الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي  دورة: **2022**

الشعبة: رياضيات

**اختبار في مادة: الرياضيات**  **المدة: 04 سا و30 د**

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:**

## الموضوع الأول

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

**1)** أ– عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي $n$، بواقي القسمة الإقليدية للعدد $2^n$ على $7$

ب– بيّن أنّه، من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $6^{2n} \equiv 1[7]$ ثمّ استنتج بواقي القسمة الإقليدية للعدد $6^n$ على $7$

**2)** بيّن أنّ العدد $\left(2021^{2022} + 1962^{1443}\right)^{1954} - 2$ يقبل القسمة على $7$

**3)** نضع من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ : $a_n = 2^n + 6^n$ و $S_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$

أ– اِستنتج، حسب قيم العدد الطبيعي $n$، بواقي القسمة الإقليدية للعدد $a_n$ على $7$

ب– بيّن أنّه، من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $S_{n+6} \equiv S_n[7]$

جـ– أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $S_n \equiv 2^{n+1} + 3 \times 6^{n+1} + 3[7]$ ثمّ استنتج قيم $n$ بحيث $S_n \equiv 0[7]$

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل في كلّ حالة من الحالات التالية:

**1)** $\alpha$ و $\beta$ عددان حقيقيان غير معدومين. $(u_n)$ و $(v_n)$ المتتاليتان العدديتان المعرّفتان بـ :

$u_0 = 1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $5u_{n+1} = u_n + \alpha$ و $v_n = u_n + \beta$

– المتتالية $(v_n)$ هندسية إذا وفقط إذا كان $\alpha = -4\beta$

**2)** المتتالية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = \ln\sqrt{e^{n.\ln 2}}$ هي متتالية حسابية أساسها $\ln\sqrt{2}$

**3)** $x$ عدد صحيح . إذا كان $x \equiv 3[7]$ و $x \equiv 1[3]$ فإنّ $x \equiv 3[21]$

**4)** الدالة $f$ المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$ دالة فردية.

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

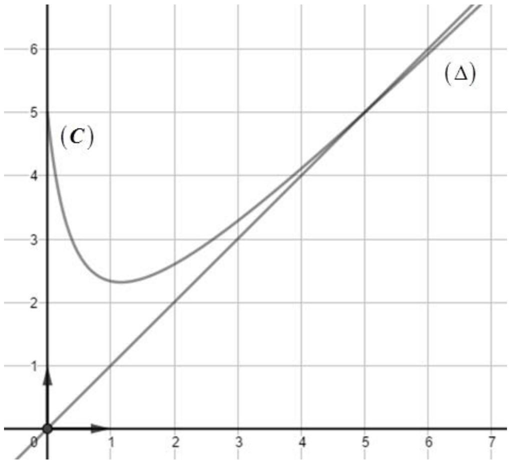
$f$ الدّالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{2x^2+5}{2x+1}$ و $(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ كما هو مبيّن في الشّكل المرفق.

$(u_n)$ المتتالية العدديّة المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

**1)** أ- أُدرس وضعية $(C)$ بالنّسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=x$

**ب-** انقل الشّكل ومثّل على حامل محور الفواصل الحدود $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ وضع تخميناً حول اتّجاه تغيّر $(u_n)$

**2)** أ- برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $2 \le u_n < 5$




**ب-** أُدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ثم استنتج أنها متقاربة.

**3)** أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$،

$$5-u_{n+1}=\frac{2u_n}{2u_n+1}(5-u_n)$$

**4)** أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$، $\frac{2u_n}{2u_n+1} \le \frac{10}{11}$

**ب-** اِستنتج أنّ $0<5-u_n \le 3\left(\frac{10}{11}\right)^n$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

$f$ الدالة العددية المعرّفة على $]-\infty;1[$ كما يلي: $f(x)=\frac{e^x-x^2}{x-1}$ و $(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O,\vec{i}\ ;\ \vec{j}\right)$.

**1)** أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ <}} f(x)$

**2)** أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$، $e^x-x>0$

**ب-** بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ من $]-\infty;1[$ ، $f'(x)=\frac{(x-2)(e^x-x)}{(x-1)^2}$

**جـ-** اِستنتج اتّجاه تغيّر الدّالة $f$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

**3)** أ- أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)$ ثمّ فسّر النّتيجة بيانيا.

**ب-** أُدرس وضعية $(C)$ بالنّسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ ذي المعادلة $y=-x-1$

**4)** أُكتب معادلة للمستقيم $(T)$ مماس المنحني $(C)$ في النّقطة ذات الفاصلة 0

**5)** أ- بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاًّ وحيداً $\alpha$ حيث $-0{,}8<\alpha<-0{,}7$

**ب-** أنشئ $(T)$ ، $(\Delta)$ و $(C)$

**6)** ناقش بيانياً، حسب قيّم الوسيط الحقيقي $m$، عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{e^x-x^2+x-1}{x-1}=mx$

**7)** $g$ الدّالة المعرّفة على $]-\infty\ ;\ 1[$ بـ : $g(x)=\frac{\left|e^x-x^2\right|}{x-1}$ و $(C_g)$ تمثيلها البياني في المعلم السابق

- أُكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثمّ أنشئ $(C_g)$

**انتهى الموضوع الأول**

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

$n$ عدد طبيعي. نضع: $A_n = n^3 + 5n^2 + 7n + 9$ و $B_n = n + 2$

**1)** أ− بيّن أنّ $p\gcd(A_n ; B_n) = p\gcd(B_n ; 7)$

**ب−** اِستنتج القيم الممكنة لِ $p\gcd(A_n ; B_n)$

**جـ−** عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون $A_n$ و $B_n$ أوليين فيما بينهما.

**2)** نعتبر المعادلة $A_2 x - B_2 y = 29 \cdots\cdots (E)$ ذات المجهولين الصحيحين $x$ و $y$

أ− بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x; y)$ حلاً للمعادلة $(E)$ فإنّ $x \equiv 3[4]$

**ب−** عيّن حلول المعادلة $(E)$

**3)** أ− اِستنتج حلول المعادلة $51x - 4y = 45 \cdots\cdots (E')$

**ب−** عيّن الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة $(E')$ حيث $|y - 12x| \leq 3$

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

$f$ الدالة العددية المعرّفة والموجبة على $]-1 ; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{ax}{x+b} + \ln(x+b)$

حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان مع $b$ موجب تماما. تمثيلها البياني $(C)$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ يقبل حامل محور الفواصل مماسا له في النقطة $O$

**1)** بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ من $]-1; +\infty[$ ، $f(x) = -1 + \dfrac{1}{x+1} + \ln(x+1)$

**2)** $g$ الدالة العددية المعرّفة على $]-1; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = (x+1)\ln(x+1)$

أُحسب $g'(x)$ ثمّ اِستنتج دالة أصلية للدالة $f$ على $]-1 ; +\infty[$

**3)** $(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n = \displaystyle\int_{n-1}^{n} f(x)\,dx$

أ− أُحسب $u_{2022}$ ثمّ فسّر النتيجة بيانيا.

**ب−** بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي غير معدوم $n$ ، $u_n = -2 + (n+2)\ln(n+1) - (n+1)\ln n$

**جـ−** أُحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

$(u_n)$ و $(v_n)$ المتتاليتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 0$ ، $u_{n+1} = -\dfrac{1}{3}u_n^2 + \dfrac{2}{3}u_n + \dfrac{2}{3}$ و $v_n = u_n - 1$

**1)** بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $v_{n+1} = -\dfrac{1}{3}(v_n)^2$

**2)** برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ ، $-3 \leq v_n < 0$

**3)** أُدرس اتجاه تغير المتتالية $(v_n)$ ثمّ استنتج أنّ $(v_n)$ متقاربة.

**4)** $(w_n)$ المتتالية المعرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي $n$ بـ : $w_n = \ln\left(-\dfrac{3}{v_n}\right)$

أ– بيّن أنّ $(w_n)$ متتالية هندسية أساسها 2 يطلب حساب حدّها الأول $w_0$

ب– أُكتب $w_n$ بدلالة $n$، ثمّ استنتج $v_n$ و $u_n$ بدلالة $n$ واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

**5)** أحسب بدلالة $n$ الجُداء $P_n$ حيث $P_n = \dfrac{1}{v_0}\times\dfrac{1}{v_1}\times\dots\times\dfrac{1}{v_n}$

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

**I)** $h$ الدالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x) = x + \ln x$

**1)** أُدرس اتّجاه تغيّر الدّالة $h$

**2)** أ– بيّن أنّ المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً $\alpha$ حيث $0,5<\alpha<0,6$

ب– اِستنتج إشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$

**II)** $f$ الدالة العدديّة المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = -\dfrac{1}{2}x^2 + 3x - x\ln x + (\ln x)^2$

$(C)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i}\,,\ \vec{j})$

**1)** أُحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

**2)** أ– بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ موجب تماما ، $f'(x) = \dfrac{(2-x)\,h(x)}{x}$

ب– استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة $f$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

**3)** بيّن أنّ $f(\alpha) = \dfrac{3}{2}\alpha(\alpha+2)$ ثمّ عيّن حصراً لِـ $f(\alpha)$

**4)** $g$ الدّالة العددية المعرّفة على $]0\,;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 + x - 2 + 2\ln x$

أ– أُدرس اتّجاه تغيّر الدّالة $g$ واحسب $g(1)$

ب– بيّن أنّ $(C)$ يقبل نقطة انعطاف $A$ يطلب تعيين إحداثييها.

جـ– أُكتب معادلة للمستقيم $(T)$ مماس المنحني $(C)$ في النّقطة $A$

**5)** أنشئ $(T)$ و $(C)$ في المجال $]0\,;5]$

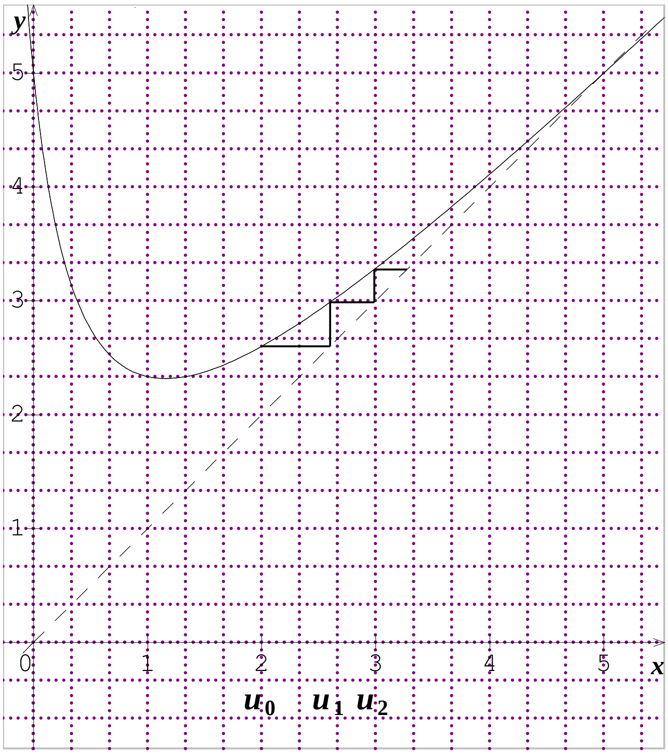
**6)** $k$ الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $k(x) = f(e^{-x})$

أ– دون حساب عبارة $k(x)$، ادرس اتجاه تغيّر الدالة $k$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} k(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} k(x)$

ب– شكّل جدول تغيرات الدالة $k$

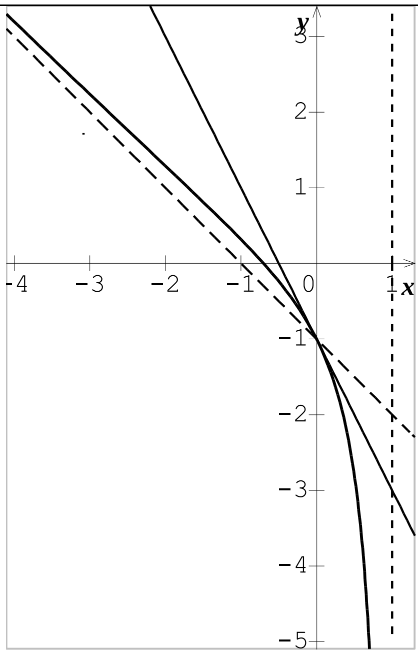
**انتهى الموضوع الثاني**

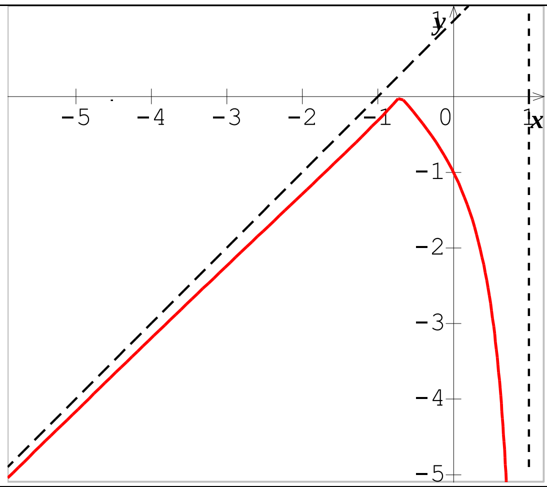
<table dir="rtl">
<tr><th rowspan="2" colspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول ( 04 نقاط )</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>أ- بواقي القسمة الإقليدية للعدد $2^n$ على $7$
<table>
<tr><td>$n$</td><td>$3k$</td><td>$3k+1$</td><td>$3k+2$</td></tr>
<tr><td>بواقي قسمة $2^n$ على $7$</td><td>$1$</td><td>$2$</td><td>$4$</td></tr>
</table></td><td>0.5</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب- $6^{2n}=36^n$ ومنه $6^{2n}\equiv 1[7]$
<table>
<tr><td>$n$</td><td>$2k$</td><td>$2k+1$</td></tr>
<tr><td>بواقي قسمة $6^n$ على $7$</td><td>$1$</td><td>$6$</td></tr>
</table></td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>لدينا $2021^{2022}\equiv(-2)^{2022}[7]$ ومنه $2021^{2022}\equiv 1[7]$<br>$1962^{1443}\equiv 2^{3k}[7]$ ومنه $1962^{1443}\equiv 1[7]$<br>ومنه $\left(2021^{2022}+1962^{1443}\right)^{1954}-2\equiv 0[7]$</td><td>0.5<br>0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td>أ
<table>
<tr><td>$n$</td><td>$6k$</td><td>$6k+1$</td><td>$6k+2$</td><td>$6k+3$</td><td>$6k+4$</td><td>$6k+5$</td></tr>
<tr><td>$2^n$</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>$6^n$</td><td>1</td><td>6</td><td>1</td><td>6</td><td>1</td><td>6</td></tr>
<tr><td>$a_n$</td><td>2</td><td>1</td><td>5</td><td>0</td><td>3</td><td>3</td></tr>
</table></td><td>0.25×4</td><td rowspan="3">2</td></tr>
<tr><td>ب- لدينا $a_n=2^n+6^n$ و منه<br>$a_{n+6}=2^{n+6}+6^{n+6}=2^6\times 2^n+6^6\times 6^n$<br>اذن $a_{n+6}\equiv 2^n+6^n[7]$ وبالتالي $a_{n+6}\equiv a_n[7]$ ومنه $S_{n+6}\equiv S_n[7]$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>جـ . لدينا $S_n=\sum_{k=0}^{k=n}2^k+\sum_{k=0}^{k=n}6^k=2^{n+1}-1+\frac{6^{n+1}-1}{5}$<br>و منه $5S_n=5\times 2^{n+1}+6^{n+1}-6$ اذن $S_n\equiv 2^{n+1}+3\times 6^{n+1}+3[7]$<br>و عليه $S_n\equiv 0[7]$ يكافئ $n=6k+5$</td><td>0.25<br>0.25</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>صحيح لأنّ : $v_{n+1}=\frac{1}{5}v_n+\frac{4\beta+\alpha}{5}$</td><td>0.5 + 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2</td><td>صحيح لأنّ : $u_n=\ln\sqrt{e^{n.\ln 2}}=n\times\ln\sqrt{2}$</td><td>0.5 + 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td>خاطئ لأنّ: لدينا $x\equiv 3[7]$ و $x\equiv 1[3]$ و منه : $x=7k+3$ و<br>$7k+3\equiv 1[3]$<br>اذن $k=3k'+1$ وعليه $x=21k'+10$ أي $x\equiv 10[21]$<br>( تقبل طرائق اخرى)</td><td>0.5 + 0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>صحيح لأنّ : $f(-x)+f(x)=0$</td><td>0.5 + 0.5</td><td>1</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="4">التمرين الثالث: (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>أ - $f(x)-x=\frac{5-x}{2x+1}$<br>
<table>
<tr><td>$x$</td><td>$0$</td><td>$5$</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>الوضعية</td><td colspan="2">$(C)$ أعلى $(\Delta)$</td><td>$(C)$ أسفل $(\Delta)$</td></tr>
</table></td><td>0.25<br>0.5</td><td rowspan="2">1.75</td></tr>
<tr><td>ب- تمثيل الحدود<br>


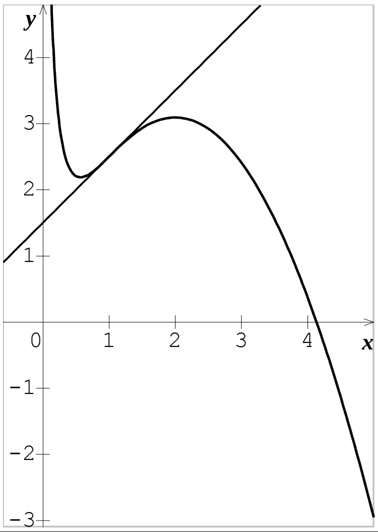
التخمين: $(u_n)$ متزايدة تماما</td><td>0.25×3<br>0.25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>أ - البرهان بالتراجع<br>لدينا $2\le u_0<5$ وإذا كان $2\le u_n<5$ فان $f(2)\le f(u_n)<f(5)$<br>اي $\frac{13}{5}\le u_{n+1}<5$ ومنه $2\le u_{n+1}<5$</td><td>0.5+0.25</td><td rowspan="2">1.5</td></tr>
<tr><td>ب - لدينا $u_{n+1}-u_n=\frac{5-u_n}{2u_n+1}>0$ و منه $(u_n)$ متزايدة تماما<br>$(u_n)$ متزايدة تماما و محدودة من الأعلى فهي متقاربة</td><td>0.5<br>0.25</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$5-u_{n+1}=5-\frac{2u_n^2+5}{2u_n+1}=\frac{2u_n}{2u_n+1}(5-u_n)$</td><td>0.5</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>أ - $\frac{2u_n}{2u_n+1}-\frac{10}{11}=\frac{2(u_n-5)}{11(2u_n+1)}\le 0$</td><td>0.5</td><td rowspan="2">1.25</td></tr>
<tr><td>ب - لدينا $0<5-u_{n+1}\le\frac{10}{11}(5-u_n)$ و منه $0<5-u_n\le 3\left(\frac{10}{11}\right)^n$<br>$\lim_{n\to+\infty}u_n=5$</td><td>0.5<br>0.25</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
</table>

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0.5 | 0.25+0.25 | $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 1} f(x)=-\infty$ | 1 |
| 1.75 | 0.5 | أ − $\begin{array}{cccc} x & -\infty & 0 & +\infty \\ e^{(x)}-1 & - & 0 & + \\ e^{(x)}-x & \searrow & 1 & \nearrow \end{array}$<br>تقبل الاجابة باستعمال: بيان الدالة $x \mapsto e^x$ و المستقيم ذي المعالة $y=x$ | 2 |
| | 0.5 | ب − $f'(x)=\dfrac{(x-2)(e^x-x)}{(x-1)^2}$ | |
| | 0.5<br>0.25 | جـ − $f$ متناقصة تماما<br>جدول التغيرات<br>$\begin{array}{ccc} x & -\infty & 1 \\ f(x) & +\infty & \\ & \searrow & \\ & & -\infty \end{array}$ | |
| 1 | 0.5<br>0.25 | أ − $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)=-1$<br>$y=-x-1$ معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ $(C)$ عند $-\infty$ | 3 |
| | 0.25 | ب − $(C)$ أسفل $(\Delta)$ في المجال $]0;1[$ و $(C)$ أعلى $(\Delta)$في المجال $]-\infty;0[$ | |
| 0.5 | 0.5 | معادلة $(T)$ : $y=-2x-1$ | 4 |
| 1.75 | 0.75 | أ − مبرهنة القيمة المتوسطة | 5 |
| | 0.25<br>0.25<br>0.5 | ب − إنشاء<br>$(T)$<br>$(\Delta)$<br>$(C)$<br> | |

<table dir="rtl">
<tr><td rowspan="2">6</td><td>$\frac{e^{x}-x^{2}+x-1}{x-1}=mx$ تكافئ $f(x)=mx-1$</td><td>0.25</td><td rowspan="2">0.75</td></tr>
<tr><td><table dir="ltr"><tr><td>$m$</td><td>$-\infty$</td><td>$-2$</td><td></td><td>$-1$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>الحلول</td><td>حل موجب تماما وحل معدوم</td><td>حل معدوم</td><td>حل سالب تماما وحل معدوم</td><td>حل معدوم</td><td>حل معدوم</td></tr></table></td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>7</td><td>$\begin{cases} g(x)=-f(x) & : x\le\alpha \\ g(x)=f(x) & : \alpha\le x<1 \end{cases}$</td><td>0.5</td><td rowspan="2">0.75</td></tr>
<tr><td></td><td>إنشاء $(C_g)$<br></td><td>0.25</td></tr>
<tr><td colspan="4">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td>أ لدينا. $A_n=(n^2+3n+1)B_n+7$ ومنه $p\gcd(A_n;B_n)=p\gcd(B_n;7)$</td><td>0.5</td><td rowspan="3">1.5</td></tr>
<tr><td>ب - $p\gcd(A_n;B_n)\in\{1;7\}$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>جـ - $p\gcd(A_n;B_n)=7$ تكافئ $n+2\equiv0[7]$<br>اذن قيم $n$ المطلوبة هي كل الأعداد الطبيعية ما عدا $7k+5$ مع $k\in\mathbb{N}$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>أ –لدينا $51x-4y\equiv29[4]$ اي $3x\equiv1[4]$ ومنه $x\equiv3[4]$</td><td>0.75</td><td rowspan="2">1.5</td></tr>
<tr><td>ب – الحلول : $(x;y)=(4k+3;51k+31)$ مع $k\in\mathbb{Z}$</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>أ $51x-4y=45$ تكافئ $51x-4(y+4)=29$<br>و منه الحلول: $(x;y)=(4k+3;51k+27)$ مع $k\in\mathbb{Z}$</td><td>0.5</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب - $\lvert y-12x\rvert\le3$ تكافئ $2\le k\le4$ اذن الثنائيات هي $(11;129)$<br>و$(15;180)$ $(19;231)$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>حيث $f(0)=0$ و $f'(0)=0$ تكافئ $\ln b=0$ و $ab+\frac{1}{b}=0$ ومنه<br>$a=-1$ و $b=1$ اذن $f(x)=-1+\frac{1}{x+1}+\ln(x+1)$</td><td>0.5+0.5</td><td>1</td></tr>
</table>

