



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية  
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: 2023

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق  $U_1$  على 5 كريات تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 3 ويحتوي صندوق  $U_2$  على 4 كريات تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 ( كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس).

نختار عشوائيا أحد الصندوقين ونسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد.

1) نعتبر الحوادث :  $A$  " سحب كريتين تحملان رقمين فرديين " ،  $B$  " سحب كريتين تحملان رقمين زوجيين "

$C$  " سحب كريتين إحداهما تحمل رقما فرديا والأخرى تحمل رقما زوجيا "

أ) أنجز الشجرة التي تُنمذج هذه التجربة.

ب) بيّن أنّ  $P(A) = \frac{23}{60}$  و  $P(B) = \frac{1}{12}$  ثمّ احسب  $P(C)$

2) نفرغ محتوى الصندوقين  $U_1$  و  $U_2$  في صندوق جديد  $U_3$  ثمّ نسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد.

$X$  المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين جُداء الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي  $X$  هي  $\{1;2;3;4;6\}$

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي  $X$  ثمّ احسب أمله الرياضي  $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1) حلّ المعادلة التفاضلية  $y' = 2y + 6$  الذي يحقّق  $y(\ln 2) = 25$  هو الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = 7e^{2x} - 3$

2)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \ln(e^x - 1)] = +\infty$

3) القيمة المتوسطة للدالة  $x \mapsto x(x^2 + 1)^2$  على المجال  $[0; 2]$  هي 31

4)  $(v_n)$  المتتالية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = \int_n^{n+1} e^{-x+3} dx$

من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $v_0 + v_1 + \dots + v_n = e^3 - e^{-n+2}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

$(u_n)$  المتتالية المعرفة بـ:  $u_0 = \frac{1}{2}$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = -1 + \frac{2}{2 - u_n}$

1) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  ،  $0 < u_n \leq \frac{1}{2}$



(ب) بيّن أنّ المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما.

(2) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  ،  $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$

(أ) أثبت أنّ المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها 2 ثم اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$

(ب) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = \frac{1}{2^{n+1}}$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  ،  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  و  $T_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$

احسب  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  ،  $T_n = 2^{n+1} + n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I)  $(\Gamma)$  التمثيل البياني للدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $x \mapsto (2x-1)e^{2x}$

و  $(D)$  المستقيم ذو المعادلة  $y = 1$  ،  $\alpha$  هي فاصلة نقطة

تقاطع  $(\Gamma)$  و  $(D)$  ( لاحظ الشكل المقابل )

(1) بقراءة بيانية ، حدّد وضعية  $(\Gamma)$  بالنسبة إلى  $(D)$

(2)  $g(x) = (2x-1)e^{2x} - 1$  : بـ  $\mathbb{R}$  الدالة المعرفة على

استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  ثم تحقق أنّ:  $0,6 < \alpha < 0,7$

(II)  $f(x) = (x-1)(e^{2x} - 1)$  : بـ  $\mathbb{R}$  الدالة المعرفة على

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (وحدة الطول 2 cm)

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) (أ) بيّن أنّ المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = -x + 1$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $-\infty$

(ب) ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$

(3) (أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = g(x)$

(ب) استنتج أنّ  $f$  متناقصة تماما على  $]-\infty; \alpha]$  و متزايدة تماما على  $[\alpha; +\infty[$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(ج) بيّن أنّ  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  موازيا لـ  $(\Delta)$  ، يُطلب تعيين معادلة له.

(4) (أ) عيّن فواصل نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.

(ب) ارسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  و  $(C_f)$  ( نأخذ :  $f(1,4) = 6,2$  و  $f(\alpha) = -0,9$  )

(ج) ناقش بيانياً، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  ، عدد حلول المعادلة  $f(x) = -x + m$

(5) (أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أنّ:  $\int_0^{\frac{1}{2}} (x-1)e^{2x} dx = \frac{3-2e}{4}$

(ب) استنتج، بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحني  $(C_f)$  والمستقيمات التي معادلاتها:

$x=0$  ،  $x=\frac{1}{2}$  و  $y=-x+1$

انتهى الموضوع الأول



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس، موزعة كما يلي: 3 كريات بيضاء مرقمة بـ: 1، 1، 2، و 3 كريات حمراء مرقمة بـ: 1، 2، 2، و 4 كريات خضراء مرقمة بـ: 1، 2، 2، 2. نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس ونعتبر الحوادث  $A$ ،  $B$ ،  $C$  الآتية:

$A$  "الحصول على كرتين من نفس اللون"،  $B$  "الحصول على كرية خضراء على الأقل"،  $C$  "الحصول على كرتين تحملان رقمين زوجيين".

(1) أ) بين أن احتمال الحدث  $A$  يساوي  $\frac{4}{15}$  وأن احتمال الحدث  $B$  يساوي  $\frac{2}{3}$

ب) احسب الاحتمالين  $P(C)$  و  $P(A \cap C)$ . هل الحدثان  $A$  و  $C$  مستقلان؟

ج) استنتج احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون علما أنهما تحملان رقمين زوجيين.

(2) نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل عملية سحب لكرتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برّر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي  $X$  هي  $\{2; 3; 4\}$

ب) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  ثم احسب أمله الرياضي  $E(X)$

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

(1) حلا المعادلة  $8z^2 - 4z + 1 = 0$  ذات المجهول  $z$  في  $\mathbb{C}$  هما:

أ)  $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$  و  $-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$  ب)  $-\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$  و  $-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$  ج)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$  و  $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$

(2) الشكل الجبري للعدد المركب  $\frac{1 + \sqrt{3} + i}{1 - i}$  هو:

أ)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + i \left( \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)$  ب)  $\frac{\sqrt{3}}{2} - i \left( \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)$  ج)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + i \left( \frac{-2 + \sqrt{3}}{2} \right)$

(3) الجذران التربيعيان للعدد المركب  $-8 + 6i$  هما:

أ)  $1 + 3i$  و  $-1 - 3i$  ب)  $1 + 3i$  و  $1 - 3i$  ج)  $3 + i$  و  $-3 - i$

(4) الشكل المثلثي للعدد المركب  $\frac{1 + i}{\sqrt{3} - i}$  هو:

أ)  $\sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$  ب)  $\frac{\sqrt{2}}{2} \left( \cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right)$  ج)  $\frac{\sqrt{2}}{2} \left( \cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12} \right)$

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 0$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n + 1$

(1) أ) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n < 5$

ب) بين أن ( $u_n$ ) متزايدة تماما.



(2) نضع: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $v_n = u_n - 5$

(أ) أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{4}{5}$ ، يطلب تعيين حدّها الأول  $v_0$

(ب) اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنّه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = -5\left(\frac{4}{5}\right)^n + 5$

(ج) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) نضع: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  و  $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

احسب  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $T_n = 5n - 20\left(1 - \left(\frac{4}{5}\right)^n\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

$f$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = ((\ln x)^2 - 3) \ln x$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ثم فسّر النتيجة هندسياً.

(ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (أ) بين أنّه: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ ،  $f'(x) = \frac{3(-1 + \ln x)(1 + \ln x)}{x}$

(ب) حلّ في المجال  $]0; +\infty[$  المتراجحة ذات المجهول  $x$ :  $(-1 + \ln x)(1 + \ln x) > 0$

(ج) استنتج أنّ الدالة  $f$  متزايدة تماماً على كلّ من المجالين  $]0; e^{-1}]$  و  $[e; +\infty[$  ومتناقصة تماماً على

المجال  $[e^{-1}; e]$  ثم شكّل جدول تغيّراتها.

(3) (أ) عيّن معادلة لـ  $(T)$  مماس ( $C_f$ ) عند النقطة ذات الفاصلة 1

(ب) عيّن فواصل نقط تقاطع ( $C_f$ ) مع حامل محور الفواصل.

(ج) ارسم  $(T)$  و  $(C_f)$  على المجال  $]0; e^2]$

(4)  $F$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $F(x) = x((\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 + 3\ln x - 3)$

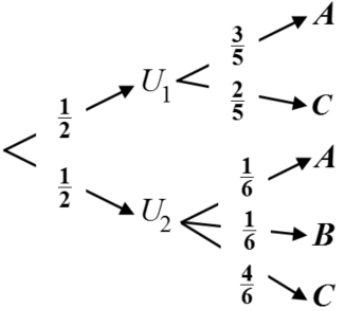
(أ) تحقق أنّ  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$

(ب) احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني ( $C_f$ ) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما:

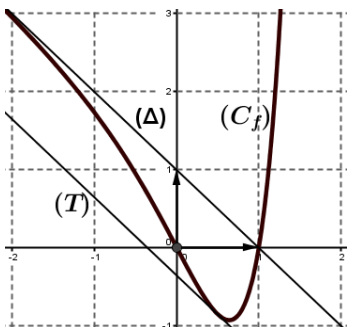
$$x = e \text{ و } x = 1$$

(5)  $h$  الدالة المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $h(x) = ((\ln x)^2 - 3)|\ln x|$  و ( $C_h$ ) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

اشرح كيف يمكن رسم ( $C_h$ ) انطلاقاً من ( $C_f$ ) ثم ارسمه على المجال  $]0; e^2]$

العلامة		عناصر الإجابة ( الموضوع الأول )													
مجموع	مجزأة														
التمرين الأول ( 04 نقاط )															
2	0.75	(أ) إنجاز الشجرة التي تتمذج التجربة 	1												
	2 × 0.5	(ب) $P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ ، $P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{23}{60}$													
	0.25	$P(C) = 1 - (P(A) + P(B)) = \frac{8}{15}$													
2	0.5	(أ) تبرير عناصر المجموعة { 1;2;3;4;6 }	2												
	5 × 0.25	(ب) <table border="1" data-bbox="456 1057 1272 1218"><tr><td><math>x_i</math></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td><math>P(X = x_i)</math></td><td><math>\frac{10}{36}</math></td><td><math>\frac{15}{36}</math></td><td><math>\frac{5}{36}</math></td><td><math>\frac{3}{36}</math></td><td><math>\frac{3}{36}</math></td></tr></table>		$x_i$	1	2	3	4	6	$P(X = x_i)$	$\frac{10}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{3}{36}$
	$x_i$	1		2	3	4	6								
$P(X = x_i)$	$\frac{10}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{3}{36}$										
0.25	$E(X) = \frac{85}{36}$														
التمرين الثاني ( 04 نقاط )															
1	2 × 0.5	صحيح لأنّ: $h(\ln 2) = 25$ و $h(x) = ke^{2x} - 3$	1												
1	2 × 0.5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \ln(e^x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln e^x - \ln(e^x - 1)]$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{e^x}{e^x - 1} = 0$ خاطئ لأنّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \ln(e^x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \ln(e^x(1 - e^{-x}))]$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} [-\ln(1 - e^{-x})] = 0$ أو	2												
1	2 × 0.5	$\frac{1}{2-0} \int_0^2 x(x^2+1)^2 dx = \left[ \frac{1}{12} (x^2+1)^3 \right]_0^2 = \frac{31}{3}$ خاطئ لأنّ:	3												
1	2 × 0.5	صحيح لأنّ: $v_0 + v_1 + \dots + v_n = \int_0^1 e^{-x+3} dx + \int_1^2 e^{-x+3} dx + \dots + \int_n^{n+1} e^{-x+3} dx$ $= \int_0^{n+1} e^{-x+3} dx = [-e^{-x+3}]_0^{n+1} = e^3 - e^{-n+2}$	4												

التمرين الثالث ( 05 نقاط )			
1.5	0.25	أ) البرهان بالتراجع: التحقق من صحة الخاصية الابتدائية	1
	0.75		
	0.5	ب) من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)u_n}{2 - u_n}$ ، ومنه $(u_n)$ متناقصة تماما	
2	0.5	أ) من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} - 1 = \frac{2(1 - u_n)}{u_n} = 2\left(\frac{1}{u_n} - 1\right) = 2v_n$ ، $v_n = v_0 \times q^n = 2^n$	2
	2 × 0.25	ب) من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n = \frac{1}{v_n + 1} = \frac{1}{2^n + 1}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$	
1.5	0.5 + 1	$T_n = S_n + (n + 1) = 2^{n+1} + n$ و $S_n = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 2^{n+1} - 1$	3
التمرين الرابع ( 07 نقاط )			
0.5	0.25	على المجال $]-\infty; \alpha[$ : أسفل $(\Gamma)$ (D) على المجال $]\alpha; +\infty[$ : أعلى $(\Gamma)$ (D) و $(D) \cap (\Gamma) = \{A(\alpha; 1)\}$	1 (I)
	0.25		
0.5	0.25	إشارة $g(x)$	2
	0.25	ومنه: $0,6 < \alpha < 0,7$ و $g(0,7) \approx 0,62$ و $g(0,6) \approx -0,34$	
0.5	2 × 0.25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$	1 (II)
1	0.25	أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x + 1)] = 0$	2
	3 × 0.25	ب) على $]-\infty; 1[$ : أسفل $(C_f)$ (Δ) وعلى $]1; +\infty[$ : أعلى $(C_f)$ (Δ) $(C_f)$ يقطع (Δ) في النقطة $A(1; 0)$	
1.5	0.25	أ) من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x) = g(x)$	3
	2 × 0.25	ب) $f$ متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha[$ ومتزايدة تماما على $]\alpha; +\infty[$	
	0.25	جدول التغيرات	
	2 × 0.25	ج) حل المعادلة $f'(x) = -1$ ، معادلة $(T)$ : $y = -x + 1 - \frac{e}{2}$	

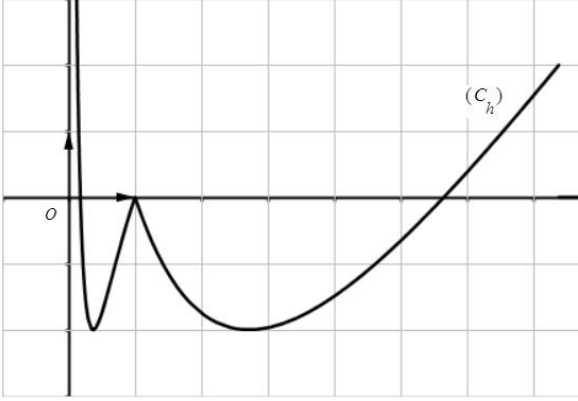
2	2 × 0.25	أ) فاصلتا نقطتي تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل هما: 0 و 1	4
	0.25		
	0.25		
	0.50		
	0.50	ج) لِمَا $m < 1 - \frac{1}{2}e$ لا توجد حلول و لِمَا $m = 1 - \frac{1}{2}e$ يوجد حلّ وحيد لِمَا $1 - \frac{1}{2}e < m < 1$ يوجد حلان و لِمَا $m \geq 1$ يوجد حلّ وحيد	
1	2 × 0.25	أ) تبين أن: $\int_0^{\frac{1}{2}} (x-1) e^{2x} dx = \frac{1}{4} \left[ (2x-3) e^{2x} \right]_0^{\frac{1}{2}} = \frac{3-2e}{4}$	5
	2 × 0.25	ب) $\mathcal{A} = \int_0^{\frac{1}{2}} [-x+1-f(x)] dx = -\int_0^{\frac{1}{2}} (x-1) e^{2x} dx$ $= \frac{2e-3}{4} \times 4 cm^2 = (2e-3) cm^2$	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط

العلامة		عناصر الإجابة ( الموضوع الثاني )							
مجموع	مجزأة								
التمرين الأول ( 04 نقاط )									
2.75	2 × 0.5	$P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{3}$ و $P(A)=\frac{C_4^2+C_3^2+C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{4}{15}$ (أ)	1						
	2 × 0.5	$P(A\cap C)=\frac{C_3^2+C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{4}{45}$ و $P(C)=\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$ (ب)							
	0.25	الحدثان A و C مستقلان لأن $P(A\cap C)=P(A)\times P(C)$							
	2 × 0.25	(ج) $P_C(A)=P(A)=\frac{4}{15}$ ، لأن A و C مستقلان							
1.25	0.25	(أ) تبرير عناصر المجموعة { 2 ; 3 ; 4 }	2						
	4 × 0.25	(ب) <table><tr><td><math>x_i</math></td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td><math>P(X=x_i)</math></td><td><math>\frac{6}{45}</math></td><td><math>\frac{24}{45}</math></td><td><math>\frac{15}{45}</math></td></tr></table> $E(X)=\frac{16}{5}$		$x_i$	2	3	4	$P(X=x_i)$	$\frac{6}{45}$
$x_i$	2	3	4						
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{45}$	$\frac{24}{45}$	$\frac{15}{45}$						
التمرين الثاني ( 04 نقاط )									
1	2 × 0.5	الاقتراح الصحيح هو ج) لأن: $\Delta=-16$ ، $z_1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ و $z_2=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$	1						
1	2 × 0.5	الاقتراح الصحيح هو أ) لأن: $\frac{1+\sqrt{3}+i}{1-i}\times\frac{1+i}{1+i}=\frac{\sqrt{3}}{2}+i\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$	2						
1	2 × 0.5	الاقتراح الصحيح هو أ) لأن: $(1+3i)^2=-8+6i$ و $(-1-3i)=-(1+3i)$	3						
1	2 × 0.5	الاقتراح الصحيح هو ب) لأن: $\arg\left(\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}\right)=\arg(1+i)-\arg(\sqrt{3}-i)$ و $\left \frac{1+i}{\sqrt{3}-i}\right =\frac{\sqrt{2}}{2}$	4						
التمرين الثالث ( 05 نقاط )									
1.5	0.25	(أ) البرهان بالتراجع: التحقق من صحة الخاصية الابتدائية	1						
	0.75	إثبات صحة الاستلزام ( إثبات أن الخاصية وراثية )							
	0.5	(ب) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{5}(5-u_n)$ ومنه $(u_n)$ متزايدة تماما							
2	0.5	(أ) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=u_{n+1}-5=\frac{4}{5}u_n-4=\frac{4}{5}(u_n-5)=\frac{4}{5}v_n$ ، و $v_0=-5$	2						
	0.25	(ب) $u_n=v_n+5=-5\left(\frac{4}{5}\right)^n+5$ و $v_n=v_0\times q^n=-5\left(\frac{4}{5}\right)^n$							
	0.25	(ج) $\lim_{n\rightarrow+\infty}u_n=5$ لأن $\lim_{n\rightarrow+\infty}\left(\frac{4}{5}\right)^n=0$							



1.5	1 0.5	$S_n = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = -25 \left[ 1 - \left( \frac{4}{5} \right)^{n+1} \right]$ $T_n = S_n + 5(n+1) = 5n - 20 \left[ 1 - \left( \frac{4}{5} \right)^n \right] \text{ و}$	3													
التمرين الرابع ( 07 نقاط )																
1.25	0.25 + 0.5 0.5	أ) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ ، المستقيم ذو المعادلة $x=0$ مقارب لـ $(C_f)$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	1													
2.25	0.5	أ) من أجل كل $x$ من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{3(-1 + \ln x)(1 + \ln x)}{x}$ ،	2													
	0.5	ب) مجموعة حلول المتراجحة هي $]0; e^{-1}[ \cup ]e; +\infty[$														
	0.25 0.25	ج) $f$ متزايدة تماما على كل من المجالين $]0; e^{-1}[$ و $]e; +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[e^{-1}; e]$														
	0.75	<table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td><math>e^{-1}</math></td><td><math>e</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td></td><td>+</td><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td><math>-\infty</math></td><td>2</td><td>-2</td><td><math>+\infty</math></td></tr></table> جدول التغيرات		$x$	0	$e^{-1}$	$e$	$+\infty$	$f'(x)$		+	-	+	$f(x)$	$-\infty$	2
$x$	0	$e^{-1}$	$e$	$+\infty$												
$f'(x)$		+	-	+												
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$												
2	2 × 0.25	أ) معادلة لـ $(T)$ : $y = f'(1)(x-1) + f'(1) = -3x + 3$	3													
	3 × 0.25	ب) فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ مع $(x'x)$ هي: 1 ، $e^{-\sqrt{3}}$ و $e^{\sqrt{3}}$														
	0.25 0.5	ج) الرسم:  رسم $(T)$ رسم $(C_f)$ 														
	0.75	أ) من أجل كل $x$ من $]0; +\infty[$ ، $F'(x) = f(x)$ ، ب) $\mathcal{A} = -\int_1^e f(x) dx = -[F(e) - F(1)] = (2e - 3)u.a$														
4																

0.75	0.25 0.25 0.25	<p>5</p> <p>على <math>]0; 1]</math> : <math>h(x) = -f(x)</math> ومنه <math>(C_h)</math> يناظر <math>(C_f)</math> بالنسبة إلى <math>(x'x)</math>  على <math>[1; +\infty[</math> : <math>h(x) = f(x)</math> ومنه <math>(C_h)</math> ينطبق على <math>(C_f)</math></p> <p>رسم <math>(C_h)</math></p> 	
------	----------------------	---	--

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط