1 Задания для самоконтроля

Список вопросов для самостоятельной проверки освоенного материала.

1. Выразите консервативную силу через функцию ее потенциальной энергии.

2. Запишите силу, действующую на частицу, помещенную в сферически симметрический потенциал вида $u = \alpha r^k$.

3. Покажите, как ведет себя потенциальная энергия частицы в окрестности мимниума ее потенциальной энергии. Постройте соответствующий график

4. Покажите, как ведет себя сила, действующая на частицу, в окрестности минимума ее потенциальной энергии. Постройте соответствующий график.

5. Дайте определение финитного и инфинитного движения.

6. Запишите период финитного движения в общем виде.

7. Дайте определение упругого и неупругого столкновения.

8. Запишите общее решение для упругого столкновения двух материальных точек.

9. Запишите общее решение в векторном виде для упругого рассеяния двух материальных точек.

10. Постройте диаграмму скоростей, показывающих взаимосвязь векторов скоростей для случая упругого рассеяния двух материальных точек.

2 Задачи для studyphysics

2.1 Задачи с закрытым ответом

В данном разделе представлены задачи закрытого типа. К каждой задаче прилагаются правильные ответы, а также рекомендованные варианты ответа.

Задача 1

На покоящийся шар налетает и упруго сталкивается с ним шар массы m_1. После взаимодействия оба шара разлетелись в противоположные стороны с равными скоростями. Найдите массу исходно покоившегося шара.

$m_1 \in [1; 15]$ с шагом 10.

Ответ: $m_2 = 3m_1$.

Задача 2

На покоящийся шар массы m_2 налетает и упруго сталкивается с ним шар массы m_1. После взаимодействия первый шар отлетел под прямым углом к своему исходному направлению движения. Найдите относительную часть потерянной кинетической энергии η налетавшего шара.

$m_1 \in [1; 10]$ с шагом 1.

$m_2 \in [2; 20]$ с шагом 2.

Ответ: $\eta = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}$.

Задача 3

На покоящийся шарик массы m_2 налетает и упруго сталкивается с ним шарик массы m_1. После взаимодействия оба шарика разлетелись симметрично относительно изначального направления движения первого шарика. Найдите отношение масс m_1/m_2. Угол разлета между шариками равняется α.

$\alpha \in [30^\circ; 60^\circ]$ с шагом 10°.

Ответ: $m_1/m_2 = 1 + 2\cos\alpha$.

Задача 4

О стенку ударяется тело массы m, двигающееся со скоростью v, направленной под углом α с нормалью к стенке. Вычислите количество движения, которое получает стенка при упругом ударе об нее тела.

$m \in [1; 10]$ с шагом 1.

$v \in [5; 25]$ с шагом 5.

$\alpha \in [30^\circ; 60^\circ]$ с шагом 15°.

Ответ: $p = 2mv\cos\alpha$.

Задача 5

В шар массы m_1, движущийся со скоростью v_1, ударяется догоняющий его второй шар с массой и скоростью m_2 и v_2 соответственно. Найдите кинетическую энергию шаров после удара. Удар считать абсолютно неупругим.

$m_1 \in [1; 10]$ с шагом 1.

$m_2 \in [1; 10]$ с шагом 1.

$v_1 \in [2; 5]$ с шагом 1.

$v_2 \in [6; 10]$ с шагом 1.

Ответ: $E = \dfrac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}$.

Задача 6

Снаряд, выпущенный со скоростью v_0 под углом $45°$ разорвался в верхней точке О своей траектории на два одинаковых осколка. Один осколок упал на землю под точкой О со скоростью v_1. С какой скоростью упал на землю второй кусок?

$v_0 \in [10; 20]$ с шагом 1.

$v_1 \in [5; 15]$ с шагом 1.

Ответ: $v_2 = \sqrt{v_1^2 + 4v_0^2 \cos^2 \alpha}$.

Задача 7

На покоящийся шар массы m_2 налетает и испытывает с ним лобовое, упругое столкновение шар массы m_1. Найдите относительную часть потерянной кинетической энергии η налетавшего шара.

$m_1 \in [1; 10]$ с шагом 1.

$m_2 \in [1; 10]$ с шагом 1.

Ответ: $\eta = \dfrac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$.

Задача 8

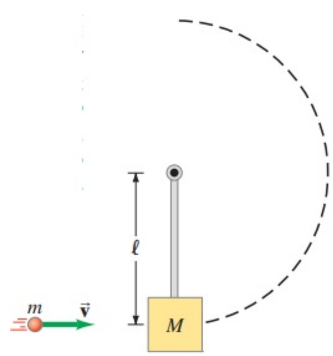
Маятник представляет собой груз массы M, подвешенный на конце жесткого лёгкого стержня длины L, верхний конец которого закреплен на шарнире. В маятник попадает попадает и застревает в нём пуля массы m, имевшая непосредственно перед столкновением направленную параллельно земле скорость v. Найдите наименьшее значение v, достаточное для того, чтобы заставить маятник вращаться. Трение между шарниром и стержнем отсутствует.

$M \in [0,01; 0,05]$ с шагом 0,01.

$m \in [0,001; 0,003]$ с шагом 0,001.

$L \in [0,5; 1]$ с шагом 0,1.

Ответ: $v = 2\dfrac{M+m}{m}\sqrt{gL}$.



Задача 9

Две частицы массы m_1 и m_2, имевшие до взаимодействия скорости v_1 и v_2, испытывают абсолтютно неупругое лобовое столкновение. Найдите приращение кинетической энергии системы.

$m_1 \in [1; 10]$ с шагом 1.

$m_2 \in [1; 10]$ с шагом 1.

$v_1 \in [5; 15]$ с шагом 1.

$v_2 \in [10; 20]$ с шагом 1.

$\Delta K = -\dfrac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)}(v_1 + v_2)^2$

Задача 10

Двигавшийся равномерно и прямолинейно мячик испытал упругое соударение покоившимся мячом таким же мячом. Во время соударения угол между прямой, проходящей через центры мячей, и направлением первоначального движения налетающего мяча оказался равным α. Определите долю η кинетической энергии налетающего мяча, которая перешла в потенциальную энергию в момент наибольшей деформации.

$\alpha \in [30°; 60°]$ с шагом 15°.

Ответ: $\eta = \dfrac{\cos^2 \alpha}{2}$.

Задача 11

Потенциальная энергия частицы вдоль положительно определенной оси X задана выражением: $U(x) = a - \dfrac{b}{x^2} + \dfrac{c}{x^3}$. При этом полная энергия частицы равняется минимально возможной энергии, соответсвующей инфинитному движению при данном потенциале. Вычислите максимально возможную кинетическую энергию частицы.

$a \in [2; 4]$ с шагом 1.

$b \in [3; 12]$ с шагом 3.

$c \in [4; 8]$ с шагом 4.

Ответ: $T_{max} = \dfrac{4b^3}{27c^2}$.

Задача 12

Два шарика двигаются со скоростями v_1 и v_2 таким образом, что угол между направлениями их движения равняется ϕ. Далее шарики испытали упругое столкновение, после которого скорости шариков стали равными v_1' и v_2'. Вычислите угол разлета шариков. Ответ округлите до десятых.

$\alpha \in [30°; 60°]$ с шагом 15°.

$v_1 = 3.$
$v_2 = 4.$
$v_1' = \sqrt{17}.$
$v_2' = 2\sqrt{2}.$
Ответ: $\cos\phi' = \dfrac{v_1 v_2}{v_1' v_2'} \cos\phi.$

Задача 13

На покоящиеся ядро массы m_1 налетает нейтрон, имеющий массу m_2. Какой наименьшей скоростью должна обладать налетающая частица, чтобы увеличить внутреннюю энергию ядра на ΔE? 1 а. е. м. равняется $1,66 * 10^{-27}$ кг. Ответ округлите до десятых.

$m_1 \in [2;4]$ с шагом 1 а. е. м.
$m_2 = 1$ а. е. м..
$\Delta E \in [2;9] * 10^{-12}$ с шагом 1.
Ответ: $v = \sqrt{2\Delta E \dfrac{(m_1+m_2)}{m_1 m_2}}.$

Задача 14

Снаряд, летящий со скоросью v, разрывается на три одинаковых осколка так, что кинетическая энергия системы увеличивается в η раз. Какую максимальную скорость может иметь один из осколков? Ответ округлите до десятых.

$v \in [100;500]$ с шагом 50.
$\eta \in [2;3]$ с шагом 1.
Ответ: $v_{max} = v(1+\sqrt{2(\eta-1)})$

Задача 15

На гладком горизонтальном столе лежит твёрдая шайба. На неё налетает мягкая, довольно упругая шайба такой же массы и между ними происходит центральный удар. Скорость мягкой шайбы после удара уменьшилась в n раз. Какая часть максимальной энергии деформации перешла в тепло при этом ударе? Считайте, что тепло выделяется в мягкой шайбе в процессе деформации:

$n \in [2;6]$ с шагом 1.
Ответ: $\dfrac{Q}{E} = \dfrac{4(n-1)}{(n-1)^2+1}.$

2.2 Задачи с открытым ответом

Задача 16 (O)

Летевшая горизонтально пуля массы m попала и застряла в подвешенном на двух одинаковых нитях цилиндр массы M. В результате нити отклонились на угол α. Вычислите скорость пули непосредственно перед попаданием в тело. Длины нити принять равными l. Массу пули считать много меньше массы цилиндра. Ответ округлите до десятых.

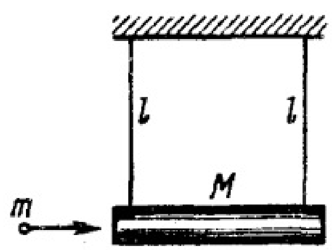
$M \in [0,1; 0,5]$ с шагом 0,1.

$m \in [0,001; 0,003]$ с шагом 0,001.

$l \in [0,1; 0,5]$ с шагом 0,1.

$\alpha \in [30°; 60°]$ с шагом 15°.

Ответ: $v = \dfrac{2M\sqrt{gl}\sin(\alpha/2)}{m}$



Задача 17 (О)

На столе покоится мяч массы M. При этом к мячу горизонтально прикреплена пружинка. В мяч попадает и застревает в нем пуля, которая непосредственно перед попаданием в цель имела скорость v, направленную так, как показано на рисунке. Определите амплитуду колебаний мяча. Жесткость пружины принять равной k. Поверхность стола считать абсолютно гладкой.

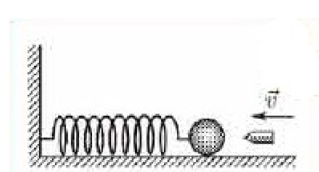
$M \in [0,1; 0,5]$ с шагом 0,1.

$m \in [0,001; 0,003]$ с шагом 0,001

$v \in [800; 1000]$ с шагом 50.

$k \in [30; 60]$ с шагом 10.

Ответ: $A = mv\sqrt{k(M+m)}$.



Задача 18 (О)

Дейтрон массы m_1 упруго рассеивается на водороде массы m_2. Вычислите максимально возможный угол рассеяния.

$m_1 = 2$ а. э. м.

$m_2 = 1$ а. э. м.

Ответ: $\theta = \arcsin{(m_2/m_1)} = 30^\circ$.

Задача 19 (О)

Лёгкий шарик массой m_1 роняют с нулевой начальной скоростью с высоты h . В нижней точке по нему упруго ударяют ракеткой снизу вверх, после чего шарик подпрыгивает на высоту в n раз большую первоначальной. Определите скорость ракетки перед ударом. Масса ракетки m_2 принять во много раз больше массы шарика. Ответ округлите до десятых.

$m_1 \in [0,01; 0,05]$ с шагом 0,01.

$m_2 \in [0,8; 1,2]$ с шагом 0,1.

$h \in [1; 2]$ с шагом 0,5.

$n \in [4; 9]$ с шагом 1.

Ответ: $V_0 = \sqrt{\dfrac{gh}{2}}(\sqrt{n} - 1)$.

Задача 20 (О)

Шар, имеющий массу m_1, сталкивается с покоившимся шаром массы m_2. После взаимодействия налетавший шар отклонился на угол $\beta = \pi/2$, а второй шар начал движение под углом $\theta = 30^\circ$ к направлению движения первого шара до взаимодействия. На сколько процентов изменилась кинетическая энергия системы после взаимодействия? Соотношение масс $m_2/m_1 = n$. Ответ округлите до целых.

$n \in [2; 7]$ с шагом 1.

Ответ: $\Delta K/K = (1 + 1/n)\tan^2\theta + 1/n - 1$.

2.3 Задачи на сопоставление

Задача 21

По озеру плывет кораблик массы M. Двигатель кораблика забирает из озера воду и выпускает ее назад со скоростью u относительно короблика. Масса выпускаемой воды в единицу времени равняется m кг/с. Сопоставьте:

$m \in [1; 2,5]$ с шагом 0,5.

$M \in [250; 350]$ с шагом 10.

$t \in [10; 20]$ мин с шагом 2.
$u \in [10; 20]$ с шагом 5.
Скорость кораблика v спустя время t после начала движения:
Ответ: $v = u[1 - \exp(-\frac{m}{M}t)]$
Предельная скорость, которую может развить кораблик:
Ответ: $v_{max} = u$.

Задача 22

Три плота плывут друг за другом с постоянной и равной скоростью v. В какой-то момент с центрального плота одновременно бросают со скоростью u относительно плота камни, имеющие массы m_1. Массы плотов одинаковы и равны m. Сопоставьте:
$v \in [8; 15]$ с шагом 3.
$u \in [16; 20]$ с шагом 1.
$m \in [80; 120]$ с шагом 10.
$m_1 \in [10; 20]$ с шагом 5.
Скорость первой, впереди идущей лодки:
Ответ: $v_1 = \dfrac{m_1(v+u) + mv}{m + m_1}$.
Скорость второй лодки:
Ответ: $v_2 = v$.
Скорость третьей лодки:
Ответ: $v_3 = \dfrac{m_1(v-u) + mv}{m + m_1}$.

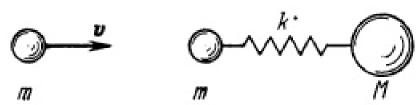
Задача 23

Система представляет собой два шарика, имеющих массы m и M, которые соединены друг с другом пружиной жесткостью k (см. рис). В начальный момент времени пружина не деформирована, а система покоится. На систему налетает шарик массы m, имеющий направленную вдоль пружины скорость v. Считая столкновение абсолютно упругим, а пружину невесомой, сопоставьте, при необходимости округлив до целых:
$m \in [2; 5]$ с шагом 1.
$M \in [6; 15]$ с шагом 3.
$k \in [30; 60]$ с шагом 10.
$v \in [10; 20]$ с шагом 2.
Кинетическую энергию движения системы как целого:
Ответ: $K = \dfrac{(mv)^2}{2(M+m)}$.
Внутреннюю энергию системы:

Ответ: $E = \dfrac{Mmv^2}{2(M+m)}$.

Амплитуду колебаний одного шарика относительно другого:

Ответ: $A = v\sqrt{\dfrac{Mm}{k(M+m)}}$.



Задача 24

Потенциальная энергия частицы вдоль положительно определенной оси x задается выражением: $U(x) = a - \dfrac{b}{x} + \dfrac{c}{x^3}$.

$x_0 \in [3; 12]$ с шагом 3.

$a \in [2; 4]$ с шагом 1.

$b \in [3; 12]$ с шагом 3.

$c \in [4; 8]$ с шагом 4.

Сопоставьте, при необходимости округлив до целых:

Значение силы, действующей на частицу, в точке x_0:

Ответ: $F(x_0) = \dfrac{3c}{x_0^4} - \dfrac{b}{x_0^2}$.

Наименьшее значение потенциальной энергии:

Ответ: $U_{min} = a - \dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{b^3}{3c}}$.

Наименьшее значение полной энергии системы, при котором движение тела является инфинитным:

Ответ: $E_{inf} = a$.

Задача 25

Камень, имеющий массу m, бросили под углом к горизонту со скоростью v. Через t секунд камень упал на землю. Сопоставьте:

$m \in [1; 10]$ с шагом 1.

$v \in [50; 100]$ с шагом 10.

$t \in [1; 4]$ с шагом 1.

Приращение импульса камня Δp за всё время полета:

Ответ: $\Delta p = mgt$.

Среднее значение импульса $\langle p \rangle$ за время t:

Ответ: $\langle p \rangle = mv + mgt/2$.