

الجزء الأول: (12 نقطة)

التمرين الأول: (03 نقاط)

- (1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832.
- (2) اكتب الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
- (3) اكتب العدد $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$ على الشكل $a\sqrt{13}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

- (1) تحقق من صحة المساواة التالية: $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$
 - (2) حل العبارة A بحيث: $A = (2x+1)(3x-7) - (20x^2 - 5)$
 - (3) حل المتراجحة: $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$
- مثل حلولها ببيان.

التمرين الثالث: (2,5 نقطة)

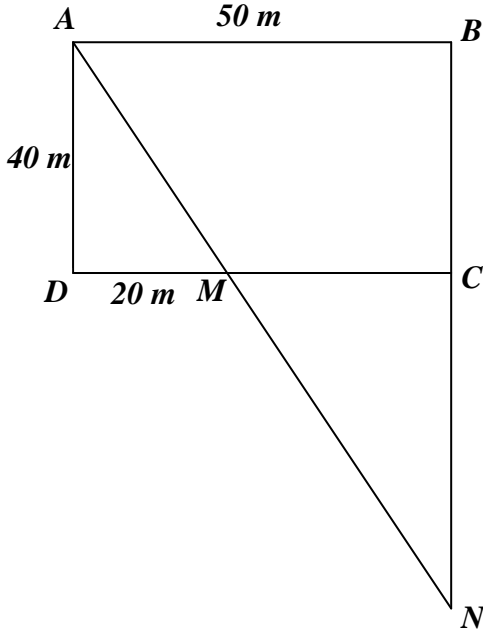
- f دالة تآلفية تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) يشمل النقطتين $A(2; 5)$ و $B(-1; -4)$.
- (1) بين أن العبارة الجبرية للدالة التآلفية f هي: $f(x) = 3x - 1$.
 - (2) لتكن النقطة $C(4; 11)$ من المستوي، هل النقط A ، B ، C على استقامة واحدة؟
 - (3) أوجد العدد الذي صورته 29 بالدالة f .

التمرين الرابع: (3,5 نقطة)

- (1) أنشئ المثلث EFG القائم في F حيث: $EF = FG = 4 \text{ cm}$.
 - (2) أنشئ النقطتين: D صورة النقطة F بالانسحاب الذي شعاعه \vec{EF} .
 C صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه \vec{GD} .
 - (3) بين أن الرباعي $EGDC$ مربع.
- احسب مساحته.
- (4) ليكن الشعاع \vec{U} حيث: $\vec{U} = \vec{EF} + \vec{EC} + \vec{FG}$ ، بين أن: $\vec{U} = \vec{ED}$

الجزء الثاني: (08 نقاط)

المسألة:



لجذك قطعة أرض لها الشكل المقابل حيث:

$ABCD$ مستطيل أبعاده 50 m و 40 m

و M نقطة من $[DC]$ حيث: $DM = 20\text{ m}$

N نقطة تقاطع (AM) و (BC)

الجزء الأول:

(1) بين أن: $\frac{MA}{MN} = \frac{2}{3}$

(2) احسب الطول BN .

(3) احسب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قيس الزاوية MAD .

الجزء الثاني:

وهب جذك لأبيك وعمك القطعة MCN ليقسمانها بينهما بالعدل.

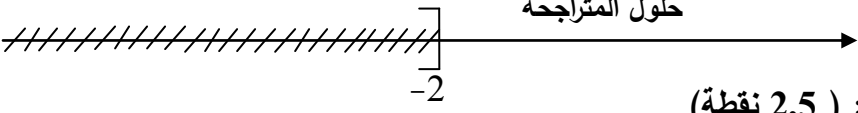
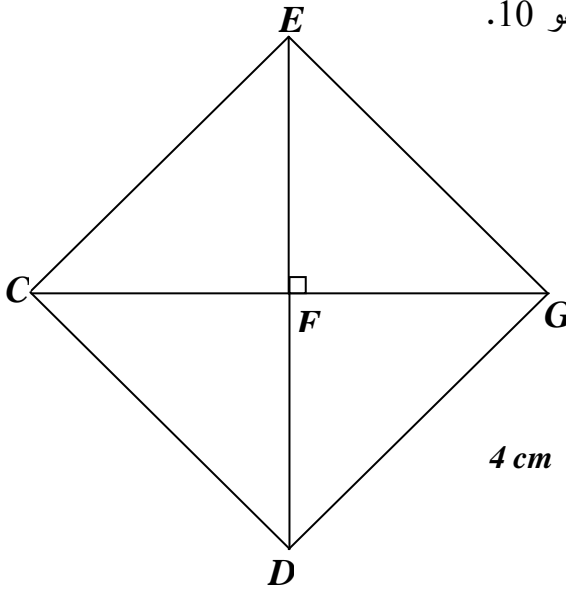
(1) اقترح عمك أن تكون النقطة E صورة النقطة M بالدوران الذي مركزه C وزاويته 90° في الاتجاه الموجب هي بداية الخط الفاصل $[EM]$ بين القطعتين MNE و MCE الناتجتين عن هذه القسمة.

