Лабораторная работа № 6

Задача об эпидемии

Севастьянов Дмитрий Вадимович

Содержание

Цель работы 3

Теоретическое введение 3

Задание 4

Выполнение лабораторной работы 5

Построение математической модели. Решение с помощью программ 5

Julia 5

Результаты работы кода на Julia 6

Julia 7

Результаты работы кода на Julia 8

OpenModelica 9

Результаты работы кода на OpenModelica 10

Выводы 12

Список литературы 12

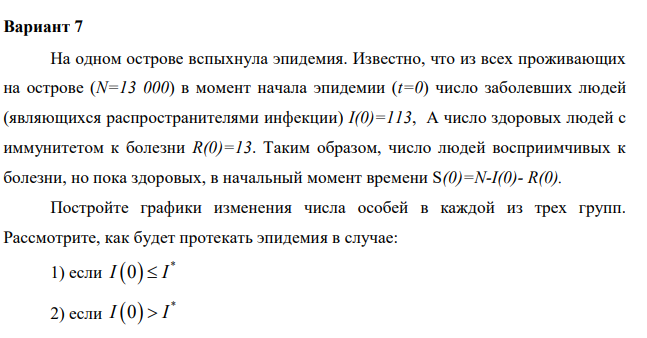
Цель работы

Целью данной работы является построение модели эпидемии.

Теоретическое введение

Рассмотрим простейшую модель эпидемии SIR [1]. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I\*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда I(t) > I\*, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. [2]

Задание

“Вариант 7”

