



Gelombang Mekanik

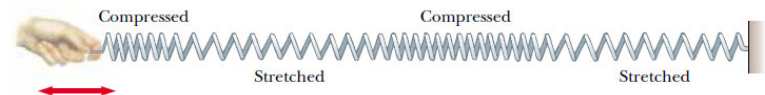
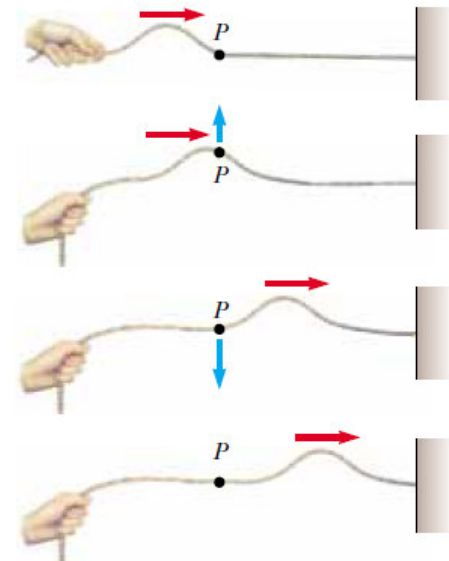


Gelombang

- Gelombang adalah gangguan yang menjalar dengan laju tertentu
- Tiga kategori:
 - Gelombang mekanik: dinamika Newton dan perlu medium perambatan (udara, air, batu dll) → gelombang bunyi, gelombang gempa dll
 - Gelombang elektromagnet: persamaan2 Maxwell, tidak perlu medium → gelombang radio, cahaya, sinar gamma, dll
 - Gelombang materi: dunia kuantum

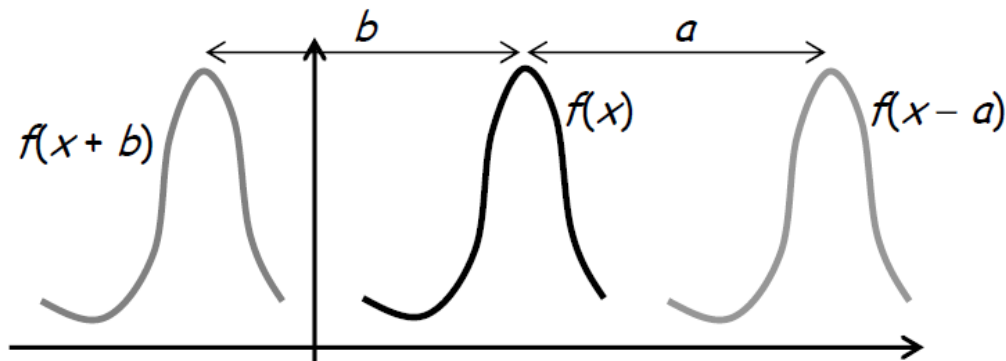
Transversal dan longitudinal

- Gerak gelombang merupakan perpindahan (transfer) energi dan momentum dari suatu tempat ke tempat lain
- Arah penjaran:
 - Tegak lurus dengan arah getar medium → gelombang transversal
 - Sejajar dengan arah getar medium → gelombang longitudinal



Penjalaran gangguan

- Suatu pulsa gangguan yang misalnya dinyatakan dengan $f(x)$, bila bergeser sejauh a ke arah sumbu x positif, maka persamaannya menjadi $f(x-a)$. Bila digeser ke kiri sebesar b maka menjadi $f(x+b)$



+ : merambat ke kiri
- : merambat ke kanan

- Jadi bila perpindahan terjadi dengan laju v , maka: persamaan gangguan tersebut tiap saat

$$f(x, t) = f(x \pm vt)$$

Gelombang harmonik

- Bentuk yang dinyatakan sebagai fungsi sine atau cosine

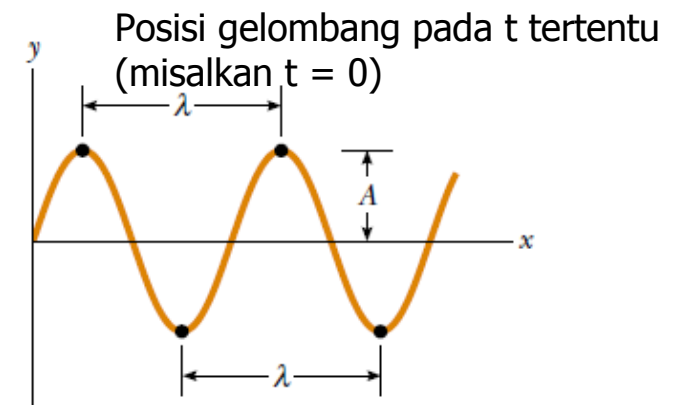
$$y(x,0) = A \sin ax$$

$$y(\lambda/2, 0) = A \sin\left(\frac{\lambda}{2} a\right) = 0$$

- Yang memberikan $\frac{\lambda}{2} a = \pi \rightarrow a = \frac{2\pi}{\lambda}$

- Sehingga:

$$y(x,0) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$





Penjalaran gelombang harmonik

- Persamaannya setiap saat t (bila merambat dengan laju rambat v):

$$y(x, t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x \mp vt)\right)$$

- Karena gelombang merambat sejauh satu panjang gelombang dalam waktu satu perioda, maka:

$$s = vt \rightarrow \lambda = vT$$

- sehingga $y(x, t) = A \sin\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \mp \frac{v}{T}\right)\right)$