أثبت أنه كان محقا في اختياره.

(2) تحصل أبوك على مبلغ $5,4 \times 10^6\text{ DA}$ من عملية بيع قطعتي الأرضية MNE بعد دفعه ضريبة نسبته 20% على المبلغ الإجمالي للقطعة.

- حدّد سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة واكتبه كتابة علمية.

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
1	3×0,25	<p>الجزء الأول: (12 نقطة)</p> <p>حل التمرين الأول: (3 نقاط)</p> <p>(1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1053 و 832:</p> $1053 = 832 \times 1 + 221$ $832 = 221 \times 3 + 169$ $221 = 169 \times 1 + 52$ $169 = 52 \times 3 + 13$ $52 = 13 \times 4 + 0$
	0,25	<p>آخر باق غير معدوم هو 13 إذن: $PGCD(1053 ; 832) = 13$</p> <p>(2) كتابة الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال:</p> $\frac{1053}{832} = \frac{1053 \div 13}{832 \div 13} = \frac{81}{64}$
0,5	2×0,25	<p>(3) كتابة العدد $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$ على شكل $a\sqrt{13}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه:</p>
1,5	3×0,25	<p>لدينا: $A = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$ ومنه: $A = \sqrt{81 \times 13} + 2\sqrt{64 \times 13} - 8\sqrt{9 \times 13}$</p>
	0,25 2×0,25	<p>وعليه: $A = (9 + 16 - 24)\sqrt{13}$ أي: $A = 9\sqrt{13} + 2 \times 8\sqrt{13} - 8 \times 3\sqrt{13}$</p> <p>وبالتالي: $A = \sqrt{13}$ حيث: $a = 1$ وهو عدد طبيعي.</p>
0,75	3×0,25	<p>حل التمرين الثاني: (3 نقاط)</p> <p>(1) التحقق من صحة المساواة $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$</p> <p>لدينا: $5(2x+1)(2x-1) = 5[(2x)^2 - 1^2]$</p> <p>ومنه: $5(2x+1)(2x-1) = 5(4x^2 - 1)$ أي: $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$</p> <p>ملاحظة: يمكن التحقق من صحة المساواة بطريقة أخرى.</p>
	3×0,25	<p>(2) تحليل العبارة $A = (2x+1)(3x-7) - (20x^2 - 5)$</p> <p>بما أن: $5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$</p> <p>فإن: $A = (2x+1)(3x-7) - 5(2x+1)(2x-1)$</p> <p>أي: $A = (2x+1)[(3x-7) - 5(2x-1)]$</p> <p>وبالتالي: $A = (2x+1)(3x-7-10x+5)$</p> <p>ومنه: $A = (2x+1)(-7x-2)$</p>
1	0,25	<p>(3) حل المتراجحة $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$</p>

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
1,25	0,25	<p>$-14x^2 - 11x - 2 < 20 - 14x^2$ تعني أن: $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$</p> <p>أي: $-14x^2 - 11x + 14x^2 < 2 + 20$ ومنه: $-11x < 22$ بالقسمة على (-11) نجد: $x > -2$</p> <p>وبالتالي حلول المتراجحة $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$ هي كل القيم x الأكبر تماما من (-2).</p> <p>- تمثيل حلول المتراجحة بيانيا:</p> <p>حلول المتراجحة</p> 
	2×0,25	
	0,25	
1	0,25	<p>حل التمرين الثالث: (2,5 نقطة)</p> <p>(1) إثبات أن $f(x) = 3x - 1$</p> <p>بما أن التمثيل البياني للدالة f يشمل النقطتين $A(2;5)$ و $B(-1;-4)$</p> <p>فإن: $f(2) = 5$ و $f(-1) = -4$</p> <p>وعليه: $a = \frac{f(2) - f(-1)}{2 + 1} = \frac{5 + 4}{3} = 3$ و $b = f(2) - a \times 2 = 5 - 3 \times 2 = -1$</p> <p>وبالتالي: $f(x) = 3x - 1$.</p> <p>(2) معرفة هل النقط A ، B ، C على استقامة واحدة :</p> <p>بما أن $f(4) = 3 \times 4 - 1 = 12 - 1 = 11$</p> <p>وعليه $C \in (AB)$ وبالتالي النقط A ، B ، C على استقامة واحدة.</p> <p>(3) إيجاد العدد الذي صورته 29 بالدالة f :</p> <p>لدينا: $f(x) = 29$ ومنه: $3x - 1 = 29$ وعليه: $3x = 30$ أي: $x = \frac{30}{3} = 10$</p> <p>وبالتالي العدد الذي صورته 29 بالدالة f هو 10.</p>
	2×0,25	
	0,25	
0,5	0,25	<p>حل التمرين الرابع: (3,5 نقطة)</p> <p>(1) إنشاء المثلث EFG القائم في F :</p>
	0,25	
	3×0,25	
0,75	0,25	
	0,25	
	3×0,25	