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1.5 | 0.5<br>01 | $g'(x)=1+\ln(x+1)$<br>$x\mapsto -2x+(x+2)\ln(x+1)$ دالة أصلية للدالة $f$ على $]-1\,;+\infty[$ | 2 |
| 1.5 | 0.25<br>0.25 | أ - $u_{2022}=\int_{2021}^{2022} f(x)\,dx=-2+2024\ln 2023-2023\ln 2022$<br>$u_{2022}$ هو مساحة الحيز المحدد بـ $(C)$ و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=2021$ ، $x=2022$ | 3 |
| | 0.5 | ب - $u_n=-2+(n+2)\ln(n+1)-(n+1)\ln n$ | |
| | 0.5 | جـ - $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(-2+\ln(n+1)+\frac{n+1}{n}\times\frac{\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)}{\frac{1}{n}}\right)=+\infty$ | |
| **التمرين الثالث: (05 نقاط)** | | | |
| 1 | 01 | $v_{n+1}=u_{n+1}-1=-\frac{1}{3}(u_n-1)^2=-\frac{1}{3}(v_n)^2$ | 1 |
| 1 | 01 | البرهان بالتراجع | 2 |
| 0.75 | 0.25+0.25<br>0.25 | $v_{n+1}-v_n=-v_n\left(\frac{1}{3}v_n+1\right)>0$ ومنه $(v_n)$ متزايدة تماما<br>$(v_n)$ متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة | 3 |
| 1.75 | 0.25+0.5 | أ- $w_{n+1}=\ln\left(-\frac{3}{v_{n+1}}\right)=2\ln\left(-\frac{3}{v_n}\right)=2w_n$ و $w_0=\ln 3$ | 4 |
| | 4x 0.25 | ب - $w_n=2^n\ln 3$ ، $v_n=-3^{1-2^n}$ ، $u_n=-3^{1-2^n}+1$ ،<br>$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=1$ | |
| 0.5 | 0.5 | لدينا $\frac{1}{v_n}=-3^{2^n-1}$ ومنه $P_n=(-1)^{n+1}\times 3^{2^{n+1}-n-2}$ | 5 |
| **التمرين الرابع: (07 نقاط)** | | | |
| 0.5 | 0.5 | $h$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ | I<br>1 |
| 0.75 | 0.5 | أ - تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة | 2 |
| | 0.25 | ب -<br>$x$: $0$ ... $\alpha$ ... $+\infty$<br>$h(x)$: - $0$ + | |
| 0.75 | 0.5+0.25 | $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ | II<br>1 |
| 1 | 0.5 | أ - $f'(x)=\frac{(2-x)h(x)}{x}$ | 2 |
| | 0.25 | ب –اتجاه التغير | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | $f$ متزايدة تماما على $[\alpha;2]$ ومتناقصة تماما على كل من $]0;\alpha]$ و $[2;+\infty[$<br>جدول التغيرات<br>$\begin{array}{c\|ccccccc} x & 0 & & \alpha & & 2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & f(\alpha) & \nearrow & f(2) & \searrow & -\infty \end{array}$ | 0.25 | |
| 3 | $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha(\alpha+2)$ و $1,8\le f(\alpha)\le 2,4$ | 0.25+0.25 | 0.5 |
| 4 | أ - $g'(x)=\frac{2x^2+x+2}{x}$ . $g'(x)>0$ و $g(1)=0$ | 0.25+0.5 | 1.75 |
| | ب - لدينا $f''(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ ، $f''$ تنعدم عند $1$ و تغير اشارتها و بالتالي<br>$A\left(1;\frac{5}{2}\right)$ نقطة انعطاف | 0.25+0.25 | |
| | جـ - معادلة المماس $(T)$ هي : $y=x+\frac{3}{2}$ | 0.5 | |
| 5 | إنشاء $(T)$ و $(C)$ في المجال $]0;5]$<br> | 0.5+0.25 | 0.75 |
| 6 | أ - $k'(x)=-e^{-x}f'(e^{-x})$ | 0.25 | 1 |
| | $f$ متناقصة تماما على $[-\ln 2;-\ln\alpha]$ ومتزايدة تماما على كل من $]-\infty;-\ln 2]$ و $[-\ln\alpha;+\infty[$ | 0.25 | |
| | $\lim_{x\to-\infty}k(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}k(x)=+\infty$ | 0.25 | |
| | ب- $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -\ln 2 & & -\ln\alpha & & +\infty \\ \hline k'(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline k(x) & -\infty & \nearrow & f(2) & \searrow & f(\alpha) & \nearrow & +\infty \end{array}$ | 0.25 | |