Međuispit iz Fizike (29. travanj 2024.)

1. Pitanja višestrukog izbora

Upute: Na pitanja višestrukog izbora 1.1 do 1.8 odgovorite zacrnjivanjem jednog točnog odgovora na obrascu za odgovore. Točan odgovor nosi 1 bod, netočan odgovor −0.25 bodova, a neodgovoreno pitanje nula bodova.

1.1 Odredite vektor brzine čestice koja se giba kružnom putanjom kutnom brzinom $\boldsymbol{\omega} = (-3\hat{\mathbf{z}})$ rad/s u trenutku kad joj je položaj opisan vektorom $\mathbf{r} = (2\hat{\mathbf{x}} + 7\hat{\mathbf{y}})$ m.
(a) $(6\hat{\mathbf{y}} - 21\hat{\mathbf{z}})$ m/s.
(b) $(6\hat{\mathbf{y}} + 21\hat{\mathbf{z}})$ m/s.
(c) $(6\hat{\mathbf{x}} + 21\hat{\mathbf{y}})$ m/s.
(d) $(21\hat{\mathbf{x}} - 6\hat{\mathbf{y}})$ m/s. **točno**
(e) $(-21\hat{\mathbf{x}} + 6\hat{\mathbf{y}})$ m/s.

1.2 Kako bi tijelo pri klizanju niz kosinu koja s vodoravnom ravninom zatvara kut α usporavalo, koeficijent trenja μ mora zadovoljavati uvjet
(a) $\mu > \sin\alpha$,
(b) $6\mu > \cos\alpha$,
(c) $6\mu > 1 - \cos\alpha$,
(d) $\mu > \tan\alpha$, **točno**
(e) $\mu > 1/\tan\alpha$.

1.3 Potencijalna energija čestice koja se giba u jednoj dimenziji je dana s $U(x) = kx^2/2 + bx^4/4$, gdje su k i b konstante. Iznos sile na česticu je
(a) $-kx - bx^3$, **točno**
(b) $kx + bx^3$,
(c) $kx^3/6 + bx^5/20$,
(d) $-kx^3/6 - bx^5/20$,
(e) $-kx - bx^2$.

1.4 Dva tijela se gibaju jedno prema drugome, sudare se i nastave se gibati zajedno. Koja je od navedenih tvrdnji za ukupnu količinu gibanja i ukupnu kinetičku energiju tih tijela točna?
(a) Ukupna količina gibanja ostaje nepromijenjena, a ukupna kinetička energija se poveća.
(b) Ukupna količina gibanja ostaje nepromijenjena, a ukupna kinetička energija se smanji. **točno**
(c) Ukupna količina gibanja se smanji i ukupna kinetička energija se smanji.
(d) Ukupna količina gibanja se smanji, a ukupna kinetička energija ostaje nepromijenjena.
(e) Ukupna količina gibanja ostaje nepromijenjena i ukupna kinetička energija ostaje nepromijenjena.

1.5 Kako bi oscilator čija je jednadžba gibanja

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0,$$

gdje su m, b i k pozitivne konstante, bio kritično prigušen konstanta b mora imati vrijednost
(a) $2\sqrt{km}$, **točno**
(b) $\sqrt{2km}$,
(c) 0,
(d) $2km$,
(e) $4km$.

1.6 Koja je od sljedećih tvrdnji točna za titranje oscilatora s malim koeficijentom prigušenja na koji djeluje vanjska harmonijska sila?

(a) Kada je frekvencija vanjske sile puno manja od prirodne frekvencije oscilatora, amplituda titranja teži u nulu, a fazni kut teži u π.

(b) Kada je frekvencija vanjske sile puno manja od prirodne frekvencije oscilatora, amplituda titranja teži u nulu, a fazni kut teži u $\pi/2$.

(c) Kada je frekvencija vanjske sile približno jednaka prirodnoj frekvenciji oscilatora, amplituda titranja je vrlo velika, a fazni kut teži u $\pi/2$. **točno**

(d) Kada je frekvencija vanjske sile približno jednaka prirodnoj frekvenciji oscilatora, amplituda titranja teži u nulu, kao i fazni kut.

(e) Kada je frekvencija vanjske sile puno veća od prirodne frekvencije oscilatora, amplituda titranja teži u nulu, a fazni kut teži u $\pi/2$.

1.7 Razmotrite sljedeće tvrdnje o mehaničkim valovima:

I Valna jednadžba opisuje samo harmoničke valove.

II Nakon refleksije transverzalnog vala na čvrstom kraju, reflektirani val ima pomak u fazi π u odnosu na upadni val.

III Frekvencija vala koji se širi sredstvom ovisi samo o frekvenciji pobude izvora.

Točni izrazi su:

(a) I, II, III.

(b) I, II.

(c) I, III.

(d) II, III. **točno**

(e) Samo jedan od navedenih izraza (I, II, III) je točan.

1.8 Na cijevi koja je otvorena na oba kraja nastaju stojni valovi na frekvencijama 600 Hz i 800 Hz i ni na jednoj frekvenciji između tih frekvencija. Kolika je osnovna frekvencija tog stojnog vala?

(a) 50 Hz,

(b) 100 Hz,

(c) 200 Hz, **točno**

(d) 300 Hz,

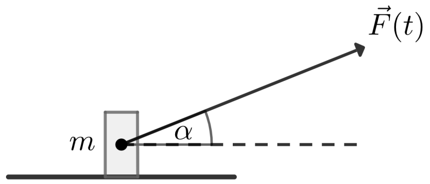
(e) 400 Hz.

2. Računski zadaci

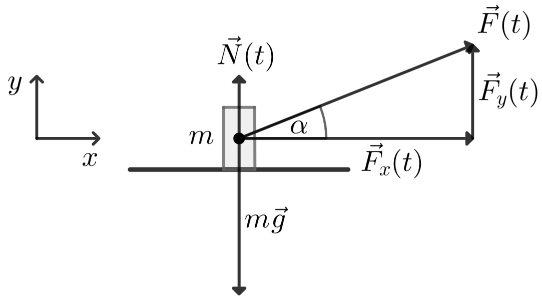
Uputa: Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

Računski zadatak 2.1

U trenutku $t = 0$ sila iznosa $F(t) = kt$ počne djelovati na malo tijelo mase m koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi (k je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut α (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.



Rješenje:



Na slici iznad prikazan je dijagram sila koje djeluju na tijelo te odabrani koordinatni sustav. U trenutku odvajanja tijela od podloge, sila reakcije podloge je 0. Ako označimo taj trenutak s t_0, za $t < t_0$ vrijedi:

$$
\begin{aligned}
ma_y = 0 &= N(t) - mg + F_y(t) \\
\implies N(t) &= mg - kt\sin\alpha,
\end{aligned}
$$

a u trenutku odvajanja imamo:

$$0 = mg - kt_0 \sin\alpha.$$

Iz gornje relacije slijedi:

$$t_0 = \frac{mg}{k\sin\alpha}. \tag{1}$$

Put koji tijelo prođe ćemo dobiti razmatranjem gibanja u smjeru x-osi:

$$ma_x = F_x(t) = kt\cos\alpha = m\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}.$$

Separiramo varijable i integriramo do nekog trenutka $t < t_0$:

$$\int_0^{v_x(t)} \mathrm{d}v_x = \frac{k}{m}\cos\alpha \int_0^t t\mathrm{d}t$$

$$\implies v_x(t) = \frac{kt^2}{2m}\cos\alpha = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}. \tag{2}$$

Integriramo još jednom da bi dobili ovisnost puta o vremenu:

$$\int_0^{x(t)} \mathrm{d}x = \frac{k}{2m}\cos\alpha \int_0^t t^2\mathrm{d}t$$

$$\implies x(t) = \frac{kt^3}{6m}\cos\alpha. \tag{3}$$

Uvrštavanjem izraza (1) u gornji izraz konačno dobivamo:

$$x(t_0) = \frac{m^2 g^3}{6k^2}\frac{\cos\alpha}{\sin^3\alpha}. \tag{4}$$

Računski zadatak 2.2

Opruga zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti $k = 45\,\mathrm{N/m}$, postavljena je horizontalno tako da je jednim krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase $m = 1.6\,\mathrm{kg}$. U početnom položaju opruga je sabijena za $0.28\,\mathrm{m}$. U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja $\mu = 0.3$. Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?

Rješenje: Potrebno je izraziti brzinu kao funkciju položaja. Iz ZOE slijedi:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}kx_0^2 - \frac{1}{2}kx^2 - \mu mg(x_0 - x), \tag{5}$$

$$v(x) = \sqrt{\frac{k}{m}(x_0^2 - x^2) - 2\mu g(x_0 - x)}. \tag{6}$$

Ekstrem funkcije nalazimo iz uvjeta:

$$\frac{\mathrm{d}v(x)}{\mathrm{d}x} = 0, \tag{7}$$

$$\frac{-\frac{2k}{m}x + 2\mu g}{2\sqrt{\frac{k}{m}(x_0^2 - x^2) - 2\mu g(x_0 - x)}} = 0, \tag{8}$$

$$\frac{2k}{m}x = 2\mu g, \tag{9}$$

$$x_{vmax} = 0.105\,\mathrm{m}. \tag{10}$$

Maksimalni iznos brzine je:

$$v_{max} = v(x_{vmax} = 0.105) = 0.93\,\mathrm{m/s}. \tag{11}$$

Računski zadatak 2.3

Objesimo li uteg na bezmasenu oprugu, ona se produlji za $\Delta x = 9.8\ \mathrm{cm}$. Izračunajte period oscilacija, ako je logaritamski dekrement prigušenja jednak $\lambda = T\delta = 3.1$.