Persamaan gelombang harmonik yang merambat

- Bilangan gelombang $k = 2\pi/\lambda$ dan frekuensi angular $\omega = 2\pi/T$ sehingga

$$y(x, t) = A \sin(kx \mp \omega t)$$

- Ungkapan yang lebih umum (dengan memasukkan fasa awal):

$$y(x, t) = A \sin(kx \mp \omega t + \phi_o)$$



Besaran-besaran gelombang

- Hubungan antara besaran-besaran gelombang

$$v = \lambda f$$

$$kv = \omega$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

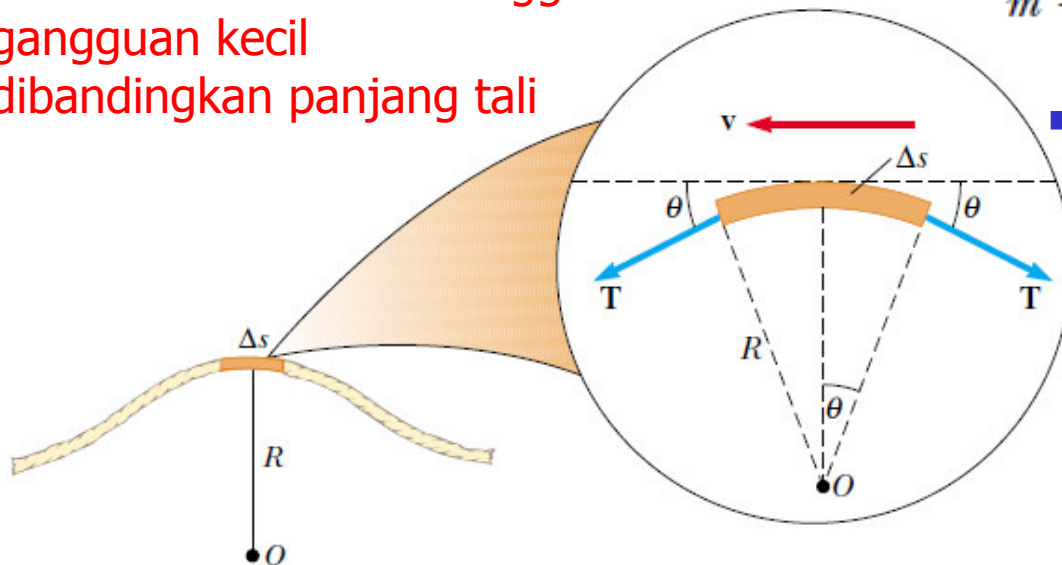
- Bedakan antara laju rambat dengan laju getar (transversal)
- Laju rambat \rightarrow perambatan, searah perambatan
- Laju getar \rightarrow getar, arah getar (arah transversal)

$$v_{\text{transversal}} = \frac{\partial y}{\partial t}$$

Gelombang tali

- Tinjau sebuah pulsa gangguan pada tali yang tegang

Asumsi θ kecil berarti tinggi gangguan kecil dibandingkan panjang tali



- Gaya dalam arah radial (menuju titik O)

$$F_r = 2T \sin \theta \approx 2T\theta$$

Anggap θ kecil sehingga $\sin \theta \approx \theta$

- Massa elemen tali

$$m = \mu \Delta s = 2\mu R\theta$$

μ adalah massa persatuan panjang dan Δs : panjang elemen massa

- Gunakan hukum II Newton

$$F_r = ma = \frac{mv^2}{R}$$

$$2T\theta = \frac{2\mu R\theta v^2}{R} \longrightarrow v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Cepat rambat gelombang tali

Transmisi energi

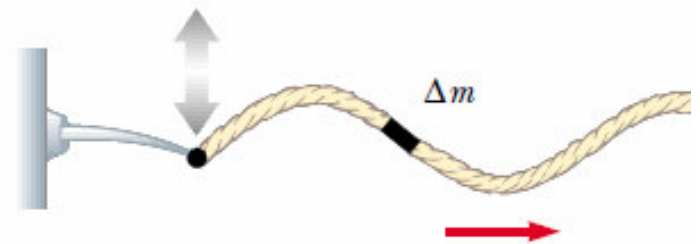
- Misalkan sebuah gelombang yang dinyatakan dengan $y = A \sin(kx - \omega t)$

- Maka $v_{\text{trans.}} = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t)$

- Energi kinetik suatu elemen massa Δm yang panjangnya Δx

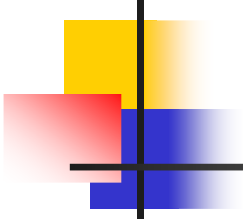
$$\Delta K = \frac{1}{2}(\Delta m) v_y^2 \longrightarrow \Delta K = \frac{1}{2}(\mu \Delta x) v_y^2$$

- Untuk elemen yang kecil $dK = \frac{1}{2}(\mu dx) v_y^2$



$$\begin{aligned} dK &= \frac{1}{2} \mu [\omega A \cos(kx - \omega t)]^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t) dx \end{aligned}$$

Pada saat $t = 0$ $dK = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \cos^2 kx dx$

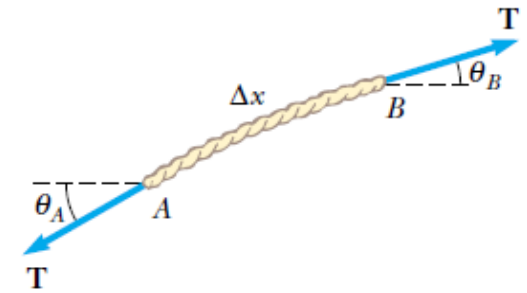


- Total energi kinetik dalam satu panjang gelombang diperoleh dengan mengintegrasikan dK

$$\begin{aligned} K_\lambda &= \int dK = \int_0^\lambda \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \cos^2 kx \, dx = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \int_0^\lambda \cos^2 kx \, dx \\ &= \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \left[\frac{1}{2} x + \frac{1}{4k} \sin 2kx \right]_0^\lambda = \frac{1}{2} \mu \omega^2 A^2 \left[\frac{1}{2} \lambda \right] = \frac{1}{4} \mu \omega^2 A^2 \lambda \end{aligned}$$

Persamaan gelombang

- Misalkan gelombang merambat pada tali dengan tegangan T
- Gaya total pada elemen tali

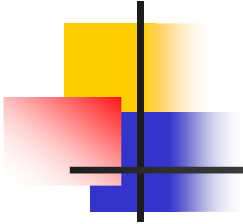


$$\sum F_y = T \sin \theta_B - T \sin \theta_A = T(\sin \theta_B - \sin \theta_A)$$

- Aproksimasi sudut kecil $\sin \theta \approx \tan \theta$ $\sum F_y \approx T(\tan \theta_B - \tan \theta_A)$

$$\sum F_y \approx T \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_B - \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_A \right]$$

- Sedangkan dari hukum II Newton $\sum F_y = ma_y = \mu \Delta x \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)$



Sehingga $\mu \Delta x \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right) = T \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_B - \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_A \right]$

$$\frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{(\partial y / \partial x)_B - (\partial y / \partial x)_A}{\Delta x}$$

Pengertian turunan $\frac{\partial f}{\partial x} \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

Artinya dapat diasosiasikan

$$f(x) = (\partial y / \partial x)_A \text{ dan } f(x + \Delta x) = (\partial y / \partial x)_B$$

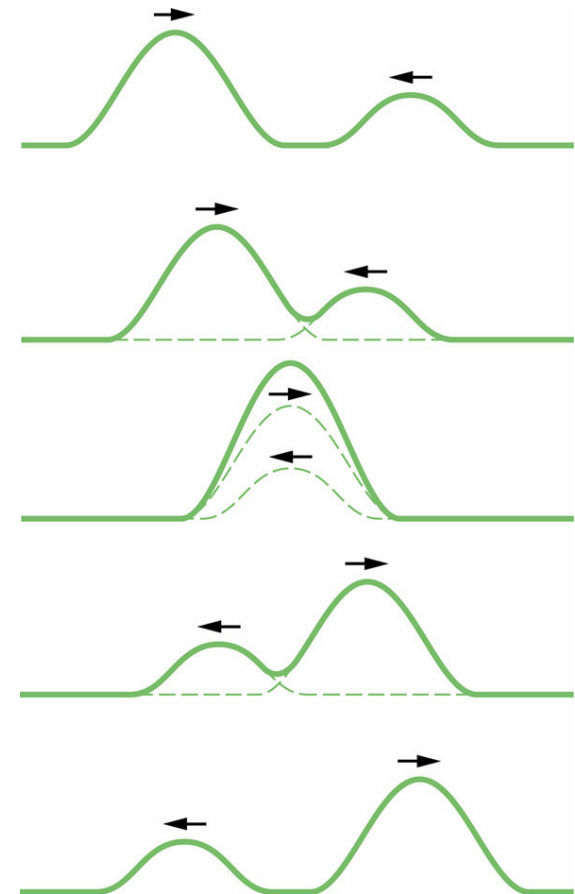
Sehingga untuk limit $\Delta x \rightarrow 0$ $\frac{\mu}{T} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ Persamaan gelombang

Ingat laju rambat gelombang dalam tali $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$

Superposisi gelombang

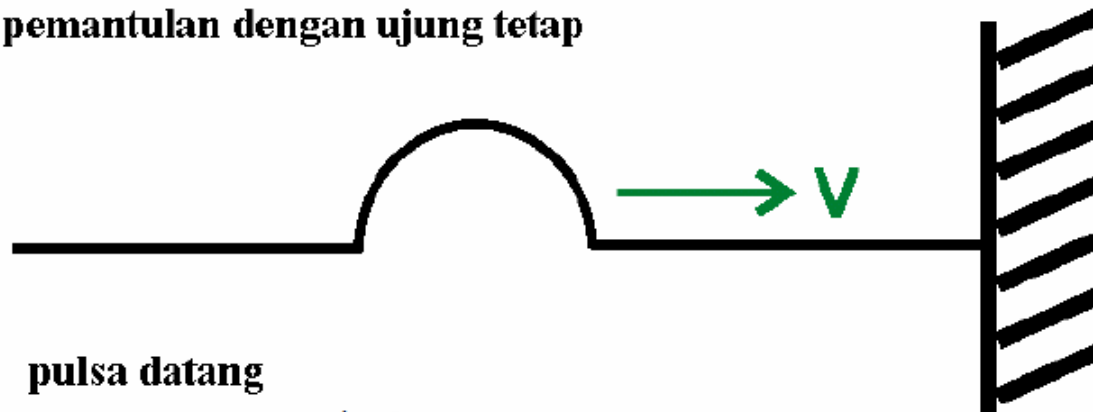
- Superposisi: penjumlahan
- Bila ada dua atau lebih gelombang maka fungsi gelombang totalnya adalah superposisi linear dari masing-masing gelombang

$$y_T(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$$



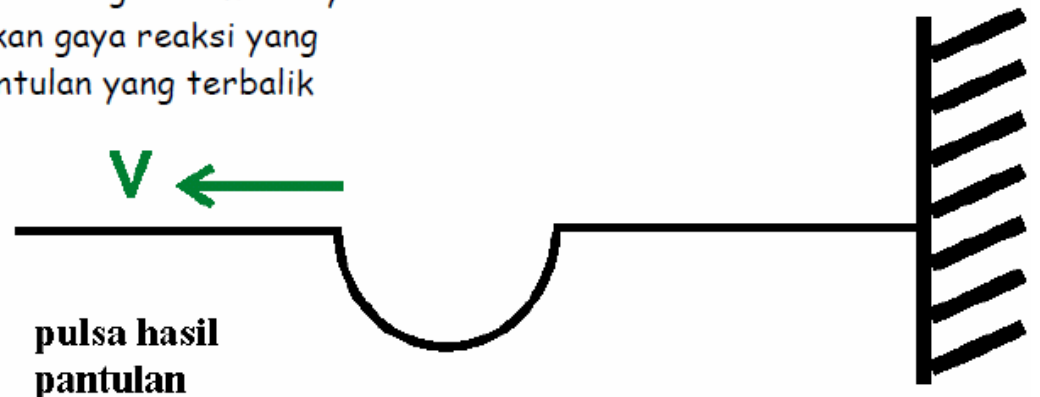
Pemantulan pada gelombang tali

pemantulan dengan ujung tetap

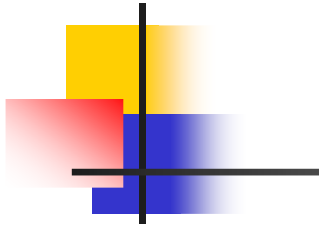


pulsa datang

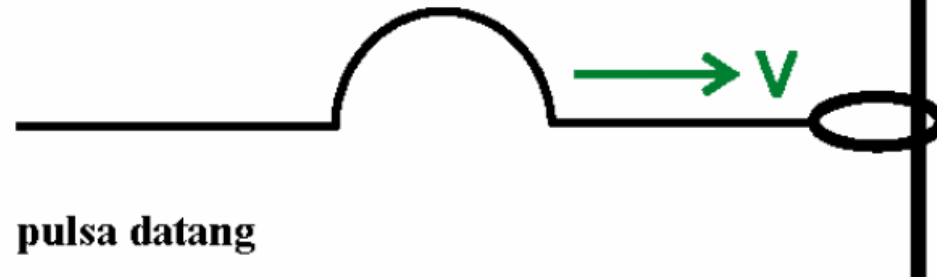
Ketika pulsa tersebut mencapai ujung, tali akan memberikan gaya pada dinding dan akibatnya dinding akan memberikan gaya reaksi yang menyebabkan pulsa pantulan yang terbalik