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
1,25	0,25	(2) إنشاء النقطتين: D صورة F بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{EF} .
	0,25	C صورة E بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{GD} .
	0,25	(3) إثبات أن الرباعي $EGDC$ مربع ثم حساب مساحته:
	0,25	C هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{GD} معناه $\overrightarrow{GD} = \overrightarrow{EC}$
	0,25	أي أن الرباعي $EGDC$ متوازي أضلاع.
0,75	0,25	بما أن: $FG = EF = FD = 4cm$ فإن: $FG = \frac{1}{2}ED$ (في المثلث EGD طول المتوسط المتعلق بالضلع $[ED]$ يساوي نصف طول هذا الضلع، فالمثلث EGD قائم في G (خاصية)).
	0,25	$[ED]$ ، $[CG]$ ، قطرا متوازي الأضلاع $EGDC$ متعامدان فهو معين.
	0,25	للمعين $EGDC$ زاوية قائمة ($\widehat{EGF} = 90^\circ$) فهو مربع.
	0,25	ملاحظة: يمكن استعمال خواص القطران: متعامدان ومتناصفان ومتقايسان فالرباعي مربع.
	0,25	لتكن A مساحة المربع $EGDC$: $A = c^2 = EG^2$
0,75	0,25	بتطبيق نظرية فيثاغورث لدينا: $EG^2 = EF^2 + FG^2 = 4^2 + 4^2 = 32$
	0,25	ومنه: $EG = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$
	0,25	$A = c^2 = EG^2 = (\sqrt{32})^2 = 32$
	0,25	وبالتالي مساحة المربع $EGDC$ هي 32 cm^2 .
	0,25	(4) لدينا: $\vec{U} = \vec{EF} + \vec{EC} + \vec{FG} = (\vec{EF} + \vec{FG}) + \vec{EC} = \vec{EG} + \vec{EC}$ (حسب علاقة شال)
0,75	2×0,25	بما أن الرباعي $EGDC$ متوازي أضلاع فإن: $\vec{EG} + \vec{EC} = \vec{ED}$ وعليه: $\vec{U} = \vec{ED}$.
	0,25	الجزء الثاني: (المسألة)
	0,25	الجزء الأول:
	0,25	(1) إثبات أن $\frac{MA}{MN} = \frac{2}{3}$:
	0,25	لدينا: $(NC) \parallel (AD)$ والنقط A, M, N و D, M, C استقامية بنفس الترتيب حسب نظرية طالس:
	0,25	$(1) \dots \frac{MA}{MN} = \frac{MD}{MC} = \frac{AD}{CN}$
	0,25	بما أن: $MC = CD - MD = 50 - 20 = 30$
	0,25	فإن: $\frac{MA}{MN} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$
	0,25	(2) حساب الطول BN :
	0,25	من (1) لدينا: $\frac{MA}{MN} = \frac{AD}{CN}$ وعليه: $\frac{2}{3} = \frac{40}{CN}$ وبالتالي: $CN = \frac{40 \times 3}{2} = 60$

