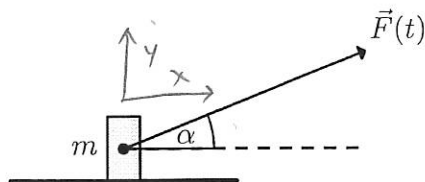


## 2. Računski zadaci

**Uputa:** Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

### Računski zadatak 2.1

U trenutku  $t = 0$  sila iznosa  $F(t) = kt$  počne djelovati na malo tijelo mase  $m$  koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi ( $k$  je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut  $\alpha$  (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.



$$ma = F(t)$$

$$m \frac{dv}{dt} = kt$$

$$m \frac{dv_x}{dt} = kt \cos \alpha$$

$$dv_x = \frac{kt \cos \alpha}{m} dt$$

$$\int_0^t dv_x = \frac{1}{m} \int_0^t kt \cos \alpha dt$$

$$v_x[t] = \frac{1}{m} k \frac{t^2}{2} \cos \alpha$$

$$\int_0^t dx = \int_0^t \frac{1}{m} k \frac{t^2}{2} \cos \alpha dt$$

$$x[t] = \frac{1}{m} k \frac{t^3}{6} \cos \alpha$$

$$x[t_L] = \frac{1}{m} k \frac{m^3 g^3}{6 k^3 \sin^3 \alpha} \cos \alpha$$

$$x[t_L] = \frac{m^2 g^3 \cot \alpha}{6 k^2 \sin^2 \alpha}$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = -mg + N + kt \sin \alpha$$

i kako je neki period vremena  $[0, t_L]$   $a_y = 0$  slijedi da je na tom periodu

$$0 = -mg + N + kt \sin \alpha$$

$$mg = N + kt \sin \alpha$$

kada je  $N = 0$

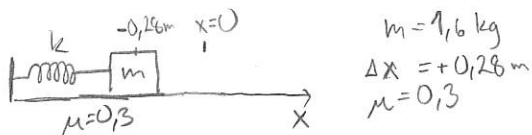
$$mg = kt_L \sin \alpha$$

$$t_L = \frac{mg}{k \sin \alpha}$$

u periodu  $(t_L, +\infty)$  tijelo  $m$  ima i  $y$  komponentu sile,  $\neq 0$  u smjeru  $+y$ -osi, a u  $t_L$  ne može odvajati od podloge

## Računski zadatak 2.2

Opruga zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti  $k = 45 \text{ N/m}$ , postavljena je horizontalno tako da je jednim krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase  $m = 1.6 \text{ kg}$ . U početnom položaju opruga je sabijena za  $0.28 \text{ m}$ . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja  $\mu = 0.3$ . Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?



ZNAHO DA JE  $v$  MAKS U  
PRVOM PROLAZU JER SE UKUPNA  
ENERGIJA SUSTAVA GUBI ZBOG  
TRENJA

U POČETNOM POLOŽAJU UKUPNA ENERGIJA

$$E = K + U = \frac{1}{2} k \Delta x^2$$

kada se tijelo pusti u gibanje

$$E - F_{\text{tr}} \cdot x = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k (x - \Delta x)^2$$

$$\frac{1}{2} k \Delta x^2 - mg\mu \cdot x - \frac{1}{2} k (x - \Delta x)^2 = \frac{1}{2} m v^2 \quad | \cdot \frac{2}{m}$$

$$\frac{k}{m} \Delta x^2 - 2g\mu x - \frac{k}{m} (x - \Delta x)^2 = v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m} \Delta x^2 - 2g\mu x - \frac{k}{m} (x - \Delta x)^2} \quad \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{dv}{dx} = 0 = \frac{1}{2\sqrt{\frac{k}{m} \Delta x^2 - 2g\mu x - \frac{k}{m} (x - \Delta x)^2}} (-2g\mu - 2\frac{k}{m} (x - \Delta x))$$

$$\Downarrow$$

$$-2g\mu - 2\frac{k}{m} (x - \Delta x) = 0 \quad | :2$$

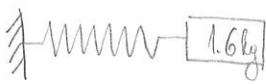
$$x = -\frac{g\mu m}{k} + \Delta x$$

$$x = 0.17536 \text{ m}$$

$$v[x] = 0.93 \text{ m/s}$$

## Računski zadatak 2.2

Opruga zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti  $k = 45 \text{ N/m}$ , postavljena je horizontalno tako da je jednim krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase  $m = 1.6 \text{ kg}$ . U početnom položaju opruga je sabijena za  $0.28 \text{ m}$ . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja  $\mu = 0.3$ . Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?



