

# **Лабораторная работа №8**

## **Модель конкуренции двух фирм**

Севастьянов Дмитрий Вадимович

## Содержание

Цель работы .....	3
Теоретическое введение .....	3
Выполнение лабораторной работы .....	8
Построение математической модели. Решение с помощью программ .....	8
Julia .....	8
Результаты работы кода на Julia .....	9
Julia .....	10
Результаты работы кода на Julia .....	11
OpenModelica .....	12
Результаты работы кода на OpenModelica.....	12
OpenModelica .....	13
Результаты работы кода на OpenModelica.....	14
Выводы .....	15
Список литературы .....	15

## Цель работы

Цель данной работы: 1. Построение графика изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1. 2. Построение графика изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

## Теоретическое введение

### Модель одной фирмы

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт длительного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют[1]. Обозначим:  $N$  – число потребителей производимого продукта.  $S$  – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.  $M$  – оборотные средства предприятия  $\tau$  – длительность производственного цикла  $p$  – рыночная цена товара  $\tilde{p}$  – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.

### Конкуренция двух фирм

#### Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы[2]. В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведется только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Уравнения

динамики оборотных средств запишем в виде:

$$\frac{dM_1}{dt} = -\frac{M_1}{\tau_1} + N_1 q \left( 1 - \frac{p}{p_{cr}} \right) p - \kappa_1$$

$$\frac{dM_2}{dt} = -\frac{M_2}{\tau_2} + N_2 q \left( 1 - \frac{p}{p_{cr}} \right) p - \kappa_2$$

где использованы те же обозначения, а индексы 1 и 2 относятся к первой и второй фирме, соответственно. Величины  $N_1$  и  $N_2$  – числа потребителей, приобретших товар первой и второй фирмы.

## Случай 2

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1 M_2$  будет отличаться [2]. Рассмотрим следующую модель:

$$\frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \left( \frac{b}{c_1} + 0,002 \right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2$$

$$\frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2$$

## Вариант 29

**Случай 1.** Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2,\end{aligned}$$

где  $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}$ ,  $a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$ ,  $b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$ ,  $c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$ ,  $c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$ .

Также введена нормировка  $t = c_1 \theta$ .

**Случай 2.** Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг

---

от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1M_2$  будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \left( \frac{b}{c_1} + 0,00019 \right) M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и

$$M_0^1 = 8.5, M_0^2 = 9.1,$$

параметрами:  $p_{cr} = 33, N = 83, q = 1$

$$\tau_1 = 27, \tau_2 = 24,$$

$$\tilde{p}_1 = 11.3, \tilde{p}_2 = 12.5$$

**Замечание:** Значения  $p_{cr}, \tilde{p}_{1,2}, N$  указаны в тысячах единиц, а значения  $M_{1,2}$  указаны в млн. единиц.

**Обозначения:**

$N$  – число потребителей производимого продукта.

$\tau$  – длительность производственного цикла

$p$  – рыночная цена товара

$\tilde{p}$  – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.

$q$  – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

$\theta = \frac{t}{c_1}$  - безразмерное время

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

# Выполнение лабораторной работы

## Построение математической модели. Решение с помощью программ

### Julia

Первый случай:

```
using DifferentialEquations
using Plots

p_cr = 33
N = 83
q = 1
tau1 = 27
tau2 = 24
p1 = 11.3
p2 = 12.5

a1 = p_cr / (tau1*tau1*p1*p1*N*q)
a2 = p_cr / (tau2*tau2*p2*p2*N*q)
b = p_cr / (tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q)
c1 = (p_cr-p1) / (tau1*p1)
c2 = (p_cr-p2) / (tau2*p2)

function Fun(du, u, p, t)
    M1, M2 = u
    du[1] = u[1]-b/c1*u[1]*u[2]-a1/c1*u[1]*u[1]
    du[2] = c2/c1*u[2]-b/c1*u[1]*u[2]-a2/c1*u[2]*u[2]
end

v = [8.5, 9.1]
time = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(Fun, v, time)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
M1 = [u[1] for u in sol.u]
M2 = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
```



```

        dpi = 300,
        legend = :topright)

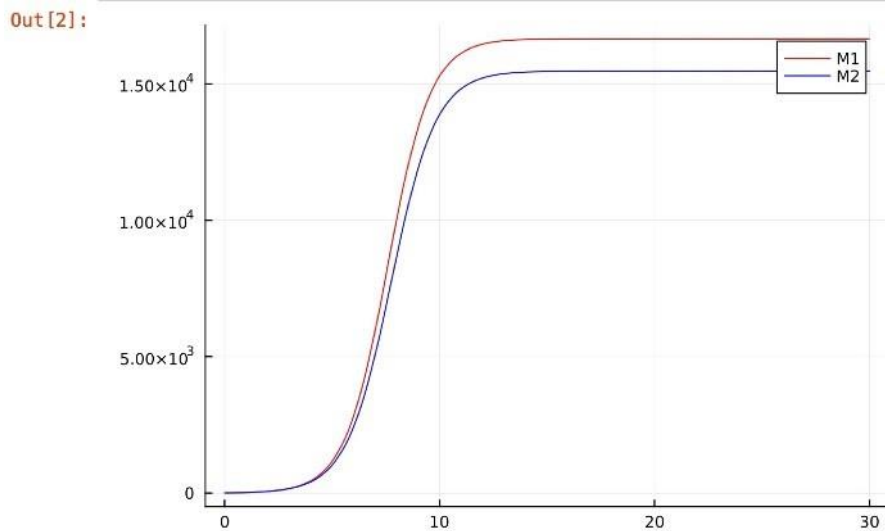
plot!(
    plt,
    T,
    M1,
    label = "M1",
    color = :red)

plot!(
    plt,
    T,
    M2,
    label = "M2",
    color = :blue)