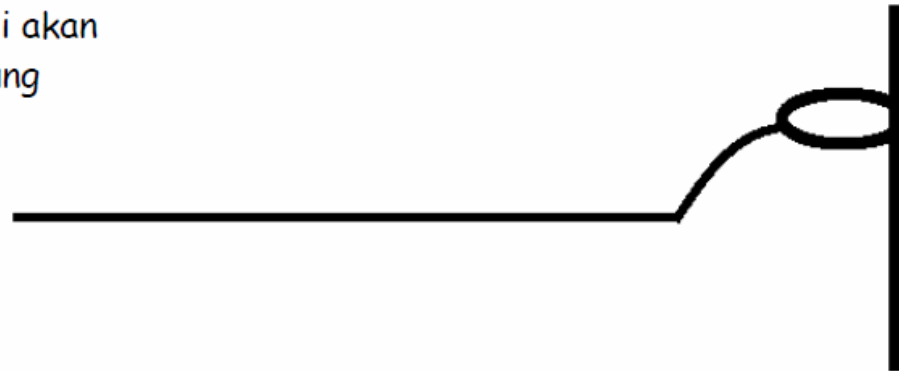
pulsa hasil pantulan



pemantulan ujung bebas

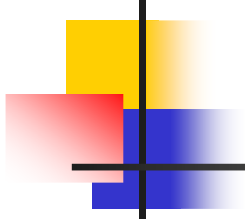


Tegangan tali akan
membuat ujung
terangkat



Saat ujung kembali ke posisi
awal, akan ada pulsa baru yang
merupakan hasil pantulan





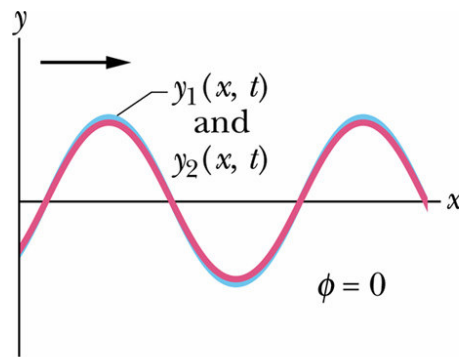
Jika pulsa datang dinyatakan dengan $y_d = f(x-vt)$, maka persamaan pulsa pantulannya adalah

$$y_p = f'(x + vt)$$

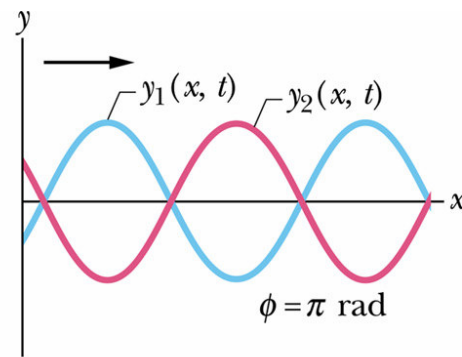
Superposisi kedua gelombang akan memberikan

$$y(x, t) = y_d(x, t) + y_p(x, t)$$

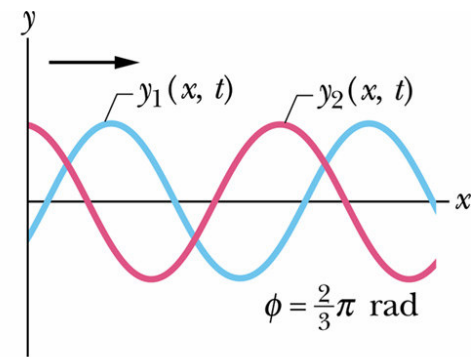
Interferensi gelombang



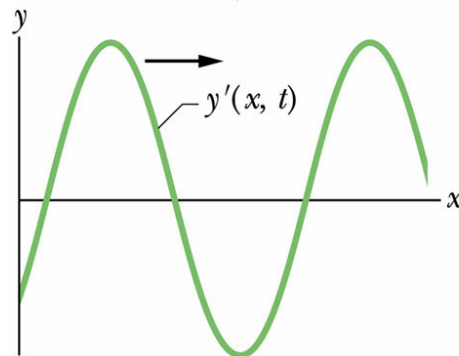
(a)



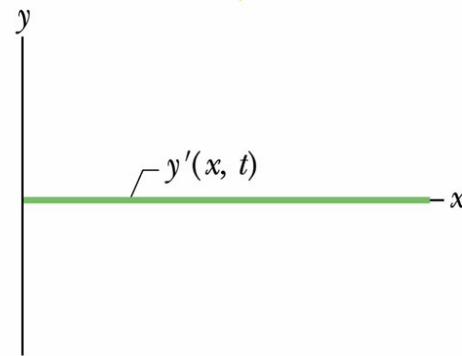
(b)



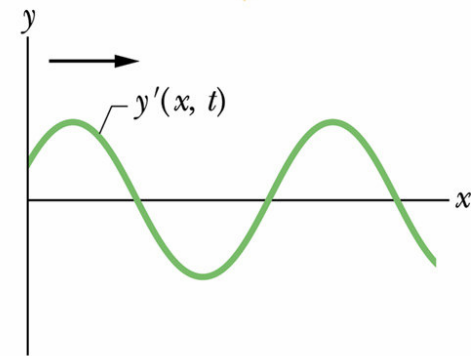
(c)



(d)



(e)



Interferensi intermediate
(pertengahan)

Interferensi konstruktif Interferensi destruktif

Phasor

- Phasor (PHase vectOR) merupakan cara merepresentasikan fungsi harmonik
- Misalkan dua buah gelombang harmonik yang beda amplitudo namun frekuensi sama dan sudut fase berbeda ϕ dinyatakan dengan