العلامة	عناصر الإجابة	
مجموع	مجزأة	
		<p>ومنه: $BN = BC + CN = 40 + 60 = 100$</p> <p>وعليه: $BN = 100 \text{ m}$</p> <p>(3) حساب بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة قياس الزاوية MAD:</p> <p>لدينا في المثلث ADM القائم في D: $\tan MAD = \frac{DM}{AM}$ أي: $\tan MAD = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$</p> <p>باستعمال الآلة الحاسبة وبالتدوير إلى الوحدة نجد: $MAD = 27^\circ$</p> <p>الجزء الثاني:</p> <p>(1) تعيين النقطة E صورة النقطة M بالدوران الذي مركزه C وزاويته 90° بالاتجاه الموجب موضع القسمة.</p> <p>إثبات أن العم كان محقا في اختياره:</p> $S_{MCE} = \frac{MC \times CE}{2} = \frac{30 \times 30}{2} = 450$ <p>لدينا: $EN = CN - CE = 60 - 30 = 30$</p> $S_{MEN} = \frac{EN \times CM}{2} = \frac{30 \times 30}{2} = 450$ <p>وعليه: $S_{MCE} = S_{MEN} = 450 \text{ m}^2$</p> <p>وبالتالي العم كان محقا في اختياره.</p> <p>(2) تحديد سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة:</p> <p>بفرض سعر المتر المربع الواحد هو x فإن المبلغ الإجمالي للقطعة بدلالة x هو $450x$</p> <p>من جهة أخرى المبلغ الإجمالي للقطعة بدون اقتطاع هو: $5,4 \times 10^6$ \longrightarrow 80%</p> <p>y \longrightarrow 100%</p> $y = \frac{5,4 \times 10^6}{80} \times 100 = 6,75 \times 10^6$ <p>أي: $y = 6,75 \times 10^6$</p> <p>وعليه: $450x = 6,75 \times 10^6$</p> <p>ومنه: $x = \frac{6,75 \times 10^6}{450} = 0,015 \times 10^6$</p> <p>سعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة هو: 15000 DA.</p> <p>الكتابة العلمية لسعر المتر المربع الواحد لهذه القطعة: $1,5 \times 10^4 \text{ DA}$.</p> <p>ملاحظة: يمكن كتابة المعادلة على شكل: $450 \left(1 - \frac{20}{100}\right) x = 5,4 \times 10^6$</p>

الإجابة النموذجية لموضوع امتحان شهادة التعليم المتوسط دورة: ماي 2016

اختبار مادة: الرياضيات المدة: ساعتان

العلامة		عناصر الإجابة			
مجموع	مجزأة				
السؤال	المعيار	المؤشرات	التنقيط	مجزأة	مج
1	1م	<ul style="list-style-type: none"> - استعمال نظرية طالس في الإثبات. - استعمال نظرية طالس لحساب الطول CN. - استنتاج الطول BN. - استعمال النسب المثلثية لإيجاد قياس الزاوية MAD. 	<p>0,5 إن وفق في مؤشر</p> <p>1 إن وفق في مؤشرين</p> <p>1,25 إن وفق في ثلاث مؤشرات أو أكثر.</p>	1,25	2,5
	2م	<ul style="list-style-type: none"> - الإثبات صحيح. - حساب الصحيح للطول BN. - إيجاد قياس الزاوية MAD بشكل صحيح. 	<p>0,5 إن وفق في مؤشر</p> <p>1 إن وفق في مؤشرين</p> <p>1,25 إن وفق في ثلاث مؤشرات أو أكثر.</p>	1,25	
2	1م	<p>تعيين صورة النقطة بدوران</p> <p>حساب الطول EN.</p> <p>حساب مساحة المثلثين.</p> <p>مقارنة المساحتين.</p> <p>ترتيب الوضع لـ حساب سعر المتر الواحد.</p> <p>استعمال تطبيقات التناسبية لتحديد السعر.</p> <p>الكتابة العلمية للسعر.</p>	<p>0,5 إن وفق في مؤشر</p> <p>0,75 إن وفق في مؤشرين</p> <p>1,25 إن وفق في ثلاث مؤشرات</p> <p>1,75 إن وفق في أربع مؤشرات.</p> <p>2 إن وفق في خمسة مؤشرات فأكثر.</p>	2	4
	2م	<p>تعيين صورة النقطة E بشكل صحيح.</p> <p>حساب الطول EN بشكل صحيح.</p> <p>حساب المساحتين صحيح.</p> <p>المقارنة صحيحة.</p> <p>الترتيب صحيح.</p> <p>تحديد السعر صحيح.</p> <p>الكتابة العلمية للسعر صحيح.</p>	<p>0,5 إن وفق في مؤشر</p> <p>0,75 إن وفق في مؤشرين</p> <p>1,25 إن وفق في ثلاث مؤشرات</p> <p>1,75 إن وفق في أربع مؤشرات.</p> <p>2 إن وفق في خمسة مؤشرات فأكثر.</p>	2	
كل المسألة	3م	<ul style="list-style-type: none"> - التسلسل المنطقي. - معقولة النتائج. - احترام وحدات القياس. 	<p>0,5 إن وفق في مؤشر</p> <p>1 إن وفق في مؤشرين فأكثر.</p>	1	1,5
	4م	<ul style="list-style-type: none"> - المقروئية. - عدم التشطيب. 	<p>0,25 إن وفق في مؤشر</p> <p>0,5 إن وفق في مؤشرين</p>	0,5	

3م : انسجام النتائج.

4م : تقييم الورقة.

1م : التفسير السليم للوضعية.

2م : الاستعمال السليم للأدوات الرياضية.