```

### Результаты работы кода на Julia

Получим график для первого случая (рис.1)



*“Рис.1 График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1 на языке Julia”*

## Julia

### Второй случай:

```
using DifferentialEquations
using Plots

p_cr = 33
N = 83
q = 1
tau1 = 27
tau2 = 24
p1 = 11.3
p2 = 12.5

a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q)
a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q)
b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q)
c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1)
c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2)

function Fun(du, u, p, t)
    M1, M2 = u
    du[1] = u[1]-(b/c1+0.00019)*u[1]*u[2]-a1/c1*u[1]*u[1]
    du[2] = c2/c1*u[2]-b/c1*u[1]*u[2]-a2/c1*u[2]*u[2]
end

v = [8.5, 9.1]
time = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(Fun, v, time)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
M1 = [u[1] for u in sol.u]
M2 = [u[2] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 300,
    legend =:topright)

plot!(
```

```

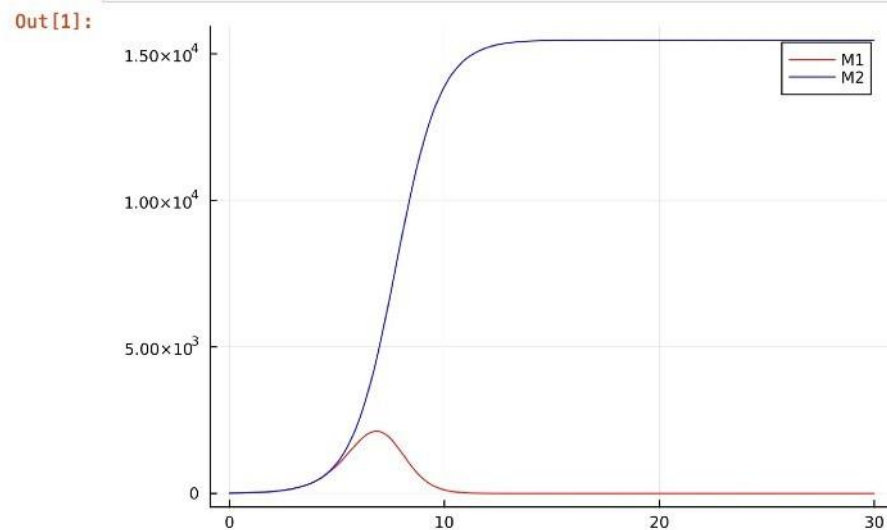
plt,
T,
M1,
label = "M1",
color = :red)

plot!(
plt,
T,
M2,
label = "M2",
color = :blue)

```

### Результаты работы кода на Julia

По аналогии с предыдущим построением получим график для второго случая (рис.2)



*“Рис.2 График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2 на языке Julia”*

