الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2023

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 02 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a=2023$ و $b=1444$

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 5

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد a^3+b^2+2 على 5

2) أ) بيّن أنّ: $b\equiv -1[5]$

ب) تحقّق أنّ العدد $b^{2024}-1$ يقبل القسمة على 5

3) أ) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $b^{2n}\equiv 1[5]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a+b^{2n}-bn\equiv 0[5]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=5n-2$

1) احسب u_0 ، u_1 و u_2

2) أ) بيّن أنّ المتتالية (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها.

ب) استنتج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

3) بيّن أنّ العدد 2023 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثمّ استنتج رتبته.

4) تحقّق أنّ: $u_0+u_1+\cdots+u_{405}=410263$

5) (v_n) المتتالية الحسابية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول v_0 وأساسها r حيث: $v_3=13$ و $v_{10}=48$

أ) عيّن r أساس المتتالية (v_n) وحدّها الأول v_0

ب) عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=x(x-2)$

ب) استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty\,;0]$ و $[2\,;+\infty[$

ومتناقصة تماما على المجال $[0\,;2]$

جـ) شكّل جدول تغيّرات الدالة f

3) (T) المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

تحقّق أنّ: $y=-x+\frac{1}{3}$ معادلة لـ (T)

4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)=\frac{1}{3}(x-3)x^2$

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$

جـ) استنتج إحداثيي نقطتي تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل.

5) احسب $f(-2)$ ، $f(4)$ وارسم (T) و (C_f)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $a=1945$ و $b=2024$

1) أ) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 7

ب) بيّن أنّ: $a \equiv -1[7]$

2) استنتج أنّ العددين a^2 و b^2 متوافقان بترديد 7

3) بيّن أنّ العدد a^2+b^2-2 يقبل القسمة على 7

4) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $a^{2n} \equiv 1[7]$

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a^{2n}+bn+1 \equiv 0[7]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $q=2$ و $u_2+u_3=60$

1) بيّن أنّ: $u_0=5$

2) عيّن قيمة الحدّ الذي رتبته 7

3) أ) عيّن عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}-u_n=5\times 2^n$

جـ) استنتج أنّ (u_n) متزايدة تماما.

4) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_0+u_1+\cdots+u_n=5\times 2^{n+1}-5$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

g الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-x^3+3x+2$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) أ) تحقق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $g'(x)=-3(x-1)(x+1)$

ب) استنتج أنّ الدّالة g متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$

ومتزايدة تماما على المجال $[-1;1]$

جـ) شكّل جدول تغيّرات الدّالة g

3) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x)=(2-x)(x+1)^2$

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$

جـ) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى $\left(C_g\right)$ مع حاملي محوري الإحداثيات.

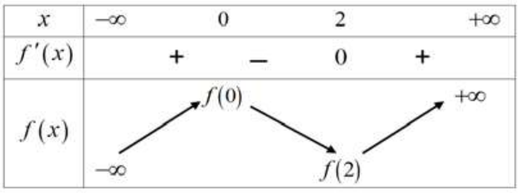
4) (T) المماس للمنحني $\left(C_g\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0

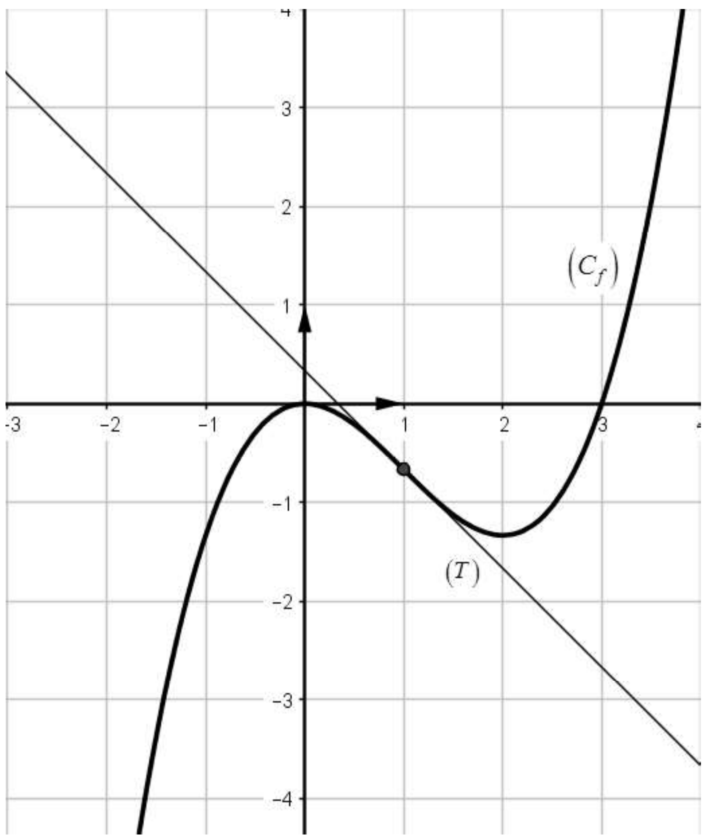
تحقّق أنّ: $y=3x+2$ معادلة لـ(T)

5) احسب $g(-2)$ ، $g(2)$ وارسم (T) و $\left(C_g\right)$

انتهى الموضوع الثاني

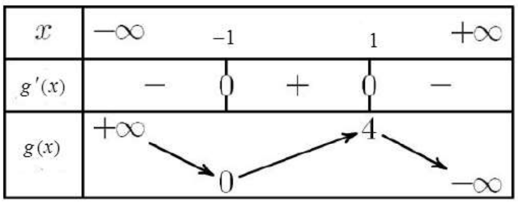
عناصر الإجابة (الموضوع الأول)		العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
التمرين الأول (06 نقاط)			
1	أ) باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 5 هو 3 باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 5 هو 4	2	3.5
	ب) باقي القسمة الإقليدية للعدد a^3+b^2+2 على 5 هو 0 $a^3 \equiv 2[5]$ و $b^2 \equiv 1[5]$ ، $a^3+b^2+2 \equiv 0[5]$	3x0.5	
2	أ) تبيان أن $b \equiv -1[5]$ $b \equiv 4[5]$ إذن $b \equiv -1[5]$	0.5	1.5
	ب) التحقّق أنّ العدد $b^{2024}-1$ يقبل القسمة على 5 $b \equiv -1[5]$ ، $b^{2024} \equiv (-1)^{2024}[5]$ ، $b^{2024}-1 \equiv 0[5]$	2x0.5	
3	أ) استنتاج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $b^{2n} \equiv 1[5]$ $b \equiv -1[5]$ ومنه $b^{2n} \equiv 1[5]$	0.5	1
	ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a+b^{2n}-bn \equiv 0[5]$ $n+4 \equiv 0[5]$ ، $n=5k+1$ و k عدد طبيعي	2x0.25	
التمرين الثاني (06 نقاط)			
1	$u_0=-2$ ، $u_1=3$ ، $u_2=8$	3x0.5	1.5
2	أ) تبيان أنّ (u_n) حسابية وتعيين أساسها r $u_{n+1}-u_n=5$ و $r=5$	2x0.5	1.5
	ب) استنتاج اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) $r=5$ إذن (u_n) متزايدة تماما	0.5	

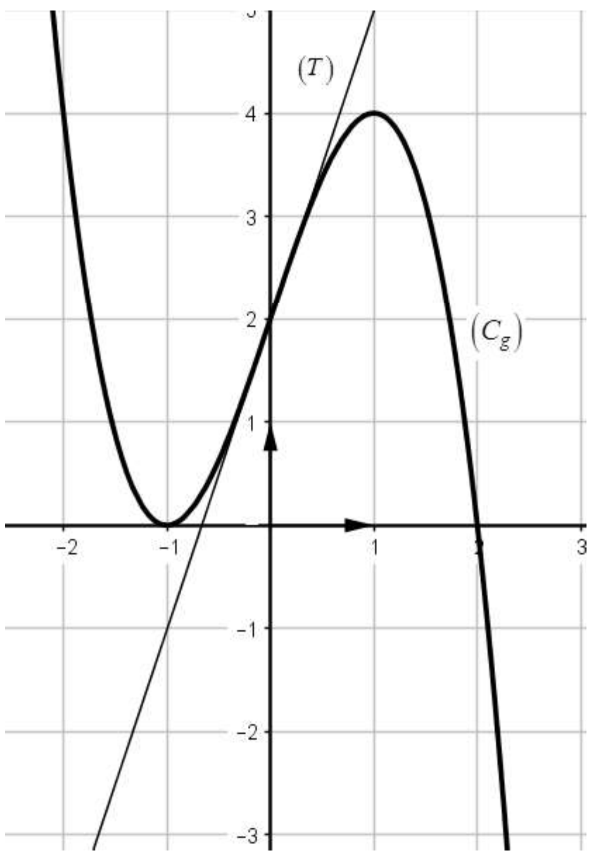
<table>
<tr><td>1</td><td>2x0.5</td><td>تبيان أنّ 2023 حدّ من حدود المتتالية (u_n) ثمّ استنتاج رتبته
$u_n = 5n-2$ تكافئ $n = 405$، رتبته 406</td><td>3</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2x0.5</td><td>التحقّق أنّ: $u_0 + u_1 + \cdots + u_{405} = 410263$
$u_0 + u_1 + \cdots + u_{405} = \frac{406}{2}(-2+2023)$ ، $u_0 + u_1 + \cdots + u_{405} = 410263$</td><td>4</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>2x0.25</td><td>أ) تعيين r أساس المتتالية (v_n) وحدّها الأول v_0
$r = 5$ و $v_0 = -2$</td><td rowspan="2">5</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>ب) تعيين عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n: $v_n = 5n-2$</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثالث (08 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2X0.5</td><td>$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td>0.75
0.25</td><td>أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f'(x) = x^2 - 2x$
من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f'(x) = x(x-2)$</td><td rowspan="3">2</td></tr>
<tr><td>0.5
0.5</td><td>ب) إشارة $f'(x)$
$\begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & & - & 0 & + & \end{array}$
الدالة f متزايدة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty;0]$ و $[2;+\infty[$
ومتناقصة تماما على المجال $[0;2]$</td></tr>
<tr><td>1</td><td>جـ) جدول التغيّرات
</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2×0.5</td><td>التحقّق أنّ: $y = -x + \frac{1}{3}$ معادلة لـ(T)
$y = f'(1)(x-1) + f(1)$ و منه $y = -x + \frac{1}{3}$</td><td>3</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1.5</td><td>0.5</td><td>أ) التحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f(x) = \frac{1}{3}(x-3)x^2$</td><td rowspan="3">4</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$
$f(x) = 0$ تكافئ $x = 0$ أو $x = 3$</td></tr>
<tr><td>2X0.25</td><td>جـ) إحداثيي نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل هما $(0;0)$ و $(3;0)$</td></tr>
</table>

