

Digital PID 제어기와 Linear Quadratic 최적 제어를 적용한 Rotating Inverted Pendulum의 자세제어에 관한 Report

98. 10. 29.

동국대학교 공과대학 기계공학과

자동제어 연구회

지도교수 : 곽문규 교수님

발 표 자 : 엄상운(93770366)

차재정(93770563)

김동호(93770081)

사 회 자 : 권세택(94)

1. 서론

도립진자 시스템 (Inverted Pendulum System)은 불안정한 동적 특성을 가지고 있는 대표적인 비선형 시스템으로서 각 제어 방법의 성능을 평가할 수 있는 수단으로 많이 활용되어왔다. 본보고서에서는 회전형 도립진자 (Rotating Inverted Pendulum) 시스템을 직접 구성하고 PID와 LQ 최적제어기를 각각 적용하여 그 성능을 평가하여 보았다.

먼저 시스템의 전체 운동에너지와 위치에너지와의 차이를 구한 다음 Lagrange Equation¹⁾을 이용하여 시스템의 선형 운동방정식을 구한다.

PID 제어기를 위해 우선 SISO 시스템으로 단순화시켜 생각하여 시스템의 전달함수를 유도해 내고, 여기에 일반적인 PID 제환제어기를 더한 폐루프전달함수를 또한 유도해 내었다. 여기서 Ruth-Hurwitz 안정도 판별법으로 안정도를 확인해 보고 가장 안정한 상태의 시스템이 될 수 있도록 파라미터를 결정하였다. 이때, 이를 시뮬레이션한 결과와 실제 실험결과와의 차이점을 분석해 보았다.

LQ 최적제어기법을 적용하기 위해서는 시스템을 상태변수 모델로 표현한 후, 이를 선형화 시켜 단순화 시키고 다시 이산화 과정을 거친 이산치 시불변 선형 상태방정식을 유도한다. 여기에 적당한 성능지수를 도입하고 이를 이용해 선형부계환제어기를 유도한다. 이것으로 시뮬레이션 결과를 검토하고 난 후 실제 시스템에 적용, 성능을 평가하여 보았다.

특히 하드웨어 제작시 각종 부품을 직접 설계 제작함으로써 제어시스템의 동작에 대한 이해를 완벽하게 할 기회가 되었고 제작 비용을 최대한 절감할 수 있었다. 그러나 이에 따른 몇가지 난점들이 발생하였는데, 이는 바로 하드웨어의 기계적, 전자적 정밀성과 성능의 한계로 말미암은 제어기의 불안정성이다. 우선 여기서는 손으로 톱퉁 치는 정도의 외란에 대해 견딜 수 있는 제어기의 설계 제작에 그 목표를 둔다.

2. 실험장치 구성

기계적인 시스템을 먼저 제작한 후에 이에 대한 해석을 하는 과정을 밟았다.

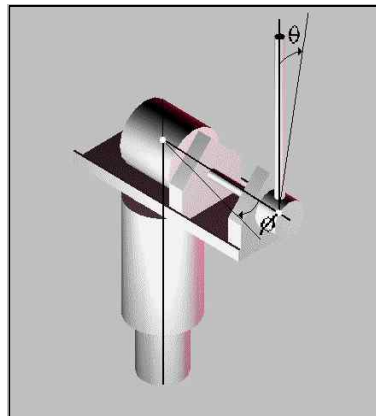


그림 1) 좌표계의 선정

1) 기계부

우선 DC-servo Motor를 직각으로 고정한 후 그 회전축에 Arm을 부착하여 각변위 ϕ 가 확보되도록 하였다. Arm의 위에는 엔코더와 이에 연결된 도립진자 (Bar)가 올라가 있어 제 2 자유도인 각변위 θ 가 확보되었다. Motor에 걸린 부하는 실험과 계산을 통하여 구해낸 값을 사용하였다.

1) 진동학의 기초 (반도 출판사, Meirovitch 저, 박문규 역) '제6장 해석동력학의 기초'참조

다음은 기계부의 주요 부품들을 나타낸 것이다. 앞으로는 여기에서 정한 부품들의 이름을 계속 사용할 것이다.

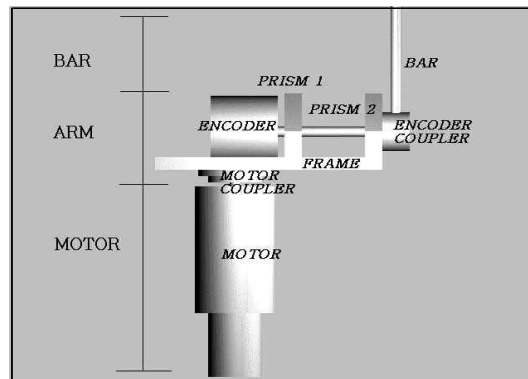


그림 2) 각부의 명칭

2) 센서부

센서는 2개의 Encoder를 사용하여 ϕ 와 θ 를 측정할 수 있도록 하였다. 엔코더의 신호는 각각의 Counter회로를 구성하여 8 bit의 데이터로 만든 후 Interface card에 전송되도록 하였다. 모터축에 직결된 엔코더는 1회전당 800 pulse의 분해능을 가지고 있으나 이를 4분주하여 1회전당 200 pulse를 카운트하도록 하였고, Bar에 연결된 엔코더는 1회전당 1000 pulse의 분해능을 가지고 있으며 이를 직접 카운트한다. 우선 계측된 신호를 인버터(74LS14)로 2회 통과시켜 잡음을 제거한 후 A상 신호는 멀티바이브레이터(74LS221)를 통하게 하고, B상은 바로 NAND(74LS00)으로 들어가게 논리 연산을 시켜 정역에 따라 펄스가 나오는 단자를 분리하였다. 그리하여 4진 카운터(74LS193) 2개 또는 3개를 직렬연결하여 8bit의 2진 카운트 데이터가 출력되도록 하였다. 74LS193은 또한 리셋할 수 있는 기능이 있어 8bit의 중간 값인 $128(=10000000_2)$ 을 DIP Switch로 설정해 준 후 리셋버튼을 눌러줌으로써 영점을 잡아줄 수 있게 되어있다.

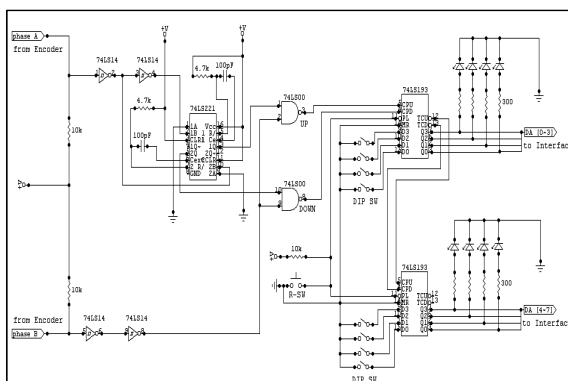


그림 4) 카운터회로 (모터 엔코더에 연결)

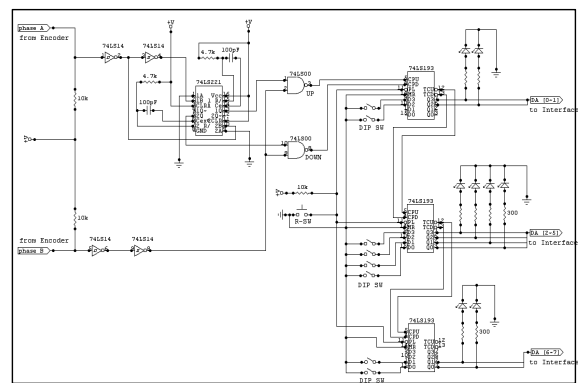


그림 3) 카운터회로 (Bar 엔코더에 연결)

3) Motor 구동부

DC-motor의 구동은 PWM(Pulse Width Modulation) 신호를 이용하였다. 이는 Interface card로부터 나온 8 bit의 신호를 PWM신호로 변환하여주는 회로를 첨가하여 구현하였으며, 이를 다시 OP-AMP를 이용하여 증폭시켜 Motor가 구동되도록 하였다. PWM 신호발생회로²⁾는 크리스탈 오실레이터로 자체 발진시킨 6MHz의 신호를 비교기(74HC85)와 2조로 연결하여 8bit 카운트할 수 있게 한 카운터(74HC193)를 이용해 입력받은 7bit 데이터에 따라 알맞게 분주해 줌으로써 PWM 신호를 발생시킬 수 있게 하였다. 따라서 제어부에서 요구한 전압값은 PWM 신호의 ON/OFF 동작된 평균전압값과 거의 근사하게 된다. 그리고 모터구동회로를 보면, PWM 신호발생회로에서 넘어온 PWM 신호를 OP-AMP를 이용해 단순히 전압증폭하여 모터를 구동시킬 전력을 공급한다. 정역신호는 따로 떼어온 1bit의 신호를 간단히 논리 연산하여 두 OP-AMP 중 하나만 ON 시킴으로써 구현한다. 여기서 사용된 OP-AMP는 PA26³⁾으로써,

2) 독립전자 시스템의 자세제어에 관한 연구 (95년 성균관대 전기공학과 석사논문, 강기원)

원래 오디오 용으로 사용되는 것이어서 하나의 칩에 두 개의 앰프가 내장되어 있고, 허용전류가 2A 정도이며 응답시간이 μs 단위로 매우 빠르므로 선택하게 되었다. 단, 따로 전류를 제한해 줄 수 있는 저항을 설치하지 않았으므로 24V를 공급해 주는 Power supply에서 1.5A로 제한해 주지 않으면 회로가 타버릴 우려가 있으므로 주의하여 야 한다.

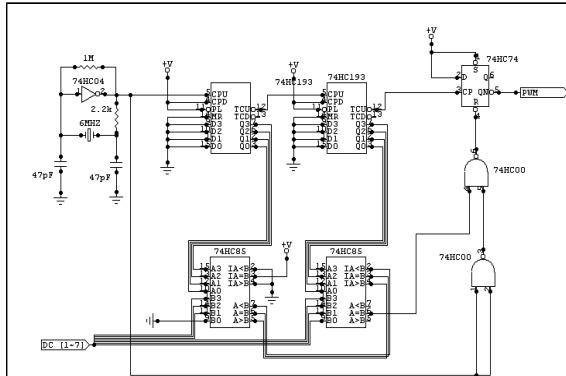


그림 6) PWM 신호발생회로

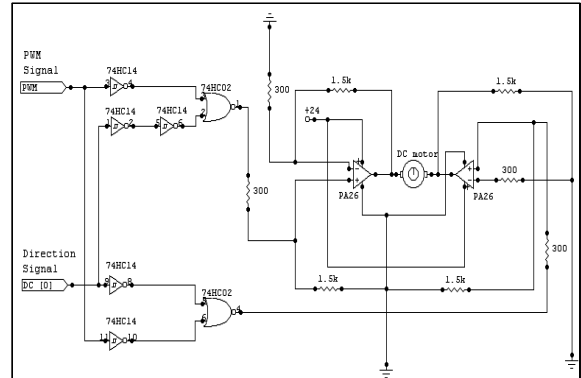


그림 5) 모터구동회로

4) Interface card⁴⁾

한 개의 8255 LSI를 사용하여 2개의 입력과 1개의 출력을 8 bit폭으로 처리하도록 하였다. 그리고, 디코더 (74F138)에 연결된 DIP 스위치를 이용하여 점유 어드레스를 선택할 수 있도록 되어있다. 8255의 2입력 1출력 모드와 점유 어드레스는 프로그램과 맞추어 주면 된다.

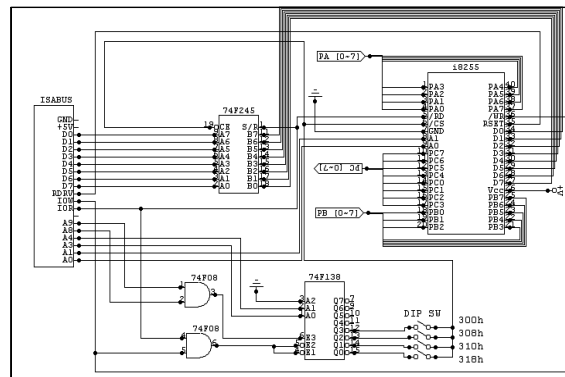


그림 7) 인터페이스 카드회로

5) 제어부

IBM PC와 DOS기반의 Borland-C compiler Version 3.0을 사용하였으며, 입출력은 Interface card를 이용하여 신속하게 이루어지도록 하였다. 참고로 실험에 사용된 PC는 150MHz의 PENTIUM 급이다.

3. 시스템의 모델링 과정

1) 운동방정식

간단한 형태로 풀이할 수 있는 Lagrange 방정식을 사용한다. 시스템은 크게 ①Arm, ②Bar, ③Motor, ④Encoder coupler의 4부분으로 나누어 모델링하였다.

3) APEX사 제품으로, 12핀의 SIP 패키지형태이다. 10kHz 이내에서는 PWM구동에 대해 만족할만한 응답을 보인다. 입력전압과 출력전압의 GND를 묶어서 함께 하고, 외부 저항값을 조절하여 전압증폭이 24V로 고정되도록 하였다.

4) PC 인터페이스 제작과 설계 (크라운출판사, 오재광)

① Arm의 운동에너지 T_{arm}

$$T_{arm} = \frac{1}{2} J_{arm} \dot{\phi}^2$$

② Bar의 운동에너지 T_{bar}

$$\begin{aligned} T_{bar} &= \frac{1}{2} m_b V_{cg}^2 \\ &= \frac{1}{2} m_b r^2 \dot{\phi}^2 - \frac{1}{2} m_b l r \dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta + \frac{1}{2} J_b \dot{\theta}^2 \end{aligned}$$

③ Motor의 운동에너지 T_{motor} 는

$$T_{motor} = \frac{1}{2} J_m \dot{\phi}^2 \text{ 이다.}$$

④ Encoder Coupler의 운동에너지 $T_{encoder\ coupler}$ 는

$$T_{ec} = \frac{J_{ez}}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{J_{ex}}{2} \dot{\theta}^2 \text{ 이다.}$$

그러므로 전체 운동에너지 T_{tot} 은

$$\begin{aligned} T_{tot} &= T_{arm} + T_{bar} + T_{motor} + T_{ec} = \frac{1}{2} [J_{tot} \dot{\phi}^2 - m_b l r \dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta + (J_b + J_{ex}) \dot{\theta}^2] \\ (J_{tot} &= J_{arm} + m_b r^2 + J_m + J_{ez}) \end{aligned}$$

으로 주어진다.

또한 Bar의 위치에너지 V 는,

$$V = m_b g \left(\frac{l}{2} \right) \cos \theta$$

으로 된다.

그러므로 Lagrangian L 은,

$$L = T_{tot} - V$$

$$= \frac{1}{2} [J_{tot} \dot{\phi}^2 - m_b l r \dot{\phi} \dot{\theta} \cos \theta + (J_b + J_{ex}) \dot{\theta}^2] - m_b g \left(\frac{l}{2} \right) \cos \theta \quad (\text{식 3-1})$$

로 주어지게 된다.

여기서 Arm이 회전한 변위 ϕ 와 Bar의 기울어진 변위 θ 를 일반화된 좌표로 선정하고 이에 대응하는 비보존력과 Lagrangian L 을 Lagrange equation에 적용하면 다음의 (식 3-2, 3)과 같은 비선형의 운동 방정식을 얻는다.

우선

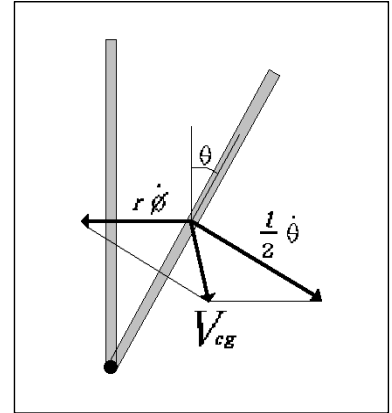


그림 8) Bar의 자유물체도

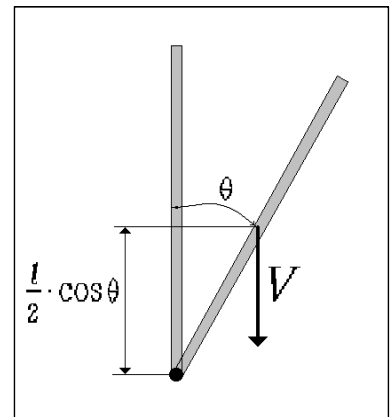


그림 9) Bar의 위치에너지

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{\Phi}}) + (\frac{\partial L}{\partial \Phi}) = T$$

로부터

$$T = J_{tot}\ddot{\Phi} - \frac{1}{2} m_b l r (\ddot{\Theta} \cos \Theta + \dot{\Theta}^2 \sin \Theta) \quad (\text{식 3-2})$$

가 주어지고 ,

$$\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{\Theta}}) + (\frac{\partial L}{\partial \Theta}) = 0$$

으로부터

$$0 = -\frac{1}{2} m_b l r \ddot{\Phi} \cos \Theta - m_b g (\frac{l}{2}) \sin \Theta + (J_b + J_{ex}) \ddot{\Theta} \quad (\text{식 3-3})$$

이 주어진다 .

(식 3-2)에서 T 는 Motor torque를 나타내므로, DC 모터가 전압에 대해 선형적인 토크를 발생 하는 것으로 가정하여

$$T = K_m u \quad (\text{식 3-4})$$

로 한다.

이제 위 (식 3-2, 3, 4)를 Taylor series를 이용해, $\Phi, \Theta = 0$ 이고 $\dot{\Phi}, \dot{\Theta} = 0$ 이라고 가정하여 선형화 하고, 각 축에 작용하는 댐핑 계수 C_Φ 와 C_Θ 를 도입하면 다음과 같은 최종 선형운동방정식을 얻게 된다.

$$\begin{bmatrix} J_{tot} & N \\ N & J_b + J_{ex} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\Phi} \\ \ddot{\Theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_\Phi & 0 \\ 0 & C_\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi \\ \Theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_m u \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{식 3-5})$$

$$(\quad N = -\frac{1}{2} m_b l r, \quad G = m_b g (\frac{l}{2}) \quad)$$

