RANGKAIAN LOGIKA KOMBINASIONAL

Semester Ganjil 2022/2023

Logika Informatika (3sks)
Prodi S-1 Teknik Informatika
FMIPA Unpad

Ino Suryana, Drs. M.Kom.

Materi

- Logika Biner dan Gerbang Logika (*logic gates*)
- Aljabar Boole (*Boolean Algebra*)
- Teknik perancangan rangkaian (*circuits*)
- Teknik perancangan dengan biaya murah (*cost effective*)

Logika Biner dan Gerbang Logik

- Gerbang Logik memodelkan transistor.
- Rangkaian transistor-transistor membentuk piranti (*device*) yang disebut IC (*Integrated Circuits*).
- Perancangan rangkaian elektronik tidak perlu memperhatikan elektronik-elektronik internal dari masing-masing gerbang logik, tetapi hanya perlu memperhatikan sifat-sifat eksternal gerbang logik tsb.

Logika Biner dan Gerbang Logik

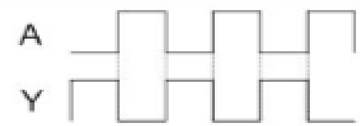
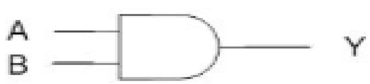
- Sifat operasi gerbang logik digunakan notasi matematika.
- Sistem logika biner merupakan bagian dari matematika, yang disebut Aljabar Boole (*Boolean Algebra*).
- Aljabar Boole diambil dari nama *George Boole,* yang pada tahun 1854 menulis buku teori matematika tentang Logik.
- Nama lain untuk aljabar Boole adalah *switching algebra*.
- Tahun 1938 Claude Shannon menunjukkan cara menganalisis dan merancang sirkuit logika digital menggunakan persamaan aljabar yang didasarkan pada konsep aljabar Boole.

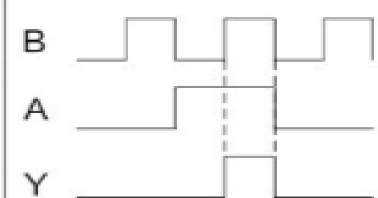
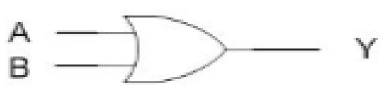
Logika Biner (*Binery Logic*) dan Gerbang Logik

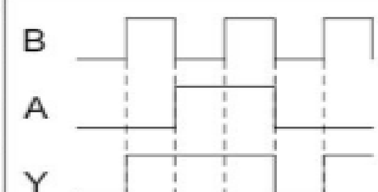
- Logika biner berusan dengan variable biner yang mempunyai nilai diskrit 0 = off, dan 1 = on.
- Operator dasar yang digunakan:
  1. operator biner + (OR) dan • (AND), dan
  2. operator *unary* ‘ atau ¯ (NOT)

Gerbang Logika Dasar

<table>
<tr><th>Jenis Gerbang</th><th>Simbol Grafis dan Fungsi Aljabar</th><th>Tabel Kebenaran</th><th>Timing Diagram</th></tr>
<tr><td>Inverter (NOT)</td><td>

