

엘머로 해 보는 구조(Mechanical Structure) 해석 (하)

DymaxionKim

2017-08-12

Contents

1. 개요	1
2. 자중에 의한 변형과 스트레스 해석	1
(1) Model - Setup	1
(2) Model - Equation	3
(3) Model - Material	3
(4) Model - Body force	4
(5) Model - Initial condition	5
(6) Model - Boundary condition	5
(7) Model - Set body properties	5
(8) Model - Set boundary properties	5
(9) Sif - Generate	5
(10) Run - Start solver	6
(11) Paraview 후처리	6
3. 외력에 의한 변형과 스트레스 해석	7
4. 외력의 크기를 변화시켜 스캐닝	8
5. 맺음말	11
6. 참고 자료	11

1. 개요

상,하편으로 나누어 엘머를 이용하여 다음 3가지 케이스를 따라해 보기로 한다. 지난 상편에서 진행한 전처리에 이어서, 본 하편에서는 다음 3가지 조건을 차례대로 적용하여 해석을 실시해 본다.

- (1) 별도의 외력 없이 중력만 인가하여 자중에 의한 스트레스와 변형량을 본다.
- (2) 이후 외력을 추가한 선형정적해석을 시도해 본다. (3)그 다음, MATC를 이용하여 파라메트릭하게 외력의 위치와 강도를 변화시켜 가면서 스캐닝(Scanning)한 결과를 얻어보고, 이것을 애니메이션화해 본다.

2. 자중에 의한 변형과 스트레스 해석

- 다시 엘머를 시작하고, File - Load project를 하고 직전에 작업하던 디렉토리로 가서 Open하면 원래 작업하던 상태 그대로 로딩되는 것을 확인할 수 있다.
- 이제 시뮬레이션 인풋 조건들을 지정해 줘 보자.

(1) Model - Setup

- Header 카테고리의 항목들은 다음과 같은 의미를 가지고 있다.

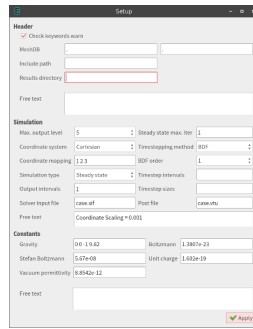


Figure 1:

항목명	내용
MeshDB	항목이 2개 보이는데, 앞의 것은 상위 디렉토리이고 뒤의 것은 하위 디렉토리명을 넣는 것이다. 즉 ./mesh일 경우에, 앞에 .을 넣고 뒤에 mesh라고 따로 써넣는다. 본 예제에서는 그냥 현재 디렉토리(.)에 있으므로 둘 다 ., .으로 되어 있다.
Include Path	특정 계산을 위해 만들어진 별도 라이브러리가 있을 경우, Include 시킬 경로를 써 넣어줄 수 있다. 본 예제에서는 사용하지 않는다.
Result directory	계산 결과 파일들이 저장될 장소이다. 아무것도 없으면 그냥 현재 디렉토리에 저장된다.

MeshDB, Include Path, Result directory는 원래 그대로 둔다. 매쉬파일들은 당연히 현재 작업 디렉토리에 있으므로 .으로 되어 있고, 결과 파일의 출력 장소도 별도 지정되지 않았으므로 현재 디렉토리에 저장될 것이다. * Free text 부분은 임의의 주석이나 추가 명령들을 직접 써넣어 줄 수 있는 곳이다. 주석을 넣을 때는 앞에 !를 넣어주면 된다. * Simulation 카테고리에서의 항목들은 대략 다음과 같은 의미를 가지고 있다.

