

15 JANVIER 2025

DÉFINITION

Une fonction récursive est une fonction qui s'appelle elle-même pour résoudre un problème. Elle divise un problème en sous-problèmes similaires mais de plus petite taille, jusqu'à atteindre une condition d'arrêt qui met fin à la récursivité.

CARACTÉRISTIQUES

- Appel récursif : La fonction s'appelle elle-même avec des arguments modifiés pour progresser vers une condition d'arrêt.
- Condition d'arrêt : Chaque fonction récursive doit avoir une condition qui termine l'appel récursif. Sans cela, la fonction diverge.

STRUCTURE GÉNÉRALE

```
def fonction(paramètres) :  
    if condition d'arrêt:  
        ...  
    else :  
        ...  
        fonction(paramètres modifiés)  
        ...
```

EXEMPLE

Calcul de la factorielle d'un nombre

La fonction factorielle est définie comme suit :

$$Factorielle(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0, \\ n(n-1)(n-2)...1 & \text{sinon.} \end{cases}$$

EXEMPLE

Calcul de la factorielle d'un nombre

Ou encore :

$$Factorielle(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n=0 \text{ (condition d'arrêt),} \\ \overbrace{n(n-1) \overbrace{(n-2)\dots 1}^{Factorielle(n-2)}}^{Factorielle(n-1)} & \text{sinon.} \end{cases}$$

EXEMPLE

Calcul de la factorielle d'un nombre

```
def factorielle(nombre) :  
    if nombre == 0:          #condition d'arrêt  
        return 1  
    else :  
        return nombre * factorielle(nombre - 1)    #appel récursif
```

Lorsqu'une fonction récursive est appelée, chaque appel est ajouté à une pile d'exécution (ou pile d'appels, en anglais "call stack"). Cette pile conserve l'état de chaque appel, jusqu'à ce qu'un appel soit terminé. Une fois terminé, l'appel est retiré de la pile, et le programme revient à l'appel précédent.

TYPES DE RÉCURSIVITÉ

Réversité simple

Une fonction s'appelle elle-même une seule fois dans son corps comme dans l'exemple de la factorielle.

TYPES DE RÉCURSIVITÉ

Récurtivité multiple

Une fonction s'appelle elle-même plusieurs fois dans son corps.

Exemple : Suite de Fibonacci

la suite de Fibonacci est définie comme suit :

$$Fibonacci(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 0, \\ 1 & \text{si } n = 1, \\ Fibonacci(n-1) + Fibonacci(n-2) & \text{sinon.} \end{cases}$$

TYPES DE RÉCURSIVITÉ

Récurtivité imbriquée

Une fonction récursive dont l'un des paramètres est un appel à la fonction elle-même.

Exemple : Fonction d'Ackermann

La fonction d'Ackermann est définie comme suit :

$$Ackermann(m, n) = \begin{cases} n + 1 & \text{si } m = 0 \text{ et } n \geq 0, \\ Ackermann(m - 1, 1) & \text{si } m > 0 \text{ et } n = 0, \\ Ackermann(m - 1, Ackermann(m, n - 1)) & \text{si } m > 0 \text{ et } n > 0, \end{cases}$$

TYPES DE RÉCURSIVITÉ

Réversibilité croisée

Deux fonctions récursives (ou plusieurs) sont dites mutuellement récursives lorsque chacune d'elles fait un appel à l'autre.

Exemple : Parité

$$pair(n) = \begin{cases} vrai & \text{si } n = 0, \\ impair(n - 1) & \text{sinon.} \end{cases}$$

$$impair(n) = \begin{cases} faux & \text{si } n = 0, \\ pair(n - 1) & \text{sinon.} \end{cases}$$