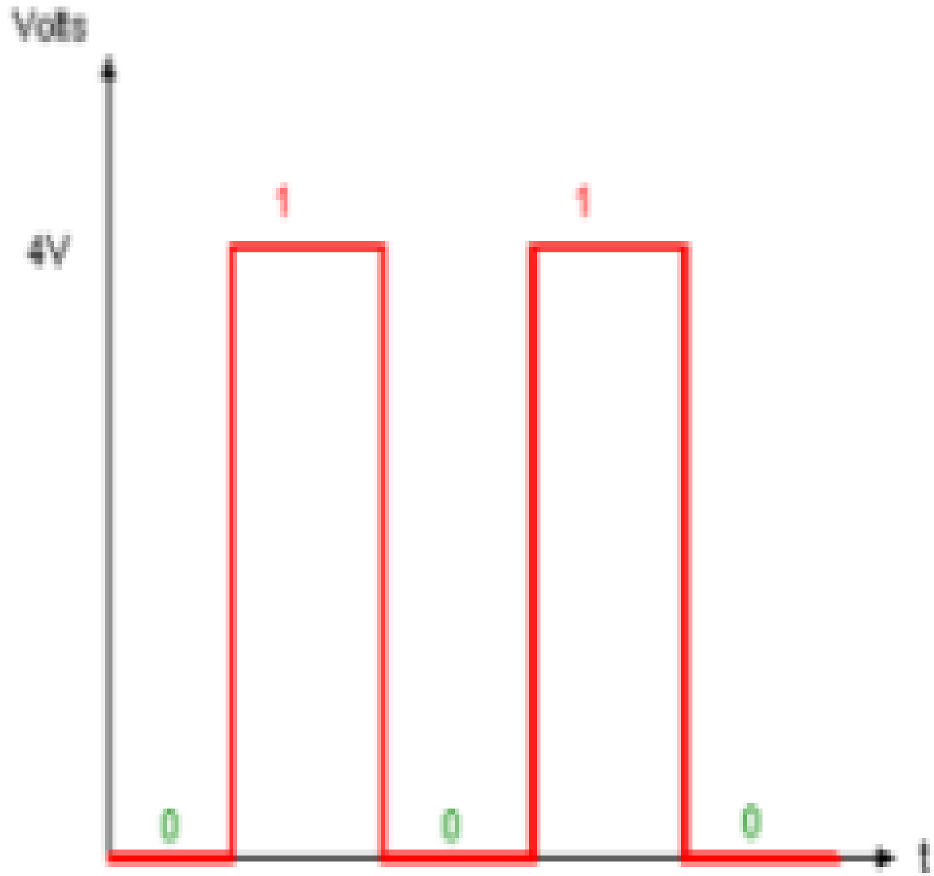
$Y = \bar{A}$</td><td><table><tr><th>A</th><th>Y</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table></td><td>
</td></tr>
<tr><td>AND</td><td>

$Y = A . B$</td><td><table><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table></td><td>
</td></tr>
<tr><td>OR</td><td>

$Y = A + B$</td><td><table><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table></td><td>
</td></tr>
</table>

Jangkauan voltase dalam sistem biner

input



output

Aljabar Boole dan Aksioma Dasar

Aljabar Boole adalah struktur aljabar yang terdiri kumpulan elemen *Biner* = {0, 1} bersama dua operator biner + (OR) dan • (AND), dan sebuah operator *unary* ‘ atau ¯ (NOT) sehingga memenuhi aksioma :

a. *B* anggota elemennya berbeda.

b. Closure properties pada operasi biner $a, b \in B$ berlaku $a + b \in B$; $a \bullet b \in B$.

c. Hukum komutatif $a + b = b + a$

$a \bullet b = b \bullet a$

d. Identitas $a + 0 = a$; $a \bullet 1 = a$

e. Hukum distributif $a, b, c \in B$

$a + (b \bullet c) = (a + b) \bullet (a + c)$

$a \bullet (b + c) = (a \bullet b) + (a \bullet c)$

f. Elemen komplemen

$a + a' = 1$;

$a \bullet a' = 0$

g. Hukum asosiatif $a, b, c \in B$

$a+(b+c) = (a+b)+c$

$a \bullet (b \bullet c) = (a \bullet b) \bullet c$

Fungsi Boole

- **Fungsi Boole** terdiri dari variable-variable biner, tanda sama dengan, dan suatu ekspresi aljabar yang dibentuk menggunakan variabel-variabel biner, konstanta 0 dan 1, simbol operasi logik, dan tanda kurung.
- Contoh

  F = X + Y'Z atau F(X, Y, Z) = X + Y'Z

  X dan Y'Z disebut *term* (suku/elemen), sebagai ekspresi dari fungsi F.
- **Ekspresi Boole** (aljabar Boole) adalah sebuah ekspresi yang terbentuk atas variabel (x1, x2, ...), konstanta 0 dan 1, operator AND, OR, dan NOT. **Ekspresi Boole** disebut juga **fungsi Boole** (*fungsi switching*).

