



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تسيير واقتصاد

دورة: 2022

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

عَيِّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات التالية مع التبرير:

(1) (u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على \mathbb{N} بـ $u_n = -3n + 1$ حيث u_n العام u_n هي: $u_{1954} + u_{1955} + \dots + u_{2022}$ قيمة المجموع

(أ) -11926 (ب) -411447 (ج) 272356

(2) المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ: $v_n = \frac{1}{2^{n-1}}$ هي متتالية:

(أ) هندسية (ب) حسابية (ج) لا حسابية ولا هندسية

(3) قيمة العدد الحقيقي $\int_1^2 (1 + \frac{1}{x^2}) dx$ هي:

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{3}{2}$ (ج) $\frac{2}{3}$

(4) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x^2 + 6x + 4$ ، (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد.

محور تناظر المنحني (C) هو المستقيم ذو المعادلة :

(أ) $x = 4$ (ب) $x - 3 = 0$ (ج) $x + 3 = 0$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين العدديتين f و g المعرفتين

على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = ax^2 + bx - 1$ و $g(x) = (x+1)^2(x-1)$ حيث a و b عدنان حقيقيان.

(1) أ- بَيِّنْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عِدَدٍ حَقِيقِي x ، $g(x) = x^3 + x^2 - x - 1$

ب- عَيِّنْ العِددين a و b حَتَّى تَكُونَ g دَالَّةً أَصْلِيَّةً لـ f عَلَى \mathbb{R}

(2) تَحَقَّقْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عِدَدٍ حَقِيقِي x ، $f(x) = (x+1)(3x-1)$

(3) أ- حَلِّ الْعِبَارَةَ $g(x) - f(x)$

ب- اسْتَنْتِجْ أَنَّ (C_f) و (C_g) يَتَقَاطِعَانِ فِي ثَلَاثِ نَقَطٍ يُطْلَبُ تَعْيِينُهَا.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = 21 \\ u_4 + u_5 = 20 \end{cases} \quad \text{حيث } (u_n) \text{ المتتالية الحسابية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ وأساسها } r$$

(1) أ- بين أن $u_3 = 7$ و $r = 2$ ثم استنتج قيمة u_0

ب- أكتب u_n بدلالة n

ج- أحسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

(2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = 3 \times 2^{2n}$

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 4$ ثم استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

ب- أحسب، بدلالة n ، المجموع S'_n حيث $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \frac{2}{3} v_n$

أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = 2^{u_n}$

ب- احسب p_n حيث، $p_n = w_0 \times w_1 \times \dots \times w_{n-1}$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على D حيث $D = \mathbb{R} - \{-2\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ ثم فسّر النتيجة ببيان.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل لـ (C) ثم ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

(3) بين أن النقطة $A(-2; -1)$ مركز تناظر (C)

(4) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D ، $f'(x) = \frac{(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(5) أكتب معادلة لـ (T) مماس (C) في النقطة ذات الفاصلة 0

(6) أنشئ (T)، (Δ) و (C)

(7) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ بـ: $g(x) = \frac{x^2 - 3|x| + 3}{-|x| + 2}$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- بين أن g دالة زوجية ثم تحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty; -2[\cup]-2; 0]$ ، $g(x) = f(x)$

ب- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقاً من (C) ثم أنشئه.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) نضع من أجل كل عدد حقيقي x ، $P(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$ ،
تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $P(x) = (x-3)(x^2 + x + 1)$ ثم حل في \mathbb{R} المعادلة $P(x) = 0$
- (2) (u_n) المتتالية الهندسية التي حدها الأول u_0 وأساسها q ، حيث $u_0 = 2$ و $u_3 - 2u_2 - 2u_1 - 3u_0 = 0$
أ- بين أن $q^3 - 2q^2 - 2q - 3 = 0$ ثم استنتج قيمة q
ب- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 2 \times 3^n$
- (3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = \frac{u_n}{3^n}$ ،
احسب المجموع S_n حيث : $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- (u_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $u_0 = -2$ و $u_{n+1} = 5u_n + 20$
- (1) أ- احسب u_1 و u_2
ب- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} + 5 = 5(u_n + 5)$
(2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > -5$
ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)
- (3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = u_n + 5$
تحقق أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 5 ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n
- (4) احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل في كل حالة من الحالات التالية:
- (1) (u_n) المتتالية الحسابية المعرفة على \mathbb{N} حيث $u_0 = 1$ و $u_4 = 3$
العدد 1012 حدّ من حدود (u_n)
- (2) f و g الدالتان المعرفتان على \mathbb{R} بـ: $f(x) = (x+1)(3x-3)$ و $g(x) = (x+1)(x^2 - x - 2)$
 g هي الدالة الأصلية للدالة f والتي تنعدم عند -1
- (3) α عدد حقيقي. نضع : $a = 3\alpha + 5$ ، $b = 5\alpha + 3$ ، $c = 7\alpha + 1$
الأعداد a ، b ، c بهذا الترتيب هي حدود متتابعة من متتالية حسابية .
- (4) f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - 1 + \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 1}$
المستقيم ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل لمنحني الدالة f عند $+\infty$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = -x + 1 + \frac{x}{(x-1)^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

(2) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ ، $f'(x) = \frac{-x(x^2 - 3x + 4)}{(x-1)^3}$

ب- بين أن f متزايدة تماما على $[0; 1[$ ومتناقصة تماما على كل من $]-\infty; 0]$ و $]1; +\infty[$

ج- شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) أ- بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

ج- بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $2,3 < \alpha < 2,4$

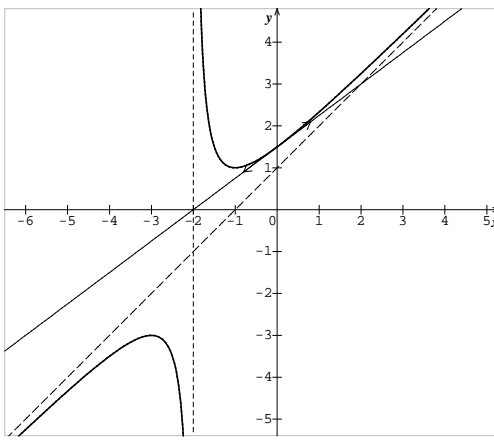
(4) أ- أكتب معادلة $\perp (T)$ مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة -1

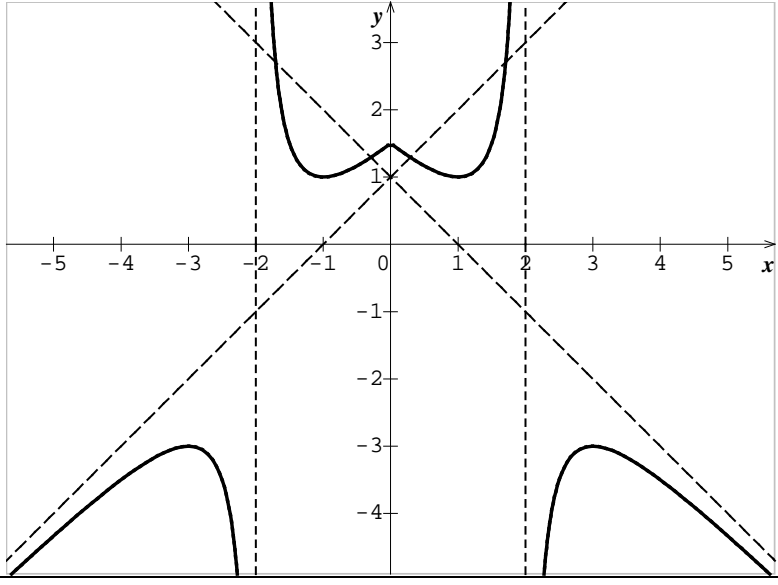
ب- أنشئ (Δ) و (C_f)

(5) g الدالة العددية المعرفة على $]1; +\infty[$ بـ : $g(x) = |f(x)|$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- بين كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئ (C_g)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	
مجموع	مجزأة		
التمرين الأول (04 نقاط)			
01	0.50 0.50	(1) الاجابة الصحيحة هي ب التبرير : $u_{1954} + \dots + u_{2022} = \frac{69}{2}(u_{1954} + u_{2022}) = -411447$	
01	0.50 0.50	(2) الاجابة الصحيحة هي أ التبرير : $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$ او $v_n = 2\left(\frac{1}{2}\right)^n$	
01	0.50 0.50	(3) الاجابة الصحيحة هي ب التبرير : $\int_1^2 (1 + \frac{1}{x^2})dx = \left[x - \frac{1}{x}\right]_1^2 = \frac{3}{2}$	
01	0.50 0.50	(4) الاجابة الصحيحة هي ج التبرير : من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ ، $(-6-x) \in \mathbb{R}$ ، $f(-6-x) = f(x)$	
التمرين الثاني (04 نقاط)			
1.75	0.25+0.50 0.50 0.25×2	(1) أ- بالنشر والتبسيط أو التحليل نجد: $(x+1)^2(x-1) = x^3 + x^2 - x - 1$ ب- من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ $g'(x) = f(x)$ يكافئ $ax^2 + bx - 1 = 3x^2 + 2x - 1$ و منه $a = 3$ و $b = 2$	
	0.5	0.50	(2) بالنشر والتبسيط أو التحليل نجد: $(x+1)(3x-1) = 3x^2 + 2x - 1$
1.75	0.50×2 0.25×3	(3) أ-تحليل العبارة $g(x) - f(x) = x(x+1)(x-3)$ ب-إحداثيا نقط التقاطع : $(0;-1)$ و $(-1;0)$ و $(3;32)$	
	التمرين الثالث (04 نقاط)		
2.50	0.25×2 0.25+0.25 0.25+0.50 0.25+0.50	(1) أ- $3u_3 = 21$ و منه $u_3 = 7$ $u_4 + u_5 = 20$ يكافئ $2u_3 + 3r = 20$ و ومنه $r = 2$ و $u_0 = 1$ ب- $u_n = u_0 + rn = 2n + 1$ ج- $S_n = \frac{n}{2}(u_0 + u_{n-1}) = n^2$	
	01	0.25+0.25 0.25+0.25	(2) أ- $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{3 \times 2^{2n+2}}{3 \times 2^{2n}} = 4$ ومنه (v_n) متتالية هندسية ب- $S'_n = 4^n - 1$
	0.50	0.25 0.25	(3) أ- $w_n = \frac{2}{3}v_n = \frac{2}{3}(3 \times 2^{2n}) = 2^{2n+1} = 2^{u_n}$ ب- $p_n = 2^{S_n} = 2^{n^2}$

التمرين الرابع (08 نقاط)																						
1.75	0.50+0.50	أ $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$																				
	0.25	التفسير البياني: $x = -2$ معادلة مستقيم مقارب لـ (C_f)																				
	0.25+0.25	ب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$																				
1.25	0.25	$y = x + 1$: (Δ) مستقيم مقارب لأن: $f(x) - (x + 1) = \frac{1}{x + 2}$																				
	0.25×2	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x + 1)) = 0$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x + 1)) = 0$																				
	0.25×2	(C) أعلى (Δ) في $]-2; +\infty[$ ، (C) أسفل (Δ) في $]-\infty; -2[$																				
0.5	0.25×2	$A(-2; -1)$ مركز التناظر لأن $x \in D_f$ و $-4 - x \in D_f$ $f(-4 - x) + f(x) = -2$																				
2	0.50×2	أ $f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2} = \frac{(x + 3)(x + 1)}{(x + 2)^2}$																				
	0.25	ب f متزايدة تماما على كل من $]-\infty; -3[$ و $]-1; +\infty[$																				
	0.25	f متناقصة تماما على كل من $]-2; -1[$ و $]-3; -2[$ جدول تغيرات f																				
	0.5	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>-3</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	-3	$-\infty$	$+\infty$	1	$+\infty$
x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$																	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+																
$f(x)$	$-\infty$	-3	$-\infty$	$+\infty$	1	$+\infty$																
0.50	0.50	معادلة للمماس (T) : $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$																				
01	0.25	إنشاء (T) ، (Δ) و (C)																				
	0.25																					
	0.5																					
01	0.25	أثبت أن g دالة زوجية																				

	0.25	- من أجل كل x من $]-\infty; -2[\cup]-2; 0]$ ، $g(x) = f(x)$	
	0.25	ب- على $]-\infty; -2[\cup]-2; 0]$ ينطبق على (C) و (C_g) متناظر بالنسبة الى حامل محور الترتيب	
	0.25	- إنشاء (C_g)	
			
عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)			
التمرين الأول (04 نقاط)			
1.50	0.75 0.25+0.50	$(x-3)(x^2+x+1) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$ $P(x) = 0$ تكافئ $(x-3)(x^2+x+1) = 0$ ومنه $x = 3$	(1)
1.75	0.25+0.50	أ- $u_3 - 2u_2 - 2u_1 - 3u_0 = 0$ تكافئ $u_0q^3 - 2u_0q^2 - 2u_0q - 3u_0 = 0$ و منه $q^3 - 2q^2 - 2q - 3 = 0$ اذن $q = 3$	(2)
	0.50+0.50	ب- $u_n = u_0 \times q^n = 2 \times 3^n$	
0.75	0.25+0.50	لدينا $w_n = \frac{u_n}{3^n} = 2$ ومنه $S_n = 2(n+1)$	(3)
التمرين الثاني (04 نقاط)			
1.50	0.50+0.50	أ- $u_1 = 10$ و $u_2 = 70$	(1)
	0.50	ب- $u_{n+1} + 5 = (5u_n + 20) + 5 = 5(u_n + 5)$	
1.25	0.50+0.25	أ- البرهان بالتراجع على أن: $u_n > -5$	(2)
	0.25+0.25	ب- $u_{n+1} - u_n = 4(u_n + 5) > 0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما	
0.75	0.50 0.25	لدينا $v_{n+1} = 5v_n$ و منه (v_n) هندسية أساسها 5 $v_n = 3 \times 5^n$	(3)

0.50	0.25+0.25	$S_n = \frac{3}{4}(5^{n+1} - 1) - 5(n+1)$ ولدينا $u_n = v_n - 5$ ومنه	(4)														
التمرين الثالث (04 نقاط)																	
01	0.50+0.50	صحيح لأن: $u_n = 1 + \frac{1}{2}n$ و $u_{2022} = 1012$	(1)														
01	0.50+0.50	صحيح لأن: $g'(-1) = 0$ و $g'(x) = f(x)$	(2)														
01	0.50+0.50	صحيح لأن: $2b = a + c$	(3)														
01	0.50+0.50	خاطئ لأن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x + 1) \neq 0$	(4)														
التمرين الرابع (08 نقاط)																	
2	0.50+0.50	أ- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	(1)														
	0.50	ب- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$															
	0.50	التفسير البياني : $x = 1$ معادلة مستقيم مقارب للمنحني (C_f)															
2	0.75	أ- $f'(x) = \frac{-x(x^2 - 3x + 4)}{(x - 1)^3}$	(2)														
	0.25	ب- إشارة $f'(x)$															
	0.25	f متزايدة تماما على $[0;1[$															
	0.25	f متناقصة تماما على كل من $]-\infty;0]$ و $]1;+\infty[$															
0.5	ج- جدول التغيرات																
	0.5	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>\searrow</td><td>\nearrow</td><td>$+\infty$</td></tr></table>		x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	-	$f(x)$	$+\infty$	\searrow	\nearrow
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$													
$f'(x)$	-	0	+	-													
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	\nearrow	$+\infty$													
1.75	0.5	أ- (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)	(3)														
	0.25×3	ب- $f(x) - (-x + 1) = \frac{x}{(x - 1)^2}$															
	0.5	ج- مبرهنة القيم المتوسطة															
1.75	0.75	أ- معادلة لـ (T) : $y = -x + \frac{3}{4}$	(4)														

		<p>ب- إنشاء (Δ) و (C_f)</p>	
	0.5+0.5		
5	0.25	<p>(C_g) ينطبق على (C_f) على $]-\infty; 1[\cup]1; \alpha]$ و (C_g) يناظر (C_f) بالنسبة إلى محور الفواصل على $[\alpha; +\infty[$</p>	
	0.5	<p>إنشاء (C_g)</p>	
	0.25		