

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (3 نقاط)

$f$  دالة معرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$ ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني و جدول تغيراتها معطى كما يلي:

x	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
f(x)	$\nearrow$ 2	$+\infty$	$\searrow$ 2

أجب بـ: خطأ أو صحيح على كل سؤال مما يلي مع تبرير الإجابة.

- المستقيم الذي معادلته  $y = 2$  مقارب للمنحنى  $(C_f)$ .
- المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا.
- مجموعة حلول المتراجحة  $f(x) > 0$  هي  $S = ]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$ .
- في المجال  $]-\infty; -1[$  يكون: " $f(-2) > f(x)$  عندما يكون  $x < -2$ ".
- النقطة  $A(-3; 1)$  تنتمي إلى المنحنى  $(C_f)$ .
- الدالة  $f$  زوجية.

التمرين الثاني (4 نقاط):

(1) نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بـ:  $u_0 = -1$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  يكون:  $3u_{n+1} = u_n + 4$

(أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، يكون  $u_n \leq 2$ .

(ب) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة.

(ج) استنتج مع التبرير أن المتتالية  $(u_n)$  مقاربة.

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = u_n - 2$

(أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول و أساسها.

(ب) أكتب الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(ج) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

(د) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث  $S_n = u_0 + \dots + u_n$ .

### التمرين الثالث (4 نقاط):

يحتوي كيس على 9 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 1، 2، 3، 3 و 5 كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 2، 3، 3. نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة.

1. شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الآتيتين:

• باعتماد ألوان الكرات.

• باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات.

2. احسب احتمال كل من الحوادث التالية:

(أ)  $A$ : الكرتان المسحوبتان بيضاوان.

(ب)  $B$ : إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء.

(ج)  $C$ : لا يظهر الرقم 1.

### التمرين الرابع (9 نقاط):

الدالة العددية  $f$  معرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$

يرمز  $(C_f)$  إلى المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

I. 1) عيّن الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  بحيث يكون من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-1\}$ :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$$

(2) احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

(3) بيّن أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور الترتيب يطلب تعيين معادلة له.

(4) بيّن أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x - 1$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$ .

(5) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$ .

II. 1) بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-1\}$  فإن:  $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$  و  $f'$  هي الدالة المشتقة للدالة  $f$

(2) عيّن اتجاه تغيّر الدالة  $f$  على مجالي مجموعة تعريفها و شكل جدول تغيراتها.

(3) اكتب معادلة للمماس  $(D)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.

III. 1) بيّن أن النقطة  $A(-1; -2)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .

(2) ارسم كلا من:  $(\Delta)$ ،  $(D)$  و  $(C_f)$ .

(3) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حتى يكون للمعادلة  $f(x) = m$  حلان مختلفان.

(4) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  و المستقيمين اللذين معادلتاهما

$$x = e^2 - 1 \text{ و } x = 1$$

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول (05 نقاط)

$(U_n)$  متتالية عددية معرفة بـ  $U_0 = -1$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $U_{n+1} = 3U_n - 2$  .

1. احسب  $U_1$  ،  $U_2$  .

2. لتكن المتتالية العددية  $(V_n)$  المعرفة بـ :  $V_n = U_n - 1$  .

أ - أثبت أن المتتالية  $(V_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  و حدها الأول  $V_0$  .

ب - اكتب عبارة الحد العام  $V_n$  بدلالة  $n$  .

3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $U_{n+1} - U_n = (-4) \times 3^n$  ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  .

4. عيّن العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون :  $U_0 + U_1 + \dots + U_n = n - 79$  .

### التمرين الثاني: ( 4 نقاط )

يمثل الجدول التالي عدد الزوّار (بالآلاف) لأحد الحمامات المعدنية بين سنتي 2000 و 2007 .

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
رتبة السنة $x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد الزوّار $y_i$ ( بالآلاف )	4,5	4,9	5,5	5,2	5,7	6	6,8	7,4

1- مثلّ سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد.

(على محور الفواصل  $2cm$  تمثل سنة واحدة ، على محور الترتيب:  $1cm$  ألف زائر)

2- عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة  $G$  لهذه السلسلة ثم علّمها .

3- بين أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل:

$$y = 0,38x + 4$$

4- باستعمال التعديل الخطي السابق عيّن عدد زوّار هذا الحمام في سنة 2010؟

### التمرين الثالث: ( 03 نقط )

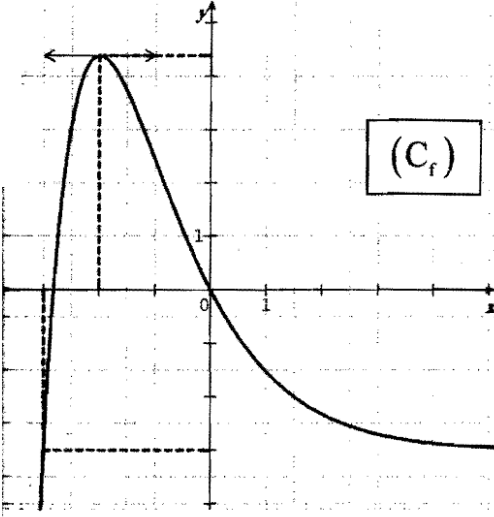
ليكن  $P(x) = 2x^2 - 5x + 2$  كثير الحدود حيث:

1. أ) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $P(x) = 0$

ب) استنتج في المجال  $]0, +\infty[$  حلول المتراجحة التالية :  $2(\ln x)^2 - 5\ln x + 2 > 0$

2. حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $2^{2x+1} = 5 \times 2^x - 2$

**التمرين الرابع: (8 نقاط)**



$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:  $f(x) = (x+a)e^{-x} + b$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

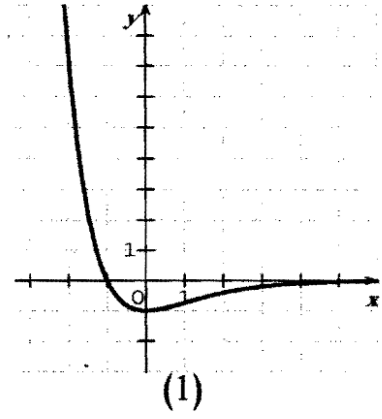
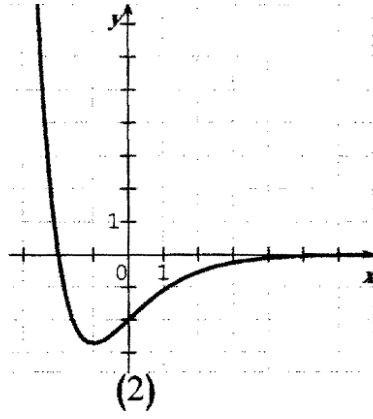
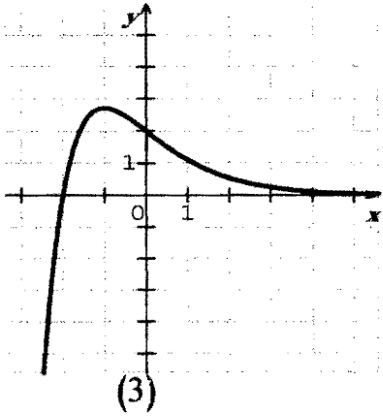
(1) بقراءة بيانية للمنحنى  $(C_f)$ :

(أ) عَيِّن  $f(-3)$ ،  $f(0)$ ،  $f'(-2)$ .

(ب) عَيِّن حسب قيم  $x$  إشارة  $f'(x)$ .

(ج) من بين المنحنيات الثلاثة (1)، (2)، (3) عَيِّن، مع التبرير،

المنحنى الممثل للدالة  $f'$  مشتقة الدالة  $f$ .



2. (أ) بَيِّن أَنَّهُ من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$ ،  $f(x) = (x+3)e^{-x} - 3$ .

(ب) شَكِّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(ج) بَيِّن أَنَّ  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلة له.

(د) بَيِّن أَنَّ المعادلة  $f(x) = -2$  تقبل في المجال  $[0; +\infty[$  حلا وحيدا  $\alpha$  محصورا بين 1,50 و 1,52.

(3) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = (-x-4)e^{-x}$  وليكن  $I$  العدد الحقيقي حيث:

$$I = \int_{-2}^0 f(x) dx$$

(أ) احسب  $f'(x)$  ثم استنتج دالة أصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ .

(ب) أعط تفسيرا بيانيا للعدد  $I$  مبررا الحصر التالي  $4,5 < I < 5$  باعتبارات بيانية محضة.

(ج) احسب العدد  $I$ .

العلامة		عناصر الإجابة	محاو ر الموضوع	
المجموع	مجزأة	الموضوع الأول		
03	2×0.25	التمرين الأول 1.خطأ - التبرير " لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=2$ ..... 2.خطأ - التبرير " لأن $(C_f)$ لا يقطع حامل محور الفواصل"..... 3.صحيح - التبرير " لأن $f(x)>2$ من أجل كل $x$ من $D_f$ ..... 4.صحيح - التبرير " لأن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-2[$ ..... 5.خطأ - التبرير " لأن $f(x)>2$ من أجل كل $x$ من $D_f$ ..... 6.خطأ -التبرير " لأن $D_f$ غير متناظر بالنسبة إلى 0.....	ال د و ال د د ي ة	
	0.25	التمرين الثاني : 1 - البرهان بالتراجع التحقق من أن $u_0 \leq 2$ إثبات أنه إذا كان : $u_n \leq 2$ فإن $u_{n+1} \leq 2$ الاستنتاج		ال م ت ب ا ئ ا ت ال ع د ي ة
	0.5	ب) إثبات أن $(u_n)$ متزايدة من أجل كل عدد طبيعي $n$		
	0.25	$u_{n+1} - u_n = -\frac{2}{3}(u_n - 2) = \frac{2}{3}(2 - u_n)$ $(u_n)$ متزايدة لأن : $u_{n+1} - u_n \geq 0$		
	0.25	ج- $(u_n)$ متزايدة و محدودة من الأعلى ، فهي متقاربة.		
	0.5	2 (أ) إثبات أن $(v_n)$ متتالية هندسية $q=\frac{1}{3}$ و $v_0=-3$		
2×0.25	ب) $(v_n)$ بدلالة $n$ ثم $(u_n)$ بدلالة $n$			
0.5 + 0.25	ج- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ 2 - 3 \left( \frac{1}{3} \right)^n \right] = 2$			
0.25	د) حساب المجموع $S_n$			
0.5				
04	0.75	التمرين الثالث. 1) الشجرة باعتماد ألوان الكرات مع وضع الاحتمال على كل فرع.....	ال ا ح ت م ا ل ات	
	01	الشجرة باعتماد الأرقام مع وضع الاحتمال على كل فرع.....		
	0.75	2. أ/حساب احتمال A.....		
	0.75	ب/حساب احتمال B.....		
	0.75	ج/حساب احتمال C.....		
	0.75			

العلامة		عناصر الإجابة	محاو
المجموع	مجزأة	الموضوع الأول	الموضوع
09		التمرين الرابع.	الدوال العددية
		$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$	
	4×0.25	1.I تعيين الأعداد $a; b; c$ نجد $(c = 4; b = -1; a = 1)$ .....	
		2 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ..	
	4×0.25	..... $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ ..	حساب المساحات
		3) بما أن $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ فإن $(c_f)$ يقبل مستقيما مقاربا	
	2×0.25	..... معادلته $x = -1$ ..	
		4) بما أن $\lim_{ x  \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 1)) = 0$ فإن المستقيم $y = x - 1$ : (Δ) مقارب	
	2×0.25	..... مائل ..	
	2×0.25	5) وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى (Δ) .....	
	0.25 + 05	1. II حساب $f'(x)$ و كتابتها بالشكل $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$ .....	
	0.5	2) إشارة $f'(x)$ .....	
	3×0.25	• جدول تغيرات $f$ و حساب $f(1)$ و $f(-3)$ .....	
	2×0.25	3) معادلة المماس (D) : $y = -3x + 3$ .....	
	0.5	1. III إثبات أن النقطة $A(-1; -2)$ مركز تناظر للمنحنى .....	
	0.75 + 2×0.25	2) رسم (Δ) ، (D) و $(c_f)$ .....	
	0.5	3) المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ .....	
	3×0.25	4) حساب المساحة .....	

مواور الموضوع	عناصر الإجابة الموضوع الثاني	العلامة	المجموع
المتتاليات العديّة	التمرين الأول:		
	(1) $U_1 = -5 ; U_2 = -17$	0.25+0.25	
	(2) أ) اثبات ان $(V_n)$ متتالية هندسية	1	
	$q=3$ ، $V_0 = -2$	0.25+0.25	
	ب) $V_n = (-2) \times 3^n$	0.5	
	(3) تبيان ان $U_{n+1} - U_n = (-4) \times 3^n$	0.5	
	$(U_n)$ متناقصة تماما على $\mathbb{N}$	0.5	
الإحصاء	(4) $U_0 + U_1 + \dots + U_n = -2 \times \frac{3^{n+1} - 1}{2} + n + 1$	1	
	$n=3$	0.5	
	التمرين الثاني:		
	(1) تمثيل سحابة النقط	1	
	(2) حساب إحداثيي $G(4,5 ; 5,75)$ و تعليمها	$3 \times 0.25$	
	(3) $a=0,38$ ، $a = \frac{\frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 x_i y_i - \bar{x} \bar{y}}{\frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 (x_i - \bar{x})^2}$	$2 \times 0.5$	
	(4) رتبة سنة 2010 هي 11	0.25	
الدوال العديّة	$\bar{y} = a\bar{x} + b$ (نقطة من مستقيم الانحدار)	0.25	
	$b=4$	0.25	
	$y = 0,38 \times 11 + 4$	0.25	
	$y = 8,18$ إذن عدد الزوار هو 8180 زائرا	0.25	
	ملاحظة : يقبل الحل البياني	0.25	
	التمرين الثالث:		
	(1) حلي المعادلة $P(x) = 0$ هما $\frac{1}{2} ; 2$	1	
03	(2) استنتاج حلي $2(\ln x)^2 - 5 \ln x + 2 = 0$ هما $\sqrt{e} ; e^2$	1	
	(3) حلي المعادلة $2^{2x+1} = 5 \times 2^x - 2$ هما $-1 ; 1$	1	
08	التمرين الرابع:		
	أ) تعيين $f'(-2)$ ، $f(0)$ ، $f(-3)$	$3 \times 0.25$	
	ب) إشارة $f'(x)$	1	
	ج) اختيار المنحنى المناسب مع التبرير	$0.25 + 0.75$	
	2. أ) تبيان أن $f(x) = (x+3)e^{-x} - 3$	1	
	ب) جدول تغيرات الدالة $f$ .	0.5	
	ج) المستقيم المقارب و إعطاء معادلته	0.5	
03	د) حلول المعادلة $f(x) = -2$	1	
	3. أ) حساب $F'(x)$ و استنتاج دالة أصلية لـ $f$ على $\mathbb{R}$ .	$2 \times 0.5$	
	ب) التفسير البياني للعدد $I$ و حصره.	$0.5 + 0.25$	
	ج) حساب $I$ .	0.5	