задания для самоконтроля

Список вопросов для самостоятельной проверки освоенного материала.

1. Дайте определение элементарной и полной механической работы.
2. Дайте определение потенциальной и непотенциальной силы. Чем отличаются в общем случае работы данных сил?
3. Дайте определение кинетической энергии материальной точки.
4. Чему равняется изменение кинетической энергии материальной точки?
5. Чему равняется кинетическая энергия системы материальных точек?
6. Напишите закон преобразования кинетической энергии при переходе от старой системы отсчёта к новой.
7. Сформулируйте и запишите теорему Кёнига. В какой системе отсчёта кинетическая энергия системы минимальна?
8. Дайте определение потенциальной энергии.
9. Чему равняется работа силы тяжести и работа центральной силы?
10. Дайте определение полной механической энергии системы. Сформулируйте закон сохранения механической энергии и дайте определение интеграла движения.

# 2 Задачи для studyphysics

## 2.1 Задачи с закрытым ответом

В данном разделе представлены задачи закрытого типа. К каждой задаче прилагаются правильные ответы, а также рекомендованные варианты ответа.

### Задача 1

Частица находится под действием постоянной силы  $F$ , имеющей компоненты  $(F_x, F_y, F_z)$ . Найдите изменение кинетической энергии частицы по перемещению из точки  $A(x_A, y_A, z_A)$  в точку  $B(x_B, y_B, z_B)$ .

$F_x, F_y, F_z \in [1; 5]$  с шагом 1.

$x_A, y_A, z_A \in [1; 10]$  с шагом 1.

$x_B, y_B, z_B \in [5; 15]$  с шагом 1.

Ответ:  $\Delta T = F_x(x_B - x_A) + F_y(y_B - y_A) + F_z(z_B - z_A)$ .

### Задача 2

Некоторое тело начинает движение вверх по шероховатой наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$ . Какой путь пройдет тело по наклонной плоскости для достижения наивысшей точки? Коэффициент трения между телом и плоскостью равен  $\mu$ . Начальная скорость движения тела равняется  $v_0$ .

$v_0 \in [5; 15]$  с шагом 1.

$\mu \in [0, 1; 0, 5]$  с шагом 0,1.

$\alpha \in [30^\circ; 60^\circ]$  с шагом  $15^\circ$ .

Ответ:  $s = \frac{v_0^2}{2g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)}$ .

### Задача 3

Некоторое тело начинает движение вверх по шероховатой наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$ . Чему будет равняться скорость этого тела, когда оно вернется в нижнюю точку? Коэффициент трения между телом и плоскостью равен  $\mu$ . Начальная скорость движения тела равняется  $v_0$ .

$v_0 \in [5; 15]$  с шагом 1.

$\mu \in [0, 1; 0, 5]$  с шагом 0,1.

$\alpha \in [30^\circ; 60^\circ]$  с шагом  $15^\circ$ .

Ответ:  $v = v_0 \sqrt{\frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}}$

### Задача 4

Небольшое тело начинает скользить без трения с вершины сферы радиуса  $R$  вниз. На какой высоте  $h$  над центром сферы тело отделится от поверхности сферы и полетит свободно?

$R \in [30; 240]$  с шагом 30.

Ответ:  $h = \frac{2}{3}R$ .

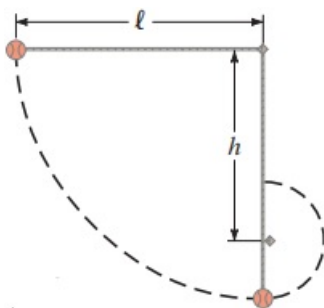
### Задача 5

Мяч прикреплен к горизонтальному шнуру определенной длины, другой конец которого закреплен. Кольшек расположен на расстоянии  $h = nl$  непосредственно под точкой крепления шнура (см. рис. 2.1). Какова будет скорость мяча, когда он достигнет вершины своей круговой траектории вокруг кольшка?

$n \in [0, 6; 0, 9]$  с шагом 0,1.

$l \in [50; 150]$  с шагом 10.

Ответ:  $v = \sqrt{2gl(2n - 1)}$ .