$k = 45 \text{ N/m}$        $V_{\max} = ?$        $x(t) = 0.28 \cos(5.3t + 45^\circ)$   
 $m = 1.6 \text{ kg}$   
 $\Delta x_0 = 0.28 \text{ m}$   
 $\mu = 0.3$   
 $T = 1.186 \text{ s}$        $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$   
 $f = 0.84 \text{ Hz}$        $\omega_0 = \sqrt{\frac{45 \text{ N/m}}{1.6 \text{ kg}}} = 5.3 \text{ rad/s}$   
 $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$   
 $A = \sqrt{\frac{x(0)^2 + \frac{v_x(0)^2}{\omega_0^2}}{\omega_0^2}} = 0.395977 \text{ m} \approx 39.60 \text{ cm}$   
 $\frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m v^2$   
 $v^2 = \frac{k x^2}{m}$   
 $v = \sqrt{\frac{k x^2}{m}} = 1.4849 \text{ m/s} \quad (\text{u to})$   
 $F_{\text{tr}} = mg\mu = 4.7 \text{ N}$   
 $A = ?$   
 $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$   
 $0.28 \text{ m} = A \cos(5.3 \cdot 0 + \phi)$   
 $A = \frac{0.28}{\cos(\phi)}$   
 $\phi = 44.9996^\circ \approx 45^\circ$

maks  $v \rightarrow$  u ravnotežnom položaju  
 maks  $a \rightarrow$  u amplitudi

maks.  $E = \frac{1}{2} k A^2$   
 $= 3.528 \text{ J}$

$F(x) = -kx \Rightarrow F(A) = 17.82 \text{ N}$

$F_{\text{net}}(A) - F_{\text{tr}} = 13.12 \text{ N}$

$F = m \cdot a$

$a = \frac{F}{m} \Rightarrow$

$a_{\text{tr}} = \frac{\Delta F}{m} = 8.199 \text{ m/s}^2 \approx 8.2 \text{ m/s}^2$

$v(t) = v(t_0) + a(t - t_0)$

$s = \frac{at^2}{2}$

$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$

$V_{\max} = 1.4849 + a(0.406 \text{ s}) = v_{\max}$

$t = 0.406 \text{ s}$

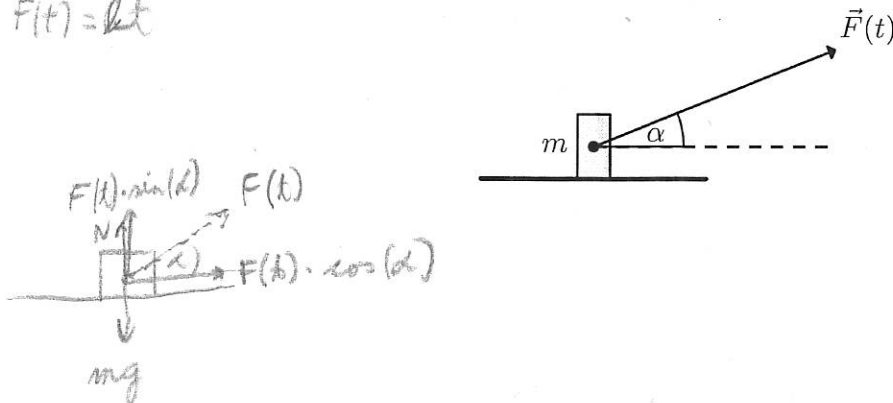
## 2. Računski zadaci

**Uputa:** Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

### Računski zadatak 2.1

U trenutku  $t = 0$  sila iznosa  $F(t) = kt$  počne djelovati na malo tijelo mase  $m$  koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi ( $k$  je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut  $\alpha$  (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.

$$F(t) = kt$$



tijelo se odvaja od podloge neposredno nakon što vrijedi:

$$F(t) \cdot \sin(\alpha) = mg$$

$$kt \cdot \sin(\alpha) = mg$$

$$kt = \frac{mg}{\sin(\alpha)}$$

tada u x mjeru vrijedi:

$$m \cdot a_x = F(t) \cdot \cos(\alpha)$$

$$m \cdot a_x = kt \cdot \cos(\alpha)$$

$$m \cdot a_x = \frac{mg}{\sin(\alpha)} \cdot \cos(\alpha)$$

$$a_x = g \cdot \cotg(\alpha)$$

$$\int a_x dt = g \cdot \int \cotg(\alpha) dx$$

$$v_x + v_{x0} = g \cdot \int \cotg(\alpha) dx \quad v_{x0} = 0 \text{ m/s}$$

$$\int v_x dt = g \cdot \int (\int \cotg(\alpha) dx) dx$$

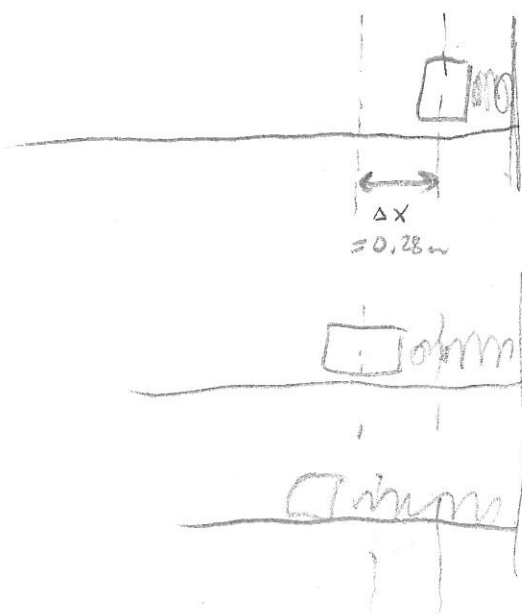
$$x + x_0 = g \cdot \int (\int \cotg(\alpha) dx) dx \quad x_0 = 0 \text{ m}$$