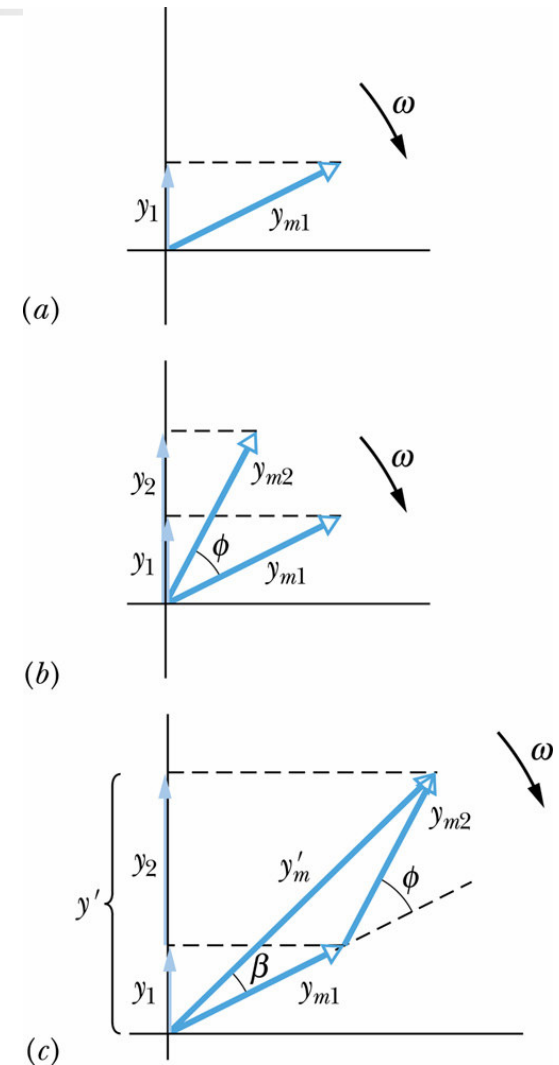
$$y_1 = y_{m1} \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2 = y_{m2} \sin(kx - \omega t + \phi)$$

- Hasil superposisinya misalkan

$$y' = y_m' \sin(kx - \omega t + \beta)$$

y_m' dan β dapat ditentukan dengan cara phasor





Gelombang berdiri (standing wave)

- Misalkan suatu gangguan periodik yang dinyatakan dengan fungsi gelombang harmonik diberikan pada tali yang panjangnya L
- Persamaan gelombang datang

$$y_d(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

- Persamaan gelombang pantul

$$y_p(x, t) = A \sin(kx + \omega t)$$

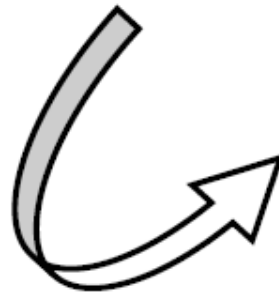
Gelombang berdiri (standing wave)

- Hasil superposisi gelombang datang dan gelombang pantul

$$\begin{aligned}y_T(x, t) &= A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t) \\&= A[\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t)] \\&= 2A \sin(kx) \cos(\omega t)\end{aligned}$$

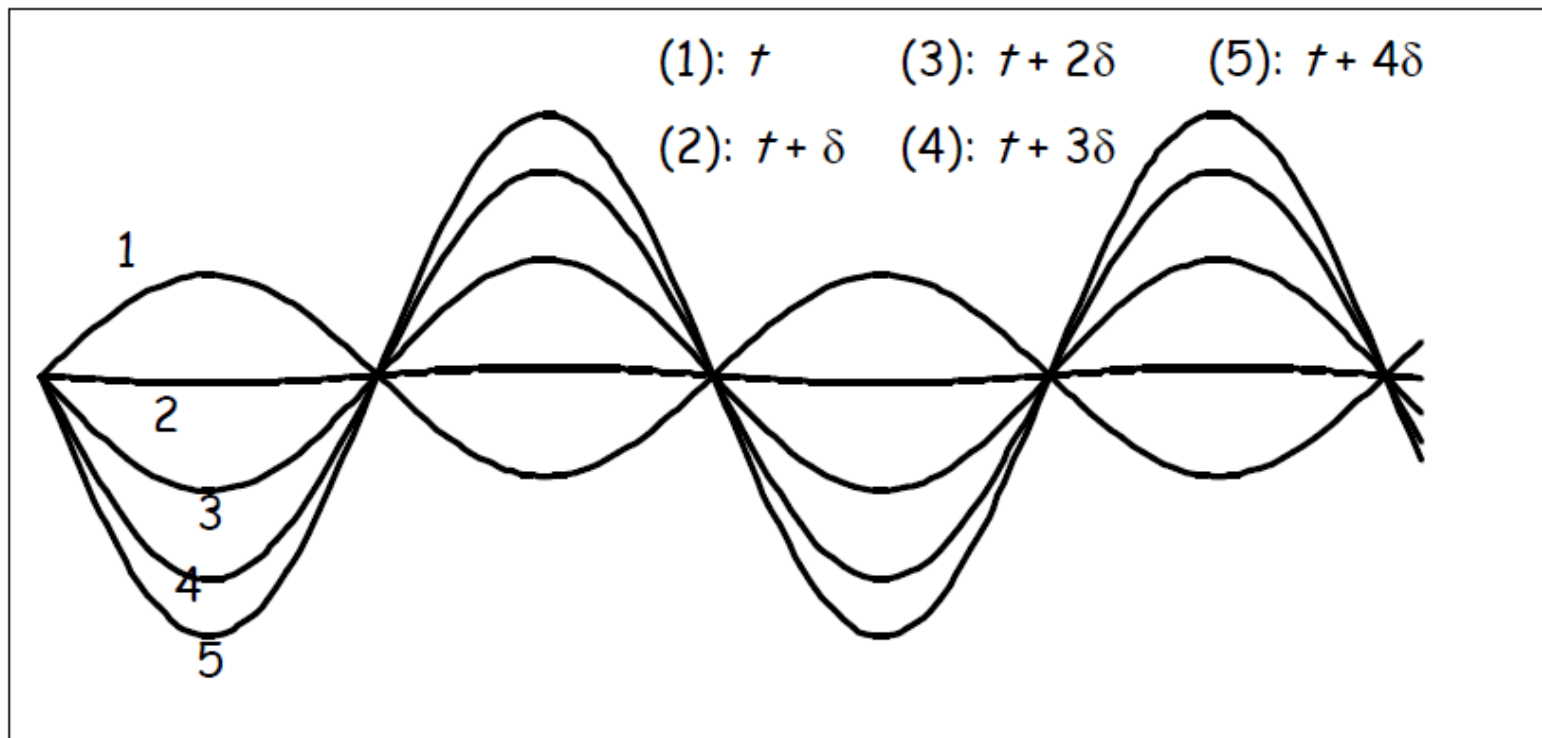
Variabel ruang dan waktu terpisah.

