

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (03 نقاط)

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية توجد ثلاثة اقتراحات من بينها واحد فقط صحيح، حدد الاقتراح الصحيح في كل حالة مع التبرير.

(1) مجموعة حلول المتراجحة  $\ln(-3x + 2) \leq \ln 3$  هي:

- أ.  $[-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}]$  ؛ ب.  $[-\frac{1}{3}; +\infty[$  ؛ ج.  $\mathbb{R}$  .

(2) لتكن  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بالعلاقة  $f(x) = \frac{1}{x}$  . الدالة الأصلية  $F$  للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  والتي تنعدم من أجل  $x = e$  معرفة كما يلي:

- أ.  $F(x) = e^{-2} - \frac{1}{x^2}$  ؛ ب.  $F(x) = -1 + \ln x$  ؛ ج.  $F(x) = \ln x$  .

(3) القيمة المتوسطة للدالة  $g: x \mapsto \frac{x^2}{4}$  على المجال  $[-2; 2]$  تساوي:

- أ.  $\frac{4}{3}$  ؛ ب. 3 ؛ ج.  $\frac{1}{3}$  .

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

إليك فيما يلي جدول يمثل أجور 5 موظفين في مؤسسة وطنية وذلك حسب أقدميتهم في المهنة:

$x_i$ (الأقدمية بالسنوات)	2	8	15	19	24
$y_i$ (الأجرة بالدنانير)	32400	35400	39600	41400	44700

(1) أ. مثل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد.

(1cm لكل سنتين على محور الفواصل و 1cm لكل 1000 دينار على محور الترتيب ويبدأ

التدريج على هذا المحور ابتداء من 30000).

ب. اذكر لماذا يمكننا إجراء تعديل خطي لهذه السحابة.

(2) أ. عين إحداثيي النقطة المتوسطة  $G$  لسحابة النقط.

ب. لتكن  $y = ax + b$  معادلة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا.

• بين أن مدور  $a$  إلى  $10^{-3}$  هو 556,356 .

• عين مدور  $b$  إلى  $10^{-3}$  باعتبار 556,356 .

- (3) أ. باستعمال التعديل الخطي السابق، قدير أجره موظف له 30 سنة أقدمية.  
ب. بعد كم سنة من العمل تتجاوز أجره الموظف 50000 ديناراً؟

#### التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

يتكون مجتمع من 55% نساء و 45% رجال، 25% من النساء يتحدثن لغة أجنبية و 35% من الرجال يتحدثون أيضاً لغة أجنبية.

نختار عشوائياً شخصاً من هذا المجتمع ونعتبر الحوادث التالية:

$H$  "رجل"

$F$  "امرأة"

$A$  "رجل يتحدث لغة أجنبية"

$B$  "امرأة تتحدث لغة أجنبية"

(1) أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها:

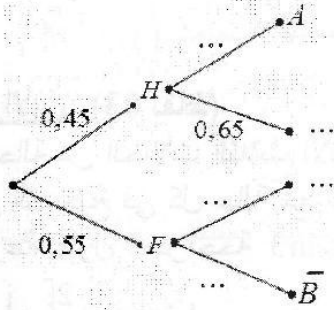
(2) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار:

أ. "رجلاً يتحدث لغة أجنبية"

ب. "امرأة لا تتحدث لغة أجنبية"

ج. "شخصاً يتحدث لغة أجنبية"

(3) احسب احتمال أن يكون الشخص المختار امرأة، علماً أنه يتحدث لغة أجنبية.



#### التمرين الرابع: (08 نقاط)

(1) لتكن  $f$  الدالة المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:  $f(x) = e^{2x} - e^x - x - 2$

أ. احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$ . (نقبل أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^{2x}} = 0$ )

ب. بين أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  وأن دالتها المشتقة  $f'$  تحقق:

$$f'(x) = (e^x - 1)(2e^x + 1)$$

ج. ادرس حسب قيم  $x$  إشارة  $f'(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

(2)  $(C)$  منحنى  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  على المجال  $]-\infty; 1]$

أ. بين أن المستقيم  $(d)$  الذي معادلته  $y = -x - 2$  مقارب مائل للمنحنى  $(C)$  بجوار  $-\infty$ .

ادرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C)$  والمستقيم  $(d)$ .

ب. بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث  $-2,11 < \alpha < -2,10$

و  $0,82 < \beta < 0,81$  وفسر النتيجة هندسياً.

ج. ارسـم المستقيم  $(d)$  والمنحنى  $(C)$ .