Rješenje: Do produljenja opruge dolazi uslijed djelovanja sile teže,

$$k\Delta x = mg. \tag{12}$$

Slijedi da je prirodna frekvencija prigušenog oscilatora jednaka,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\Delta x}}\ . \tag{13}$$

Logaritamski dekrement prigušenja je definiran kao,

$$\lambda = T\delta. \tag{14}$$

Stoga slijedi,

$$\lambda = \frac{2\pi\delta}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}, \tag{15}$$

$$\delta = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2}}. \tag{16}$$

Kutna frekvencija prigušenog titranja je tada jednaka

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2}} \tag{17}$$

$$= \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2}}, \tag{18}$$

dok je period jednak

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\omega_0}\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2} \tag{19}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{\Delta x}{g}}\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2} \tag{20}$$

$$= \sqrt{\frac{\Delta x}{g}(4\pi^2 + \lambda^2)} \tag{21}$$

$$= 0.70\ \mathrm{s}. \tag{22}$$

Računski zadatak 2.4

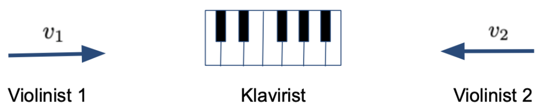
Organizirala se proba glazbenog tria koji se sastoji od klavira i dvije violine, a jedini od tri glazbenika koji je došao na vrijeme je klavirist. Prvi i drugi violinist žure na probu gibajući se brzinama v_1 i v_2, kao na skici ispod. Kako bi se uštedilo na vremenu, klavirist, ne poznavajući osnovne zakone fizike valova, predloži da se violine naštimaju dok su violinisti u gibanju. Klavirist (koji miruje) je zatim odsvirao ton A4 kao prvu referentnu frekvenciju na koju će se violinisti uštimati. Odgovorite na sljedeća pitanja:

(a) Ako je vrijednost brzine prvog violinista jednaka $v_1 = 20.215$ m/s, koliku frekvenciju čuje prvi violinist? Kojem tonu pripada ta frekvencija?

(b) Pretpostavimo da prvi violinist svoju žicu naštima na frekvenciju dobivenu pod (a) te nastavi svirati taj isti ton. Drugi violinist odluči naštimati svoj instrument prema prvom violinistu. Slušajući zvuk prvog violinista, on svoju žicu naštima tako da proizvodi frekvenciju tona C5. Koja je vrijednost brzine s kojom se giba drugi violinist?

Napomena: Frekvencije potrebnih tonova možete pronaći u tablici ispod. Brzina zvuka u zraku iznosi $v_s = 340$ m/s.

Ton	f(Hz)	Ton	f(Hz)
A4	440.00	C#5	554.37
A#4	466.16	D5	587.33
B4	493.88	D#5	622.25
C5	523.55	E5	659.25



Rješenje: Ovaj zadatak predstavlja klasični primjer Dopplerovog efekta. Ako pretpostavimo da izvor emitira frekvenciju f_0, onda prijemnik detektira frekvenciju

$$f_1 = f_0 \frac{v_s - \hat{\mathbf{r}}_{01} \cdot \mathbf{v}_p}{v_s - \hat{\mathbf{r}}_{01} \cdot \mathbf{v}_I} \tag{23}$$

gdje je v_s brzina zvuka, v_I brzina izvora, v_p brzina prijemnika, a $\hat{\mathbf{r}}_{01}$ jedinični vektor od izvora prema prijemniku.

(a) U ovom slučaju klavirist i njegov instrument predstavljaju izvor koji miruje $v_I = 0$, a prvi violinist i njegov instrument predstavljaju prijemnik koji se giba brzinom v_1, i.e. $v_p = v_1$. Ako je frekvencija koju emitira klavirist jednaka $f_0 = f_{A4} = 440$ Hz (tablica gore), onda je frekvencija koju čuje violinist jednaka

$$f_1 = f_{A4} \frac{v_s + v_1}{v_s} \approx 466.16 \text{ Hz}. \tag{24}$$

Prema tablici gore, ova frekvencija pripada tonu A#4.

(b) U ovom slučaju prvi violinist predstavlja izvor koji emitira frekvenciju $f_1 = f_{A\#4}$, a drugi violinist predstavlja prijemnik te se njih dvojica gibaju jedan prema drugome. Brzine izvora i prijemnika su stoga $v_I = v_1$ i $v_p = v_2$. Frekvencija koju čuje drugi violinist pripada tonu C5 za koju iz tablice dobijamo da je jednaka $f_2 = f_{C5} = 523.55$ Hz. Vrijednost brzine drugog violinista se može odrediti iz gornjeg izraza za Dopplerov efekt

$$f_2 = f_1 \frac{v_s + v_2}{v_s - v_1}, \tag{25}$$

iz čega se dobije da je brzina v_2 jednaka

$$v_2 = 19.15 \text{ m/s}. \tag{26}$$