



MK : Logika Informatika

LOGIKA PREDIKAT

Semester Ganjil 2023/2024

Ino Suryana, Drs., M.Kom.
Prodi S-1 Teknik Informatika
Universitas Padjadjaran

Materi

Logika Predikatif

Fungsi Proposisi

Kuantor : Universal dan Eksistensial

Kuantor : bersusun

Materi Pelengkap:

https://www.tutorialspoint.com/discrete_mathematics/discrete_mathematics_predicate_logic.htm

Logika Predikat

- *Logika Predikat* adalah perluasan/**pengembangan** dari logika proposisi, dimana objek yang dibicarakan dapat berupa **anggota kelompok** (**kuantor**).
 - *Logika proposisi* (ingat kembali) menganggap proposisi sederhana (kalimat) sebagai entitas tunggal
 - Sebaliknya, *logika predikat* membedakan *subjek* dan *predikat* (**istilah**) dalam sebuah kalimat.
- { Ingat tentang *subjek* dan *predikat* dalam kalimat !

Penerapan Logika Predikat

Merupakan notasi formal untuk menuliskan secara sempurna *definisi, aksioma, teorema* matematika dengan *jelas, tepat dan tidak ambigu* pada semua cabang matematika.

Logika predikat dengan simbol-simbol **fungsi**, operator “=”, dan beberapa **aturan** pembuktian **cukup** untuk mendefinisikan sistem matematika apapun, dan juga cukup untuk membuktikan apapun yang dapat dibuktikan pada sistem tersebut.

Penerapan Praktis Logika Predikat

- z Merupakan basis untuk mengekspresikan spesifikasi formal untuk sistem kompleks apapun dengan jelas
- z Merupakan basis untuk *automatic theorem provers* dan sistem cerdas lainnya
- z Didukung oleh beberapa *database query engines* canggih dan *container class libraries*

Subjek dan Predikat

- z Pada kalimat “Kucing itu sedang tidur”:
 - { frase “kucing itu” merupakan subjek kalimat
 - { frase “sedang tidur” merupakan predikat kalimat - suatu properti yang bernilai TRUE untuk si subjek (objek pelaku).
 - { Dalam logika predikat, *predikat* dimodelkan sebagai sebuah fungsi $P(\cdot)$ dari objek ke proposisi.
 - { $P(x)$ = “x sedang tidur” (x adalah sembarang objek).

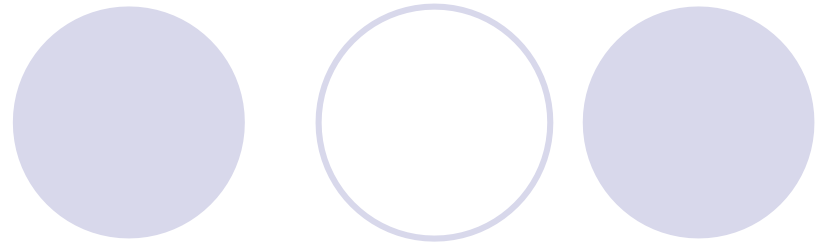
Predikat

Konvensi: **varibel - huruf kecil**: x, y, z, \dots
menyatakan objek/entitas; variabel **huruf BESAR** P, Q, R, \dots menyatakan **fungsi proposisi** (predikat).

Perhatikan bahwa *hasil dari* menerapkan sebuah **predikat P** kepada **objek x** adalah sebuah **proposisi $P(x)$** . Tapi predikat **P sendiri** (e.g. $P = \text{"sedang tidur"}$) **bukan sebuah proposisi**

Contoh: jika $P(x) = \text{"x adalah bilangan prima"}$,
 $P(3)$ adalah *proposisi* "3 adalah bilangan prima."

Fungsi Proposisi



Logika predikat dapat digeneralisir untuk menyatakan **fungsi proposisi dengan banyak argumen**.

Contoh: Misalkan $P(x,y,z)$ = “x memberikan pada y nilai z”, maka jika x =“Mike”, y =“Mary”, z =“A”, maka $P(x,y,z)$ = “Mike **memberi** Mary nilai A.”

Proposisi dan Fungsi

Fungsi proposisi (kalimat terbuka) :

Pernyataan yang mengandung satu variabel atau lebih.

Contoh : $x - 3 > 5$. **$P(x): x - 3 > 5$.**

Misalkan kita sebut fungsi proposisi ini sebagai $P(x)$, dimana P adalah predikat dan x adalah variabel.

Apakah nilai kebenaran dari $P(2)$? Salah

Apakah nilai kebenaran dari $P(8)$? Salah

Apakah nilai kebenaran dari $P(9)$? Benar

Fungsi Proposisi

Tinjau fungsi proposisi $Q(x, y, z)$ yg didefinisikan:

$$x + y = z.$$

Disini: Q adalah **predikat** dan x, y , and z adalah **variabel**.

$$Q(x, y, z): x + y = z$$

Apakah nilai kebenaran dari $Q(2, 3, 5)$? Benar

Apakah nilai kebenaran dari $Q(0, 1, 2)$? Salah

Apakah nilai kebenaran dari $Q(9, -9, 0)$? Benar

Istilah (lainnya) dalam Logika Predikat

- Term: kata benda atau subjek
- Predikat: properti dari term
- Fungsi proposisional = fungsi
- Kuantor
 - Universal: yang selalu bernilai benar (\forall).
 - Eksistensial: bisa bernilai benar atau salah (\exists).