Bentuk persamaan ini dinamakan persamaan gelombang berdiri



Gelombang berdiri

Plot $y_T(x, t)$ pada beberapa nilai t tertentu





Gelombang berdiri

- Jika ujung tali terikat (ujung tetap) pada $x = L$, maka $y_T(L, t) = 0$ sehingga

$$2A \sin(kL) \cos(\omega t) = 0 \rightarrow kL = n\pi \text{ dengan } n = 0, 1, 2, \dots$$

- Artinya gelombang berdiri pada tali yang ujungnya tetap hanya dapat terjadi jika

$$L = \frac{n}{2} \lambda \quad \text{dengan } n = 1, 2, 3, \dots$$



Gelombang berdiri

- Jika ujung tali pada $x = L$ dalam keadaan bebas, maka $y_T(L,t)$ akan mempunyai nilai maksimum sehingga

$$\sin(kL) = \pm 1 \rightarrow kL = \left(\frac{n+1}{2}\right)\pi \quad \text{dengan} \quad n = 0,1,2,\dots$$

- Artinya gelombang berdiri pada tali yang ujungnya bebas hanya dapat terjadi jika

$$L = \left(\frac{n+1}{4}\right)\lambda \quad \text{dengan} \quad n = 0,1,2,\dots$$



Resonansi

- Artinya untuk harga frekuensi (panjang gelombang) tertentu, dapat dihasilkan gelombang berdiri → ini berkaitan dengan fenomena resonansi
- Untuk tali dengan ujung terikat

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

- Frekuensi resonansi $f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n \frac{v}{2L}$



Gelombang bunyi

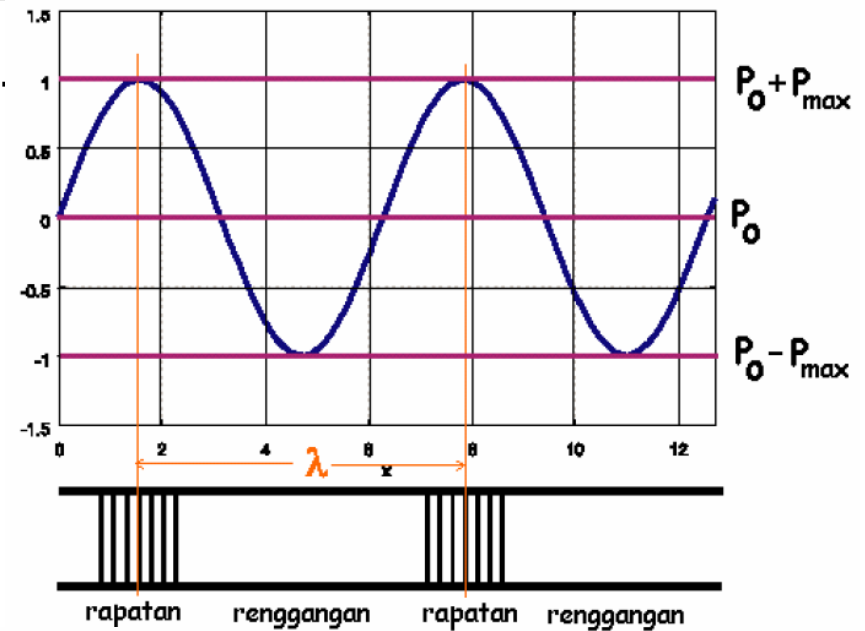
- Gelombang bunyi merupakan contoh gelombang longitudinal 3 dimensi. Medium perambatannya dapat berupa padatan, cairan atau gas
- Gelombang bunyi terjadi karena ada perapatan dan perenggangan molekul-molekul pada medium perambatan
- Jika dikaitkan dengan elastisitas medium perambatan, laju rambat gelombang bunyi dinyatakan

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

B: modulus bulk

ρ : kerapatan medium

- Gelombang bunyi di udara dapat dipandang sebagai gelombang tekanan udara yang periodik
- Fungsi tekanan dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi harmonik



$$\Delta P(x, t) = P(x, t) - P_0 = P_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

- Artinya perilaku gelombang bunyi mirip dengan gelombang lainnya (mis.: glb. tali) → ada fenomena gelombang berdiri

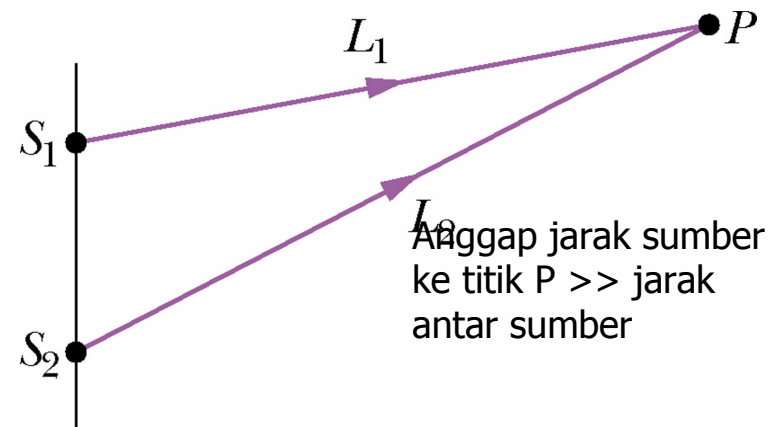
Interferensi gelombang bunyi

- Seperti halnya gelombang transversal, gelombang bunyi juga menunjukkan fenomena interferensi
- Beda panjang lintasan
 $\Delta L = |L_2 - L_1|$
- Interferensi maksimum:

$$\Delta L = n\lambda \quad n \text{ bilangan bulat } (0, 1, 2, \dots)$$

- Interferensi minimum

$$\Delta L = \frac{\lambda}{2}(n+1) \quad n \text{ bilangan bulat } (0, 1, 2, \dots)$$