Выполнение лабораторной работы

Построение математической модели. Решение с помощью программ

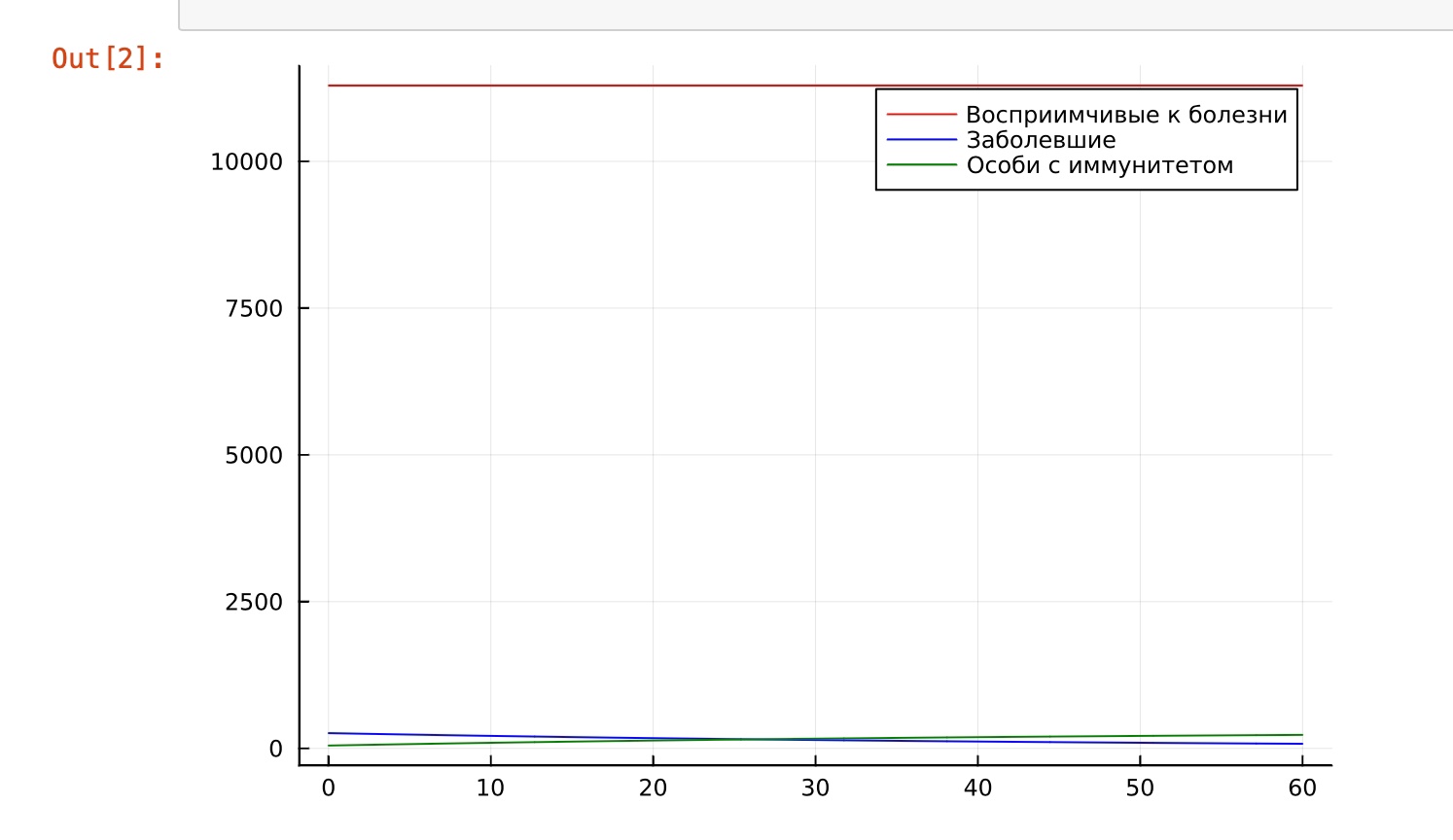
Julia

Первый случай:

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
N = 13000  
I0 = 113  
R0 = 13  
S0 = N - I0 - R0  
a = 0.01  
b = 0.02  
  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 S, I, R = u;  
 du[1] = 0  
 du[2] = -b\*u[2]  
 du[3] = b\*u[2]  
end  
  
v0 = [S0, I0, R0]  
tspan = (0.0, 60.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)  
S = [u[1] for u in sol.u]  
I = [u[2] for u in sol.u]  
R = [u[3] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt = plot(  
 dpi = 300,  
 legend =:topright)  
  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 S,  
 label = "Восприимчивые к болезни",  
 color = :red)  
  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 I,  
 label = "Заболевшие",  
 color = :blue)  
  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 R,  
 label = "Особи с иммунитетом",  
 color = :green)

Результаты работы кода на Julia

Построим графики численности особей трех групп S, I, R для первого случая (рис.1)



“Рис.1 Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, когда больные изолированы”

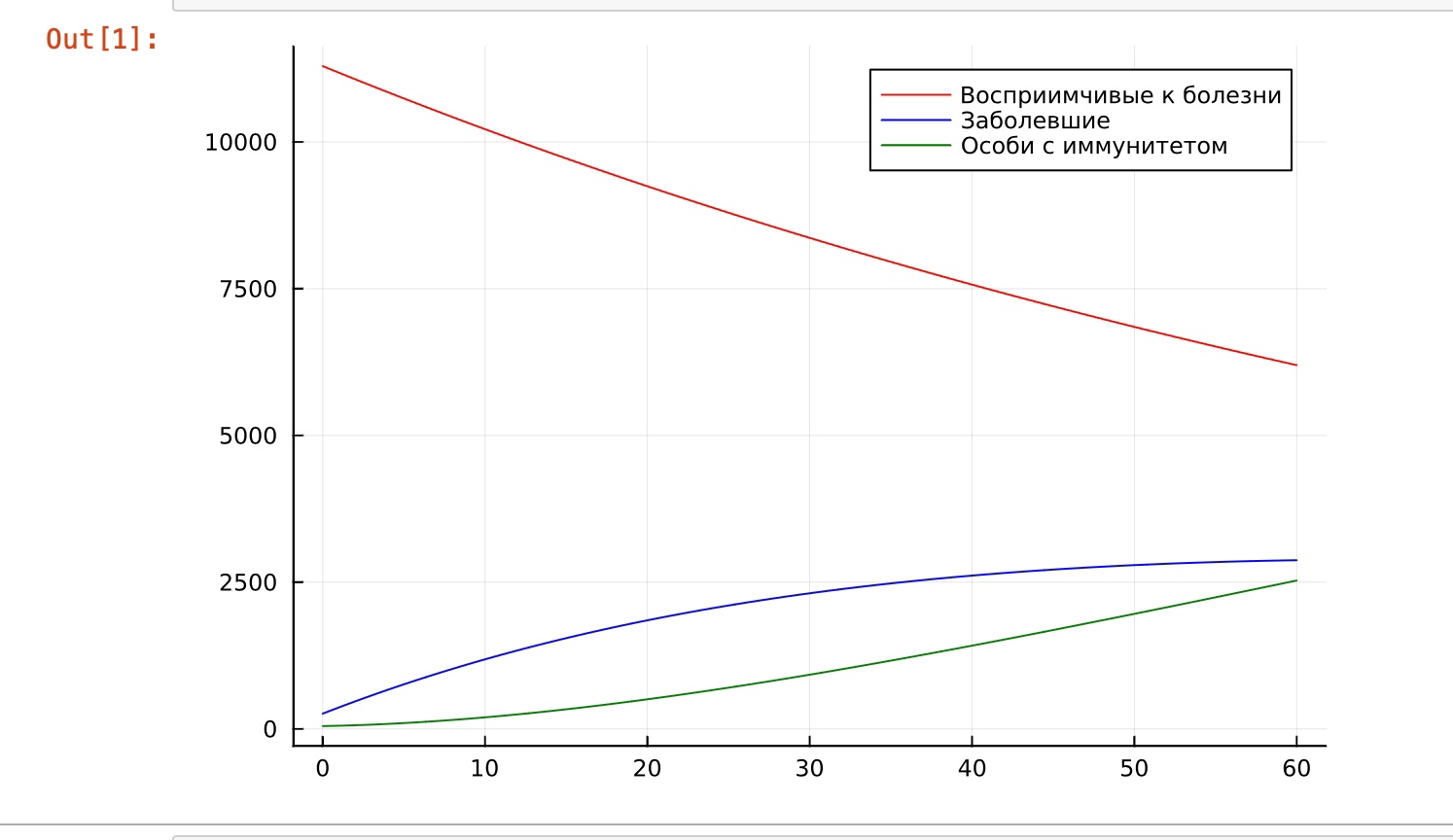
Julia

Второй случай:

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
N = 13000  
I0 = 113  
R0 = 13  
S0 = N - I0 - R0  
a = 0.01  
b = 0.02  
  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 S, I, R = u;  
 du[1] = -a\*u[1]  
 du[2] = a\*u[1]-b\*u[2]  
 du[3] = b\*u[2]  
end  
  
v0 = [S0, I0, R0]  
tspan = (0.0, 60.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)  
S = [u[1] for u in sol.u]  
I = [u[2] for u in sol.u]  
R = [u[3] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt = plot(  
 dpi = 300,  
 legend =:topright)  
  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 S,  
 label = "Восприимчивые к болезни",  
 color = :red)  
  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 I,  
 label = "Заболевшие",  
 color = :blue)  
  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 R,  
 label = "Особи с иммунитетом",  
 color = :green)

Результаты работы кода на Julia

По аналогии с предыдущим построением получим получим графики для второго случая (рис.2)



“Рис.2 Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на Julia, для случая, когда больные могут заражать особей группы S”

OpenModelica

Первый случай:

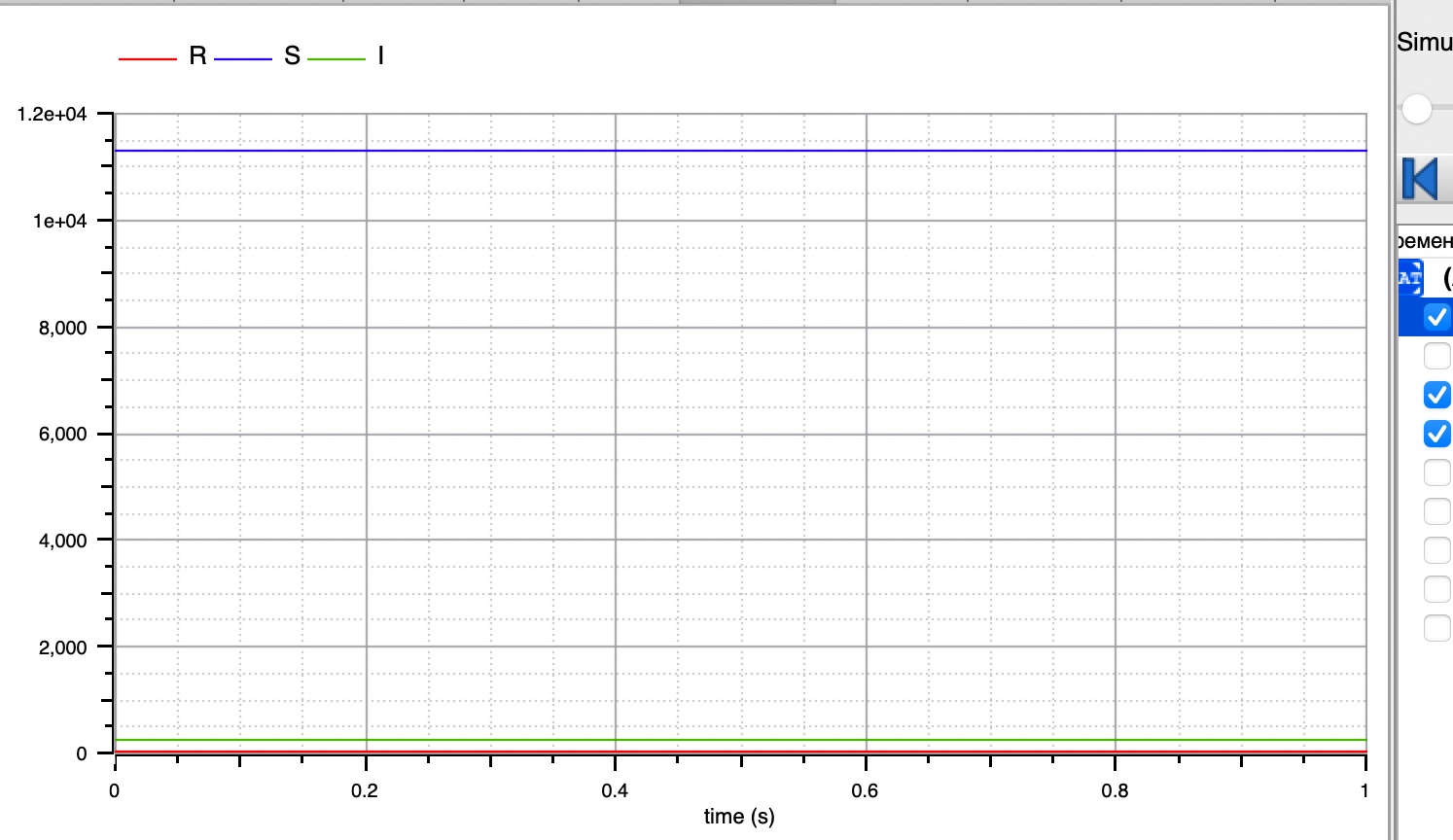
model lab6\_1  
Real N = 13000;  
Real I;  
Real R;  
Real S;  
Real a = 0.01;  
Real b = 0.02;  
initial equation  
I = 113;  
R = 13;  
S = N - I - R;  
equation  
der(S) = 0;  
der(I) = -b\*I;  
der(R) = b\*I;  
end lab6\_1;

Второй случай:

model lab6\_2  
Real N = 13000;  
Real I;  
Real R;  
Real S;  
Real a = 0.01;  
Real b = 0.02;  
initial equation  
I = 113;  
R = 13;  
S = N - I - R;  
equation  
der(S) = -a\*S;  
der(I) = a\*S-b\*I;  
der(R) = b\*I;  
end lab6\_2;