Fungsi Boole

- Tabel 3.2 menunjukkan hasil operasi dari operator + (OR), • (AND), ~ (NOT) yang secara fisik (elektronika) disebut gerbang (*gate*) logik.

Tabel 3.2 Operasi operator Logik

+	0	1
0	0	1
1	1	1

OR

•	0	1
0	0	0
1	0	1

AND

	~
0	1
1	0

NOT

Contoh (fungsi Boole lainya):

$F_1(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1' x_3 + x_1x_3'$

$F_2(x_1, x_2, x_3) = x_1'x_2(x_2 + x_1x_3') + x_2x_3'$

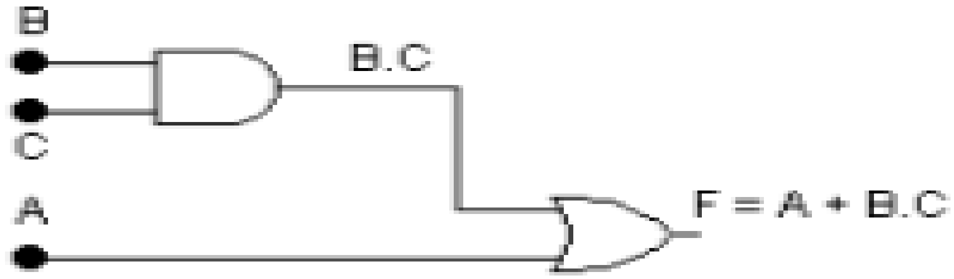
$F_3(x_1, x_2, x_3) = ((x_1x_2)' + x_2 + x_3)'$

- Fungsi Boole memiliki n variabel (tuple), dan fungsi hanya bernilai 0 atau 1.

- Tabel kebenaran fungsi $F = A + BC$

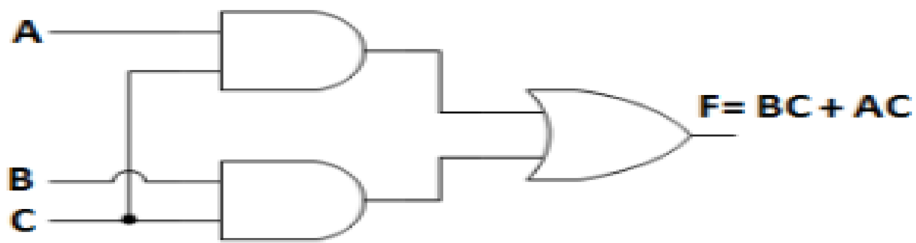
A	B	C	F = A + BC
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- Diagram Rangkaian Logik