항목명	내용
Max. output level	계산 진행 도중, 텍스트로 출력되는 메시지를 얼마나 자세하게 할 것인지 정하는 것이다. 1을 주면 메시지가 최소화되고, 10을 주면 온갖 정보들이 수다스럽게 출력된다. 그냥 기본값 5 정도면 충분하다.
Coordinate system	좌표계를 고를 수 있다. 일반적인 Cartesian 뿐만 아니라, Axi Symmetric, Cylindric Symmetric도 선택할 수 있다.
Coordinate Mapping	위에서 선택해 준 좌표계의 축 번호를 정해준다. Cartesian좌표계일때 1 2 3이라면, x y z로 대응된다.
Simulation type	Steady state, Transient, Scanning 중 택일 가능하다. Transient는 시간에 대한 변화를 보고자 할 때 선택한다. Scanning은 시간이 아닌 다른 변수, 예컨데 외력을 특정 함수나 테이블을 이용하여 여러 케이스별로 쥌 보고 싶을 때 하나씩 전부 다 계산해서 결과를 내놓는 것이다.
Output intervals	Transient, Scanning 해석일 때, 예컨데 100개의 결과를 계산했는데 전부 다 저장하면 용량이 너무 커지니까 1번씩 걸러서 저장하고 싶다면 2를 넣으면 된다. 모든 결과를 다 저장하려면 디폴트값이 1로 한다.
Solver input file	현재 설정하고 있는 내용이 저장될, 시뮬레이션 인풋 파일(sif)의 파일 이름을 정해준다. 여러가지의 조건으로 다양하게 해석해 보고자 한다면, 기본값인 case.sif 말고 다른 이름으로 지정하면 될 것이다.
Steady state max. iter	Steady state 해석을 할 때만 유효한 변수이다. 이때 하나의 샷(Shot)만 얻어내고자 할 때는 1로 해주면 된다. 만일 여러개의 샷을 얻어내고자 할 때는, 예컨데 여기에 10을 넣어주고 아래의 Free text란에 Steady State Min Iterations = 5를 해 주면, 결과 파일이 단계별로 5개 생긴다. 이를 이용해 Steady state 해석을 하고서 손쉽게 애니메이션을 만들어낼 수도 있다.
Timestepping method	Transient 해석시 사용되는 적분알고리즘을 선택하는 것이다. 일단 기본값인 BDF(Backward Differentiation Formula)만 선택되도록 되어 있다.
BDF order	BDF 알고리즘의 차수를 설정한다. 기본값은 가장 단순한 1차로 지정되어 있고, 차수를 높여갈 수록 정밀도는 더 높아질 것이다. 이론상 최고값은 6 정도로 두는 것이 맞을 것이다.
Timestep intervals	Transient 해석시 전체 시간을 정해준다. 10초 동안의 변화를 계산하고 싶다면 10을 넣어주면 된다.
Timestep size	Transient 해석시 몇 초 간격으로 끊어주는지 정해준다. 0.1초 간격으로 계산하고 싶다면 0.1을 넣어주면 된다.
Post file	결과 파일의 이름을 넣어준다. 확장자는 .ep와 .vtu 중에 선택할 수 있다. .ep 포맷은 ElmerGUI에 내장된 ElmerPost 및 ElmerVTK에서 읽어서 가시화할 때 사용하고, .vtu 포맷은 Paraview 등 표준 VTK 포맷을 지원하는 후처리기로 가시화할 때 사용하면 된다.

- 특히 Gravity는 중력가속도임을 쉽게 알 수 있는데, 여기서 기본값은 0 -1 0 9.82로 표기되어 있어 y축 아래쪽 방향으로 중력이 작용한다고 되어 있다. 중력 방향이 -z축으로 가정하고 모델링 되어 있었다면 0 0 -1 9.82로 변경해 주면 될 것이다.
- 이상 본 예제에서는 위 그림과 같이 정의해 둔다.

(2) Model - Equation

- Add해서 새로운 Equation을 정의해 주자.

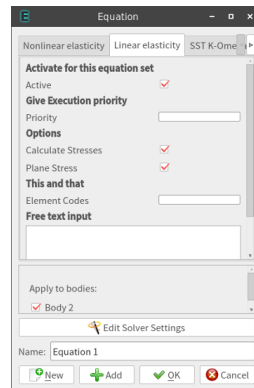


Figure 2:

- 30여개의 탭으로 다양한 물리방정식(Equation)이 제공된다. 본 예제에서는 위 그림과 같이, Linear elasticity만 Active 체크해서 활성화 시킨다. 아울러 옵션으로 스트레스 계산도 활성화해 준다.
- Apply to bodies: 항목에는 현재 모델에서 구분된 물체(Body)가 표시된다. 본 예제에서는 1개의 물체만 있기 때문에 혼동될 염려가 없으므로 직접 체크해 준다.
- Edit Solver Settings에서는 물리방정식을 푸는 해석자에 관한 옵션들이 들어있다. 눌러서 들어가 보자.

