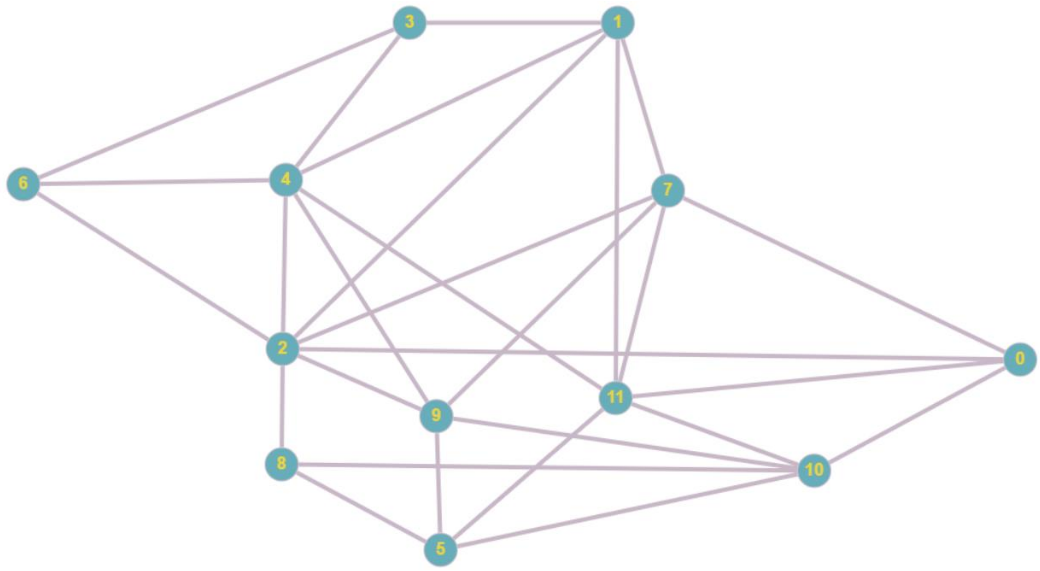
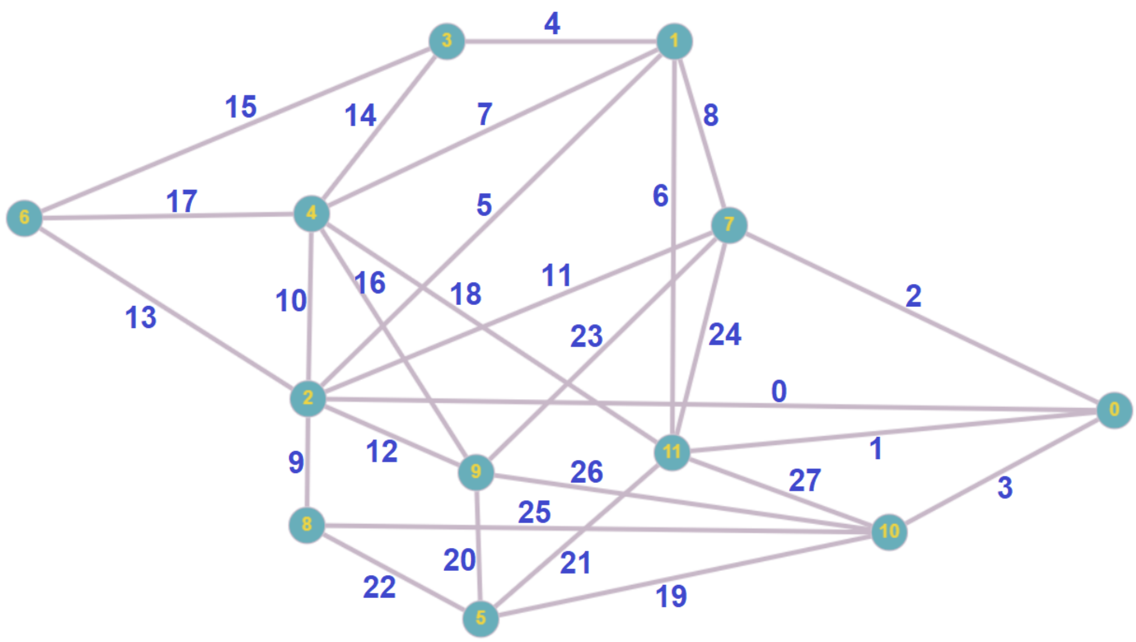
Teoria Grafów – projekt zaliczeniowy