$$x = g \cdot \int (\int \cotg(\alpha) dx) dx$$

$$x = 246.65 \text{ m}$$

## ski zadatak 2.2

a zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti  $k = 45 \text{ N/m}$ , postavljena je horizontalno tako da je krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase  $m = 1.6 \text{ kg}$ . U početnom u opruga je sabijena za  $0.28 \text{ m}$ . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja  $\mu = 0.3$ . Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?



$$k = 45 \text{ N/m}$$

$$m = 1.6 \text{ kg}$$

$$\Delta x = 0.28 \text{ m}$$

$$\mu = 0.3$$

zakonu očuvanja mehaničke energije uvijek:

$$\frac{1}{2} k (\Delta x)^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad (\text{u trenutku kad se tijelo pušta iz mirovanja})$$

$$\frac{1}{2} k (\Delta x)^2 = m v_0^2$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{k (\Delta x)^2}{m}} = 1.48492424 \text{ m/s}$$

$$= mg\mu$$

S obzirom da postoji trenje, početna brzina je ujedno i maksimalna.

### Računski zadatak 2.2

Opruga zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti  $k = 45 \text{ N/m}$ , postavljena je horizontalno tako da je jednim krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase  $m = 1.6 \text{ kg}$ . U početnom položaju opruga je sabijena za  $0.28 \text{ m}$ . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja  $\mu = 0.3$ . Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?



$$x = 0.28 \text{ m}, k = 45 \text{ N/m} \quad \bullet 1 \text{ titraoj}$$

$$\mu = 0.3, m = 1.6 \text{ kg}$$

$$v_{\text{maks}} = ?$$

$$F_{\text{tr}} = \mu mg$$

$$F_{\text{tr}} = 0.3 \cdot 1.6 \text{ kg} \cdot 9.81$$

$$F_{\text{tr}} = 4.71 \text{ N}$$

ZOE amplitudno jednog titraoj

$$E_p + E_k = W_{\text{tr}}$$

$$\frac{k \cdot x^2}{2} + \frac{m \cdot v_0^2}{2} = F_{\text{tr}} \cdot 4x$$

$$kx^2 + m \cdot v_0^2 = 2 \cdot F_{\text{tr}} \cdot 4x$$

$$v_0^2 = \frac{2 F_{\text{tr}} \cdot 4x - kx^2}{m}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 4.71 \text{ N} \cdot 4 \cdot 0.28 \text{ m} - 45 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot 0.28^2 \text{ m}}{1.6}}$$

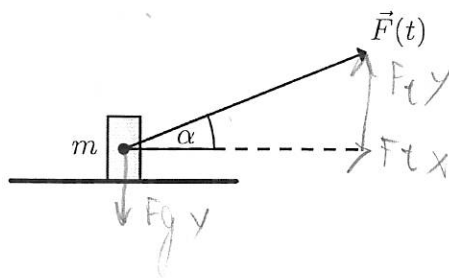
$$v_0 \approx 2.09 \text{ m/s}$$

## 2. Računski zadaci

**Uputa:** Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

### Računski zadatak 2.1

U trenutku  $t = 0$  sila iznosa  $F(t) = kt$  počne djelovati na malo tijelo mase  $m$  koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi ( $k$  je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut  $\alpha$  (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.



Primer

$$F_{ry} = -mg + F(t) \cdot \sin \alpha$$

$$F_{rx} = F(t) \cdot \cos \alpha$$

Tijelo se odvajanja od podloge kada je  $F_{rx} = 0$

$$kt \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$F_{ry} = -mg + F(t) \cdot 1$$

$$0 = -mg + kt$$

$$t = \frac{mg}{k} \quad \boxed{F(t) = mgt}$$

$$dW = F \cdot dr = \int \dots$$

$$W_{uk} = F \cdot r$$

$$r = \frac{W_{uk}}{F(t)} = \frac{W_x + W_y}{F(t)} = \frac{mgt \sin \alpha + mgt \cos \alpha}{mgt} = \sin \alpha + \cos \alpha$$

