Devoir Surveillé (1 heure)

Un vecteur dans $\mathbb{R}^3$ peut être représenté par une liste de 3 éléments (coordonnées), *exemple* : $\boldsymbol{\vec{v}} = [v1, v2, v3]$. L'objectif est de programmer quelques opérations vectorielles en utilisant cette représentation.

1. Écrire une fonction $\boldsymbol{addition(v1, v2)}$ qui prend la représentation de deux vecteurs $\vec{v1}$ et $\vec{v2}$ et renvoie la représentation de $\vec{v1} + \vec{v2}$.

2. Écrire une fonction $\boldsymbol{soustraction(v1, v2)}$ qui prend deux vecteurs $\vec{v1}$ et $\vec{v2}$ et renvoie $\vec{v1} - \vec{v2}$.

3. Écrire une fonction $\boldsymbol{multiplication\_scalaire(n, v)}$ qui prend un nombre réel et un vecteur et renvoie $n\vec{v}$.

4. Écrire une fonction $\boldsymbol{norme\_euclidienne(v)}$ qui prend un vecteur et renvoie $\|\vec{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$.

5. Écrire une fonction $\boldsymbol{produit\_scalaire(v1, v2)}$ qui prend deux vecteurs v1 et v2 et renvoie $\vec{v1} \cdot \vec{v2}$.

6. Écrire une fonction $\boldsymbol{produit\_vectoriel(v1, v2)}$ qui prend deux vecteurs $\vec{v1}$ et $\vec{v2}$ et renvoie $\vec{v1} \times \vec{v2}$.

   On donne :
   $$\vec{v} \times \vec{v'} = [v_2v_3' - v_3v_2', \quad v_3v_1' - v_1v_3', \quad v_1v_2' - v_2v_1']$$
   .
   avec
   $$\vec{v} = [v_1, v_2, v_3] \quad et \quad \vec{v'} = [v_1', v_2', v_3']$$

7. Écrire une fonction $\boldsymbol{projection\_orthogonale(v1, v2)}$ qui renvoie la projection orthogonale de $\vec{v1}$ sur $\vec{v2}$.

   On donne :
   $$\vec{v}_{\vec{v'}} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{v'}}{\|\vec{v'}\|^2}\vec{v'}$$

8. Une facette (triangle) $\boldsymbol{f}$, peut être représentée par trois vecteurs partant de l'origine comme suit : $\boldsymbol{f} = [\vec{OP}_1, \vec{OP}_2, \vec{OP}_3]$.

   8.1 Écrire une fonction $\boldsymbol{barycentre(f)}$ qui prend une facette et renvoie son barycentre :
   $$\vec{OG} = \frac{\vec{OP}_1 + \vec{OP}_2 + \vec{OP}_3}{3}$$

   8.2 Écrire une fonction $\boldsymbol{normal(f)}$ qui prend une facette et renvoie son vecteur normal :
   $$\vec{n} = \frac{\vec{P_1P_2} \times \vec{P_1P_3}}{\|\vec{P_1P_2} \times \vec{P_1P_3}\|}$$

   8.3 Écrire une fonction $\boldsymbol{aire(f)}$ qui prend une facette et renvoie son aire :
   $$aire_{facette} = \frac{\|\vec{P_1P_2} \times \vec{P_1P_3}\|}{2}$$