Szymon Klempert

Zadanie 1 (1pkt)
Wykonaj szkic grafu.



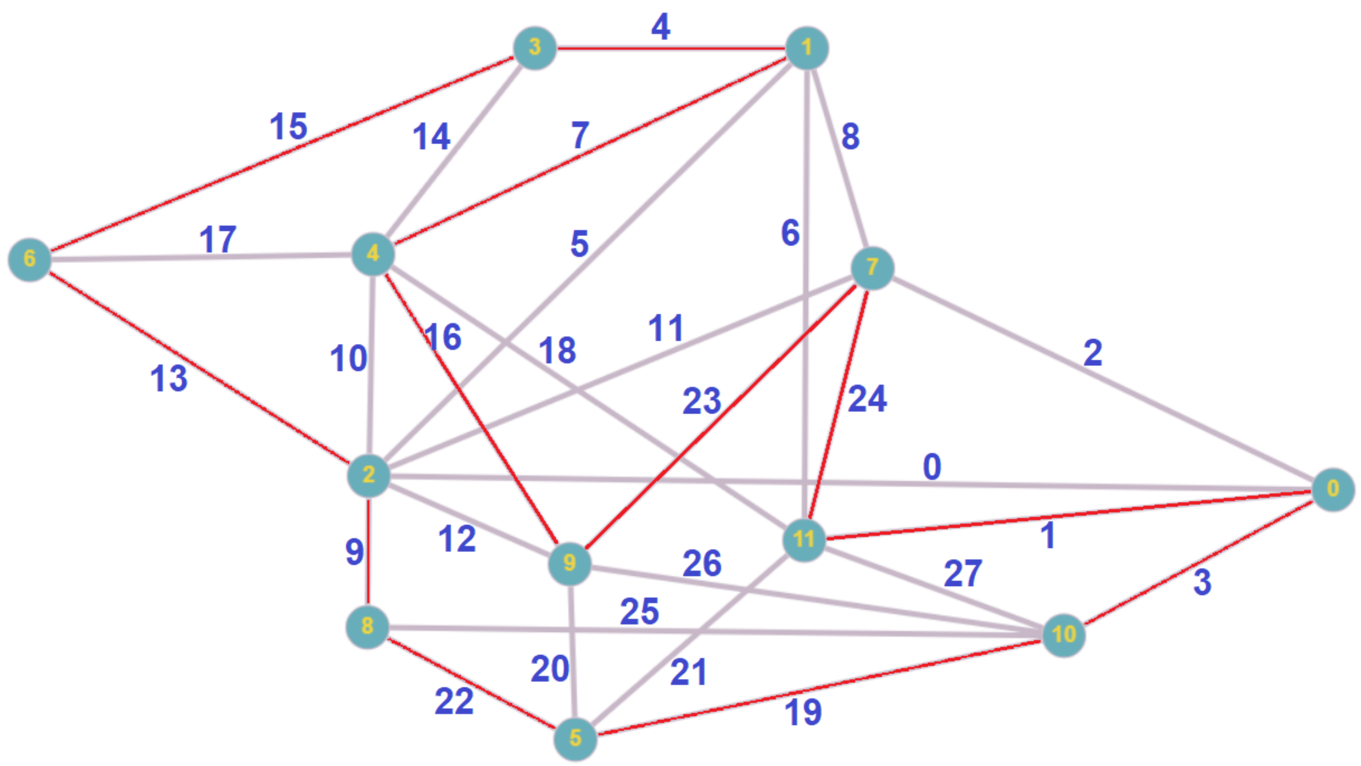
Zadanie 2 (1pkt)



Opisz graf w formie macierzy incydencji.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
10	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1
11	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1

Zadanie 3 (3pkt)
Czy ten graf jest hamiltonowski/pół-hamiltonowski? Jeśli tak to podaj ścieżkę/cykl Hamiltona.



Graf jest hamiltonowski.

Cykl Hamiltona: 0 – 10 – 5 – 8 – 2 – 6 – 3 – 1 – 4 – 9 – 7 – 11 – 0

Zadanie 4 (3pkt)
Czy ten graf jest eulerowski/pół-eulerowski? Jeśli tak to podaj ścieżkę/cykl Eulera.

Graf nie jest ani eulerowski ani pół-eulerowski.

Uzasadnienie:
Aby graf był półeulerowski, czyli zawierał ścieżkę Eulera, graf musi być spójny (spełnione) oraz każdy jego wierzchołek za wyjątkiem dwóch musi posiadać parzysty stopień. (niespełnione)

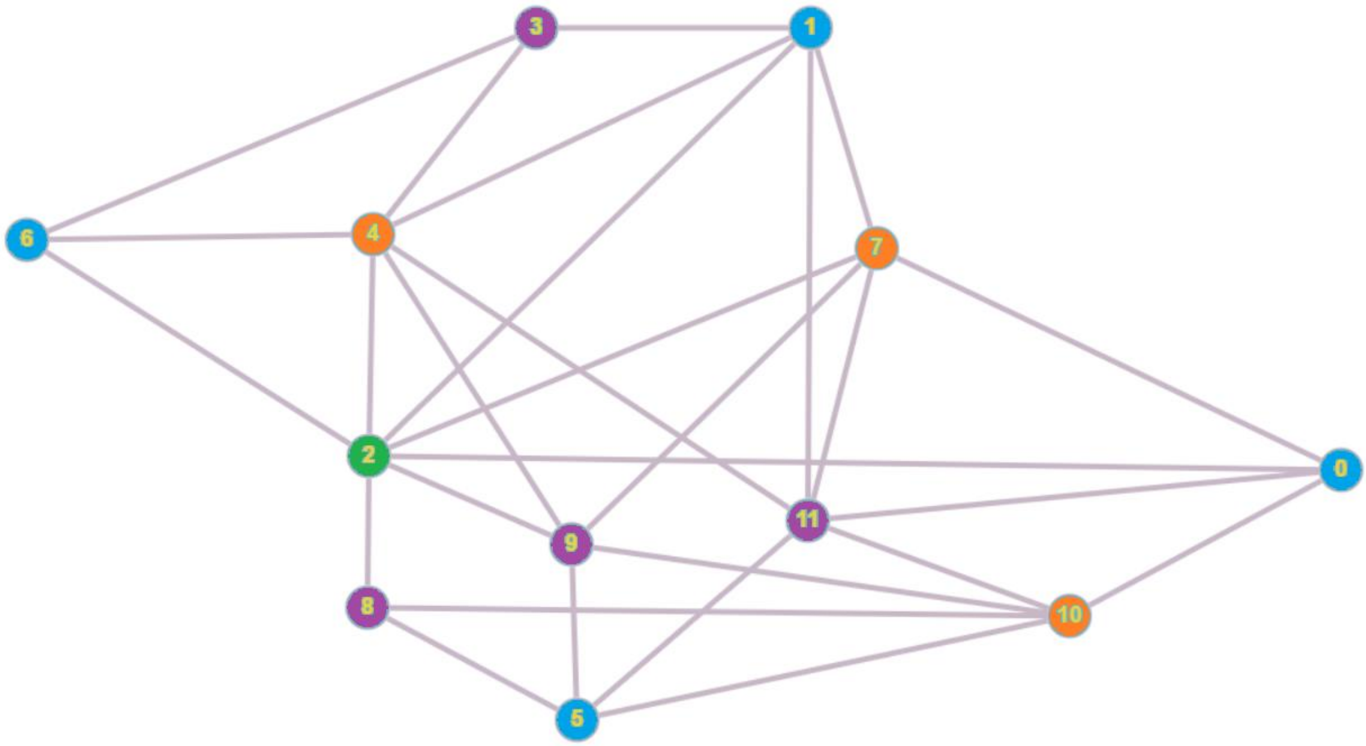
Aby graf był eulerowski, czyli zawierał cykl Eulera, graf musi być spójny (spełnione) oraz każdy jego wierzchołek musi być parzystego stopnia. (niespełnione)