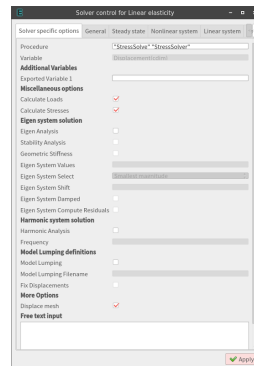


Figure 3:

- 첫번째 탭인 Solver specific options에서 위 그림과 같이 필요한 기능만 체크해 준다. 본 예제에서는 Calculate loads를 체크해서 외력을 관한 정보를 결과에 포함시키고, Calculate stresses로 응력도 결과에 포함시키는 것으로 한다. 그리고 Displacement mesh로 변형까지 결과에 포함시키자.
- 그리고 Linear system 탭에서 Method를 Umfpack Direct Solver로 선택해 주었다. 이것으로 계산이 잘 된다면 디폴트였던 BiCGStab Iterative Solver보다 훨씬 빠르게 계산을 마칠 수 있을 것이다.

(3) Model - Material

- Add해서 새로운 Material을 정의해 주자.

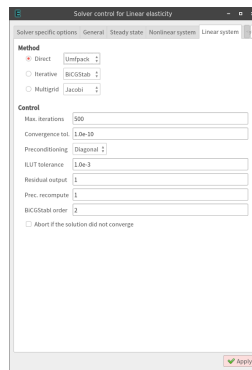
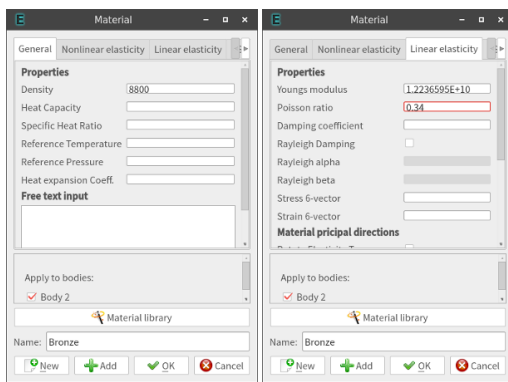


Figure 4:



- Material library에 들어있는 기본적인 것을 선택해도 되지만, 여기서는 청동(Bronze) 소재의 물성을 사용해보고 싶다. 위 그림과 같이 그에 해당하는 구조해석을 위한 물성치를 넣어준다.
- 정의된 재료의 물성치를 적용할 물체(Body)도 체크해 준다.

(4) Model - Body force

- 여기서는, 물체(Body)에 적용되는 힘을 넣어준다.

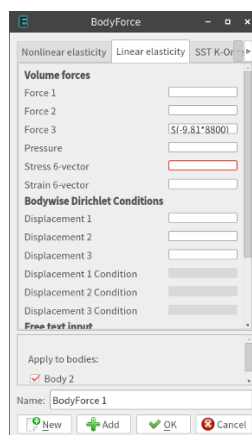


Figure 5:

- 본 예제의 해석 목표는 자중에 의한 응력을 알아보는 것이므로, 중력가속도(Gravity)와 밀도(Density)를 곱해준다. 물론 -z축 방향이므로, z축에 해당하는 Force 3란에 기입하고 마이너스(-)부호를 넣는다. 아울러, 곱셈 수식을 엘머가 인식해서 적용할 수 있도록 \$기호도 앞에

넣어주는 것을 잊지 않는다.

- 정의된 Body Force가 적용할 물체(Body)도 체크해 준다.

(5) Model - Initial condition

- 본 예제는 Steady state 해석이므로, 초기조건(Initial condition)은 불필요하기 때문에 생략한다.

(6) Model - Boundary condition

- 경계조건은, 모델의 고리 부분을 고정했다고 가정하고 그 부위의 변위를 0으로 만들어주기 위해 하나 설정해 준다.



Figure 6:

- x,y,z 모두 변위를 0으로 해서 고정하였다.
- Apply to boundaries: 부분은 체크하지 않고 일단 보류한다. 이유는 물체(Body)의 경우와는 달리, 경계면이 여러가지 많이 있기 때문에 어느 번호가 고정하기를 원하는 경계면인지 알 수 없기 때문이다.

(7) Model - Set body properties

- 물체(Body)는 이미 모두 선택되었기 때문에 생략한다.

(8) Model - Set boundary properties

- 경계면(Boundary)를 선택하기 위해 이 메뉴를 눌러서 체크해 준다.
- 이후 그래픽 화면에서, 아래의 그림에서 붉은 부분의 경계면을 더블클릭해서 선택해 준다.
- 팝업창이 뜨면, 조금 전에 설정해 둔 경계조건을 선택해서 Apply해 주면 적용이 된다.
- 이제 Model 메뉴에서 필요한 설정은 모두 끝났다.

(9) Sif - Generate

- 이 메뉴를 누르면, 앞서 Model에서 설정된 사항들을 적용하여 시뮬레이션 인풋 파일이 생성된다.
- Sif - Generate로 생성된 내용을 확인해 보자.
- 생성된 내용을 프로젝트로 갱신 저장하기 위해, File - Save project를 해 준다.

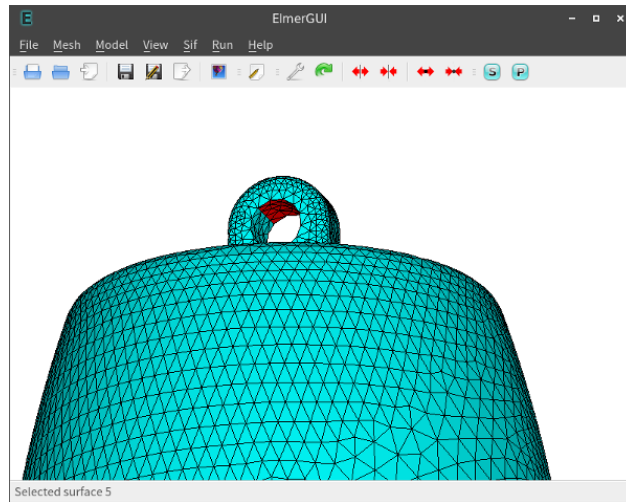


Figure 7:

(10) Run - Start solver

- 이 메뉴를 누르면 곧바로 계산이 시작된다. 메시지창과 수렴 그래프창이 뜨는데, 현재는 Direct solver로 계산하기 때문에 수렴 그래프창은 별 의미가 없다.
- 계산이 완료되면, 결과파일인 case.vtu가 생성되었음을 알 수 있다.

(11) Paraview 후처리

- 이제 Paraview 프로그램을 실행하고, case.vtu 파일을 불러들여 본다.
- 좌측 Properties 탭의 Apply 버튼을 누르면 형상이 화면에 나타난다.

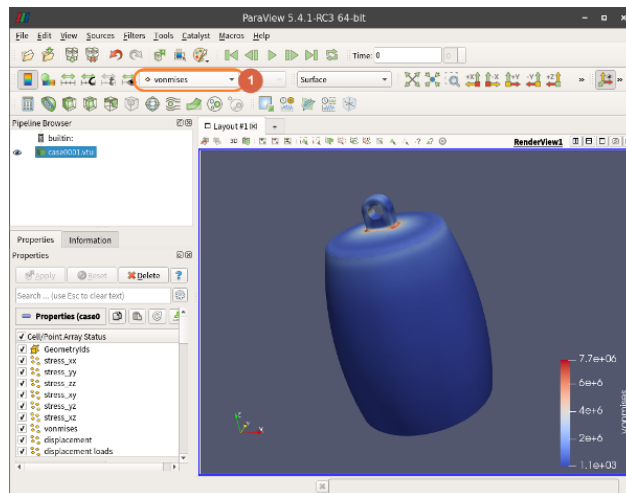


Figure 8:

- 그리고 위 그림에 표시된 부분에서 vonmises등을 선택해서 확인해 본다.
- Von Mises 응력의 경우, 최고값(Max)이 7.7×10^6 으로 나온다. 현재 MKS단위계로 맞추어져 있으므로, 단위는 당연히 $[\text{kgf/m}^2]$ 일 것이다. 일반적으로 사용하는 단위로 환산하면, $75.511205[\text{MPa}]$ 이 된다.
- Paraview의 좀 더 자세한 사용법은 추후에 알아보자.
- 이상 자중에 의한 응력을 해석해서 확인해 보았다.

3. 외력에 의한 변형과 스트레스 해석

- 앞선 예제에서는, 경계조건에서 별도의 외력을 주지 않았다. 여기에 외력을 추가해 보자.
- 이번에는 ElmerGUI를 이용하지 않고, 직접 sif 파일을 편집하고, 커맨드라인 상에서 ElmerSolver를 직접 실행시켜보자.
- 터미널에서, 앞선 예제에서 작업하던 프로젝트 디렉토리로 간다. 이후 다음과 같이 명령해 보자.

```
$ cp ./case.sif ./case2.sif
```

- 그리고 적당한 텍스트 편집기로 case2.sif 파일을 열어서, 내용을 편집한다. 기존의 내용은 그대로 두고, 맨 아래에 다음 내용만 추가해 보자. 즉 경계조건을 하나 더 추가하는 것이다.

```
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
```

```
! New Boundary condition
```

```
Boundary Condition 2
```

```
Target Boundaries(1) = 6
```

```
Name = "Force"
```

```
Force 1 = -10000
```

```
Force 2 = 0
```

```
Force 3 = 0
```

```
End
```

- 경계조건(Boundary Condition)의 지정번호는 기존의 1 다음 번호인 2로 했다. 지정 경계면은 6번 면이다. 이 번호는 ElmerGUI 상에서 미리 확인해 두면 된다(원하는 경계면을 더블클릭하면, GUI화면 하단에 메시지로 번호가 표기된다). 이름은 Force로 임의로 정했다. 그리고 -x 방향으로 10000[N]의 힘이 가해지도록 했다. 이때 힘의 방향을 정하기 위해서는 ElmerGUI에서 Compass를 보이도록 해서 참고하면 된다.
- 그리고, 내용 맨 윗 부분의 Simulation 카테고리에서 다음과 같이 출력 파일 이름에 관한 내용도 수정해 준다.

```
Solver Input File = case2.sif
```

```
Post File = case2.vtu
```

- 내용을 다 이해하고 적용했으면, 저장한다.
- 이제 계산을 아래와 같이 실행하고 완료될 때 까지 메시지를 보면서 기다려 보자. ElmerGUI 없이 터미널에서 바로 계산을 시키니까 불필요한 메모리 낭비도 없어서 좋다.

```
$ ElmerSolver case2.sif
```

- 계산 도중 시스템의 자원 상황을 확인해 보려면, 새로운 터미널을 열어서 top 또는 htop 같은 명령을 사용해 보자. CPU나 메모리 점유율, 프로세스의 현재 상황 등을 볼 수 있다. (현재 Umfpack을 사용하고 있는데, 1개의 CPU 코어만 100%에 도달하는 것을 볼 수 있다. 즉 멀티코어 CPU에는 C로 짜여진 Umfpack은 대응하지 못한다.)
- 계산이 완료되면, case20001.vtu 파일이 생성된 것을 확인할 수 있다. Paraview로 이 파일을 읽어들여보고, 가시화 해 보자.

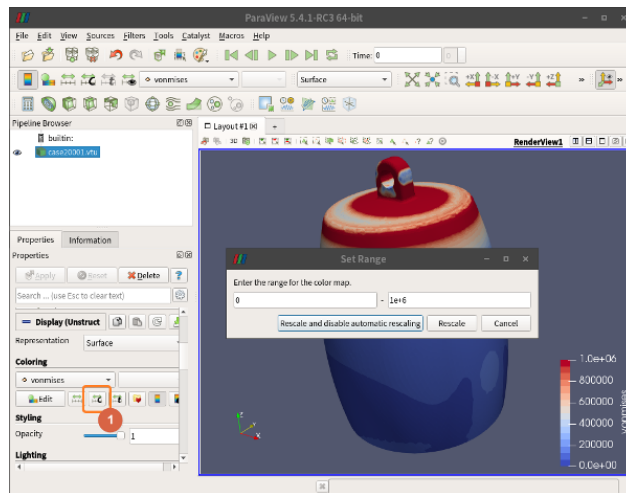


Figure 9:

- 위 그림과 같이 범위(Range)를 수동으로 조절해서 가시화되는 등고선을 더 뚜렷하게 만들어 볼 수 있다.

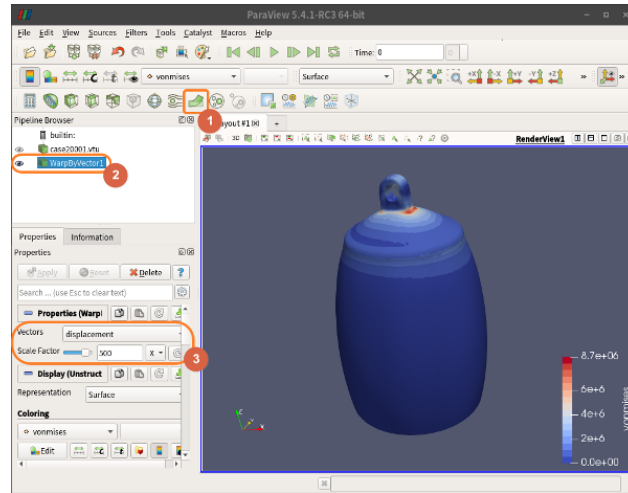


Figure 10:

- 위 그림에서는 1번 버튼을 눌러서 WrapByVector를 추가하고, Scale Factor를 500배로 키워서, 응력에 의한 변형을 과장해서 보여주도록 하였다.

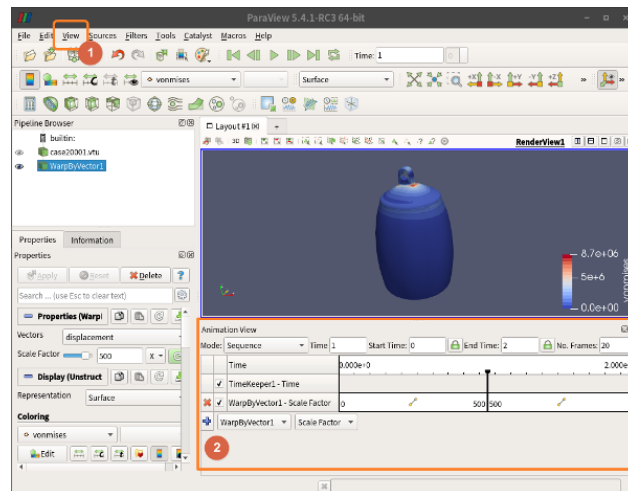


Figure 11:

- 위 그림에서는 1번 메뉴 View - Animation View를 체크해서, 2번의 팝업이 나타나도록 한 후, WrapByVector1을 추가(+)한 후 시간에 따라 Scale Factor가 변하도록 해서 애니메이션을 만든 것이다. 메뉴 상단의 플레이 버튼을 누르면 애니메이션을 볼 수 있고, File - Save Animation으로 동영상 파일로 저장할 수 있다.

4. 외력의 크기를 변화시켜 스케닝

- 이번에는 Force 1 = -10000로 그냥 상수로 주었던 것을, 임의의 함수로 시간별로 변화시켜 보고, 그것을 Transient 시뮬레이션 조건으로 시간에 따른 변화를 보도록 해 보자. 우선 아래와 같이 새로운 sif 파일을 또 만들자.

```
$ cp ./case2.sif ./case3.sif
```

- 그리고 적당한 텍스트 편집기로 열어서, Simulation 카테고리의 조건을 아래와 같이 바꿔서 대체하자.


```
Simulation
Max Output Level = 10
Coordinate System = Cartesian
Coordinate Mapping(3) = 1 2 3
Simulation Type = Transient ! Not Steady state, But Transient
Steady State Max Iterations = 1
Output Intervals = 1
Timestepping Method = BDF
BDF Order = 1
Timestep intervals = 10 ! 1 second (0.1 seconds by 10 shots)
Timestep sizes = 0.1 ! 0.1 second intervals
Solver Input File = case3.sif ! Change sif file name
Post File = case3.vtu ! Change output file name
Coordinate Scaling = 0.001 ! Change units from milimeter to meter
End
```

- 그리고, Boundary Condition 2도 아래와 같이 변경해서 대체하자.

```
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! New Boundary Condition
Boundary Condition 2
Target Boundaries(1) = 6
Name = "Force"
Force 1 = Variable time
Real MATC "-10000*sin(tx*3.14159/10)"
Force 2 = 0
Force 3 = 0
End
```

- 위에서 Force 1부분이 바뀌었다. 즉 시간(tx)를 파라미터로 사용하고, 그 시간의 증가에 따라 Sine 곡선으로 배율 -10000배까지 1/2주기만큼 변화시키는 함수를 써 넣은 것이다.
- 또 Transient 시뮬레이션이기 때문에 초기조건(Initial condition)도 추가해 주자.

```
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! New Initial Condition
Initial Condition 1
Name = "InitialCondition 1"
Displacement 3 = 0
Displacement 2 = 0
Displacement 1 = 0
End
```

- 이 상태로 계산을 시키면, 계산은 되기는 하지만 10번의 계산을 반복해야 하므로 10배의 계산시간이 소요된다. 너무 지루하기 때문에 멀티코어 CPU의 성능을 끌어내기위해 병렬연산을 하도록 추가적인 작업을 좀 해 주자.
- 방법은 매쉬를 연산시킬 CPU 코어 개수만큼 쪼개는 것이다. 매쉬를 쪼개는 작업은 ElmerGrid에서 METIS 라이브러리를 활용해서 해 준다. 4개의 가용한 CPU 코어가 있다면, 다음 명령과 같이 4개로 쪼개고 디렉토리 경로를 맞추어준다.

```
$ ElmerGrid 2 2 ./Partition -metis 4
$ mv ./Partition/partitioning.4 ./partitioning.4
$ rm -r Partition
```

- 또, Umfpack은 METIS를 사용한 분할 계산에 적합하지 않기 때문에(실패한다), BiCGStab으로 솔버를 바꾸기 위해 case3.sif파일에서 Solver 1 카테고리 아래와 같은 내용으로 대체한다.

```
Solver 1
Equation = Linear elasticity
Calculate Stresses = True
```

```

Calculate Loads = True
Procedure = "StressSolve" "StressSolver"
Variable = -dofs 3 Displacement
Exec Solver = Always
Stabilize = True
Bubbles = False
Lumped Mass Matrix = False
Optimize Bandwidth = True
Steady State Convergence Tolerance = 1.0e-5
Nonlinear System Convergence Tolerance = 1.0e-7
Nonlinear System Max Iterations = 20
Nonlinear System Newton After Iterations = 3
Nonlinear System Newton After Tolerance = 1.0e-3
Nonlinear System Relaxation Factor = 1
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
! Actual Linear Solver Setting
Linear System Solver = Iterative           ! Change from Direct to Iterative method
Linear System Direct Method = BiCGStab     ! Change from Umfpack to BiCGStab algorithm
Linear System Max Iterations = 500         ! Parameters for BiCGStab
Linear System Convergence Tolerance = 1.0e-7 ! More wide convergence tolerance than 1e-10
BiCGStabl polynomial degree = 2
Linear System Preconditioning = Diagonal
Linear System ILUT Tolerance = 1.0e-3
Linear System Abort Not Converged = False
Linear System Residual Output = 1
Linear System Precondition Recompute = 1
End

```

- 그리고 텍스트 편집기로 ELMERSOLVER_STARTINFO의 내용을 아래와 같이 수정해 주자(ElmerSolver_mpi 실행시 이곳의 정보를 자동으로 참조하도록 되어 있다).

case3.sif

- 이제 여러개로 쪼개진 매쉬들의 접합부 노드간에 메시지를 주고받으면서 연성(Connection) 될 수 있도록 MPI 연산을 시킨다. 아래와 같이 mpirun 명령으로 4개의 CPU코어를 사용하도록 옵션을 줘서 실행시키면 된다. 계산량이 상당하므로 몇 시간 정도 소요될 것이다.

```
$ mpirun -np 4 ElmerSolver_mpi
```

- 실행 도중 다른 터미널로 top 또는 htop해서 CPU의 사용률을 보면, 4개의 CPU 코어가 100%에 달해서 총력을 기울이고 있음을 볼 수 있다. 이러한 분할 연산 전략은, 해석자(Solver)가 오래된 포트란 코드나 C코드로 개발되어 최신 멀티코어 연산에 대응하지 못할 경우, MPI를 이용하여 쪼개서 각각 계산을 시킴으로써 전체적으로 병렬연산을 하는 효과를 볼 수 있게 한다. 또한 리눅스OS는 현명하게도, 가용한 모든 4개의 CPU코어를 계산에 동원했음에도 불구하고, 이외의 다른 작업을 할때는 적절하게 자원을 배분해 주어 데스크탑 전체가 얼어붙거나 하는 일을 미연에 방지해 준다.

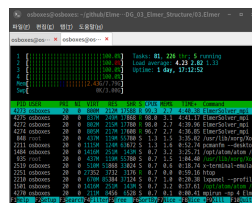


Figure 12:

- 계산이 다 되면, 다음과 같이 4개씩 짝을 지워 10샷 즉 총 40개의 vtu파일과, 쪼개진 매쉬를 붙여주는 10개의 pvtu파일이 각 샷마다 생겨있음을 볼 수 있을 것이다.

```
case30001.pvtu ... case30010.pvtu
case30001par0001.vtu case30002par0001.vtu case30003par0001.vtu case30004par0001.vtu
...
case30001par0010.vtu case30002par0010.vtu case30003par0010.vtu case30004par0010.vtu
```

- Paraview로 보면 case..pvtu로 표현되는 것이 보이는데, 이것은 10개의 샷으로 된 pvtu 파일을 모두 합쳐서 열어볼 수 있도록 된 것이다. 열어서 데이터를 가시화해 보자. 플레이 버튼을 누르면 각 샷 별로 넘어가면서 애니메이션화해서 보여질 것이다.
- 이상의 병렬연산 등 모든 작업은 사실 ElmerGUI 상에서도 가능한 수준이다. 다만 여기서는 GUI 없이 터미널 명령으로 사용하는 방법을 연습해 볼 수 있도록 설명해 보았다.

5. 맺음말

- 가장 기본적인 선형 정적 응력해석을 엘머에서 제공하는 몇 가지 방법으로 해 보았다.
- 본 편의 모델링 데이터는 다음 장소에서 다운로드 받으면 된다.

https://github.com/dymaxionkim/Elmer_Examples_for_CADG/tree/master/CADG_03_Elmer_Structure

- 본 예제를 통해 ElmerGUI를 중심으로 한 해석절차와 기본적인 기법을 습득할 수 있었다.

6. 참고 자료

- 성덕대왕신종의 부분명칭과 크기
http://blog.daum.net/_blog/BlogTypeView.do?blogid=03Pdg&articleno=15960218
- 이장무, 新羅 鐘의 設計에 관한 연구, 학술원논문집 제55집 1호 (2016)
<http://www.nas.go.kr>
- 김석현, 이종혁, 등가 중 모델을 이용한 맥놀이 주기 조절법, 한국음향학회지 제31권 제8호 (2012)
http://ocean.kisti.re.kr/download/volume/ask/GOHHBH/2012/v31n8/GOHHBH_2012_v31n8_561.pdf
- J.M.LEE, A STUDY ON THE VIBRATION CHARACTERISTICS OF A LARGE SIZE KOREAN BELL, Journal of Sound and Vibration (2002)
<http://doi.org.ololo.sci-hub.bz/10.1006/jsvi.2002.5092>