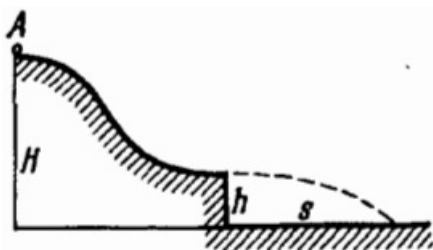


### Задача 6

Небольшая шайба А соскальзывает без начальной скорости с вершины гладкой горки высотой  $H$ , имеющей горизонтальный трамплин (см. рис 2.1). При какой высоте  $h$  шайба пролетит наибольшее расстояние  $s$ ?

$H \in [30; 100]$  с шагом 10.

Ответ:  $h = H/2$ .



### Задача 7

На поверхность Земли с очень большого расстояния падает метеорит. Считая его скорость на бесконечности равной нулю, найдите, с какой скоростью он бы упал на Землю, если бы его не тормозила атмосфера. Радиус планеты считать равным  $R$ .

$R == 6400$ .

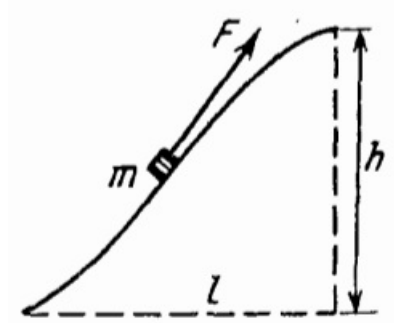
Ответ:  $v = \sqrt{2gR}$ .

### Задача 8

Маленькое тело массы  $m$  затаскивают по кривой и шероховатой горке вверх (см. рис 2.1). При этом на тело действуют силой  $F$ , которая в каждой точке направлена по касательной к траектории горки. Найти работу силы  $F$ . Длина основания горки  $l$ , высота  $h$ , коэффициент трения  $\mu$ .

$m \in [5; 15]$  с шагом 1.

$h \in [30; 50]$  с шагом 5.  
 $\mu \in [0, 1; 0, 5]$  с шагом 0,1  
 $l \in [80; 100]$  с шагом 5.  
 Ответ:  $A = mg(h + \mu l)$ .  
 фыяч



### Задача 9

Небольшое тело массы  $m$  устанавливают в верхней точке наклонной плоскости высоты  $h$  и сообщают ему начальную скорость  $v_0$ , в результате чего оно начинает сползать по плоскости вниз. Поверхность плоскости неоднородна, поэтому скорость сползания изменяется некоторым произвольным образом. Однако в нижней точке плоскости скорость имеет первоначальное значение  $v_0$ . Какую работу  $A$  совершают силы трения на всем пути движения тела?

$m \in [5; 15]$  с шагом 1.  
 $h \in [30; 50]$  с шагом 5.  
 Ответ  $A = -mgh$ .

### Задача 10

Тело движется по окружности радиуса  $R$ , причем его кинетическая энергия  $E$  зависит от пройденного им пути  $s$  как  $E = \alpha s^2$ . Найдите значение  $F(s_0)$ , где  $F$  - модуль силы.

$\alpha \in [2; 5]$  с шагом 1.  
 $R \in [10; 25]$  с шагом 5.  
 $s_0 \in [5; 25]$  с шагом 5.  
 Ответ:  $F = 2\alpha s_0 \sqrt{1 + (s_0/R)^2}$ .

### Задача 11

К небольшому бруску массы  $m$ , лежащему на горизонтальной плоскости, приложили постоянную горизонтальную силу  $F$ . Найдите работу

сил трения за время движения бруска, если коэффициент трения зависит от пройденного пути  $x$  как  $k = \gamma x$ .

$F \in [50; 150]$  с шагом 25.

$\gamma \in [5; 10]$  с шагом 5.

$m \in [1; 10]$  с шагом 1.

Ответ:  $A = 2 \frac{F^2}{\gamma mg}$ .

### Задача 12

На Землю с очень большого расстояния падает метеорит массой  $m$ . Найти кинетическую энергию метеорита  $T$  на расстоянии  $h$  от поверхности Земли. Скорость метеорита вдали от Земли принять равной нулю. Радиус Земли принять равным  $R$ .

$R = 6400$ .

$h \in [7200; 100400]$  с шагом 800.

$m \in [50; 200]$  с шагом 50.

Ответ:  $T = \frac{mgR}{1 + h/R}$ .

### Задача 13

Определите значение потенциальной энергии  $U(x_0)$  сжатой пружины при ее деформации  $x_0$ , считая, что сила деформации пропорциональна третьей степени величины деформации с коэффициентом пропорциональности  $\beta$ .