(3) عيّن دالة أصلية  $F$  للدالة  $f$  على المجال  $]-\infty; 1]$





## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (03 نقاط)

عدد تلاميذ ثانوية هو 900 ، يتوزعون حسب المستوى والصنف (داخلي أو خارجي) كما يلي:

المستوى \ الصنف	السنة الأولى	السنة الثانية	السنة الثالثة	المجموع
خارجيون	250	200	150	600
داخليون	100	120	80	300



نختار تلميذا بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:

- (1) احتمال أن يكون التلميذ خارجيا.
- (2) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى.
- (3) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى وخارجيا.
- (4) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى علما أنه خارجي.
- (5) هل الحادثتان " التلميذ من السنة الأولى " و " التلميذ خارجي " مستقلتان؟

### التمرين الثاني: (05,5 نقطة)

لنكن المتتالية العددية  $(u_n)$  حيث:  $u_0 = \frac{1}{2}$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + \frac{1}{5}$ .

- (1) احسب  $u_1$  و  $u_2$ .
- (2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n > \frac{1}{3}$ .
- (3) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.
- (4) لنكن المتتالية العددية  $(v_n)$  حيث من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $v_n = u_n - \frac{1}{3}$ .  
أ. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول.  
ب. اكتب كلا من  $u_n$  و  $v_n$  بدلالة  $n$ .  
ج. احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

### التمرين الثالث: ( 04,5 نقطة )

يمثل الجدول التالي الكميات المنتجة لسلعة شركة من سنة 2006 إلى سنة 2010. (الكميات مقدرة بالطن)

السنة	2006	2007	2008	2009	2010
رتبة السنة $x_i$	1	2	3	4	5
كمية الإنتاج $y_i$	2,6	2,8	3,2	4	4,4

1. مثل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد.  
( 2cm يمثل رتبة واحدة على محور الفواصل، 1cm يمثل 0,4 طن على محور الترتيب )
2. عين إحداثي  $G$  النقطة المتوسطة للسحابة ومثلها في المعلم السابق.

3. أ) جد معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا.  
 ب) أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق.  
 4. ما هي كمية الإنتاج المتوقعة خلال سنة 2015 ؟

#### التمرين الرابع: (07 نقاط)

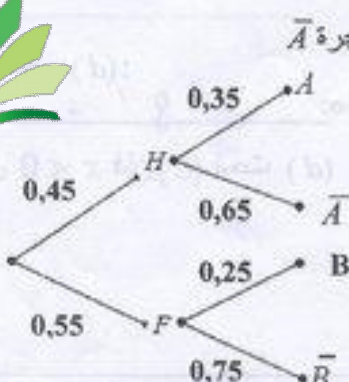
نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1}$$

- (C) المنحنى البياني الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .  
 الوحدة 1cm على محور الفواصل و 4cm على محور الترتيب.
- 1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $f(x) = 1 - \frac{x}{x^2 + 1}$ .
  - 2) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ ، واستنتج أن (C) يقبل مستقيماً مقارباً يطلب تعيين معادله.
  - 3) ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم ( $\Delta$ ) الذي معادلته  $y = 1$ .
  - 4) احسب  $f'(x)$  واستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
  - 5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(-x) = 2 - f(x)$ . واستنتج أن (C) يقبل مركز تناظر يطلب تعيينه.
  - 6) ارسم المستقيم ( $\Delta$ ) والمنحنى (C).
  - 7) أ. احسب التكامل:  $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx$ .
- ب. احسب بالسنتمتر مربع مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادليهما  $x = 0$  و  $x = 1$ .





العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
<b>الموضوع الأول</b>		
03		<b>تمرين 1: (03 نقاط)</b>
	0,5×2	(1) الاقتراح الصحيح هو : أ. $\left[-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right]$ لأن: $0 < -3x + 2 \leq 3$ تكافئ $-\frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3}$
	0,5×2	(2) الاقتراح الصحيح هو : ب. $F(x) = -1 + \ln x$ لأن: $\int_e^x \frac{1}{t} dt = -1 + \ln x$
	0,5×2	(3) الاقتراح الصحيح هو : ج. $\frac{1}{3}$ لأن: $\frac{1}{2 - (-2)} \int_{-2}^2 \frac{x^2}{4} dx = \frac{1}{3}$
04,5	1	<b>تمرين 2: (04,5 نقاط)</b>
	0,25	(1) أ. تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$
	0,5×2	ب. يمكننا إجراء تعديل خطي لهذه السحابة لأن نقاطها موزعة في شكل متطاوّل.
	0,75	(2) أ. لدينا النقطة المتوسطة $G(13,6; 38700)$
	0,5	ب. إيجاد مدور $a$ إلى $10^{-3}$ : $a = 556,356$
	0,5	مدور $b$ إلى $10^{-3}$ هو $31133,558$
	0,5	(3) أ. أجره موظف له 30 سنة أقدمية هي 47824,238 ديناراً
	0,5	ب. تتجاوز أجره موظف مبلغ 50000 دينار بعد 34 سنة أقدمية.
<b>تمرين 3: (4,5 نقاط)</b>		
	0,25×5	(1) إتمام الشجرة $\bar{A}$
		



العلامة		عناصر الإجابة												
مجموع	مجزأة													
04,5	0,5	2) أ. احتمال رجل يتحدث لغة أجنبية هو: $0,45 \times 0,35 = 0,1575$												
	0,5	ب. احتمال امرأة لا تتحدث لغة أجنبية هو: $0,55 \times 0,75 = 0,4125$												
	0,5	ج. احتمال شخص يتحدث لغة أجنبية هو:												
	0,75+0,5	نرمز بالرمز $E$ إلى الحادثة "اختيار شخص يتحدث لغة أجنبية" $P(E) = 0,45 \times 0,35 + 0,55 \times 0,25 = 0,1575 + 0,1375 = 0,295$												
	0,5×2	3) احتمال أن يكون الشخص المختار امرأة علما أنه يتحدث لغة أجنبية هو: $P_E(F) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)} = \frac{0,55 \times 0,25}{0,295} = 0,4661$												
08	0,5×2	<b>تمرين 4: (08 نقاط)</b>												
	0,25	1) أ. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$												
	0,75	ب. $f$ في مجموع دوال قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ :												
	0,5	ولدينا $f'(x) = 2e^{2x} - e^x - 1 = (e^x - 1)(2e^x + 1)$												
	0,5	ج. إشارة $f'(x)$ : $-\infty \quad - \quad 0 \quad + \quad +\infty$												
	0,5	$f$ متزايدة تماما على $[0; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty; 0]$ جدول تغيرات $f$ :												
	0,5	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td></td> <td><math>- \quad 0 \quad +</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> <td><math>-2</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$	$f'(x)$		$- \quad 0 \quad +$		$f(x)$	$+\infty$	$-2$	$+\infty$
$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$											
$f'(x)$		$- \quad 0 \quad +$												
$f(x)$	$+\infty$	$-2$	$+\infty$											
	0,5	2) أ. المستقيم $(d)$ الذي معادلته $y = -x - 2$ مقارب لـ $(C)$ بجوار $-\infty$ لأن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x - 2)] = 0$												
	0,5	دراسة الوضعية النسبية للمنحني $(C)$ والمستقيم $(d)$ :												
	0,5	$f(x) - y = e^x(e^x - 1)$ وإشارته: $-\infty \quad - \quad 0 \quad + \quad +\infty$												
	0,5	إذا كان $x > 0$ فإن $(C)$ فوق $(d)$ وإذا كان $x < 0$ فإن $(C)$ تحت $(d)$ $(C)$ و $(d)$ يتقاطعان في $A(0; -2)$												

122

ب. بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة

0,5 .....  $-2,11 < \alpha < -2,1$  إذن  $f(-2,1) \approx -0,00746$  و  $f(-2,11) \approx 0,00346$ 0,5 .....  $0,81 < \beta < 0,82$  إذن  $f(0,82) \approx 0,0646$  و  $f(0,81) \approx -0,0048$  و0,25 ..... التفسير البياني: (C) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما  $\alpha$  و  $\beta$ 

0,25+0,75 ..... ج. رسم (C) و (d) .....



0,75

$$F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x - \frac{1}{2}x^2 - 2x + c; c \in \mathbb{R} \quad (3)$$

موقع  
الدراسة الجزائري  
[www.eddirasa.com](http://www.eddirasa.com)