Contoh Logika Predikat - pengayaan

- Nani adalah ibu dari Ratna.
- **Term** = nani , ratna
- **Predikat** = adalah ibu dari
- **Fungsi** = ibu(nani, ratna); M(n, r) sintaks=syntax
- Terapanya pada **Bahasa PROLOG**

Bentuk logika predikat

- $M(n,r) \rightarrow \sim M(r,n)$

Semesta Pembicaraan

- z Salah satu kelebihan predikat adalah bahwa predikat memungkinkan kita untuk menyatakan sesuatu tentang banyak objek pada satu kalimat saja.
- z **Contoh:** misalkan $P(x) = "x+1 > x"$. Kita dapat menyatakan bahwa "Untuk sembarang angka x , $P(x)$ bernilai TRUE" hanya dengan satu kalimat daripada harus menyatakan satu-persatu: $(0+1 > 0) \wedge (1+1 > 1) \wedge (2+1 > 2) \wedge \dots$
- z Kumpulan nilai yang bisa dimiliki variabel x disebut **semesta pembicaraan** untuk x (x 's *universe of discourse*)

Ekspresi *Quantifier*

- z *Quantifiers* merupakan notasi yang memungkinkan kita untuk mengkuantifikasi (menghitung) *seberapa* banyak objek di *semesta pembicaraan* yang memenuhi suatu predikat.
- z “ \forall ” berarti **FORALL (semua)** atau *universal* quantifier.
 $\forall x P(x)$ berarti **untuk semua x** di semesta pembicaraan, **P berlaku**.
- z “ \exists ” berarti **EXISTS (terdapat)** atau *existential* quantifier.
 $\exists x P(x)$ berarti **terdapat x** di semesta pembicaraan (**bisa 1 atau lebih**) dimana **$P(x)$ berlaku**.

Predikat & Kuantifier

Pernyataan “ $x > 3$ ” punya 2 bagian, yakni “ x ” sebagai **subjek**, dan “**adalah lebih besar 3**” sebagai **predikat**, P .

Kita dapat simbolkan pernyataan “ $x > 3$ ” dengan $P(x)$.

Sehingga kita dapat mengevaluasi nilai kebenaran dari $P(4)$ dan $P(1)$.

Subyek dari suatu pernyataan dapat berjumlah lebih dari satu.

Misalkan $Q(x,y): x - 2y > x + y$

Kuantifikasi (Kuantor) Universal \forall

z Misal $P(x)$ suatu fungsi proposisi.

z **Kalimat yang dikuantifikasi secara universal :**

z Untuk semua x dalam semesta pembicaraan, $P(x)$ adalah benar.

z Dengan kuantifier universal \forall :

z $\forall x P(x)$ “untuk semua $x P(x)$ ” atau

z “untuk setiap $x P(x)$ ”

(Catatan: $\forall x P(x)$ bisa benar atau salah, jadi merupakan *sebuah proposisi*, bukan *fungsi proposisi*.)

Kuantifikasi Universal \forall

z Contoh :

z $S(x)$: x adalah seorang mahasiswa IT.

z $G(x)$: x adalah seorang yang pandai.

z Apakah arti dari $\forall x (S(x) \rightarrow G(x))$?

z “Jika x adalah mahasiswa IT, maka x adalah seorang yang pandai”

atau

z “Semua mahasiswa IT pandai.”

Kuantifikasi Universal \forall

- Contoh:
 - Misalkan semesta pembicaraan x adalah tempat parkir Dept ILKOM UP,
maka *universal quantification* untuk $P(x)$, $\forall xP(x)$,
adalah proposisi:
 - “**Semua** tempat parkir di Dept ILKOM UP sudah ditempati” ATAU
 - “**Setiap** tempat parkir di Dept ILKOM UP sudah ditempati”

Kuantor Universal - Pembahasan

Contoh

- Semua gajah mempunyai belalai
- $G(x)$ = gajah
- $B(x)$ = belalai
- Bentuk logika predikat
- $(\forall x)(G(x) \rightarrow B(x));$
- Dibaca: **untuk semua** x , jika x seekor gajah, maka x mempunyai belalai. **$x = \text{apa} ???$**

Kuantifikasi Universal \forall

“P(x) benar untuk semua nilai x dalam domain/semesta pembicaraan”, $\forall x P(x)$.

Soal 2. Tentukan nilai kebenaran $\forall x (x^2 \geq x)$ jika:
x bilangan real
x bilangan bulat

Untuk menunjukkan $\forall x P(x)$ salah, cukup dengan mencari satu nilai x dalam domain shg $P(x)$ salah.

Nilai x tersebut dikatakan contoh penyangkal (*counter example*) dari pernyataan $\forall x P(x)$.

SOAL – Kerjakan Ulang

Ubah dalam bentuk logika predikat :

- a. Jika Siti mirip Dewi dan Dewi mirip Santi, maka Siti mirip Santi.
- b. Badu sangat sibuk, tetapi Dito tidak.
- c. Amir kenal Bapak Bowo, tetapi Pak Bowo tidak kenal Amir.
- d. Tidak semua orang kaya raya.
- e. Semua harimau adalah pemangsa.
- f. Ada harimau yang hanya memangsa kijang.
- g. Semua kesatria pembrani adalah pahlawan.
- h. Setiap orang kehilangan uang pada pacuan kuda.

Contoh Pengerjaan

a. Term: S=Siti, D=Dewi, N=Santi

Predikat: M=Mirip

Fungsi: $(M(S,D) \wedge M(D,N)) \rightarrow M(S,N)$

KERJAKAN (PR):

1. b, c, d, e, f, g, dan h.