1.5	2X0.25 0.25 0.75	$f(-2)=-\frac{20}{3}$ ، $f(4)=\frac{16}{3}$ رسم (T) $\left(C_f\right)$ 	5

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط

مجموع	مجزأة	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	
		التمرين الأول (06 نقاط)	
2.5	 1 1	أ) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على 7 باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 7 هو 6 باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 7 هو 1	1
	0.5	ب) تبيان أنّ: $a \equiv -1[7]$ لدينا $a \equiv 6[7]$ ومنه $a \equiv 6-7[7]$ ، اذن $a \equiv -1[7]$	
1.5	2X0.75	استنتاج أنّ العددين a^2 و b^2 متوافقان بترديد 7 $a^2 \equiv 1[7]$ و $b^2 \equiv 1[7]$	2
0.5	0.5	تبيان أنّ العدد a^2+b^2-2 يقبل القسمة على 7 $a^2+b^2-2 \equiv 0[7]$	3
1.5	0.5	أ) تبيان أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $a^{2n} \equiv 1[7]$ لدينا $a \equiv -1[7]$ اذن من أجل كلّ عدد طبيعي n، $a^{2n} \equiv 1[7]$	4
	 0.5 0.5	ب) تعيين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون: $a^{2n}+bn+1 \equiv 0[7]$ $a^{2n}+bn+1 \equiv 0[7]$ تكافئ $1+n+1 \equiv 0[7]$ تكافئ $n \equiv 5[7]$ ومنه $n=7k+5$ حيث k عدد طبيعي	
		التمرين الثاني (06 نقاط)	
1	 0.5 0.5	تبيان أنّ: $u_0=5$ $u_2+u_3=60$ تكافئ $u_0q^2+u_0q^3=60$ تكافئ $12u_0=60$ و منه $u_0=5$	1

السؤال	عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
2	الحدّ الذي رتبته 7 هو u_6 ، $u_6 = 320$	2x0.5	1
3	أ) تعيين عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n $u_n = u_0 q^n$ ، $u_n = 5\times 2^n$	2x0.5	3
	ب) تبيان أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - u_n = 5\times 2^n$	1	
	جـ) استنتاج أنّ (u_n) متزايدة تماما من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $5\times 2^n > 0$ اذن (u_n) متزايدة تماما.	1	
4	تبيان أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = 5\times 2^{n+1} - 5$ $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = u_0 \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$ ، $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = 5\times 2^{n+1} - 5$	2x0.5	1
	التمرين الثالث (08 نقاط)		
1	$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$	2x0.5	1
2	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x) = -3x^2 + 3$ و $g'(x) = -3(x-1)(x+1)$	2x0.5	3
	ب) إشارة $g'(x)$ الدّالة g متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty ; -1]$ و $[1 ; +\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $[-1 ; 1]$	0.5 0.5	
	جـ) جدول التغيّرات 	1	
3	أ) التحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g(x) = (2-x)(x+1)^2$	0.5	1.75
	ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x) = 0$ $g(x) = 0$ تكافئ $x = -1$ أو $x = 2$	0.5	
	جـ) تعيين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_g) مع حاملي محوري الإحداثيات. $(2;0)$ ، $(-1;0)$ ، $(0;2)$	3x0.25	

4	التحقّق أنّ: $y = 3x+2$ معادلة لـ (T) $y = g'(0)(x-0)+g(0)$ و منه $y = 3x+2$	**2x0.5**	**1**
5	$g(2)=0$ ، $g(-2)=4$ رسم (T) (C_g) 	**2x0.25** **0.25** **0.5**	**1.25**

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط