الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2010

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 ساعات و نصف

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين**

## الموضوع الأول

**التمرين الأول: ( 05 نقاط )**

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقطتين $A$ و $B$ اللتين لاحقتيهما على الترتيب: $z_A=1+i$ و $z_B=3i$.

1) اكتب على الشكل الأسي: $z_A$ و $z_B$.

2) ليكن $S$ التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة $M$ لاحقتها $z$ النقطة $M'$ ذات اللاحقة $z'$ حيث:

$$z'=2iz+6+3i$$

أ) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر $S$.

ب) عين $z_C$ لاحقة النقطة $C$ صورة النقطة $A$ بالتشابه المباشر $S$.

جـ) استنتج طبيعة المثلث $ABC$.

3) لتكن النقطة $D$ مرجح الجملة $\{(A;2),(B;-2),(C;2)\}$.

أ) عين $z_D$ لاحقة النقطة $D$.

ب) عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

4) لتكن $M$ نقطة من المستوي تختلف عن $B$ وعن $D$ لاحقتها $z$ ولتكن $(\Delta)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ التي يكون من أجلها $\dfrac{z_B-z}{z_D-z}$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

أ) تحقق أن النقطة $E$ ذات اللاحقة $z_E=6+3i$ تنتمي إلى $(\Delta)$.

ب) أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\dfrac{z_B-z}{z_D-z}$. عين حينئذ المجموعة $(\Delta)$.

**التمرين الثاني: (05 نقاط )**

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقط $A(1;1;0)$، $B(2;1;1)$ و $C(-1;2;-1)$.

1) أ) بين أن النقط $A$، $B$ و $C$ ليست في استقامية.

ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي $(ABC)$ هي: $x+y-z-2=0$.

2) نعتبر المستويين $(P)$ و $(Q)$ اللذين معادلتيهما على الترتيب:

$$(P):\ x+2y-3z+1=0 \quad \text{و} \quad (Q):\ 2x+y-z-1=0$$

والمستقيم $(D)$ الذي يشمل النقطة $F(0;4;3)$ و $\vec{u}(-1;5;3)$ شعاع توجيه له.

أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(D)$.

ب) تحقق أن تقاطع المستويين $(P)$ و $(Q)$ هو المستقيم $(D)$.

3) عين تقاطع المستويات الثلاث $(ABC)$، $(P)$ و $(Q)$.

**التمرين الثالث: (10 نقاط)**

I) لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $I=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=1+\ln(2x-1)$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}\frac{1}{2}}f(x)$.

2) بيّن أن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $I$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) عيّن فاصلة النقطة من $(C_f)$ التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم $(d)$ ذي المعادلة $y=x$.

4) أ) أثبت أنه من أجل كل $x$ من $I$ يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل :

$f(x)=\ln(x+a)+b$ حيث: $a$، $b$ عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب) استنتج أنه يمكن رسم $(C_f)$ انطلاقا من $(C)$ منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية $\ln$ ثم ارسم $(C)$ و $(C_f)$.

II) نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $I$ بـ: $g(x)=f(x)-x$

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}\frac{1}{2}}g(x)$ ثم بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ على $I$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) احسب $g(1)$ ثم بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ حلا وحيدا $\alpha$.

تحقق أن $2<\alpha<3$.

ب) ارسم $(C_g)$ منحنى الدالة $g$ على المجال $\left]\frac{1}{2};5\right]$ في المعلم السابق.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $I$ ثم حدّد وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى $(d)$.

5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]1;\alpha[$ فإن: $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1;\alpha[$.

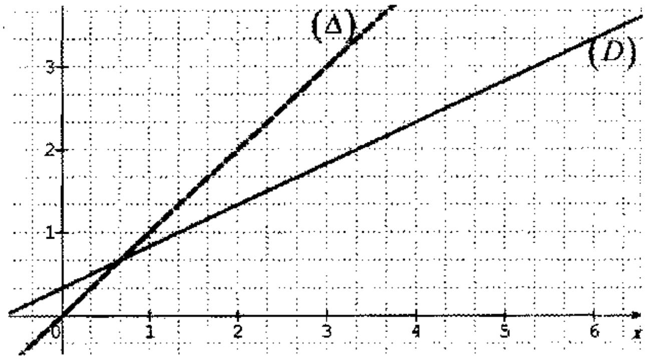
III) نسمي $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي: $u_n=f\left(1+\frac{1}{2n}\right)$.

1) عيّن قيمة العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها يكون: $u_n=1+2\ln3-3\ln2$.

2) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n=u_1+u_2+\dots+u_n$.

# الموضوع الثاني

**التمرين الأول: (05 نقاط)**




في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثّلنا المستقيمين $(\Delta)$ و $(D)$ معادلتيهما على الترتيب:
$y = x$ و $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$.

**1)** لتكن المتتالية $(u_n)$ المعرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}$.

أ - انقل الشكل ثمّ مثّل على محور الفواصل الحدود التالية: $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$ و $u_4$ ؛ دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب - عيّن إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين $(\Delta)$ و $(D)$.

جـ - أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.

**2)** أ - باستعمال الاستدلال بالتراجع، اثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n > \frac{2}{3}$.

ب - استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.

**3)** نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ بالعلاقة : $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.

أ - بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول.

ب - اكتب بدلالة $n$ عبارة الحد العام $v_n$، واستنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$.

جـ - احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ واستنتج المجموع $S'_n$ حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

**1)** حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 6z + 18 = 0$ ، ثمّ اكتب الحلين على الشكل الأسّي.

**2)** في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O ; \vec{u}, \vec{v})$، نعتبر النقط $A$، $B$، $C$ و $D$ لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 3 + 3i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -z_A$ و $z_D = -z_B$.

أ - بيّن أنّ النقط $A$، $B$، $C$ و $D$ تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز $O$ مبدأ المعلم.

ب - عيّن زاوية للدوران $R$ الذي مركزه $O$ ويحول النقطة $A$ إلى النقطة $B$.

جـ - بيّن أنّ النقط $A$ ، $O$ و $C$ في استقامية وكذلك النقط $B$ ، $O$ و $D$.

د - استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر المستوي $(\mathcal{P})$ الذي معادلته:
$.x-2y+z+3=0$

**1)** نذكّر أنّ حامل محور الفواصل $\left(O;\vec{i}\right)$ يعرف بالجملة $\begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$.

- عيّن إحداثيات $A$ نقطة تقاطع حامل $\left(O;\vec{i}\right)$ مع المستوي $(\mathcal{P})$.

**2)** $B$ و $C$ النقطتان من الفضاء حيث: $B(0\,;\,0\,;\,-3)$ و $C(-1\,;\,-4\,;\,2)$.

أ - تحقّق أنّ النقطة $B$ تنتمي إلى المستوي $(\mathcal{P})$.

ب - احسب الطول $AB$.

جـ - احسب المسافة بين النقطة $C$ والمستوي $(\mathcal{P})$.

**3)** أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$ المارّ بالنقطة $C$ والعمودي على المستوي $(\mathcal{P})$.

ب - تحقّق أنّ النقطة $A$ تنتمي إلى المستقيم $(\Delta)$.

جـ - احسب مساحة المثلث $ABC$.

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$.

نرمز بـــ $(C_f)$ لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} f(x)$ وفسّر هندسيا النتيجة.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين $(\Delta)$ و $(\Delta')$ معادلتيهما على الترتيب:
$y=x$ و $y=x+1$.

ب) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى كل من $(\Delta)$ و $(\Delta')$.

4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0\,;\,\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(C_f)$.

5) أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين $\alpha$ و $\beta$ حيث: $\ln 2<\alpha<1$ و $-1{,}4<\beta<-1{,}3$

ب) هل توجد مماسات لـــ $(C_f)$ توازي المستقيم $(\Delta)$؟

جـ) ارسم $(\Delta)$، $(\Delta')$ ثم المنحنى $(C_f)$.

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة: $(m-1)\,e^{-x}=m$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2010

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات (خاص بالمكفوفين) — المدة: 03 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

## الموضوع الأول

### التمرين الأول: ( 05 نقاط )

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقطتين $A$ و $B$ اللتين لاحقتيهما على الترتيب: $z_A=1+i$ و $z_B=3i$.

1) اكتب على الشكل الأسي: $z_A$ و $z_B$.

2) ليكن $S$ التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة $M$ لاحقتها $z$ النقطة $M'$ ذات اللاحقة $z'$ حيث:

$$z'=2iz+6+3i$$

أ) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر $S$.

ب) عين $z_C$ لاحقة النقطة $C$ صورة النقطة $A$ بالتشابه المباشر $S$.

جـ) استنتج طبيعة المثلث $ABC$.

3) لتكن النقطة $D$ مرجح الجملة $\{(A;2),(B;-2),(C;2)\}$.

أ) عين $z_D$ لاحقة النقطة $D$.

ب) عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

4) لتكن $M$ نقطة من المستوي تختلف عن $B$ وعن $D$ لاحقتها $z$ ولتكن $(\Delta)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ التي يكون من أجلها $\frac{z_B-z}{z_D-z}$ عددا حقيقيا موجبا تماما.

أ) تحقق أن النقطة $E$ ذات اللاحقة $z_E=6+3i$ تنتمي إلى $(\Delta)$.

ب) أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\frac{z_B-z}{z_D-z}$. عين حينئذ المجموعة $(\Delta)$.

### التمرين الثاني: (05 نقاط )

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقط $A(1;1;0)$، $B(2;1;1)$ و $C(-1;2;-1)$.

1) أ) بين أن النقط $A$، $B$ و $C$ ليست في استقامية.

ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي $(ABC)$ هي: $x+y-z-2=0$.

2) نعتبر المستويين $(P)$ و $(Q)$ اللذين معادلتيهما على الترتيب:

$$(P):\ x+2y-3z+1=0 \quad \text{و} \quad (Q):\ 2x+y-z-1=0$$

والمستقيم $(D)$ الذي يشمل النقطة $F(0;4;3)$ و $\vec{u}(-1;5;3)$ شعاع توجيه له.

أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(D)$.

ب) تحقق أن تقاطع المستويين $(P)$ و $(Q)$ هو المستقيم $(D)$.

3) عين تقاطع المستويات الثلاث $(ABC)$، $(P)$ و $(Q)$.

**التمرين الثالث: (10 نقاط)**

I) لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على المجال $I = \left]\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$ بـ: $f(x) = 1 + \ln(2x-1)$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \xrightarrow{>} \frac{1}{2}} f(x)$.

2) بيّن أن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $I$.

3) عيّن فاصلة النقطة من $(C_f)$ التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم $(d)$ ذي المعادلة $y = x$، ثم اكتب معادلة له.

4) أ) أثبت أنه من أجل كل $x$ من $I$ يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل:

$f(x) = \ln(x+a) + b$ حيث: $a$، $b$ عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.

ب) استنتج أنه يمكن رسم $(C_f)$ انطلاقا من $(C)$ منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية ln

(لا يطلب رسم $(C)$ و $(C_f)$.)

II) نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $I$ بـ: $g(x) = f(x) - x$

1) احسب $\lim_{x \xrightarrow{>} \frac{1}{2}} g(x)$ ثم بيّن أن $\lim_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ على $I$، ثم حدّد القيمة الحدّية لها.

3) احسب $g(1)$ ثم بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $\left]\frac{3}{2}\,;+\infty\right[$ حلا وحيدا $\alpha$.

تحقق أن $2 < \alpha < 3$.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $I$ ثم حدّد وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى $(d)$.

5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]1\,;\alpha[$، $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1\,;\alpha[$.

III) نسمي $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يأتي: $u_n = f\left(1 + \frac{1}{2n}\right)$.

1) عيّن قيمة العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها يكون: $u_n = 1 + 2\ln 3 - 3\ln 2$.

2) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$.

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول:** (05 نقاط)

لتكن المتتالية $(u_n)$ المعرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ :

$u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}$.

1) أ - احسب $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$ و $u_4$.

ب - في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس، عيّن إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين $(\Delta)$ و $(D)$ اللذين معادلتيهما على الترتيب $y = x$ و $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$.

2) أ - باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n > \frac{2}{3}$.

ب - استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.

3) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ بالعلاقة : $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.

أ - بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول.

ب - اكتب بدلالة $n$ عبارة الحد العام $v_n$، واستنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$ .

جـ - احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ واستنتج المجموع $S'_n$ حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

**التمرين الثاني:** (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 6z + 18 = 0$ ، ثمّ اكتب الحلين على الشكل الأسّي.

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O ; \vec{u} , \vec{v})$، نعتبر النقط $A$، $B$، $C$ و $D$ لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 3 + 3i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -z_A$ و $z_D = -z_B$.

أ - بيّن أنّ النقط $A$، $B$، $C$ و $D$ تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز $O$ مبدأ المعلم.

ب - عيّن زاوية للدوران $R$ الذي مركزه $O$ ويحوّل النقطة $A$ إلى النقطة $B$.

جـ - بيّن أنّ النقط $A$ ، $O$ و $C$ في استقامية وكذلك النقط $B$ ، $O$ و $D$.

د - استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$ .

**التمرين الثالث:** (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر المستوي $(\mathcal{P})$ الذي معادلته :

$x - 2y + z + 3 = 0$.

1) نذكّر أنّ حامل محور الفواصل $(O; \vec{i})$ يعرف بالجملة $\begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

- عيّن إحداثيات $A$ نقطة تقاطع حامل $(O; \vec{i})$ مع المستوي $(\mathcal{P})$.

2) $B$ و $C$ النقطتان من الفضاء حيث: $B(0\,;\,0\,;\,-3)$ و $C(-1\,;\,-4\,;\,2)$.

أ - تحقّق أنّ النقطة $B$ تنتمي إلى المستوي $(\mathcal{P})$.

ب - احسب الطول $AB$.

جـ - احسب المسافة بين النقطة $C$ و المستوي $(\mathcal{P})$.

3) أ ـ اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$ المارّ بالنقطة $C$ والعمودي على المستوي $(\mathcal{P})$.

ب ـ تحقّق أنّ النقطة $A$ تنتمي إلى المستقيم $(\Delta)$.

جـ ـ احسب مساحة المثلث $ABC$.

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=x-\dfrac{1}{e^x-1}$.

نرمز بـ $(C_f)$ لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ وفسّر هندسيا النتيجة.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ على كل مجال من مجالي تعريفها.

3) أ) بيّن أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين $(\Delta)$ و $(\Delta')$ معادلتيهما على الترتيب $y=x$ و $y=x+1$.

ب) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى كل من $(\Delta)$ و $(\Delta')$.

4) أثبت أن النقطة $\omega\left(0\,;\,\dfrac{1}{2}\right)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(C_f)$.

5) أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين $\alpha$ و $\beta$ حيث: $\ln 2<\alpha<1$ و $-1{,}4<\beta<-1{,}3$

ب) هل توجد مماسات لـ $(C_f)$ توازي $(\Delta)$؟

6) أ) تحقق أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}^*$ فإن: $\dfrac{1}{e^x-1}=\dfrac{e^{-x}}{1-e^{-x}}$.

ب) ناقش جبريا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=x+m$.

# الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

| محاور الموضوع | عناصر الاجابة ( الموضوع الأول) | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| | **التمرين الأول:** ( 5 نقاط) | | |
| الأعداد المركبة | 1. كتابة $z_A$ و $z_B$ على الشكل الأسي: $z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_B=3e^{i\frac{\pi}{2}}$ | 0,5×2 | 05 |
| | 2.أ) المركز $B$، النسبة 2، الزاوية $\frac{\pi}{2}$ | 0,25×3 | |
| | ب) $z_C=4+5i$ | 0,5 | |
| | ج) $ABC$ مثلث قائم في $B$ | 0,5 | |
| | 3.أ) $z_D=5+3i$ | 0,5 | |
| | ب) $ABCD$ مستطيل لأن: $z_{\overline{AB}}=z_{\overline{DC}}$ ، $\hat{B}=90°$ | 0,5 | |
| | 4. أ) $\frac{z_B-z_E}{z_D-z_E}=6$ | 0,25 | |
| | ب) $\arg\left(\frac{z_B-z}{z_D-z}\right)=\left(\overline{MD},\overline{MB}\right)$ ، $\left(\overline{MD},\overline{MB}\right)=0+2k\pi$ | 0,5 | |
| | $(\Delta)=(BD)-[BD]$ | 0,5 | |
| | **التمرين الثاني:** ( 5 نقاط) | | |
| الهندسة الفضائية | 1.أ) النقط $A$، $B$ و $C$ ليست في استقامية لأن $\overline{AB}$ ، $\overline{AC}$ غير مرتبطين خطيا. | 1 | 05 |
| | ب) $(ABC):x+y-z-2=0$ | 1 | |
| | 2.أ) تمثيل وسيطي للمستقيم $(D):\begin{cases}x=-t\\y=5t+4\\z=3t+3\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ | 1 | |
| | ب) التحقق أن $(D)\subset(P)$ و $(D)\subset(P)$ أو حل الجملة. (الانتقال من جملة معادلتين إلى التمثيل الوسيطي) | 1 | |
| | 3. $(P)\cap(Q)\cap(ABC)=\{E(-1;9;6)\}$ | 1 | |

| محاور الموضوع | عناصر الاجابة (تابع الموضوع الأول) | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| | **التمرين الثالث: ( 10 نقاط)** | | |
| | I. 1. $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} \frac{1}{2}} f(x) = -\infty$ | 0,5 | |
| | 2. $f'(x) = \dfrac{2}{2x-1} > 0$ ومنه $f$ متزايدة تماما على $I$ | 0,75 | |
| | جدول التغيرات ........................................................ | 0,25 | |
| | 3. $f'(x) = 1$ تكافىء $x = \dfrac{3}{2}$ ........................................ | 0,5 | |
| | سلم خاص بالمكفوفين: معادلة المماس .......... 0,75 | | |
| | 4. أ) $f(x) = \ln(x - \dfrac{1}{2}) + 1 + \ln 2$ ................................ | 0,5 | |
| | ب) $(C_f)$ ينتج من $(C)$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}(\dfrac{1}{2};\ 1+\ln 2)$ | | |
| | أو في المعلم $(\omega; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\omega(\dfrac{1}{2}; 1+\ln 2)$ $(C_f)$ هو منحنى الدالة $\ln$ | 0,5 | |
| | رسم $(C)$ و $(C_f)$ . | | |
| | سلم خاص بالمكفوفين: تعطى 0,5 لشرح كيفية رسم $(C_f)$ فقط (لا يطلب الرسم) | | |
| المتتاليات + الدوال اللوغاريتمية | II. 1. $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} \frac{1}{2}} g(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$ | 0,5+0,25 | 10 |
| | 2. اتجاه تغير $g$ : $g'(x) = \dfrac{3-2x}{2x-1}$ وإشارته: $\frac{1}{2}$ ‖ + $\frac{3}{2}$ 0 − | 2×0,5 | |
| | $g$ متزايدة تماما على $\left]\dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{2}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\dfrac{1}{2}; +\infty\right[$ | 0,25 | |
| | − جدول التغيرات ........................................................ | 0,5 | |
| | سلم خاص بالمكفوفين: القيمة الحدية $g(\dfrac{3}{2}) = \ln 2 - \dfrac{1}{2}$ ......... 0,5 | | |
| | 3. أ) $g(1) = 0$ | 0,25 | |
| | $g(\alpha) = 0$ و $2 < \alpha < 3$ | 1 | |
| | ب) رسم $(C_g)$. | 0,5 | |
| | 4. إشارة $g(x)$ | 0,5 | |
| | − وضعية المنحني $(C_f)$ بالنسبة إلى $(d)$ | 0,5 | |
| | 5. من أجل كل $x$ من $]1;\alpha[$ ، $f(x) \in ]1;\alpha[$ | 0,5 | |
| | III. 1. $u_n = 1 + \ln(1 + \dfrac{1}{n})$ | 0,25 | |
| | $n = 8$ | 0,5 | |
| | 2. $S_n = n + \ln(n+1)$ | 0,5 | |

| محاور الموضوع | عناصر الاجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| الموضوع | الموضوع الثاني | مجزأة | المجموع |
| المتتاليات العددية | **التمرين الأول: ( 05 نقاط)** | | 05 |
| | 1. أ - تمثيل على محور الفواصل الحدود : $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$ و $u_4$ | 1 | |
| | ب - $(\Delta)$ و $(D)$ يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيتين $\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$ | 0,25 | |
| | جـ - التخمين: يبدو أنّ المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما. | 0,25 | |
| | **سلم خاص بالمكفوفين:**<br>1. أ - حساب $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$ و $u_4$ ............................................ 1<br>ب - إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين $(\Delta)$ و $(D)$ : $\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$ ...... 0,5 | | |
| | 2. أ - استعمال الاستدلال بالتراجع لإثبات $u_n > \frac{2}{3}$ | 0,75 | |
| | ب - $u_{n+1}-u_n=-\frac{1}{2}\left(u_n-\frac{2}{3}\right)$ ؛ $u_{n+1}-u_n<0$ وبالتالي $(u_n)$ متناقصة تماما | 0,5 | |
| | 3. أ - $v_{n+1}=\frac{1}{2}v_n$ إذن $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدّها الأول $v_0=\frac{16}{3}$ | 0,75 | |
| | ب - كتابة بدلالة $n$ عبارة الحد العام $v_n$: $v_n=\frac{16}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$ | 0,5 | |
| | - $u_n=\frac{16}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^n+\frac{2}{3}$ | 0,25 | |
| | جـ - $S_n=v_0+v_1+...+v_n=\frac{32}{3}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$ | 0,5 | |
| | $S'_n=u_0+u_1+...+u_n=n+1+\frac{32}{3}\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$ | 0,25 | |
| الأعداد المركبة | **التمرين الثاني: ( 04 نقاط)** | | 04 |
| | 1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $\Delta'=-9=(3i)^2$ ؛ $z'=3+3i$ و $z''=3-3i$ | 0,75 | |
| | - الشكل الأسّي للحلين: $z'=3\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ؛ $z''=\overline{z'}=3\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ | 0,5 | |
| | 2. أ - $\|z_A\|=\|z_B\|=\|z_C\|=\|z_D\|=3\sqrt{2}$ أي $OA=OB=OC=OD=3\sqrt{2}$ | 1 | |
| | ب - تعيين زاوية للدوران $R$: $\frac{z_B}{z_A}=e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ومنه $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ مع $(k\in\mathbb{Z})$ | 0,5 | |
| | جـ - $\frac{z_C}{z_A}=-1$ ، $\frac{z_D}{z_B}=-1$ هما عددان حقيقيان إذن $A$، $O$، $C$ و النقط $B$، $O$، $D$ في استقامية. أو $z_A+z_C=0$، $z_B+z_D=0$ ومنه $O$ منتصف كل من $[AC]$، $[BD]$ | 0,5 | |
| | د - $ABCD$ مربع (القطران متناصفان، متعامدان ومتقايسان) | 0,75 | |

| محاور الموضوع | عناصر الاجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|---|
| | **تابع للموضوع الثاني** | | |
| الهندسة الفضائية | **التمرين الثالث: ( 04 نقاط)** | | 04 |
| | 1. $A(-3;0;0)$ | 0,5 | |
| | 2. أ - لدينا $0-2\times0+(-3)+3=0$ معناه $B\in(\mathcal{P})$ | 0,25 | |
| | ب - حساب الطول $AB$ : لدينا $\overrightarrow{AB}(3;0;-3)$ ومنه $AB=\sqrt{9+0+9}=3\sqrt{2}$ | 0,5 | |
| | جـ - $\partial(C;(\mathcal{P}))=\frac{\lvert -1+8+2+3\rvert}{\sqrt{1+4+1}}=\frac{12}{\sqrt{6}}=2\sqrt{6}$ | 0,75 | |
| | 3. أ - $\vec{u}(1;-2;1)$ هو شعاع توجيهي لـ $(\Delta)$ وبالتالي $\begin{cases}x=-1+t\\y=-4-2t\\z=2+t\end{cases};t\in\mathbb{R}$ | 0,75 | |
| | ب - تحقّق أنّ النقطة $A$ تنتمي إلى المستقيم $(\Delta)$: $t=-2$ إذن $A\in(\Delta)$ | 0,5 | |
| | جـ - حساب مساحة المثلث $ABC$ : $\frac{1}{2}AB\times AC=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=6\sqrt{3}\ ua$ | 0,75 | |
| | **التمرين الرابع: ( 07 نقاط)** | | 07 |
| | 1.أ) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ | 0,5 | |
| | ب) $\lim_{x\underset{<}{\to}0}f(x)=+\infty$ $\lim_{x\underset{>}{\to}0}f(x)=-\infty$ | 0,5 | |
| | $x=0$ معادلة مستقيم مقارب للمنحنى $(C_f)$ | 0,25 | |
| | 2. المشتقة + الإشارة | 0,25+0,5 | |
| | − جدول التغيرات + اتجاه التغير<br>**<u>سلم خاص بالمكفوفين</u>:** اتجاه التغير .......... 0,5 | 2×0,25 | |
| | 3. مستقيمان مقاربا $(\Delta):y=x$ $(\Delta'):y=x+1$ | 2×0,25 | |
| | تحديد الوضعية | 2×0,5 | |
| | 4. $\omega(0;\ 0,5)$ مركز تناظر | 0,25 | |
| | 5.أ) إثبات وجود وحصر كل من $\alpha$ ، $\beta$ (تطبيق نظرية القيم المتوسطة) | 2×0,5 | |
| | ب) $f'(x)=1$ معادلة ليس لها حل في $\mathbb{R}^*$ ومنه لا توجد مماسات . | 0,5 | |
| | جـ) رسم $(\Delta)$ ، $(\Delta')$ ، $(C_f)$ | 0,75 | |
| | د) $(m-1)e^{-x}=m$ تكافئ $f(x)=x+m$ | 0,25 | |
| | المناقشة حسب قيم $m$ . | 0,25 | |
| | **<u>سلم خاص بالمكفوفين</u>:**<br>6. أ) التحقق من المساواة. ........... 0,5<br>ب) المناقشة حسب قيم $m$ ........... 0,75 | | |



19