

2. Računski zadaci

Uputa: Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

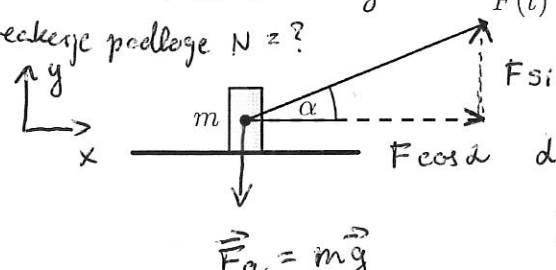
Računski zadatak 2.1

$$x_c = 0, \quad v(t_c) = v(0) = 0 \text{ m/s} \rightarrow F_{tr} = 0 \text{ N} \quad \checkmark$$

U trenutku $t = 0$ sila iznosa $F(t) = kt$ počne djelovati na malo tijelo mase m koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi (k je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut α (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.

$\vec{m}\vec{a} = \vec{m}\vec{g} + \vec{F}(t)$ sila reakcije podloge $N = ?$
 $\begin{cases} m a_x = F \cos \alpha \\ m a_y = F \sin \alpha - mg = 0 \end{cases}$
 $\rightarrow F \sin \alpha = mg$
 do trenutka odvajanja od podloge
 tijelo se giba samo "po α osi"

$\sin \alpha = \frac{F_y}{F}$
 $\cos \alpha = \frac{F_x}{F}$
 $\alpha = \arcsin\left(\frac{F_y}{F}\right) = \arccos\left(\frac{F_x}{F}\right)$
 $\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow m = \frac{\sum \vec{F}}{\vec{a}}$
 $s = \frac{at^2}{2} + v_0 t + x_0$



• kada ne bismo zanemarili silu trenja

$x: m a_x = F \cos \alpha - F_{tr} = F \cos \alpha - \mu N = F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha \quad | : m$
 $y: m a_y = F \sin \alpha - mg = 0 \quad \rightarrow a = \frac{1}{m} (F \cos \alpha - \mu (mg - F \sin \alpha))$

\rightarrow komponente

$$m(a_x + a_y) = F \cos \alpha + F \sin \alpha - mg$$

$$F \sin \alpha > mg$$

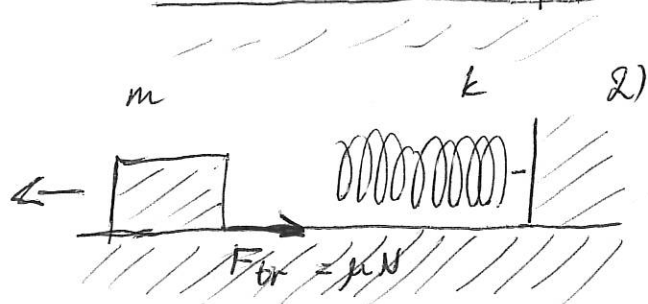
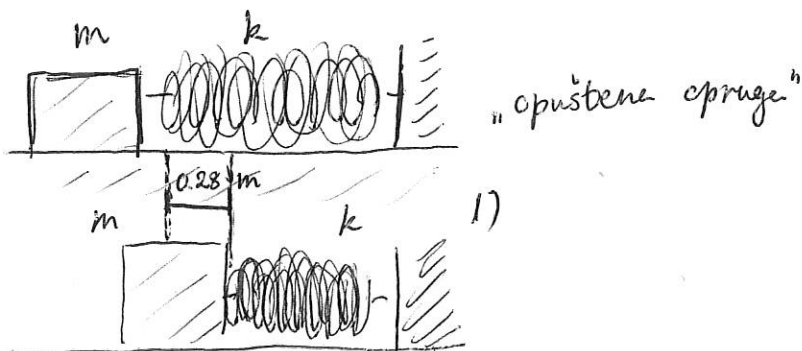
$$m a \sin \alpha > mg \quad | : m$$

$$\sin \alpha > g$$

$$\sin \alpha - g > 0$$

Računski zadatak 2.2

Opruga zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti $k = 45 \text{ N/m}$, postavljena je horizontalno tako da je jednim krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase $m = 1.6 \text{ kg}$. U početnom položaju opruga je sabijena za 0.28 m . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja $\mu = 0.3$. Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?



$$v_{\max} = ?$$

$$\frac{1}{2} k x^2 + W_{\text{fr}} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\frac{1}{2} k x^2 + \overbrace{\mu m g l}^{F_{\text{fr}}} = \frac{1}{2} m v^2 \quad l = 0.28 \text{ m}$$

$$k x^2 + 2 \mu m g l = m v^2 \quad \left/ \frac{d}{dv} \right. \Rightarrow 0 + 0 = 2 m v \quad \frac{d}{dv} = 0 \Rightarrow v_{\max} = 0 \text{ m/s}$$

$$v^2 = \frac{1}{m} (k x^2 + 2 \mu m g l)$$

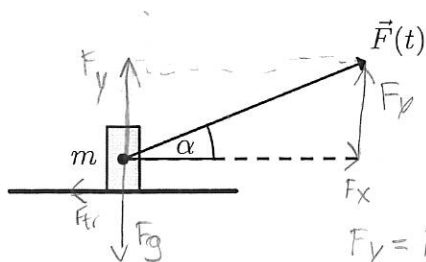
2. Računski zadaci

Uputa: Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

Računski zadatak 2.1

U trenutku $t = 0$ sila iznosa $F(t) = kt$ počne djelovati na malo tijelo mase m koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi (k je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut α (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.

$$s = ?$$



$$s = \frac{1}{2} a t^2$$

$$\begin{aligned} F_y &= F \sin \alpha \\ &= k t \sin \alpha \\ F_x &= F \cos \alpha \end{aligned}$$

$$F_y > F_g \rightarrow F_y - F_g$$

$$F_x = F_x - F_{cr} = F \cos \alpha - \mu m g$$

$$\vec{F} = (F_x - F_{cr})\hat{x} + (F_y - F_g)\hat{y}$$

Trenutak kada se odvoji od podloge

$$F = F_x, \quad F_{cr} = 0$$

$$\begin{aligned} m a &= k t \cos \alpha \rightarrow t = \frac{m a}{k \cos \alpha} \\ m a &= k t \sin \alpha - m g \end{aligned}$$

$$k t \cos \alpha = k t \sin \alpha - m g$$

$$k t \sin \alpha = k t \cos \alpha + m g$$

$$k t (\sin \alpha - \cos \alpha) = m g$$

$$t = \frac{m g}{k (\sin \alpha - \cos \alpha)}$$

$$m a = \mu m g \cos \alpha$$

$$a = \frac{g \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{g \cos \alpha}{\sin \alpha - \sin(\alpha - 90^\circ)} = \frac{g \cos \alpha}{\sqrt{2} \cos(\alpha - 45^\circ)}$$

$$\cos \alpha = \sin(\alpha - 90^\circ)$$

$$\sin \alpha - \sin(\alpha - 90^\circ) = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \alpha - 90^\circ}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \alpha + 90^\circ}{2}\right)$$

$$= 2 \cos\left(\frac{2\alpha - 90^\circ}{2}\right) \cdot \sin(45^\circ) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{2\alpha - 90^\circ}{2}\right)$$

$$\sin \alpha = \cos(\alpha + 90^\circ)$$

$$= \sqrt{2} \cos(\alpha - 45^\circ)$$

$$m a =$$

Računski zadatak 2.2

Opruga zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti $k = 45 \text{ N/m}$, postavljena je horizontalno tako da je jednim krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase $m = 1.6 \text{ kg}$. U početnom položaju opruga je sabijena za 0.28 m . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja $\mu = 0.3$. Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?

$$k = 45 \text{ N/m}$$

$$m = 1.6 \text{ kg}$$

$$\mu = 0.3$$

$$x_1 = 0.28 \text{ m}$$

$$v_0 = 0 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{maks}} = ?$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + W_{\text{tr}}$$

$$W = F \cdot s$$

$$W_{\text{tr}} = F_{\text{tr}} \cdot s$$

$$= \mu mg s$$

$$E = \frac{kx^2}{2} = \frac{45 \cdot 0.28^2}{2} = 1.764 \text{ J}$$

Kada se zaustavi

$$E = W_{\text{tr}} = \mu mg \cdot s \Rightarrow s = \frac{E}{\mu mg} = \frac{1.764}{0.3 \cdot 1.6 \cdot 9.81} = 0.37 \text{ m}$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + W_{\text{tr}} \quad s =$$

$$kx^2 = mv^2 + 2W_{\text{tr}}$$

$$mv^2 = kx^2 - 2W_{\text{tr}}$$

$$v = \sqrt{\frac{kx^2 - 2W_{\text{tr}}}{m}} = \sqrt{\frac{kx^2 - 2\mu mgs}{m}} = 0.16 \text{ m/s} \quad \text{X}$$

U početku

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \quad \text{jer kinetička onda prevladava trenje, a potencijalna}$$

elastična se prenese u kinetičku.

$$kx^2 = mv^2$$

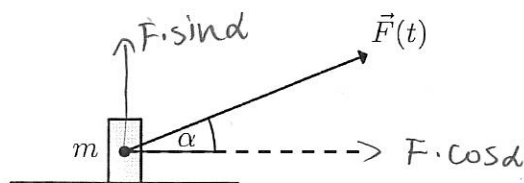
$$v = x \sqrt{\frac{k}{m}} = 1.48 \text{ m/s} = v_{\text{maks}} \rightarrow \text{Rješenje}$$

2. Računski zadaci

Uputa: Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

Računski zadatak 2.1

U trenutku $t = 0$ sila iznosa $F(t) = kt$ počne djelovati na malo tijelo mase m koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi (k je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut α (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.



$$m \cdot a = kt$$

$$\bar{a} = \frac{kt}{m}$$

$$\frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{kt}{m}$$

$$d\bar{v} = \frac{kt}{m} dt \quad | \int$$

$$\int_{v_0=0}^v d\bar{v} = \int_0^t \frac{kt}{m} dt$$

$$\bar{v} = \frac{kt^2}{2m}$$

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{kt^2}{2m}$$

$$d\bar{r} = \frac{kt^2}{2m} dt$$

$$\bar{r} = \frac{kt^3}{6m}$$

$$\vec{F}(t) = F \cos \alpha \hat{x} + F \sin \alpha \hat{y}$$

$$S = \int_0^t v(t) dt$$

$$\bar{a}_x = F \cos \alpha \hat{x} \quad \bar{a}_y = F \sin \alpha \hat{y}$$

$$d\bar{v}_x = \frac{F \cos \alpha}{m} dt$$

$$d\bar{v}_x = \frac{kt \cos \alpha}{m} dt$$

$$v_x = \frac{kt^2 \cos \alpha}{2m}$$

$$v_y = \frac{kt^2 \sin \alpha}{2m}$$

$$dx = \frac{kt^2 \cos \alpha}{2m} dt$$

$$dy = \frac{kt^2 \sin \alpha}{2m} dt$$

$$y = \frac{kt^3 \sin \alpha}{6m}$$

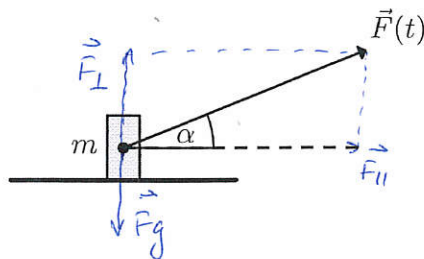
$$\frac{kt^3 \sin \alpha}{6m} > 0$$

2. Računski zadaci

Uputa: Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

Računski zadatak 2.1

U trenutku $t = 0$ sila iznosa $F(t) = kt$ počne djelovati na malo tijelo mase m koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi (k je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut α (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.



2.1. $F(t) = k \cdot t$
 $s = ?$

$$\cos \alpha = \frac{F_{11}}{F} \quad F_{11} = F \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{F_1}{F} \quad F_1 = F \cdot \sin \alpha$$

(kako je F_1 veći od F_g ?)

Gleda se do trenutka kada je $F_1 \geq F_g$.

$$F_1 = F_g$$

$$F(t) \cdot \sin \alpha = m \cdot g$$

$$k \cdot t \cdot \sin \alpha = m \cdot g$$

$$t = \frac{m \cdot g}{k \cdot \sin \alpha} \Rightarrow \tau = \frac{m \cdot g}{k \cdot \sin \alpha}$$

Horizontalna os:

$$F = F_{11}$$

$$m \cdot dt = F(t) \cdot \cos \alpha$$

$$m \cdot dt = k \cdot t \cdot \cos \alpha$$

odvazda

$$a(t) = \frac{k \cdot t \cdot \cos \alpha}{m}$$

$$v(t) = v(0) + \int_0^t a(t') dt'$$

$$v(t) = \int_0^t \frac{k t' \cos \alpha}{m} dt' = \frac{k t^2 \cos \alpha}{2m}$$

$$r(t) = r(0) + \int_0^t v(t') dt' = \int_0^t \frac{k t'^2 \cos \alpha}{2m} dt'$$

$$r(t) = \frac{k t^3 \cos \alpha}{6m}$$

$$r(\tau) = \frac{k \cdot \tau^3 \cdot \cos \alpha}{6m} = \frac{k \cdot m^3 \cdot g^3 \cdot \cos \alpha}{k^3 \cdot \sin^3 \alpha \cdot 6 \cdot m} = \frac{m^2}{k^2} \cdot \frac{g^3 \cdot \cos \alpha}{6 \cdot \sin^3 \alpha}$$

$$r(\tau) = \frac{1}{6} \cdot \frac{m^2 g^3 \cos \alpha}{k^2 \sin^3 \alpha}$$

$$\text{za } \alpha \in (0, \frac{\pi}{2}) \rightarrow r(\tau) > 0 \Rightarrow r(\tau) = s$$

Računski zadatak 2.2

Opruga zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti $k = 45 \text{ N/m}$, postavljena je horizontalno tako da je jednim krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase $m = 1.6 \text{ kg}$. U početnom položaju opruga je sabijena za 0.28 m . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja $\mu = 0.3$. Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?

2.2.

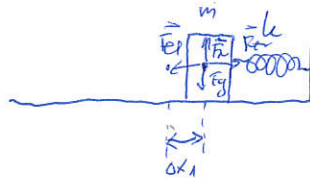
$$k = 45 \text{ N/m}$$

$$m = 1.6 \text{ kg}$$

$$\Delta x = 0.28 \text{ m}$$

$$\mu = 0.3$$

$$v_{\text{max}} = ?$$



$$F_g = F_N$$

$$F_w = m \cdot g$$

$$F_{tr} = F_N \cdot \mu = F_g \cdot \mu = m \cdot g \cdot \mu$$

$$E_p = E_u + W_{tr}$$

$$\frac{k \cdot \Delta x^2}{2} = \frac{m \cdot v_m^2}{2} + F_{tr} \cdot \Delta x$$

$$\frac{k \cdot \Delta x^2}{2} = \frac{m v_m^2}{2} + m \cdot g \cdot \mu \cdot \Delta x$$

$$\frac{m \cdot v_m^2}{2} = \frac{k \Delta x^2}{2} - m \cdot g \cdot \mu \cdot \Delta x \quad | \cdot 2$$

$$m v_m^2 = k \Delta x^2 - 2 m g \mu \cdot \Delta x \quad | : m$$

$$v_m^2 = \frac{k}{m} \cdot \Delta x^2 - 2 g \mu \Delta x \quad | \sqrt{\quad}$$

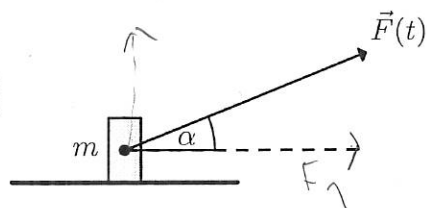
$$v_m = \sqrt{\frac{k}{m} \Delta x^2 - 2 g \mu \Delta x} = \sqrt{\frac{45 \text{ N/m}}{1.6 \text{ kg}} (0.28 \text{ m})^2 - 2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0.3 \cdot 0.28 \text{ m}} = \underline{\underline{0.746 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

računski zadaci

Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati i prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

računski zadatak 2.1

U trenutku $t = 0$ sila iznosa $F(t) = kt$ počne djelovati na malo tijelo mase m koje miruje na glatkoj horizontalnoj podlozi (k je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut α (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.



tada - trenutak odvajanja

$$= F(t) \cdot \cos \alpha$$

$$v = \int_0^t k t \cos \alpha dt$$

$$= \frac{k}{2} t^2 \cos \alpha$$

$$= \frac{k}{2m} t^2 \cos \alpha$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{k}{2m} t^2 \cos \alpha$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t \frac{k}{2m} t^2 \cos \alpha dt$$

$$x = \frac{k}{6m} t^3 \cos \alpha$$

put koji je tijelo prešlo do trenutka odvajanja

ski zadatak 2.2

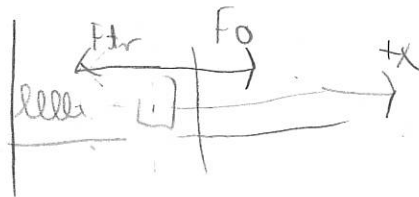
zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti $k = 45 \text{ N/m}$, postavljena je horizontalno tako da je krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase $m = 1.6 \text{ kg}$. U početnom u opruga je sabijena za 0.28 m . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž talne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja μ . Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?

$$5 \text{ N/m}$$

$$= 1.6 \text{ kg}$$

$$3$$

$$.28 \text{ m}$$



$$F = F_0 - F_{tr} = -kx - \mu mg$$

$$ma = -kx - \mu mg$$

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x - \mu g$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{kx^2}{2} - F_{tr} \cdot x \quad | \cdot 2$$

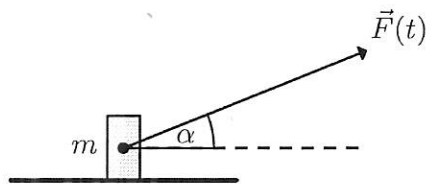
$$v = \sqrt{\frac{k}{m}x^2 - 2\mu g x} = 0.716 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2. Računski zadaci

Uputa: Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

Računski zadatak 2.1

U trenutku $t = 0$ sila iznosa $F(t) = kt$ počne djelovati na malo tijelo mase m koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi (k je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut α (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.



$$F(t) = kt$$

$$m \cdot a = k \cdot t \cdot \cos \alpha$$

$$E_{\text{početno}} = 0$$

$$\Rightarrow W = \frac{mv^2}{2}$$

$$F(t) \cdot s = \frac{mv^2}{2}$$

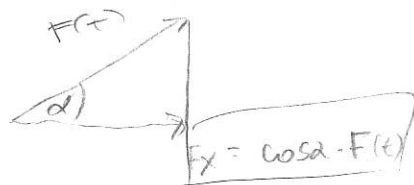
$$\frac{F(t)}{m} = \frac{v}{t} \quad \alpha = \frac{v}{t}$$

$$v = \frac{F(t) \cdot t}{m}$$

$$s = \frac{mv^2}{2F(t)}$$

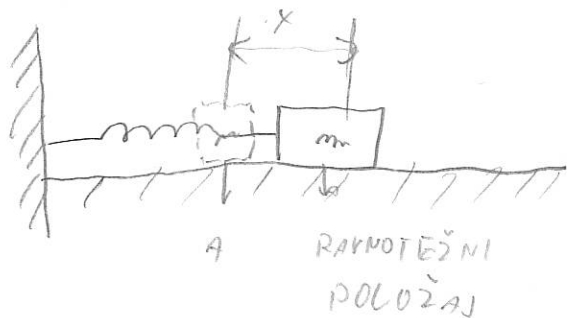
$$s = \frac{m \cdot \left(\frac{F(t) \cdot t}{m} \right)^2}{2F(t)}$$

$$s = \frac{m \cdot \frac{F(t)^2 \cdot t^2}{m^2}}{2F(t)} = \frac{F(t)^2 \cdot t^2}{2F(t)m} = \frac{F(t) \cdot t^2}{2m} = \frac{k \cdot t \cdot \cos \alpha \cdot t^2}{2m} = \boxed{\frac{kt^3 \cos \alpha}{2m}}$$



Računski zadatak 2.2

Opruga zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti $k = 45 \text{ N/m}$, postavljena je horizontalno tako da je jednim krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase $m = 1.6 \text{ kg}$. U početnom položaju opruga je sabijena za 0.28 m . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja $\mu = 0.3$. Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?



$$k = 45 \text{ N/m}$$

$$m = 1.6 \text{ kg}$$

$$A = 0.28 \text{ m}$$

$$\mu = 0.3$$

$$F_{\text{tr}} = F_{\text{PRIGUŠENJE}} = g \cdot m \cdot \mu = -b_{\text{max}}$$

$$F_{\text{OPRUGA}} = k \cdot (A - x) \quad F_p - F_0 = F_R = m \cdot a$$

$$a = \frac{F_R}{m}$$

$$F_p = F_0$$

$$v = \frac{F_R}{m} \cdot t$$

$$g \cdot m \cdot \mu = k(A - x)$$

$$v_{(0.17)} = v_{\text{max}}$$

$$kA - kx = g \cdot m \cdot \mu$$

$$-x = \frac{g \cdot m \cdot \mu - kA}{k}$$

$$x = 0.17 \text{ m}$$

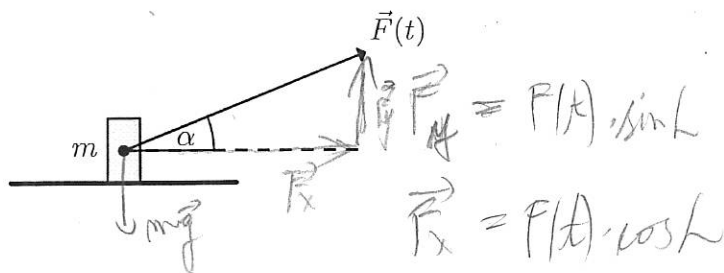
POŠTO TIJELO
NAKON RAVNOTEŽNOG
POLOŽAJA KRENE
USPORAVATI v_{max} (u)
(E BITI NEGDJE
IZMEĐU POČETNOG
I RAVNOTEŽNOG
POLOŽAJA.

2. Računski zadaci

Uputa: Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

Računski zadatak 2.1

U trenutku $t = 0$ sila iznosa $F(t) = kt$ počne djelovati na malo tijelo mase m koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi (k je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut α (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.



$$ma_y = F_y - mg$$

$$ma = kt \cdot \sin \alpha - mg$$

$$m\ddot{y} = kt \cdot \sin \alpha - mg$$

$$\ddot{y}(t) = \frac{kt}{m} \cdot \sin \alpha - g / \int dt$$

$$\dot{y}(t) = \frac{kt^2}{2m} \sin \alpha - gt / \int dt$$

$$\underline{y(t) = \frac{kt^3}{6m} \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}}$$

Računski zadatak 2.2

Opruga zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti $k = 45 \text{ N/m}$, postavljena je horizontalno tako da je jednim krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase $m = 1.6 \text{ kg}$. U početnom položaju opruga je sabijena za 0.28 m . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja $\mu = 0.3$. Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?

$$k = 45 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$m = 1.6 \text{ kg}$$

$$x(0) = -0.28 \text{ m}$$

$$\mu = 0.3$$

$$v_{\text{max}} = ?$$

$$ma = -kx(0) - F_{\text{tr}}$$

$$a = -\frac{kx(0)}{m} - \mu g$$

$$a = 7.275 - 2.943 = 4.33 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad \left| \frac{d}{dt} \right.$$

$$A = \sqrt{\frac{x(0)^2 + \left(\frac{v(0)}{\omega_0}\right)^2}{\omega_0^2}}$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$v(t) = A \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$A = \sqrt{x(0)^2 + \frac{A^2 \omega_0^2 \cos^2 \varphi}{k}} \quad \left| \cdot \frac{m}{k} \right.$$

$$v(0) = A \omega_0 \cos \varphi = 0$$

$$A^2 = x(0)^2 + \frac{A^2 \omega_0^2 \cos^2 \varphi}{k}$$

$$v_{\text{max}} = A \omega_0$$

$$(\text{kor } \varphi = 1)$$

$$A = x(0) = 0.28 \text{ m}$$

$$x(t) = A \sin\left(\omega_0 t + 3\frac{\pi}{2}\right)$$

ski zadatak 2.2

zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti $k = 45 \text{ N/m}$, postavljena je horizontalno tako da je krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase $m = 1.6 \text{ kg}$. U početnom u opruga je sabijena za 0.28 m . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž talne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja μ . Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?

45 N/m

1.6 kg

0.28 m

μ



opruga savijena i tijelo stoji

$$\frac{kx_0^2}{2}$$

kinematička energija

energija se pretvara u kinetičku tijela, elastičnu od opruge i sile trenja.

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} + W_{TR}$$

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} + \mu mg \cdot (x_0 - x)$$

0.75 m/s

$$\frac{x_0^2 - kx^2 - 2\mu mg(x_0 - x)}{m} \cdot \rightarrow$$

možemo promatrati kvadrat brzine umjesto obične brzine račun

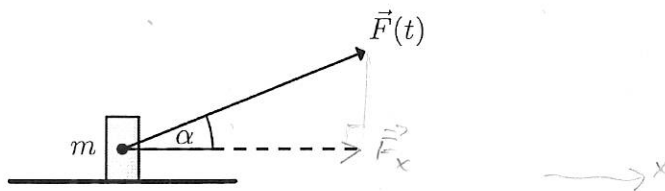
dovoljno je gledati samo dio od početne točke do trenutka kad je tijelo prvi put u ravnotežnom položaju

2. Računski zadaci

Uputa: Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

Računski zadatak 2.1

U trenutku $t = 0$ sila iznosa $F(t) = kt$ počne djelovati na malo tijelo mase m koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi (k je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut α (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.



$$t_0 = 0$$

$$v_0 = 0$$

$$x_0 = 0$$

$$F_t = kt$$

$$\vec{F}_x(t) = kt \cos \alpha$$

$$m \vec{a}_x = kt \cos \alpha$$

$$m \frac{dv_x}{dt} = kt \cos \alpha \quad | \cdot \frac{dt}{m}$$

$$\int_0^+ dv_x = \int_0^+ \frac{kt \cos \alpha}{m} dt$$

$$v - v_0 = \frac{kt^2 \cos \alpha}{2m} \quad |_0^+$$

$$\vec{v}_x(t) = \frac{kt^2 \cos \alpha}{2m}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{kt^2 \cos \alpha}{2m} \quad | \cdot dt$$

$$\int_0^+ dx = \int_0^+ \frac{kt^2 \cos \alpha}{2m} dt$$

$$x - x_0 = \frac{kt^3 \cos \alpha}{6m} \quad |_0^+$$

$$\boxed{\vec{x}(t) = \frac{kt^3 \cos \alpha}{6m}}$$

U početno trenutku to na tijelo koje je mirovalo počne djelovati sila.

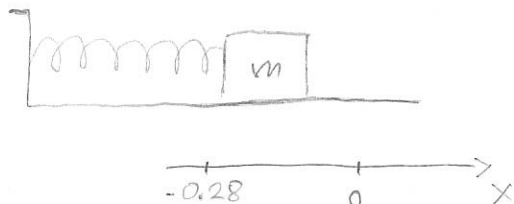
Kako bismo odredili put koji je tijelo prešlo potrebno je odrediti iznos sile po x osi.

On je jednak kosinusu kuta koji nekonzervativna sila $\vec{F}(t)$ zatvara s x osi

Trenutak odvajanja tijela od podloge označavamo s $+$

Računski zadatak 2.2

Opruga zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti $k = 45 \text{ N/m}$, postavljena je horizontalno tako da je jednim krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase $m = 1.6 \text{ kg}$. U početnom položaju opruga je sabijena za 0.28 m . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja $\mu = 0.3$. Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?



$$E = K + U$$

$$U = \frac{kx^2}{2} = \frac{45 \cdot 0.28^2}{2} = 1.764 \text{ J}$$

$$U_{el} = K - E_{tr}$$

$$F_{tr} = -\Delta U$$

$$\frac{dU}{dx} = -F_{tr}$$

$$dU = -F_{tr} dx$$

$$U = -mg\mu x$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - mg\mu x$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$$

$$kx^2 = mv^2 \cdot \frac{1}{m}$$

$$v^2 = \frac{kx^2}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{kx^2}{m}} = \sqrt{\frac{45 \cdot 0.28^2}{1.6}}$$

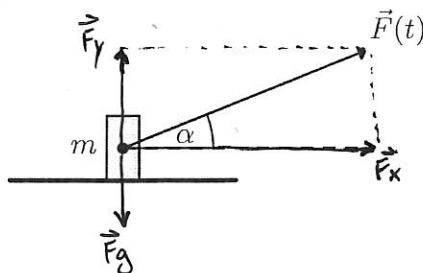
$$v_{max} = 1.48 \text{ m/s}$$

2. Računski zadaci

Uputa: Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

Računski zadatak 2.1

U trenutku $t = 0$ sila iznosa $F(t) = kt$ počne djelovati na malo tijelo mase m koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi (k je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut α (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.



$$F(t) = kt, \quad k > 0$$

$$F_y(t) = kt \cdot \sin \alpha$$

$$F_x(t) = kt \cdot \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} \textcircled{F_y} \quad F_g &= m \cdot g \\ F_y(t) &= F_g \\ F_y(t) &= m \cdot g \end{aligned}$$

$$kt \cdot \sin \alpha = m \cdot g$$

$$t = \frac{m \cdot g}{k \cdot \sin \alpha} \rightarrow t \text{ u kojem se tijelo odvaja od podloge}$$

$$\textcircled{F_x} \quad m \ddot{x} = k \cdot \frac{mg}{k \cdot \sin \alpha} \cdot \cos \alpha \quad / : m$$

$$\ddot{x} = g \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

$$x = \underbrace{(v_0)}_0 t + \frac{\ddot{x} t^2}{2}$$

$$x = \frac{\ddot{x} t^2}{2} = \frac{g \cdot \operatorname{ctg} \alpha \left(\frac{mg}{k \sin \alpha} \right)^2}{2}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$x = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \frac{m^2 g^2}{k^2 \sin^2 \alpha} = \frac{mg^3 \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{2 k^2 \sin^2 \alpha} = \frac{mg^3 \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{2 k^2 \sin^2 \alpha} = \boxed{\frac{mg^3 \cos \alpha}{2 k^2 \sin^3 \alpha}}$$