Stopnie kolejnych wierzchołków w omawianym grafie: 4, **5**, **7**, **3**, 6, 4, **3**, **5**, **3**, **5**, **5**, 6

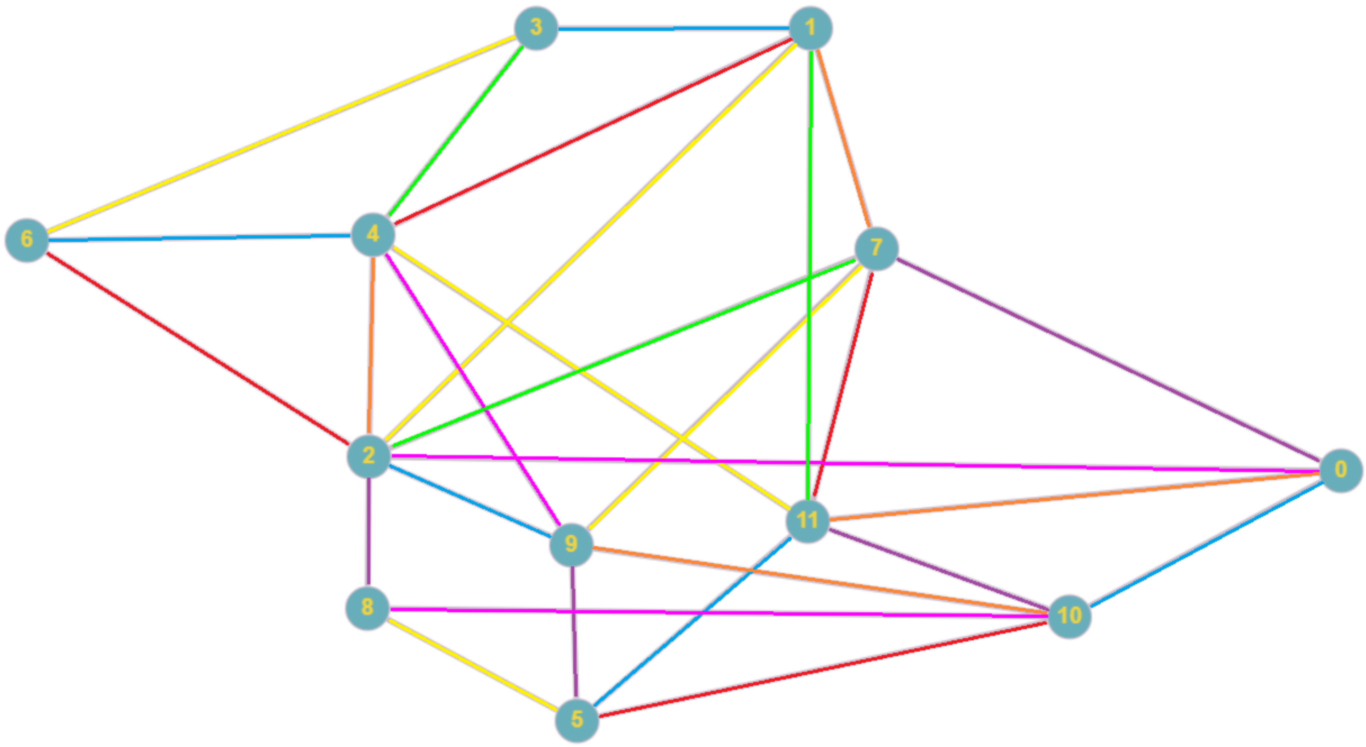
Jak można zauważyć, wierzchołków o nieparzystym stopniu jest za dużo zarówno dla cyklu jak i dla ścieżki.