## الموضوع الثاني

العلامة		الموضوع الثاني
مجموع	مجزأة	
03		<b>تمرين 1: (03 نقاط)</b>
	0,5	(1) احتمال أن يكون التلميذ خارجيا هو: $\frac{600}{900} = \frac{2}{3}$
	0,5	(2) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى هو: $\frac{250+100}{900} = \frac{7}{18}$
	0,5	(3) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى وخارجيا هو: $\frac{250}{900} = \frac{5}{18}$
	0,75	(4) احتمال أن يكون التلميذ من السنة الأولى علما أنه خارجي. $\frac{5}{18} \times \frac{3}{2} = \frac{5}{12}$ أو $\frac{250}{600} = \frac{5}{12}$
	0,75	الحادثتان غير مستقلتين لأن: احتمال تقاطع الحادثتين هو $\frac{5}{18}$ و جداء احتماليهما هو: $\frac{7}{27} \times \frac{5}{18} \neq \frac{7}{18} \times \frac{2}{3} = \frac{7}{27}$
05,5		<b>تمرين 2: (05,5 نقطة)</b>
	0,25×2	(1) $u_1 = \frac{2}{5}$ و $u_2 = \frac{9}{25}$
	0,25	(2) $u_0 > \frac{1}{3}$ محققة لأن: $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$
	0,5	نفرض $u_n > \frac{1}{3}$ ومنه $\frac{2}{5} \times u_n + \frac{1}{5} > \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ أي: $u_{n+1} > \frac{1}{3}$
	0,25	وعليه من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ فإن $u_n > \frac{1}{3}$
	0,75	(3) $(u_n)$ متناقصة تماما لأن: $u_{n+1} - u_n = \frac{-3}{5}(u_n - \frac{1}{3}) < 0$
	0,5	$(u_n)$ متقاربة لأنها متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل
	0,75	(4) $v_{n+1} = \frac{2}{5}v_n$ أ.
	0,25×2	إذن $(v_n)$ هندسية أساسها $q = \frac{2}{5}$ وحدها الأول $v_0 = \frac{1}{6}$
	0,5×2	ب. $u_n = \frac{1}{6}\left(\frac{2}{5}\right)^n + \frac{1}{3}$ و $v_n = \frac{1}{6}\left(\frac{2}{5}\right)^n$
	0,5	ج. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{3}$



04,5	1 0,5×2 0,25 0,5+0,75 0,5 0,5	<p><b>تمرين 3: (4,5 نقطة)</b></p> <p>(1) تمثيل سحابة النقط</p> <p>(2) النقطة المتوسطة <math>G(3; 3,4)</math></p> <p>تمثيل <math>G</math></p> <p>(3) أ. معادلة المستقيم: <math>y = 0,48x + 1,96</math></p> <p>ب. رسم المستقيم</p> <p>(4) من أجل <math>x = 10</math> رتبة 2015 نجد: <math>y = 6,76</math> (كمية الإنتاج المتوقعة بالطن)</p>															
07	0,5 0,25×2 0,25 0,5 0,75 0,5 0,5 0,75 0,25 0,75+0,25 0,75 0,75	<p><b>تمرين 4: (07 نقاط)</b></p> <p>(1) <math>f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1} = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} + \frac{-x}{x^2 + 1} = 1 - \frac{x}{x^2 + 1}</math></p> <p>(2) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1</math> و <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1</math></p> <p>(C) يقبل مستقيما مقاربا معادلته <math>y = 1</math></p> <p>(3) لدينا <math>f(x) - 1 = \frac{-x}{x^2 + 1}</math> إذن لما <math>x &gt; 0</math> تحت (C) <math>(\Delta)</math> ولما <math>x &lt; 0</math> فوق (C) <math>(\Delta)</math></p> <p>(4) <math>f'(x) = \frac{-x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2}</math> وإشارته:</p> <p><math>f</math> متزايدة تماما على كل من <math>[1; +\infty[</math> و <math>]-\infty; -1]</math> ومتناقصة تماما على <math>]-1; 1[</math></p> <table border="1" data-bbox="639 1095 1222 1352"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>+1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td></td> <td><math>\frac{3}{2}</math></td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td>1</td> </tr> </table> <p>(5) <math>2 - f(x) = f(-x) = 1 + \frac{x}{x^2 + 1}</math></p> <p>النقطة <math>w(0,1)</math> هي مركز تناظر للمنحنى (C).</p> <p>(6) رسم (C) و (Δ)</p> <p>(7) <math>\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} [\ln(x^2 + 1)]_0^1 = \frac{\ln 2}{2}</math></p> <p>ب. <math>A = 4cm^2 \times \int_0^1 f(x) dx = 4cm^2 \int_0^1 (1 - \frac{x}{x^2 + 1}) dx = (4 - 2\ln 2)cm^2</math></p>	$x$	$-\infty$	$-1$	$+1$	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	$f(x)$		$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
$x$	$-\infty$	$-1$	$+1$	$+\infty$													
$f'(x)$	+	0	-	0													
$f(x)$		$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	1													