### Računski zadatak 2.2

Opruga zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti  $k = 45 \text{ N/m}$ , postavljena je horizontalno tako da je jednim krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase  $m = 1.6 \text{ kg}$ . U početnom položaju opruga je sabijena za  $0.28 \text{ m}$ . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja  $\mu = 0.3$ . Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?

$$k = 45 \text{ N/m}$$

$$m = 1.6 \text{ kg}$$

$$x_0 = -0.28 \text{ m}$$

$$F_{\text{tr}} = \mu \cdot m \cdot g, \mu = 0.3$$

$$v_{\text{max}} = ?$$



$$E_{\text{ep}} = \frac{1}{2} k x_0^2 = 1.764 \text{ J}$$

$$W_{\text{tr}} = \mu \cdot m \cdot g \cdot x_0 = 1.318464 \text{ J}$$

$$Ek = \frac{m v^2}{2}$$

$$Ek_{\text{max}} = E_{\text{ep}} - W_{\text{tr}}$$

$$\frac{m v_{\text{max}}^2}{2} = E_{\text{ep}} - W_{\text{tr}}$$

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2(E_{\text{ep}} - W_{\text{tr}})}{m}} = 0.7463 \text{ m/s}$$



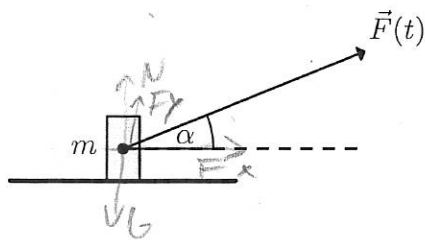
## 2. Računski zadaci

**Uputa:** Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

### Računski zadatak 2.1

U trenutku  $t = 0$  sila iznosa  $F(t) = kt$  počne djelovati na malo tijelo mase  $m$  koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi ( $k$  je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut  $\alpha$  (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.

$k, m, \alpha$  su zadani



$$F_x = F \cos \alpha$$

$$F_y = F \sin \alpha$$

$$ma = F_x$$

$$F_y = 0$$

Odvaja se od površine kad je  $F_y > G$

$$F(t) \sin \alpha \geq mg$$

$$kt \sin \alpha \geq mg$$

$$t \geq \frac{mg}{k \sin \alpha}$$

tren. je  $t = \frac{mg}{k \sin \alpha}$

$$s(t) = ?$$

$$ma = F_x \quad a = \frac{F_x}{m} = \frac{F \cos \alpha}{m}$$

$$s(t) = \frac{1}{2} at^2$$

$$a(t) = \frac{kt \cos \alpha}{m}$$

$$s\left(\frac{mg}{k \sin \alpha}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{kt \cos \alpha}{m} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \frac{k \cos \alpha}{m} \cdot t^3$$

$$s\left(\frac{mg}{k \sin \alpha}\right) = \frac{1}{2} \frac{k \cos \alpha}{m} \cdot \frac{m^3 g^3}{k^2 \sin^3 \alpha} = \frac{mg^3 \cos \alpha}{2k^2 \sin^3 \alpha}$$

## ski zadatak 2.2

zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti  $k = 45 \text{ N/m}$ , postavljena je horizontalno tako da je krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase  $m = 1.6 \text{ kg}$ . U početnom opruga je sabijena za  $0.28 \text{ m}$ . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja  $\mu = 0.3$ . Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?

$$m = 1.6 \text{ kg} \quad k = 45 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$x_0 = 0.28 \text{ m}$$

$$\mu = 0.3$$

$$v = ?$$

$$F_{tr} = \mu mg = 4.71 \text{ N}$$

$$W_{tr} = F_{tr} \cdot s(t)$$

$$s(t) = A - x(t)$$

- za prvu  $\frac{1}{4}$  prvog perioda

$$E = W_{tr}(t) + \frac{1}{2} k x^2(t) + \frac{1}{2} m v^2$$

$$E = k A^2 - k x^2(t) - 2 W_{tr}(t)$$

$$x(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega t)$$

$$E = k A^2 - k x^2(t) - 2 F_{tr} (A - x(t))$$

$$E = k A^2 - k x^2(t) - 2 A F_{tr} + 2 F_{tr} x(t)$$

$$\frac{d}{dt} E = -2 k x(t) x'(t) + 2 F_{tr} x'(t) = 0$$

$$F_{tr} x'(t) = k x(t) x'(t) \quad \because x'(t) \neq 0$$

$$F_{tr} = k x(t)$$

$$x(t) = \frac{F_{tr}}{k} \rightarrow \text{u tom trenutku brzina postigne}$$



$$m a = -k x - \mu m g$$

Pretpostavljamo da postigne max. brzinu u prvoj četvrtini prvog perioda.

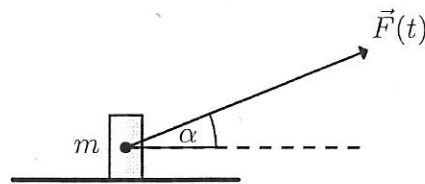
$f(x) = mx$   
i  $f(x) = x^2$   
u različite funkcije  
pa je max od  $f(x) = mx^2$   
u istom trenutku kao  
i za  $f(x) = x$

## 2. Računski zadaci

**Uputa:** Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

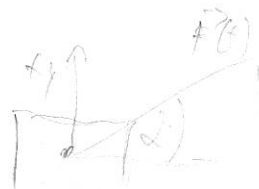
### Računski zadatak 2.1

U trenutku  $t = 0$  sila iznosa  $F(t) = kt$  počne djelovati na malo tijelo mase  $m$  koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi ( $k$  je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut  $\alpha$  (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.



$$F(t) = kt$$

$$F(0) = 0$$



$$F_x = F(t) \cdot \cos(\alpha)$$

$$F_y = F(t) \cdot \sin(\alpha)$$

- tražimo trenutak u kojem je  $F_y = F_g$ ,  $F_y = mg$

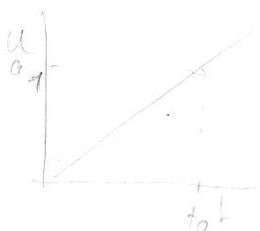
$$F(t) \cdot \sin(\alpha) = mg$$

$$kt \sin(\alpha) = mg$$

$$t = \frac{mg}{\sin(\alpha)k} \Rightarrow t_0 = \frac{mg}{\sin(\alpha)k}$$

$$a_y = \frac{F(t_0)}{m}$$

- primjećujemo da je svake sekunde sila sve veća, te po drugom Newtonovom zakonu zaključujemo da ubrzanje je jednako raste



- mi tražimo integral

$$S_{t_0} = \int_0^{t_0} \int_0^{t_0} \frac{F(t_0)}{m}$$

$$S_{t_0} = \int_0^{t_0} \int_0^{t_0} \frac{F\left(\frac{mg}{\sin(\alpha)k}\right)}{m}$$

$$v_1 = \frac{a_1 t_0}{2}$$

$$S_0 = \int_0^{t_0} \frac{a_1 t}{2} dt$$

$$= \frac{a_1 \cdot t_0^2}{4}$$

$$= \frac{a_1 \cdot \left( \frac{mg}{\sin(\alpha)h} \right)^2}{4}$$

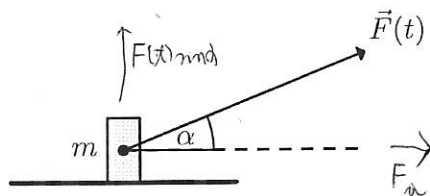
$$= \frac{L_0 \cdot \left( \frac{mg}{\sin(\alpha)h} \right)^2}{4}$$

## računski zadaci

Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

### 1. zadatak 2.1

U trenutku  $t = 0$  sila iznosa  $F(t) = kt$  počne djelovati na malo tijelo mase  $m$  koje miruje na glatkoj horizontalnoj podlozi ( $k$  je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut  $\alpha$  (vidi sliku). Put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.



$m \sin \alpha$

$m \sin \alpha$

$m \sin \alpha$

$t \sin \alpha$

$kt \sin \alpha$

$\sin \alpha$

$t \cos \alpha$

$\frac{kt}{n} \cos \alpha$

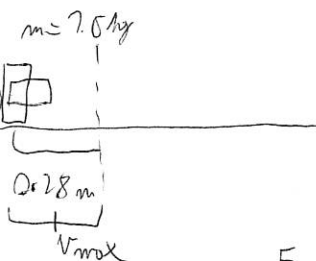
$dt \quad n = \int n \, dt$

$\frac{2}{n} \cos \alpha$

$\frac{3}{n} \cos \alpha$

## ski zadatak 2.2

a zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti  $k = 45 \text{ N/m}$ , postavljena je horizontalno tako da je krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase  $m = 1.6 \text{ kg}$ . U početnom opruga je sabijena za  $0.28 \text{ m}$ . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja  $\mu = 0.1$ . Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?



Ta brzina se sigurno postigne prvog polovici prvog perioda jer se kinetička energija gubi. Na intervalu  ~~$[0, 0.28]$~~   $x = [-0.28, 0]$

$$F_{\text{tr}} = mg\mu = 4.7088$$

$$\frac{1}{2} k x^2 = 9.784 \text{ J} = U$$

$$W_{\text{tr}} = F_{\text{tr}} \cdot \Delta x$$

$$E_k = W_{\text{tr}}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = E_k$$

$$x = 0.28 - \Delta x$$

$$\frac{1}{2} k (0.28 - \Delta x)^2 + E_k + F_{\text{tr}} \Delta x$$

$$U - \frac{1}{2} k (0.28 - \Delta x)^2 + U -$$

$$+ \frac{1}{2} k (0.28 - \Delta x)^2$$

8

2

$$v = 1.96 \text{ m/s}$$

Trenje minimum deriviranjem

$$\frac{\partial E_k}{\partial \Delta x} = -F_{\text{tr}} + k(0.28 - \Delta x) = 0$$

$$\frac{-F_{\text{tr}} + 0.28k}{k} = \Delta x = 0.1754 \text{ m}$$

$$F_{\text{tr}} = 2k(0.28 - \Delta x) \quad F_{\text{tr}} = 2k \cdot 0.28 - \Delta x \cdot 2k \cdot 0.28$$

$$F_{\text{tr}} = 2k \cdot 0.28 - \Delta x \cdot 2k \cdot 0.28$$

$$\Delta x = \frac{2k \cdot 0.28}{2k \cdot 0.28}$$

$$\Delta x = \frac{F_{\text{tr}}}{2k \cdot 0.28}$$

## Čunski zadaci

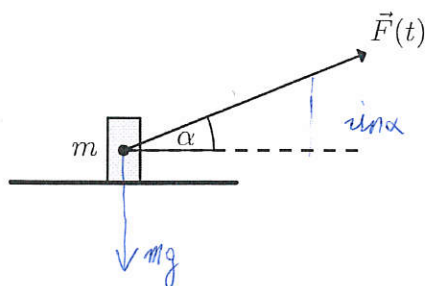
Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci

U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati

prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

### Čunski zadatak 2.1

U trenutku  $t = 0$  sila iznosa  $F(t) = kt$  počne djelovati na malo tijelo mase  $m$  koje miruje na glatkoj horizontalnoj podlozi ( $k$  je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut  $\alpha$  (vidi sliku). Koliko puta je put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.



konst "konst"  
"  
 $kt$   
 $ma = kt$

$a = \frac{ma}{k}$

$a = \frac{kt}{m}$

$mg = F(t) \sin \alpha \Rightarrow$  Odstroja se od Podloge

$mg = kt \sin \alpha$

$g = a \sin \alpha \Rightarrow t = \frac{mg}{k \sin \alpha}$

$a = \frac{g}{\sin \alpha}$

$t = \frac{m g}{k}$

$s = \frac{g}{\sin \alpha} \cdot \left( \frac{m g}{k \sin \alpha} \right)^2$

$s = \frac{m^2 g^3}{k^2 \sin^3 \alpha}$

$s = a \cdot t^2$

### Računski zadatak 2.2

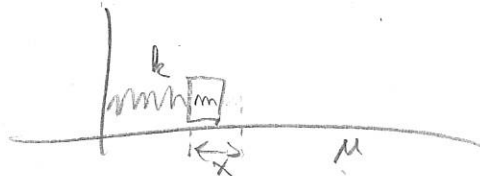
Opruga zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti  $k = 45 \text{ N/m}$ , postavljena je horizontalno tako da je jednim krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase  $m = 1.6 \text{ kg}$ . U početnom položaju opruga je sabijena za  $0.28 \text{ m}$ . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja  $\mu = 0.3$ . Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?

$$k = 45 \text{ N/m}$$

$$x = 0.28 \text{ m}$$

$$\mu = 0.3$$

$$m = 1.6 \text{ kg}$$



$$E = \frac{1}{2} k x^2$$

$$W_{tr} = \mu m g$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\frac{1}{2} k x^2 + \mu m g + \frac{1}{2} m v^2 = \text{konst}$$

$$t_0: E + W_{tr} + 0 = \frac{1}{2} k x^2 + \mu m g = 6.4728 \text{ J}$$

$$t_{v_{\text{MAX}}}: 0 + W_{tr} + K = \mu m g + \frac{1}{2} m v^2 = 6.4728 \text{ J}$$

$$\Rightarrow v^2 = 2 \frac{6.4728 - \mu m g}{m} = 2.205 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v_{\text{MAX}} = 1.48 \text{ m/s}$$

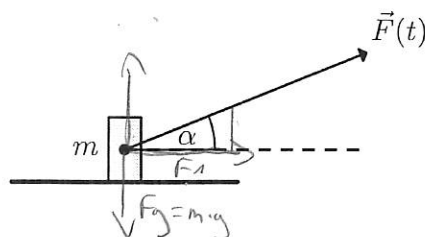


## 2. Računski zadaci

**Uputa:** Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

### Računski zadatak 2.1

U trenutku  $t = 0$  sila iznosa  $F(t) = kt$  počne djelovati na malo tijelo mase  $m$  koje miruje na glatkoj vodoravnoj podlozi ( $k$  je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut  $\alpha$  (vidi sliku). Odredite put koji je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.



$$\vec{F}(t) \rightarrow \begin{matrix} \nearrow \\ \text{+} \\ \rightarrow \end{matrix} \quad \vec{F}_1 = \vec{F}_2$$

$$\cos \varphi \equiv \frac{\vec{F}_1(t)}{\vec{F}(t)}$$

$$\vec{F}_1 = \cos \varphi \cdot \vec{F}(t)$$

$$\vec{F}_1 = \cos \varphi \cdot \vec{F}(t)$$

$$m \cdot \vec{a} = \cos \varphi \cdot \vec{F}(t)$$

$$a(t) = \frac{1}{m} \cdot \cos \varphi \cdot k \cdot t$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{m} \cdot \cos \varphi \cdot k \cdot t$$

$$d\vec{v} = \frac{1}{m} \cos \varphi \cdot k \cdot t \cdot dt \quad / \int \quad t=0$$

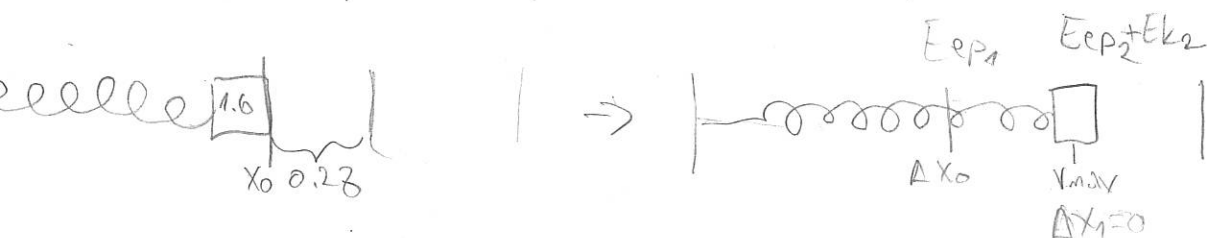
$$\vec{v} = \frac{1}{m} \cdot \cos \varphi \cdot k \cdot \frac{1}{2} t^2$$

$$d\vec{s} = \frac{1}{m} \cos \varphi \cdot k \cdot \frac{1}{2} t^2 \cdot dt \quad / \int$$

$$\vec{s} = \frac{1}{m} \cdot \cos \varphi \cdot k \cdot \frac{1}{6} t^3$$

## ski zadatak 2.2

a zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti  $k = 45 \text{ N/m}$ , postavljena je horizontalno tako da je krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase  $m = 1.6 \text{ kg}$ . U početnom stanju opruga je sabijena za  $0.28 \text{ m}$ . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja  $\mu = 0.3$ . Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?



$$W_{tr} = A \cdot E$$

$$V_{max}^2 = \frac{2mg\mu \cdot s + k\Delta x_0^2}{m}$$

$$F_{tr} \cdot s = E_{ep2} + E_{k2} - E_{ep1}$$

$$mg\mu \cdot s = \left( \frac{k\Delta x_1^2}{2} \right) + \frac{mv_{max}^2}{2} - \frac{k\Delta x_0^2}{2}$$

$$mg\mu s = \frac{mv_{max}^2}{2} - \frac{k\Delta x_0^2}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2mg\mu s = mv_{max}^2 - k\Delta x_0^2$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2mg\mu s + k\Delta x_0^2}{m}}$$

$$= 1.96 \text{ m/s}$$

## računski zadaci

Postupke rješavanja računskih zadataka 2.1 do 2.4. napišite na papire na kojima su sami zadaci. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

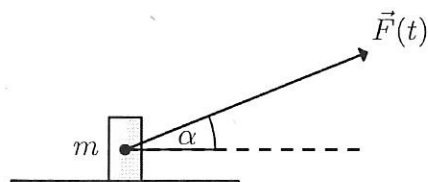
### računski zadatak 2.1

U trenutku  $t = 0$  sila iznosa  $F(t) = kt$  počne djelovati na malo tijelo mase  $m$  koje miruje na glatkoj horizontalnoj podlozi ( $k$  je pozitivna konstanta). Trajni smjer te sile s horizontalom tvori kut  $\alpha$  (vidi sliku). Koliko puta je tijelo prešlo do trenutka njegovog odvajanja od podloge.

$F_0 = 0$   $T_5 = 5$   $F_5 = k \cdot 5$

$F \cdot \sin \alpha$   
 $F \cdot \cos \alpha$   
 $m \cdot g$

$$F_g < F \cdot \sin \alpha$$



$$m \cdot g = F \cdot \sin \alpha$$

$$F \cdot \cos \alpha = m \cdot a$$

$$N[t] = ?$$

$$a = \frac{d}{dt} N[t]$$

$$m \cdot g = k \cdot t \cdot \sin \alpha$$

$$k \cdot t \cdot \cos \alpha = m \cdot a$$

$$a = \frac{k \cdot t \cdot \cos \alpha}{m}$$

$$dN = \frac{k \cdot t \cdot \cos \alpha}{m} \cdot dt \quad / \int$$

$$N = \frac{k \cdot \cos \alpha}{m} \int t \, dt$$

$$N = \frac{k \cdot \cos \alpha}{m} \frac{t^2}{2}$$

$$N = \frac{d}{dt} N[t]$$

$$N[t] = \frac{k \cdot \cos \alpha}{2m} \cdot \int t^2 \, dt$$

$$N[t] = \frac{k \cdot \cos \alpha}{2m} \cdot \frac{t^3}{3}$$

$$\frac{k \cdot \cos \alpha}{6 \cdot m} \left( \frac{m \cdot g}{k \sin \alpha} \right)^3$$