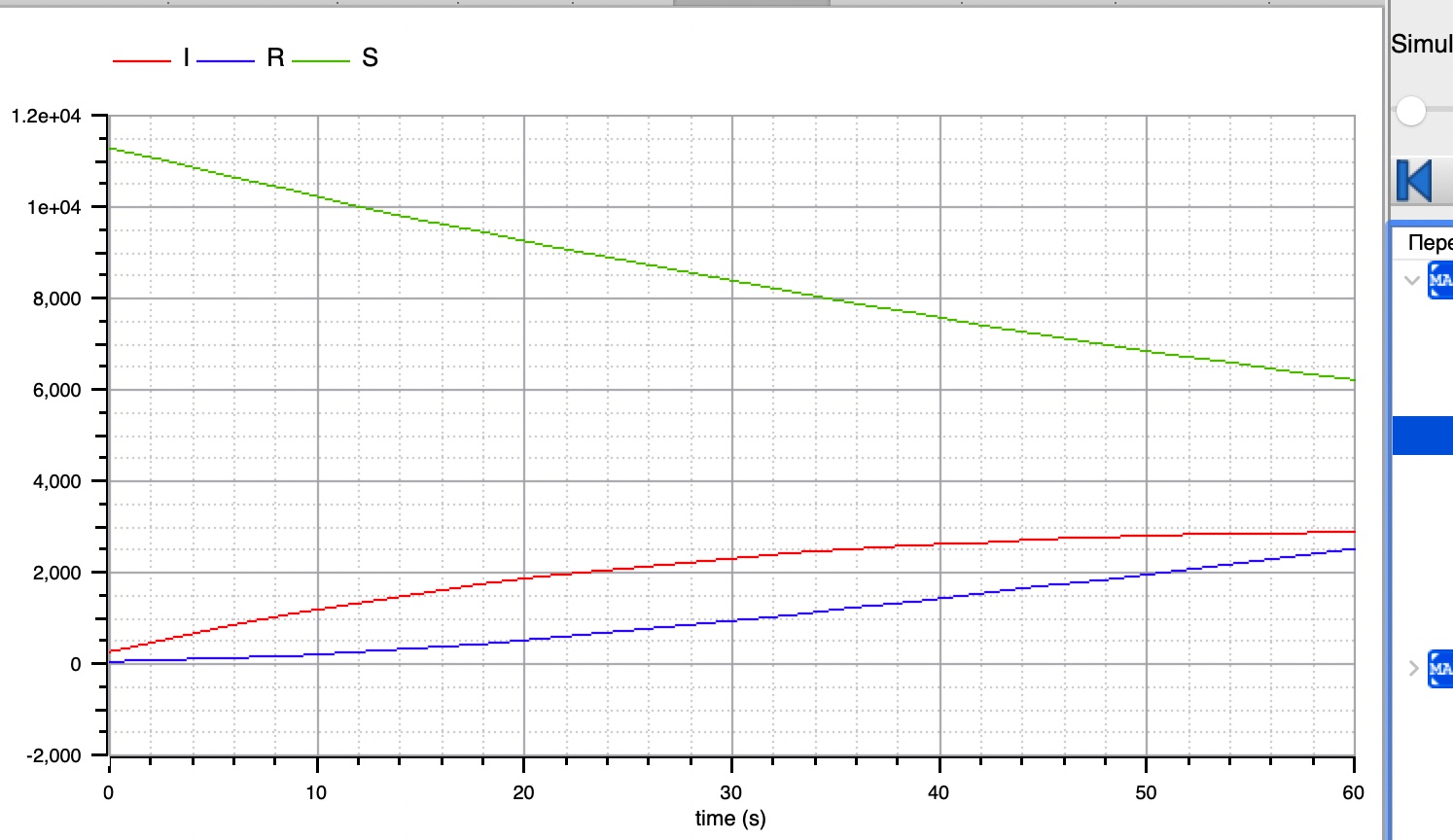
Результаты работы кода на OpenModelica

Построим графики численности особей трех групп S, I, R для первого случая (рис.3)



“Рис.3 Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на OpenModelica, для случая, когда больные изолированы”

По аналогии с предыдущим построением получим получим графики для второго случая (рис.4)



“Рис.4 Графики численности особей трех групп S, I, R, построенные на OpenModelica, для случая, когда больные могут заражать особей группы S”

Выводы

В итоге проделанной работы мы построили графики зависимости численности особей трех групп S, I, R для случаев, когда больные изолированы и когда они могут заражать особей группы S, на языках Julia и OpenModelica. Построение модели эпидемии на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени t по умолчанию, что упрощает нашу работу.

Список литературы

[1] Конструирование эпидемиологических моделей. Habr: https://habr.com/ru/post/551682/

[2] Руководство к лабоарторной работе: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971664/mod\_resource/content/2/%D0%9B%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F%20%D1%80%D0%B0%D0%B1%D0%BE%D1%82%D0%B0%20%E2%84%96%205.pdf