$\beta \in [500; 750]$  с шагом 50.

$x_0 \in [0, 5; 1, 5]$  с шагом 0,2.

Ответ:  $U = \frac{\beta x_0^4}{4}$ .

### Задача 14

Небольшая муфточка массы  $m$  движется по гладкому проводу, изогнутому в горизонтальной плоскости в виде дуги окружности радиуса  $R$  (см. рис 2.1, вид сверху). В точке 1, где скорость муфточки  $v_0$ , на нее начала действовать постоянная горизонтальная сила  $F$ . Найти скорость муфточки в точке 2.

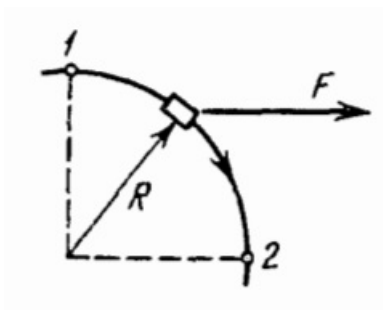
$v_0 \in [5; 20]$  с шагом 3.

$F \in [300; 600]$  с шагом 50.

$R \in [10; 25]$  с шагом 5.

$m \in [2; 10]$  с шагом 2.

Ответ:  $v = \sqrt{v_0^2 + 2FR/m}$ .



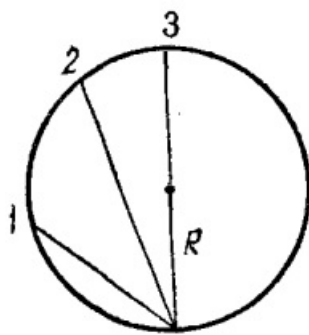
### Задача 15

Три тела соскальзывают с абсолютно гладких наклонных плоскостей 1, 2 и 3 (см. рис 2.1). Для какой из плоскостей время соскальзывания наибольшее? Начальные скорости каждого из тел равны нулю.

Варианты ответов:

1. Для 1.
2. Для 2.
3. Для 3.
4. Время соскальзывания для всех плоскостей одинаковое.

Ответ: (4)



### 3 Задачи с открытым ответом

#### Задача 16 (О)

Андрей наблюдает и замеряет движение двух шайб по абсолютно гладкому столу. Первая шайба движется со скоростью  $v_1$ . Вторая же движется со скоростью  $v_2$ , направленной перпендикулярно направлению движения первой. Найдите кинетическую энергию двух шайб в той системе отсчета, в которой она будет минимальна. Масса первой шайбы  $m_1 = m$ , масса второй - в  $n$  раз больше.

$n \in [2; 3]$  с шагом 1.

$v_1 \in [10; 25]$  с шагом 5.

$v_2 \in [10; 25]$  с шагом 5.

Ответ:  $T = \frac{mn}{2(n+1)}(v_1^2 + v_2^2)$ .

#### Задача 17 (О)

Андрей бросает камень под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$ . Вычислите первый момент времени, в который кинетическая и потенциальная энергии камня сравняются.

$v_0 \in [10; 50]$  с шагом 5.

$\alpha == 60^\circ$ .

Ответ:  $t = \frac{v_0}{g}(\sin \alpha - \sqrt{\sin^2 \alpha - 1/2})$ .

#### Задача 18 (О)

Тело сперва скользит по наклонной плоскости (угол наклона  $\alpha$ ), а затем по горизонтальной поверхности. Оказалось, что тело прошло по горизонтальному направлению то же расстояние, что и по наклонному. Найдите коэффициент трения  $\mu$  на всём пути.

$\alpha \in [30^\circ; 60^\circ]$  с шагом  $5^\circ$ .

Ответ:  $\mu = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$ .

#### Задача 19 (О)

По гладкой поверхности двигалась равномерно и прямолинейно машинка массы  $m$  со скоростью  $v_0$ . В какой-то момент времени Андрей с помощью веревочки, которую он заранее привязал к машинке, начинает действовать силой, зависящей от пройденного пути как  $F(x) = \alpha x^2$ , причем направление действия силы сонаправлено с направлением движения машинки. Найдите значение скорости машинки  $v(x_0)$ , если пройденный ею путь равняется  $x_0$ .

$\alpha \in [2; 5]$  с шагом 1.

$x_0 \in [5; 10]$  с шагом 1.

$v_0 \in [3; 15]$  с шагом 3.

Ответ:  $v = \sqrt{\frac{2\alpha}{3m}x_0^3 + v_0^2}$ .

#### Задача 20 (О)

Брусек массы  $m$  медленно подняли по шероховатой наклонной плоскости на высоту  $h$  при помощи нити, параллельной данной плоскости. При этом совершили работу  $A$ . На высоте  $h$  нить отпустили. Найдите скорость бруска, достигшего первоначального положения.

$h \in [1; 5]$  с шагом 1.

$A \in [100; 500]$  с шагом 50.

$m \in [10; 100]$  с шагом 10.

Ответ:  $v = \sqrt{2(2gh - A/m)}$ .

## 4 Задачи на сопоставление

#### Задача 21

Потенциальная энергия частицы имеет вид:  $U = \alpha r^2$ , где  $r$  - модуль радиус-вектора частицы,  $\alpha$  - положительная константа. Сопоставьте:

$\alpha \in [1; 5]$  с шагом 1.

$r_0 \in [1; 10]$  с шагом 1.

$x_1, y_1, z_1 \in [1; 10]$  с шагом 1.

$x_2, y_2, z_2 \in [5; 15]$  с шагом 1.

а) Силу, действующую на частицу при  $r = r_0$ ;

Ответ:  $F = -2\alpha r_0$ .

б) Работу, совершаемую над частицей по переходу из точки  $(x_1, y_1, z_1)$

в точку  $(x_2, y_2, z_2)$ .

Ответ:  $A = U(1) - U(2) = \alpha(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - x_2^2 - y_2^2 - z_2^2)$ .

#### Задача 22

Футболист бросил мячик со скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту.

Сопоставьте:

$v_0 \in [5; 15]$  с шагом 3.

$\alpha \in [30^\circ; 60^\circ]$  с шагом  $15^\circ$ .

$t \in [0, 5; 1, 5]$  с шагом 0,3.

Кинетическую энергию мячика спустя время  $t$  полета:

Ответ:  $T = \frac{m(v_0^2 - 2v_0gt \sin \alpha + g^2t^2)}{2}$ .



Потенциальную энергию мячика спустя время  $t$  полета:

Ответ:  $U = mgt(v_0 \sin \alpha - gt/2)$ .

Кинетическую энергию мячика в наивысшей точке траектории:

Ответ:  $T_{H_{max}} = mv_0^2 \cos^2 \alpha / 2$ .

### Задача 23

Тело массы  $m$  бросили под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью  $v_0$ . Сопоставьте:

$v_0 \in [5; 15]$  с шагом 3.

$\alpha \in [30^\circ; 60^\circ]$  с шагом  $15^\circ$ .

$m \in [1; 10]$  с шагом 1.

Среднюю мощность, развиваемую силой тяжести за всё время полёта:

Ответ:  $\langle P \rangle = 0$ .

Мгновенную мощность как функцию от времени:

Ответ:  $P = mg(gt - v_0 \sin \alpha)$ .

### Задача 24

Тело массы  $m$  начинают поднимать с поверхности Земли, приложив к нему силу  $F$ , зависящей от высоты подъема  $y$  как  $\vec{F} = 2(\alpha y - 1)m\vec{g}$ .

$\alpha \in [0, 2; 1, 0]$  с шагом 0,2

$m \in [3; 21]$  с шагом 3.

Сопоставьте:

Верхнюю точку подъема:

Ответ:  $H = 1/\alpha$ .

Работу силы  $F$  на первой половине пути подъема:

Ответ:  $A = \frac{3mg}{4\alpha}$ .

Приращение потенциальной энергии тела в поле тяжести на первой половине пути подъема:

Ответ:  $\Delta U = \frac{mg}{2\alpha}$ .

### Задача 25

По желобу (см. рис 4) с высоты  $h$  начинает скользить без трения небольшое тело (материальная точка) и далее выходит на окружность радиуса  $R$ . Сопоставьте:

$R \in [1; 15]$  с шагом 1.

При каком наименьшем значении  $h$  тело, не отрываясь, опишет полную петлю?

Ответ:  $h = \frac{5}{2}R$ .

Каково значение силы  $F$  в точке А при данном значении  $h$ ?

Ответ:  $F = 0$ .

