3 декабря 2012 г.

Аннотация

1

$$\int d\vec{k}k^{d+\xi}exp(\iota\vec{k}(\vec{x}-\vec{x'})) \propto r^{-2d-\xi} \tag{1}$$

Вопрос в том, как вообще брать такой интеграл. И можно ли говорить что ответ пропорционален r в некоторой степени. Соображения размерности конечно имеют место быть, но у дельта функции тоже есть размерность. Все указывает на то, что в ответе и появятся обобщенные функции. Пусть $d = 1, \xi = 0$.

$$\int dk exp(\iota k(x-x')) = 2\pi\delta(x-x') \tag{2}$$

$$\partial_x\delta(x-x') = (2\pi)^{-1}\int dk exp(\iota k(x-x'))k\iota \tag{3}$$

Пусть теперь $d \neq 1$

$$\int d\vec{k}exp(\iota\vec{k}(\vec{x}-\vec{x'})) = (2\pi)^d\delta^{(d)}(x-x') \tag{4}$$

$$\partial_i\partial^i\delta^{(d)}(x-x') = -(2\pi)^{-d}\int d\vec{k}exp(\iota\vec{k}(\vec{x}-\vec{x'}))k^d \tag{5}$$

Думаю, в случае отрицательных степеней можно показать, что будет производная тетта функции. Что же делать, если степень не является целым числом? Есть еще одно определение дробной производной- через интеграл Коши, но если я правильно понимаю, то оно зависит от выбора контура интегрирования. Из-за того, что степень у нас дробная - будут ветвления.

$$D_C^p f(t) = \frac{1}{\Gamma(p)}\int\limits_C \frac{f(u)}{(t-u)^{p+1}}du \tag{6}$$

Нам необходимо брать $d+\xi-$ производную от дельта функции. Как я понял, в общем случае $D_C^p D_C^k \neq D_C^{p+k}$. Что-то я не понимаю. Должно быть тут нет никакой проблемы. Действие в импульсном представлении выглядит хорошо. В координатном видимо нет. На Лагранжиан накладываются всякие разные условия. Будет ли такой Лагранжиан плохой? Честно сказать я уже многое подзабыл, пойду поднимать матфизику 3 курса.