

Санкт-Петербургский государственный университет  
Прикладная математика и информатика  
Статистическое моделирование

Федоров Никита, Понизова Вероника

## СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Конспект

Санкт-Петербург

2020

# Оглавление

<b>Глава 1. Общая часть</b>	<b>5</b>
1.1. Что такое периодограмма?	6
1.2. Что такое тренд (разные варианты определения)? Как выглядит периодограмма тренда?	6
1.3. Что такое периодическая компонента? Как выглядит ее периодограмма?	6
1.4. Что такое шум? Как выглядит его периодограмма?	6
1.5. Периодограмма как оценка спектральной плотности. Распределение значений. Сглаживание периодограммы.	6
1.6. Чем отличается сглаживание от выделения тренда?	6
1.7. Что такое линейный фильтр, импульсная характеристика? Причинный фильтр, FIR.	6
1.8. Характеристики фильтра через его воздействие на $\cos(2\pi\omega n)$ (или на комплексную экспоненту) – АЧХ, ФЧХ.	6
1.9. АЧХ фильтра скользящего среднего, зависимость от длины окна.	6
1.10. АЧХ фильтра перехода к разностям (дифференцирования).	6
1.11. Что такое запаздывание и отчего оно может возникать (на примере скользящего среднего)?	6
1.12. Смещение при сглаживании фильтром скользящего среднего. Роль второй производной.	6
1.13. Фильтр для подавления шума. Роль нормы коэффициентов фильтра.	6
1.14. Как связаны периодограммы ряда до применения фильтра и после применения фильтра?	6
1.15. Модели данных – аддитивная и мультипликативная.	6
1.16. Методы стабилизации дисперсии в разных моделях (логарифмирование, извлечение квадратного корня, ...).	6
1.17. Выделение тренда у ряда с сезонностью (выбор длины окна в скользящем среднем).	6
1.18. Переход к разностям – плюсы и минусы (устранение тренда, превращение ряда в стационарный, усиление вклада высоких частот).	6
1.19. Скользящее среднее и скользящая медиана.	6

1.20. Растекание частоты в периодограмме. Подправка длины ряда для ее устранения. . . . .	6
1.21. Выделение тренда с помощью параметрической регрессии. . . . .	6
1.22. Выделение тренда с помощью метода LOESS . . . . .	6
1.23. Нахождение огибающей периодического ряда с помощью выделения тренда. . . . .	6
1.24. Оценивание поведения дисперсии шума с помощью выделения тренда. .	6
1.25. Метод разложения Classical seasonal decomposition. . . . .	6
1.26. Метод разложения STL. . . . .	6
<b>Глава 2. Метод SSA . . . . .</b>	<b>7</b>
2.1. Как выбирать L. . . . .	8
2.2. Последовательный SSA. . . . .	8
2.3. Слабая и сильная разделимость. . . . .	8
2.4. Компоненты смешались. Как понять, это слабая или сильная разделимость? . . . . .	8
2.5. Как идентифицировать тренд? . . . . .	8
2.6. Как идентифицировать периодичность? . . . . .	8
2.7. Использование матрицы взвешенных корреляций. . . . .	8
2.8. Элементарные восстановленные компоненты. . . . .	8
2.9. Корни хар.полинома, сигнальные и лишние. . . . .	8
2.10. Оценка параметров в SSA. . . . .	8
2.11. Прогноз. . . . .	8
2.12. Доверительные интервалы. . . . .	8
2.13. Автоматическая идентификация. . . . .	8
2.14. Заполнение пропусков. . . . .	8
2.15. Теплицев SSA для стац. рядов. . . . .	8
2.16. Projection SSA, выделение лин.тренда. . . . .	8
2.17. Улучшение разделимости с помощью вращения в выбранном подпространстве: Iterative O-SSA (слабая и сильная разделимость) и DerivSSA (сильная разделимость). . . . .	8
2.18. Аппроксимация Cadzow SSA. . . . .	8

2.19. MSSA для анализа многомерных временных рядов. Когда лучше анализировать ряды вместе, а когда отдельно? . . . . .	8
2.20. 2D-SSA для разложения изображения. . . . .	8
<b>Глава 3. ARIMA и прочее. . . . .</b>	<b>9</b>
3.1. $AR(p)$ – модель, запись в виде с оператором сдвига. . . . .	9
3.2. $AR(p)$ и модель сигнала в SSA. . . . .	9
3.3. Вид автоковариационной функции $acf$ для $AR(p)$ . . . . .	9
3.4. Вид $pacf$ для $AR(p)$ . . . . .	9
3.5. Модель $MA(q)$ , вид $acf$ и $pacf$ . . . . .	9
3.6. $ARMA(p,q)$ . . . . .	9
3.7. Дифференцирование, $ARIMA(p,d,q)$ . . . . .	9
3.8. Seasonal $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)$ . . . . .	9
3.9. Exponential smoothing, модели тренда, ES и ARIMA. . . . .	9



## Глава 1

## Общая часть

- 1.1. Что такое периодограмма?
- 1.2. Что такое тренд (разные варианты определения)? Как выглядит периодограмма тренда?
- 1.3. Что такое периодическая компонента? Как выглядит ее периодограмма?
- 1.4. Что такое шум? Как выглядит его периодограмма?
- 1.5. Периодограмма как оценка спектральной плотности.  
Распределение значений. Сглаживание периодограммы.
- 1.6. Чем отличается сглаживание от выделения тренда?
- 1.7. Что такое линейный фильтр, импульсная характеристика?  
Причинный фильтр, FIR.
- 1.8. Характеристики фильтра через его воздействие на  $\cos(2\pi\omega n)$   
(или на комплексную экспоненту) – АЧХ, ФЧХ.
- 1.9. АЧХ фильтра скользящего среднего, зависимость от длины окна.
- 1.10. АЧХ фильтра перехода к разностям  
(дифференцирования).
- 1.11. Что такое запаздывание и отчего оно может возникать (на примере скользящего среднего)?
- 1.12. Смещение при сглаживании фильтром скользящего среднего. Роль второй производной.



## Глава 2

## Метод SSA

- 2.1. Как выбирать  $L$ .
- 2.2. Последовательный SSA.
- 2.3. Слабая и сильная разделимость.
- 2.4. Компоненты смешались. Как понять, это слабая или сильная разделимость?
- 2.5. Как идентифицировать тренд?
- 2.6. Как идентифицировать периодичность?
- 2.7. Использование матрицы взвешенных корреляций.
- 2.8. Элементарные восстановленные компоненты.
- 2.9. Корни хар.полинома, сигнальные и лишние.
- 2.10. Оценка параметров в SSA.
- 2.11. Прогноз.
- 2.12. Доверительные интервалы.
- 2.13. Автоматическая идентификация.
- 2.14. Заполнение пропусков.
- 2.15. Теплицев SSA для стац. рядов.
- 2.16. Projection SSA, выделение лин.тренда.
- 2.17. Улучшение разделимости с помощью вращения в выбранном подпространстве: Iterative O-SSA (слабая и



## Глава 3

## ARIMA и прочее.

3.1.  $AR(p)$  – модель, запись в виде с оператором сдвига.

3.2.  $AR(p)$  и модель сигнала в SSA.

3.3. Вид автоковариационной функции acf для  $AR(p)$ .

3.4. Вид pacf для  $AR(p)$ .

3.5. Модель  $MA(q)$ , вид acf и pacf.

3.6.  $ARMA(p,q)$ .

3.7. Дифференцирование,  $ARIMA(p,d,q)$ .

3.8. Seasonal  $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)$ .

3.9. Exponential smoothing, модели тренда, ES и ARIMA.