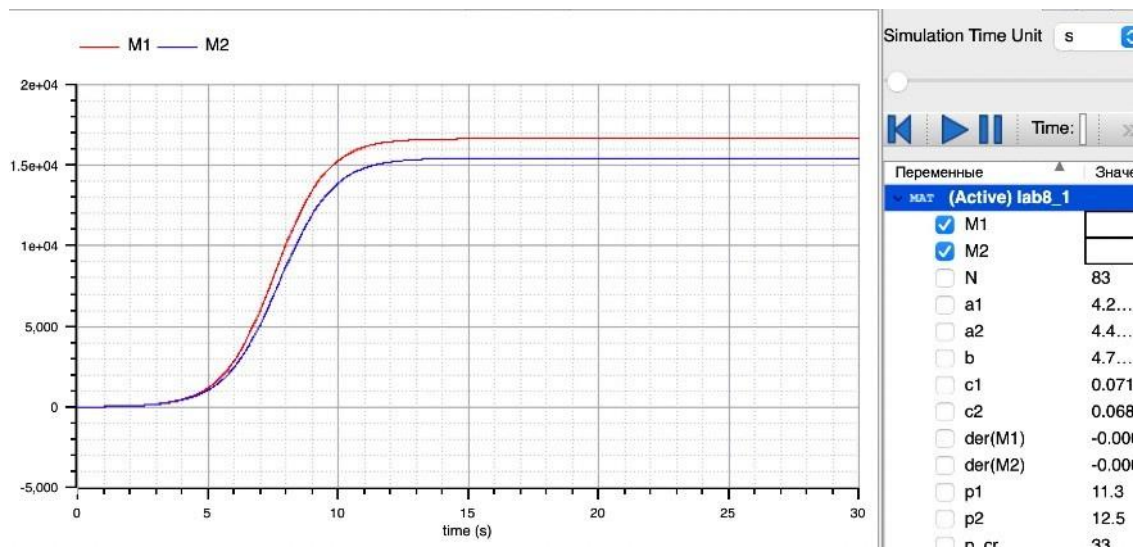
## OpenModelica

Первый случай:

```
model lab8_1
Real M1;
Real M2;
Real p_cr = 33;
Real N = 83;
Real q = 1;
Real tau1 = 27;
Real tau2 = 24;
Real p1 = 11.3;
Real p2 = 12.5;
Real a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
Real b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);
initial equation
M1 = 8.5;
M2 = 9.1;
equation
der(M1) = M1-b/c1*M1*M2-a1/c1*M1*M1;
der(M2) = c2/c1*M2-b/c1*M1*M2-a2/c1*M2*M2;
end lab8_1;
```

## Результаты работы кода на OpenModelica

Получим график для первого случая (рис.3)



*“Рис.3 График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1 на языке OpenModelica”*

## OpenModelica

Второй0 случай0:

```

model lab8_2
Real M1;
Real M2;
Real p_cr = 33;
Real N = 83;
Real q = 1;
Real tau1 = 27;
Real tau2 = 24;
Real p1 = 11.3;
Real p2 = 12.5;
Real a1 = p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
Real a2 = p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
Real b = p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);
initial equation
M1 = 8.5;
M2 = 9.1;

```

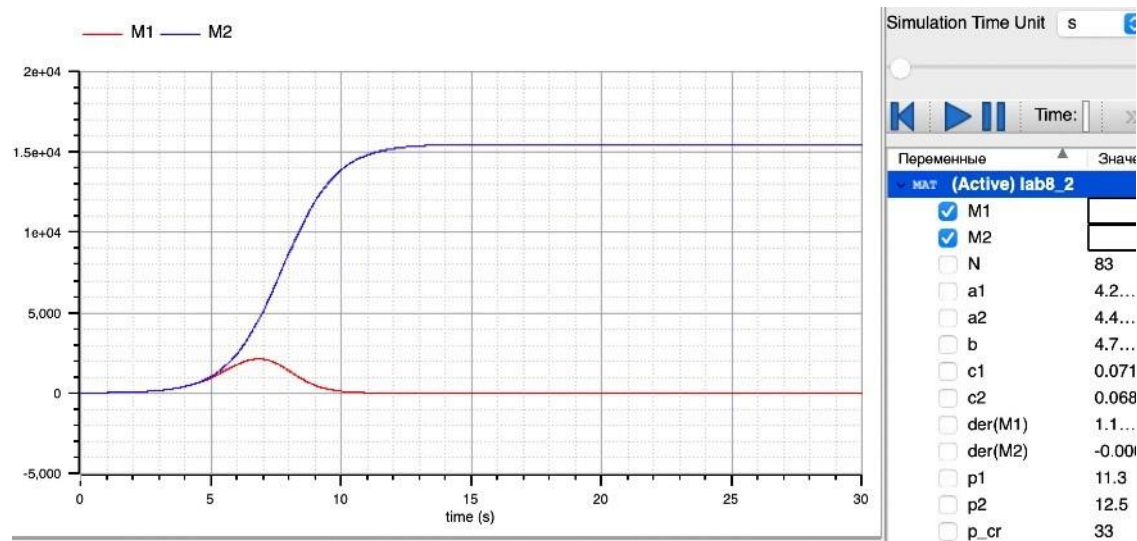
equation

$$\text{der}(M1) = M1 - (b/c1 + 0.00019) * M1 * M2 - a1/c1 * M1 * M1;$$
$$\text{der}(M2) = c2/c1 * M2 - b/c1 * M1 * M2 - a2/c1 * M2 * M2;$$

end lab8\_2;

### Результаты работы кода на OpenModelica

По аналогии с предыдущим построением получим график для второго случая (рис.4)



“Рис.4 График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2 на языке OpenModelica”

## Выводы

В ходе проделанной работы были построены: 1. График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1. 2. График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2. На языке Julia реализация кода объемнее, чем на языке OpenModelica.

## Список литературы

- [1] ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНКУРЕНЦИИ ДВУХ ФИРМ НА ОДНОРОДНОМ РЫНКЕ:  
<https://natural-sciences.ru/ru/article/view?id=14730&ysclid=lfy5n3s35h687499253>
- [2] Руководство к лабораторной работе: [https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971672/mod\\_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%207.pdf](https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971672/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%207.pdf)