$$\frac{k \cdot \cos \alpha \cdot m^3 \cdot g^3}{6 \cdot m \cdot k^3 \cdot \sin^3 \alpha} = \frac{\cos \alpha \cdot m^2 \cdot g^3}{6 \sin^3 \alpha \cdot k^2}$$

## ski zadatak 2.2

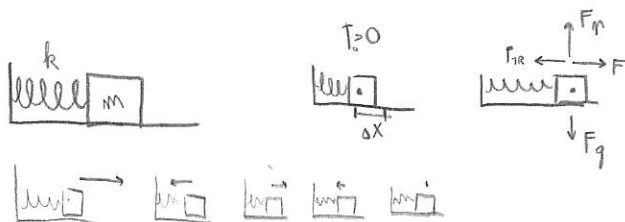
zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti  $k = 45 \text{ N/m}$ , postavljena je horizontalno tako da je krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase  $m = 1.6 \text{ kg}$ . U početnom u opruga je sabijena za  $0.28 \text{ m}$ . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja  $\mu = 0.3$ . Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?

$45 \text{ N/m}$

$1.6 \text{ kg}$

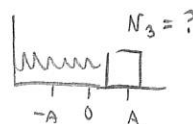
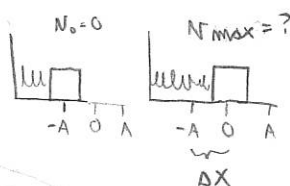
$0.28 \text{ m}$

$0.3$



$$F_T = F_g = 1.6 \cdot g = 15.696 \text{ N}$$

$$F_{TR} = \mu \cdot F_T = 4.7088 \text{ N}$$



$$-k \cdot x = 12.6 \text{ N}$$

$$E = U[x] - E_{TR}$$

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{k x^2}{2} - F_{TR} \cdot \Delta x$$

$$m \cdot a = F_{ELS} - F_{TR}$$

$$a = \frac{F_{ELS} - F_{TR}}{m} = 4.932 \text{ m/s}^2$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{k x^2 - 2 F_{TR} \cdot \Delta x}{m}} = 0.7463 \text{ m/s}$$

## Računski zadatak 2.2

Opruga zanemarive mase, koeficijenta elastičnosti  $k = 45 \text{ N/m}$ , postavljena je horizontalno tako da je jednim krajem pričvršćena za zid, a uz njen drugi kraj pričvršćeno je tijelo mase  $m = 1.6 \text{ kg}$ . U početnom položaju opruga je sabijena za  $0.28 \text{ m}$ . U jednom trenutku tijelo se pusti iz mirovanja i počne titrati duž horizontalne podloge. Tijekom gibanja na tijelo djeluje konstantna sila trenja s koeficijentom trenja  $\mu = 0.3$ . Koliki je iznos maksimalne brzine koju tijelo postigne tijekom gibanja?

$$k = 45 \text{ N/m} \quad m = 1.6 \text{ kg} \quad \Delta x = 0.28 \text{ m}$$

$$E_k = W_F - W_t$$

$$E = \frac{mv^2}{2} = k \frac{x^2}{2}$$

$$E_k = W_F - W_t$$

$$E_k = \frac{v^2}{2} = \frac{\mu mg v}{s}$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1 - \mu mg}{s}$$

$$v = \frac{2 - 2\mu mg}{5m}$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2} - W_{traj}$$

$$kx^2 = \frac{mv^2}{2} - F_t \cdot s = 0$$

$$v^2 = \frac{kx^2}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{kx^2}{m}} = 1.485$$



$$F_{tr} = F - F_t$$

$$E_k = W_F - F_t \cdot s$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - 2\mu mg v$$

$$mv^2 - \mu mg v = kx^2$$

$$v^2 - \mu g v = \frac{k(x + \Delta x)^2}{m}$$

$$v^2 - 2.943 v - 2.825 = 0$$

$$v_1 = 3.562$$

$$v_2 = -0.1619$$



$$V_{max} \Rightarrow s = 0 \rightarrow \text{derivative} = 0$$

$$V_{max} = \frac{x = 0.28}{s}$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2} - W_{tr}$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \mu mg \cdot x$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \mu mg x$$

$$v^2 = \frac{kx^2 + 2\mu mg x}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{kx^2 + 2\mu mg x}{m}} = 1.963 \text{ m/s}$$