Računski zadatak 2.2

Opruga zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti $k = 45 \text{ N/m}$, postavljena je horizontalno tako da je jednim krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase $m = 1.6 \text{ kg}$. U početnom položaju opruga je sabijena za 0.28 m . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja $\mu = 0.3$. Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?

$$k = 45 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$m = 1.6 \text{ kg}$$

$$\mu = 0.3$$

$$\Delta x = 0.28 \text{ m}$$

$$v_{\text{max}} = ?$$

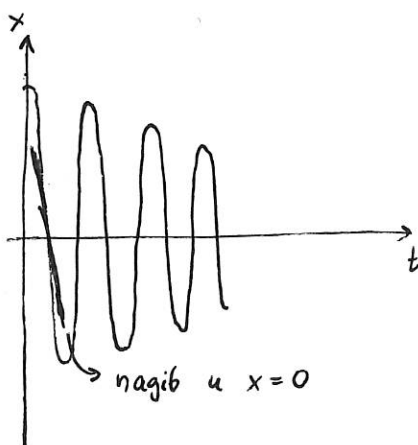
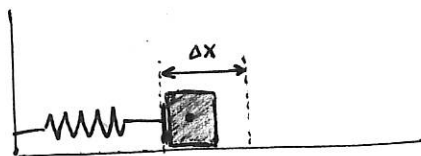
$$F = k \Delta x$$

$$= 12.6 \text{ N}$$

~~$$m \ddot{x} = -kx - b \dot{x}$$~~

$$F_{\text{tr}} = F_1 \cdot \mu$$

$$= mg \mu = 4.71 \text{ N}$$



$$E_k(t) = \frac{mv(t)^2}{2} - W_{\text{tr}}$$

$$F_{\text{tr}} \cdot \Delta x$$

$$E_k(t) = \frac{mv(t)^2}{2} - F_{\text{tr}} \cdot x(t)$$

$$= \frac{m \dot{x}(t)^2}{2} - F_{\text{tr}} \cdot x(t)$$

$$= \frac{m \cdot \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t)}{2} - F_{\text{tr}} \cdot A \cos(\omega t)$$

$$= \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t) - F_{\text{tr}} A \cos(\omega t)$$

$$= \frac{1}{2} (1.6) (5.303)^2 (0.28)^2 \sin^2(5.303t) - (4.71)(0.28) \cdot \cos(5.303t)$$

$$= 1.763 \sin^2(5.303t) - 1.318 \cos(5.303t)$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$A = 0.28 \text{ m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 5.303 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\dot{x}(t) = -\omega A \sin(\omega t)$$

$$(x^2)' = 2x \cdot x'$$

$$= 2 \sin(\omega t) \cdot \sin'(\omega t)$$

$$= 2 \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t) (\omega t)'$$

$$\sin(\omega t) \neq 0$$

$$E_k'(t) = 0$$

$$\frac{1}{2} m \omega^2 A^2 2 \sin(\omega t) \cdot \cos(\omega t) + F_{\text{tr}} A \sin(\omega t) \cdot \omega$$

$$m \omega^3 A^2 \sin(\omega t) \cos(\omega t) + F_{\text{tr}} A \omega \sin(\omega t) = 0 \quad / : \sin(\omega t)$$

$$m \omega^3 A^2 \cos(\omega t) + F_{\text{tr}} A \omega = 0$$

$$\cos(\omega t) = -\frac{F_{\text{tr}} A \omega}{m \omega^3 A^2} = -0.3738$$

$$\cos(5.303t) = -0.3738 / \arccos$$

$$5.303t = 1.9539$$

$$t = 0.3687 \text{ s}$$

$$E_{k_{\text{max}}} = 2.01 \text{ J}$$

$$2.01 = \frac{mv^2}{2}$$

$$v^2 = \frac{2 \cdot 2.01}{m}$$

$$v_{\text{max}} = 1.5851 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$