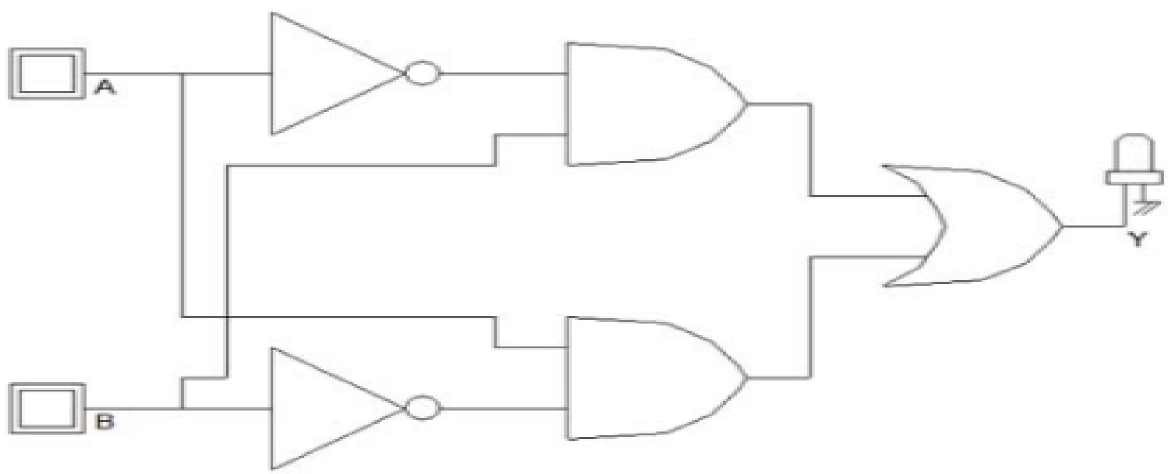


Soal

1. Buat tabel kebenaran dan rangkaian gerbang logiknya dari fungsi Boole F = A + B’C
2. Buat tabel kebenaran dari rangkaian fungsi Boole



3. Buat fungsi Y dan tabel kebenaran dari



Prioritas (hirarhi) operator dan Identitas Dasar

Urutan pengerjaan operasi

1. Tanda kurung ().
2. NOT (komplemen).
3. • (AND)
4. + (OR)

Prinsip dualitas (*principle of duality*)→ suatu pernyataan dapat diperoleh dari pernyataan lain dengan mempertukarkan operasi + dengan •, dan elemen identitas 0 dengan 1.

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a \bullet (b \bullet c) = (a \bullet b) \bullet c$$

Tabel 3.1 Beberapa Identitas dalam Aljabar Boole

1a. X + 0 = X	**1b. X.1 = X**	**Aksioma 4**
2a. X(Y + Z)=XY + XZ	2b. X + YZ=(X+Y)(X+Z)	Distributif
3a. X + X’ = 1	3b. X • X’ = 0	Aksioma 6
4a. X + X = X	4b. X • X = X	Idempoten
5a. X + 1 = 1	5b. X • 0 = 0	
6a. X + XY = X	6b. X(X+Y) = X	Absorpsi

Tabel 3.1 Beberapa Identitas dalam Aljabar Boole (Lanjutan)

7a. $(x + y)y' = xy'$ atau $(x + y')y = xy$	7b. $xy' + y = x + y$	
8a. $(x+y)(x+y') = x$	8b. $xy + xy' = x$	Kedekatan logika
9a. $(x+y)(x'+z)(y+z)=(x+y)(x'+z)$	9b. $xy+x'z+yz=xy+x'z$	Konsensus
10a. $(a+b+\ldots+f)' = a'b' \ldots f'$	10b. $(ab \ldots f)' = a'+b'+\ldots+f'$	Hukum deMorgan
11. Teorema ekspansi Shannon		

Contoh (membentuk fungsi Boole) - **manipulasi aljabar**

k	a	b	c	f	m_k (= 1)
0	0	0	0	0	$a'b'c'$
1	0	0	1	1	$a'b'c$
2	0	1	0	0	$a'bc'$
3	0	1	1	0	$a'bc$
4	1	0	0	1	$ab'c'$
5	1	0	1	1	$ab'c$
6	1	1	0	1	abc'
7	1	1	1	1	abc

Perhatikan tabel kebenaran disamping.

Bentuk Fungsi:

$f(a, b, c) = 0(a'b'c') + 1(a'b'c) + 0(a'bc') + 0(a'bc) + 1(ab'c') + 1(ab'c)$
$1(abc') + 1(abc)$

Jadi $f(a, b, c) = a'b'c + ab'c' + ab'c + abc' + abc$

Fungsi f disederhanakan dengan cara **manipulasi aljabar**.

$$
\begin{aligned}
f &= a'b'c + ab'c' + ab'c + abc' + abc \\
&= a'b'c + ab'(c' + c) + ab(c' + c) \\
&= a'b'c + ab' + ab \\
&= a'b'c + a = a'.b'c + a = (a'+a)(b'c + a) \\
&= a + b'c
\end{aligned}
$$

Bukti f(a, b, c) = a'b'c + ab'c' + ab'c + abc' + abc = a + b'c

k	a	b	c	f	mk (= 1)	a+b'c
0	0	0	0	0	a'b'c'	0
1	0	0	1	1	a'b'c	1
2	0	1	0	0	a'bc'	0
3	0	1	1	0	a'bc	0
4	1	0	0	1	ab'c'	1
5	1	0	1	1	ab'c	1
6	1	1	0	1	abc'	1
7	1	1	1	1	abc	1

Perhatikan table kebenaran berikut.

Penyederhanaan Fungsi – manipulasi aljabar (lanjutan)

Cara ini menggunakan aksioma dan sifat-sifat aljabar Boole (Tabel 3.1)

Contoh :

1. $f(x, y, z) = x'yz + x'yz' + xz$

$$= x'y(z + z') + xz$$

$$= x'y + xz$$

2. $f(x, y, z) = x'y'z + x'yz + xy'z + xyz' + xyz$

$$= y'z(x' + x) + yz(x' + x) + xyz'$$

$$= z(y' + y) + xyz' = (z + xy)(z + z') = xy + z$$

Soal: Sederhanakan (cara aljabar)

3. $f(a, b, c) = a'b'c' + a'bc' + a'bc + ab'c + abc'$

4. $f(x, y, z) = x'yz' + xy'z' + xy'z + xyz$

5. $f(a, b, c) = a'b'c' + a'b'c + a'bc + ab'c' + abc$ ---- BATAS - 1

Penyederhanaan Fungsi – manipulasi aljabar (lanjutan)

Cara ini menggunakan aksioma dan sifat-sifat aljabar Boole (Tabel 3.1)

Contoh :

1. $f(x, y, z) = x'yz + x'yz' + xz$

$$= x'y(z + z') + xz$$

$$= x'y + xz$$

2. $f(x, y, z) = x'y'z + x'yz + xy'z + xyz' + xyz$

$$= y'z(x' + x) + yz(x' + x) + xyz'$$

$$= z(y' + y) + xyz' = (z + xy)(z + z') = xy + z$$

Soal: Sederhanakan (cara aljabar)

3. $f(a, b, c) = a'b'c' + a'bc' + a'bc + ab'c + abc'$

4. $f(x, y, z) = x'yz' + xy'z' + xy'z + xyz$

5. $f(a, b, c) = a'b'c' + a'b'c + a'bc + ab'c' + abc$ ---- BATAS - 1

Penyederhanaan Fungsi – manipulasi aljabar (lanjutan)

Cara ini menggunakan aksioma dan sifat-sifat aljabar Boole (Tabel 3.1)

Contoh :

1. $f(x, y, z) = x'yz + x'yz' + xz$
$= x'y(z + z') + xz$
$= x'y + xz$

2. $f(x, y, z) = x'y'z + x'yz + xy'z + xyz' + xyz$
$= y'z(x' + x) + yz(x' + x) + xyz'$
$= z(y' + y) + xyz' = (z + xy)(z + z') = xy + z$

Soal: Sederhanakan (cara aljabar)

3. $f(a, b, c) = a'b'c' + a'bc' + a'bc + ab'c + abc'$
4. $f(x, y, z) = x'yz' + xy'z' + xy'z + xyz$
5. $f(a, b, c) = a'b'c' + a'b'c + a'bc + ab'c' + abc$ ---- BATAS - 1

Selesai….

Selamat Pagi ….

Assalamu 'alaikum wr. wb.