



# MK : Logika Informatika

## LOGIKA PREDIKAT

Semester Ganjil 2023/2024

Ino Suryana, Drs., M.Kom.  
Prodi S-1 Teknik Informatika  
Universitas Padjadjaran

# Materi

Logika Predikatif

Fungsi Proposisi

Kuantor : Universal dan Eksistensial

Kuantor : bersusun

## Materi Pelengkap:

[https://www.tutorialspoint.com/discrete\\_mathematics/discrete\\_mathematics\\_predicate\\_logic.htm](https://www.tutorialspoint.com/discrete_mathematics/discrete_mathematics_predicate_logic.htm)

# Logika Predikat

- *Logika Predikat* adalah perluasan/**pengembangan** dari logika proposisi, dimana objek yang dibicarakan dapat berupa **anggota kelompok (kuantor)**.
- **Logika proposisi** (ingat kembali) menganggap proposisi sederhana (kalimat) sebagai entitas tunggal
- Sebaliknya, *logika predikat* membedakan *subjek* dan *predikat* (**istilah**) dalam sebuah kalimat.

{ Ingat tentang *subjek* dan *predikat* dalam kalimat !

# Penerapan Logika Predikat

Merupakan notasi formal untuk menuliskan secara sempurna *definisi, aksioma, teorema* matematika dengan *jelas, tepat dan tidak ambigu* pada semua cabang matematika.

Logika predikat dengan simbol-simbol **fungsi**, operator “=”, dan beberapa **aturan** pembuktian **cukup** untuk mendefinisikan sistem matematika apapun, dan juga cukup untuk membuktikan apapun yang dapat dibuktikan pada sistem tersebut.

# Penerapan Praktis Logika Predikat

- z Merupakan basis untuk mengekspresikan spesifikasi formal untuk sistem kompleks apapun dengan jelas
- z Merupakan basis untuk *automatic theorem provers* dan sistem cerdas lainnya
- z Didukung oleh beberapa *database query engines* canggih dan *container class libraries*

# Subjek dan Predikat

- z Pada kalimat “**Kucing itu sedang tidur**”:
  - { frase “**kucing itu**” merupakan **subjek** kalimat
  - { frase “**sedang tidur**” merupakan **predikat** kalimat - suatu properti yang bernilai TRUE untuk si subjek (objek pelaku).
  - { Dalam **logika predikat**, **predikat** dimodelkan sebagai sebuah fungsi  $P(\cdot)$  dari objek ke proposisi.
    - {  $P(x) = \text{“}x \text{ sedang tidur”}$  ( $x$  adalah sembarang objek).

# Predikat

Konvensi: **varibel - huruf kecil:**  $x, y, z, \dots$  menyatakan objek/entitas; variabel **huruf BESAR**  $P, Q, R\dots$  menyatakan **fungsi proposisi** (predikat).

Perhatikan bahwa *hasil* dari menerapkan sebuah **predikat  $P$**  kepada **objek  $x$**  adalah sebuah **proposisi  $P(x)$** . Tapi predikat  **$P$  sendiri** (e.g.  $P =$  “sedang tidur”) **bukan sebuah proposisi**

Contoh: jika  $P(x) =$  “ $x$  adalah bilangan prima”,  $P(3)$  adalah *proposisi* “3 adalah bilangan prima.”

# Fungsi Proposisi

Logika predikat dapat digeneralisir untuk menyatakan **fungsi proposisi dengan banyak argumen**.

*Contoh:* Misalkan  $P(x,y,z)$  = “ $x$  memberikan pada  $y$  nilai  $z$ ”, maka jika  $x=$ “Mike”,  $y=$ “Mary”,  $z=$ “A”, maka  $P(x,y,z)$  = “Mike **memberi** Mary nilai A.”

# Proposisi dan Fungsi

Fungsi proposisi (kalimat terbuka) :

Pernyataan yang mengandung satu variabel atau lebih.

Contoh :  $x - 3 > 5$ . **P(x)**:  $x - 3 > 5$ .

Misalkan kita sebut fungsi proposisi ini sebagai  $P(x)$ , dimana  $P$  adalah predikat dan  $x$  adalah variabel.

Apakah nilai kebenaran dari  $P(2)$  ? **Salah**

Apakah nilai kebenaran dari  $P(8)$  ? **Salah**

Apakah nilai kebenaran dari  $P(9)$  ? **Benar**

# Fungsi Proposisi

z Tinjau fungsi proposisi  $Q(x, y, z)$  yg didefinisikan:

z 
$$x + y = z.$$

z Disini: Q adalah **predikat** dan x, y, and z adalah **variabel**.

$$Q(x, y, z): x + y = z$$

Apakah nilai kebenaran dari  $Q(2, 3, 5)$  ? Benar

Apakah nilai kebenaran dari  $Q(0, 1, 2)$  ? Salah

Apakah nilai kebenaran dari  $Q(9, -9, 0)$  ? Benar

# Istilah (lainnya) dalam Logika Predikat

- Term: kata benda atau subjek
- Predikat: properti dari term
- Fungsi proposisional = fungsi
- Kuantor
  - Universal: yang selalu bernilai benar ( $\forall$ ).
  - Eksistensial: bisa bernilai benar atau salah ( $\exists$ ).

# Contoh Logika Predikat - pengayaan

- Nani adalah ibu dari Ratna.
- Term = nani , ratna
- Predikat = adalah ibu dari
- Fungsi = ibu(nani, ratna); M(n, r) sintaks=syntax
- Terapanya pada Bahasa PROLOG

Bentuk logika predikat

- $M(n,r) \rightarrow \neg M(r,n)$

# Semesta Pembicaraan

- z Salah satu kelebihan predikat adalah bahwa predikat memungkinkan kita untuk menyatakan sesuatu tentang banyak objek pada satu kalimat saja.
- z **Contoh:** misalkan  $P(x) = "x+1 > x"$ . Kita dapat menyatakan bahwa “Untuk sembarang angka  $x$ ,  $P(x)$  bernilai TRUE” hanya dengan satu kalimat daripada harus menyatakan satu-persatu:  $(0+1>0) \wedge (1+1>1) \wedge (2+1>2) \wedge \dots$
- z Kumpulan nilai yang bisa dimiliki variabel  $x$  disebut **semesta pembicaraan** untuk  $x$  ( $x$ 's *universe of discourse*)

# Ekspresi Quantifier

- z *Quantifiers* merupakan notasi yang memungkinkan kita untuk mengkuantifikasi (menghitung) seberapa banyak objek di **semesta pembicaraan** yang memenuhi suatu predikat.
- z “ $\forall$ ” berarti **FORALL** (semua) atau *universal quantifier*.  $\forall x P(x)$  berarti **untuk semua**  $x$  di semesta pembicaraan,  $P$  berlaku.
- z “ $\exists$ ” berarti **EXISTS** (terdapat) atau *existential quantifier*.  $\exists x P(x)$  berarti **terdapat**  $x$  di semesta pembicaraan (**bisa** 1 atau lebih) dimana  $P(x)$  berlaku.

# Predikat & Kuantifier

Pernyataan “ $x > 3$ ” punya 2 bagian, yakni “**x**” sebagai **subjek**, dan “**adalah lebih besar 3**” sebagai **predikat**, P.

Kita dapat simbolkan pernyataan “ $x > 3$ ” dengan  $P(x)$ .

Sehingga kita dapat mengevaluasi nilai kebenaran dari  $P(4)$  dan  $P(1)$ .

**Subjek** dari suatu pernyataan dapat berjumlah lebih dari satu.

Misalkan  $Q(x,y)$ :  $x - 2y > x + y$

# Kuantifikasi (Kuantor) Universal $\forall$

z Misal  $P(x)$  suatu fungsi proposisi.

z **Kalimat yang dikuantifikasi secara universal :**

z Untuk semua  $x$  dalam semesta pembicaraan,  $P(x)$  adalah benar.

z Dengan kuantifier universal  $\forall$ :

z  $\forall x P(x)$  “untuk semua  $x P(x)$ ” atau  
“untuk setiap  $x P(x)$ ”

(Catatan:  $\forall x P(x)$  bisa benar atau salah, jadi merupakan sebuah *proposisi*, bukan *fungsi proposisi*.)

# Kuantifikasi Universal $\forall$

z Contoh :

z  $S(x)$ :  $x$  adalah seorang mahasiswa IT.

z  $G(x)$ :  $x$  adalah seorang yang pandai.

z Apakah arti dari  $\forall x (S(x) \rightarrow G(x))$  ?

z “Jika  $x$  adalah mahasiswa IT, maka  $x$  adalah seorang yang pandai”

atau

z “Semua mahasiswa IT pandai.”

# Kuantifikasi Universal $\forall$

- Contoh:
  - Misalkan semesta pembicaraan  $x$  adalah tempat parkir Dept ILKOM UP,  
maka *universal quantification* untuk  $P(x)$ ,  $\forall x P(x)$ ,  
*adalah proposisi*:
  - “**Semua** tempat parkir di Dept ILKOM UP sudah  
ditempati” ATAU
  - “**Setiap** tempat parkir di Dept ILKOM UP sudah  
ditempati”

# Kuantor Universal - Pembahasan

## Contoh

- Semua gajah mempunyai belalai
- $G(x) = \text{gajah}$
- $B(x) = \text{belalai}$
- Bentuk logika predikat
- $(\forall x)(G(x) \rightarrow B(x));$
- Dibaca: **untuk semua**  $x$ , jika  $x$  seekor gajah, maka  $x$  mempunyai belalai.  **$x = apa ???$**

# Kuantifikasi Universal $\forall$

“ $P(x)$  benar untuk semua nilai  $x$  dalam domain/semesta pembicaraan”,  $\forall x P(x)$ .

**Soal 2.** Tentukan nilai kebenaran  $\forall x (x^2 \geq x)$  jika:

$x$  bilangan real

$x$  bilangan bulat

Untuk menunjukkan  $\forall x P(x)$  salah, cukup dengan mencari satu nilai  $x$  dalam domain shg  $P(x)$  salah.

Nilai  $x$  tersebut dikatakan **contoh penyangkal (counter example)** dari pernyataan  $\forall x P(x)$ .

## **SOAL – Kerjakan Ulang**

Ubah dalam bentuk logika predikat :

- a. Jika Siti mirip Dewi dan Dewi mirip Santi, maka Siti mirip Santi.
- b. Badu sangat sibuk, tetapi Dito tidak.
- c. Amir kenal Bapak Bowo, tetapi Pak Bowo tidak kenal Amir.
- d. Tidak semua orang kaya raya.
- e. Semua harimau adalah pemangsa.
- f. **Ada harimau** yang hanya memangsa kijang.
- g. Semua kesatria pembrani adalah pahlawan.
- h. Setiap orang kehilangan uang pada pacuan kuda.

# Contoh Penggerjaan

a. Term: S=Siti, D=Dewi, N=Santi

Predikat: M=Mirip

Fungsi:  $(M(S,D) \wedge M(D,N)) \rightarrow M(S,N)$

**KERJAKAN (PR):**

1. b, c, d, e, f, g, dan h.