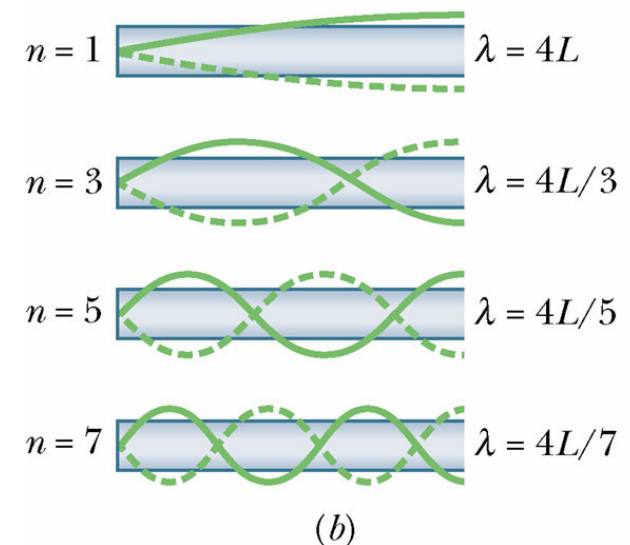
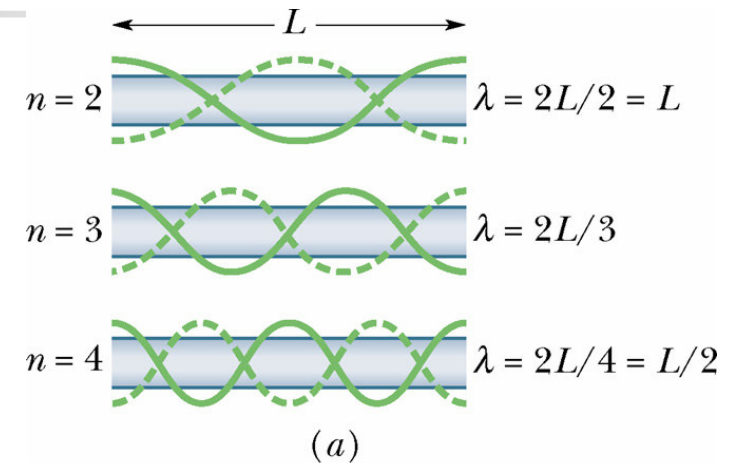
Intensitas gelombang bunyi

- Menyatakan keras tidaknya bunyi
- Intensitas gelombang bunyi pada suatu permukaan tertentu adalah laju perubahan energi yang dialihkan persatuan luas permukaan

$$I = \frac{P}{A}$$

Fenomena gelombang berdiri pada gelombang bunyi

- Serupa dengan fenomena gelombang berdiri pada tali
- Pada persoalan pipa yang ujungnya terbuka/ tertutup <-> tali dgn ujung bebas/ terikat
- Ada efek resonansi



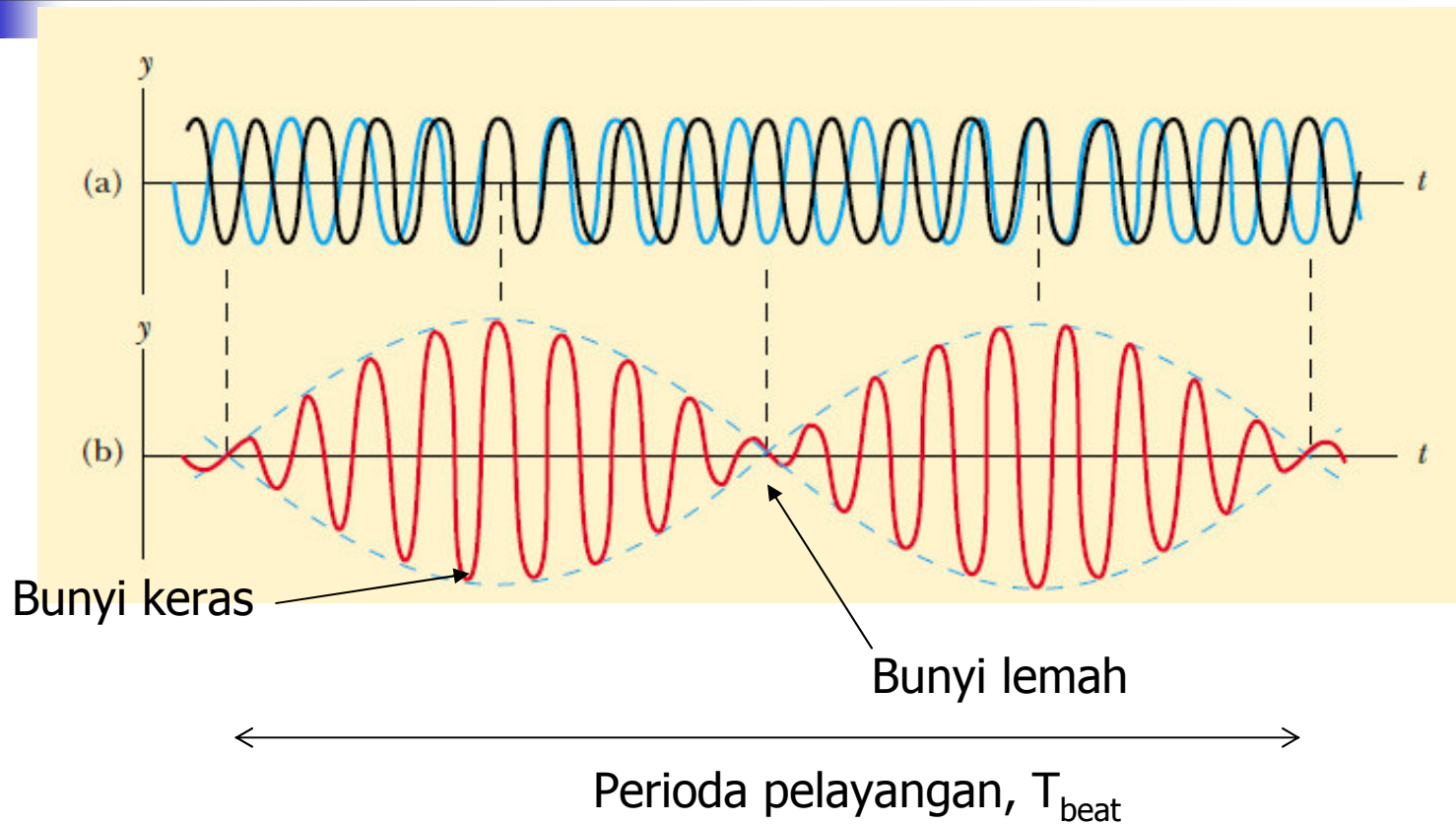


Pelayangan

- Pelayangan (suara keras – lemah) merupakan fenomena yang disebabkan interferensi (superposisi) gelombang bunyi dari 2 sumber yang berbeda
- Misalkan suatu sumber gelombang menghasilkan gelombang di suatu tempat setiap saat yang dinyatakan dengan $y_1 = A \cos \omega_1 t$, sedangkan sumber lainnya menghasilkan gelombang di tempat tersebut dalam bentuk $y_2 = A \cos \omega_2 t$
- Maka superposisi di titik tersebut

$$\begin{aligned} y_T &= y_1 + y_2 = A \cos(\omega_1 t) + A \cos(\omega_2 t) \\ &= 2 \cos\left(\frac{(\omega_1 + \omega_2)t}{2}\right) \cos\left(\frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2}\right) \end{aligned}$$

Pelayangan



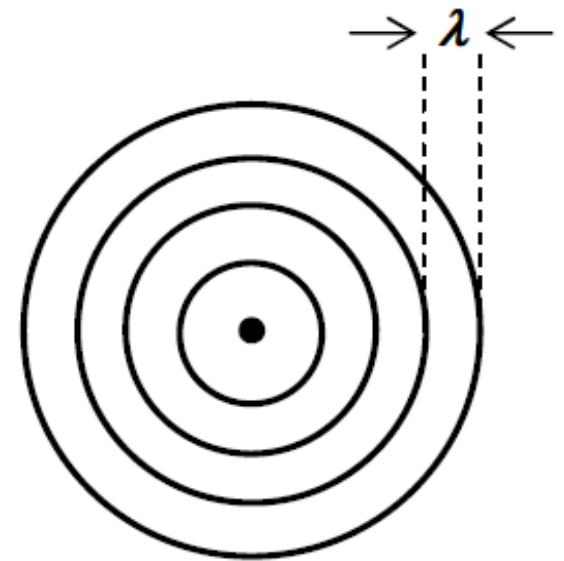
$$T_{\text{beat}} > T_{\text{masing-masing}} \rightarrow f_{\text{beat}} < f_{\text{masing-masing}}$$

$$f_{\text{beat}} = |f_1 - f_2|$$

Efek Doppler

- Terjadi karena adanya gerak relatif antara sumber dengan penerima
- Jika tak ada gerak relatif antara sumber dan penerima, gelombang bunyi dipancarkan dalam arah radial 3 dimensi
- Frekuensi yang diterima pengamat

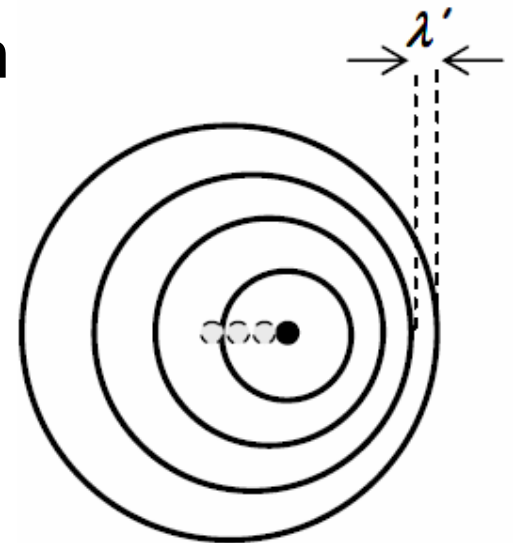
$$f = \frac{v}{\lambda}$$





- Jika sumber bergerak dan pengamat diam

$$\begin{aligned}\lambda' &= \lambda - v_s T \\ &= \lambda - \frac{v_s}{f}\end{aligned}$$



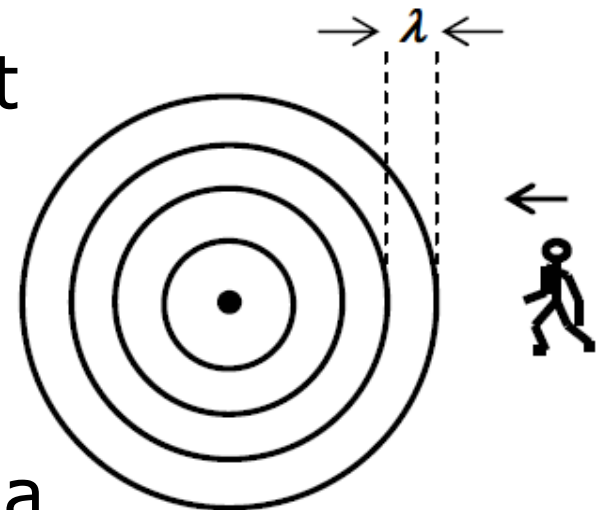
- Sehingga frekuensi yang diterima oleh pengamat

$$f_{\text{yang diterima}} = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\left(\lambda - \frac{v_s}{f}\right)} = \left(\frac{v}{v - v_s}\right) f$$

- 
- Jika sumber diam dan pengamat bergerak mendekat

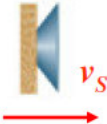



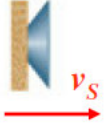



$$v' = v + v_p$$

- Sehingga frekuensi yang diterima pengamat



$$f_{\text{yang diterima}} = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v + v_p}{\left(\frac{v}{f}\right)} = \left(\frac{v + v_p}{v}\right) f$$

Efek Doppler

		$f' = f \frac{v + v_D}{v - v_S}$	$f' > f$
		$f' = f \frac{v - v_D}{v + v_S}$	$f' < f$
		$f' = f \frac{v - v_D}{v - v_S}$	
		$f' = f \frac{v + v_D}{v + v_S}$	

Secara umum

$$f' = f \frac{v \pm v_D}{v \pm v_S}$$