Zadanie 5 (2pkt)
Pokoloruj graf wierzchołkowo oraz krawędziowo.

Wierzchołkowo:



Krawędziowo:

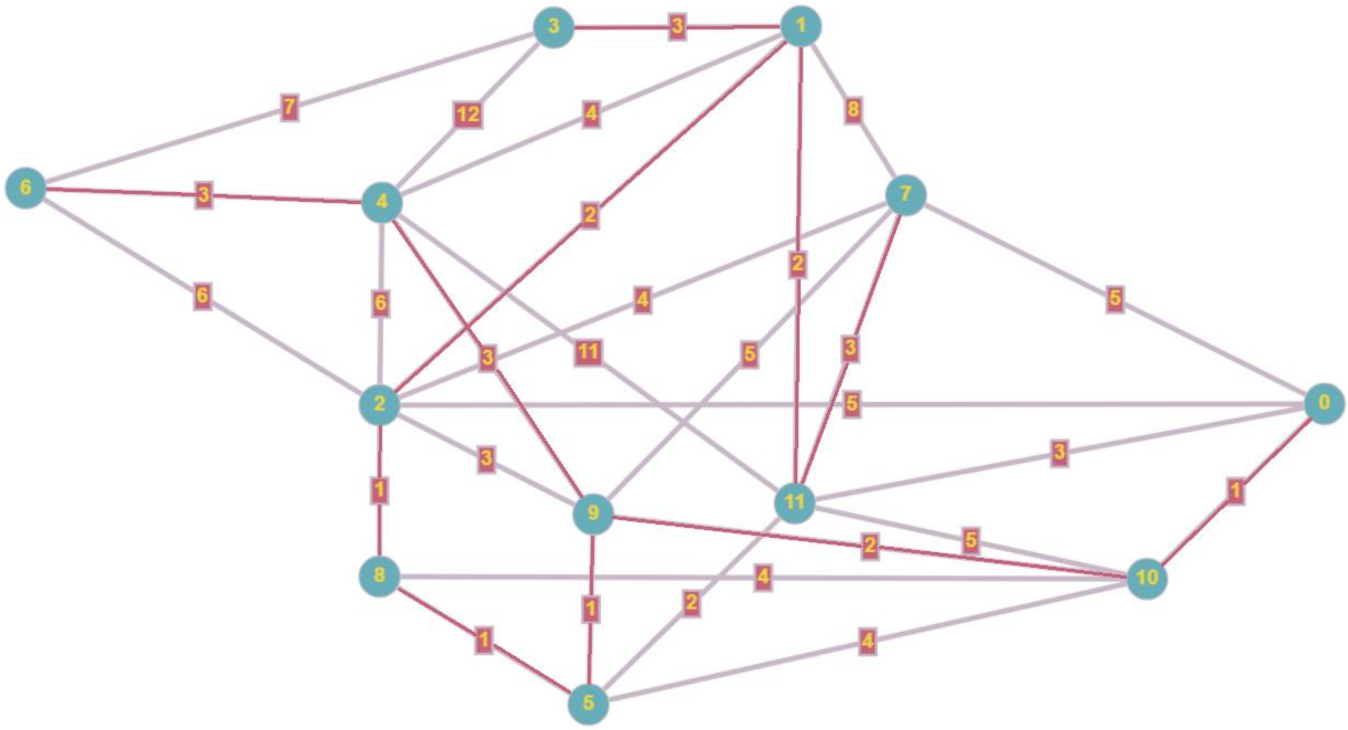


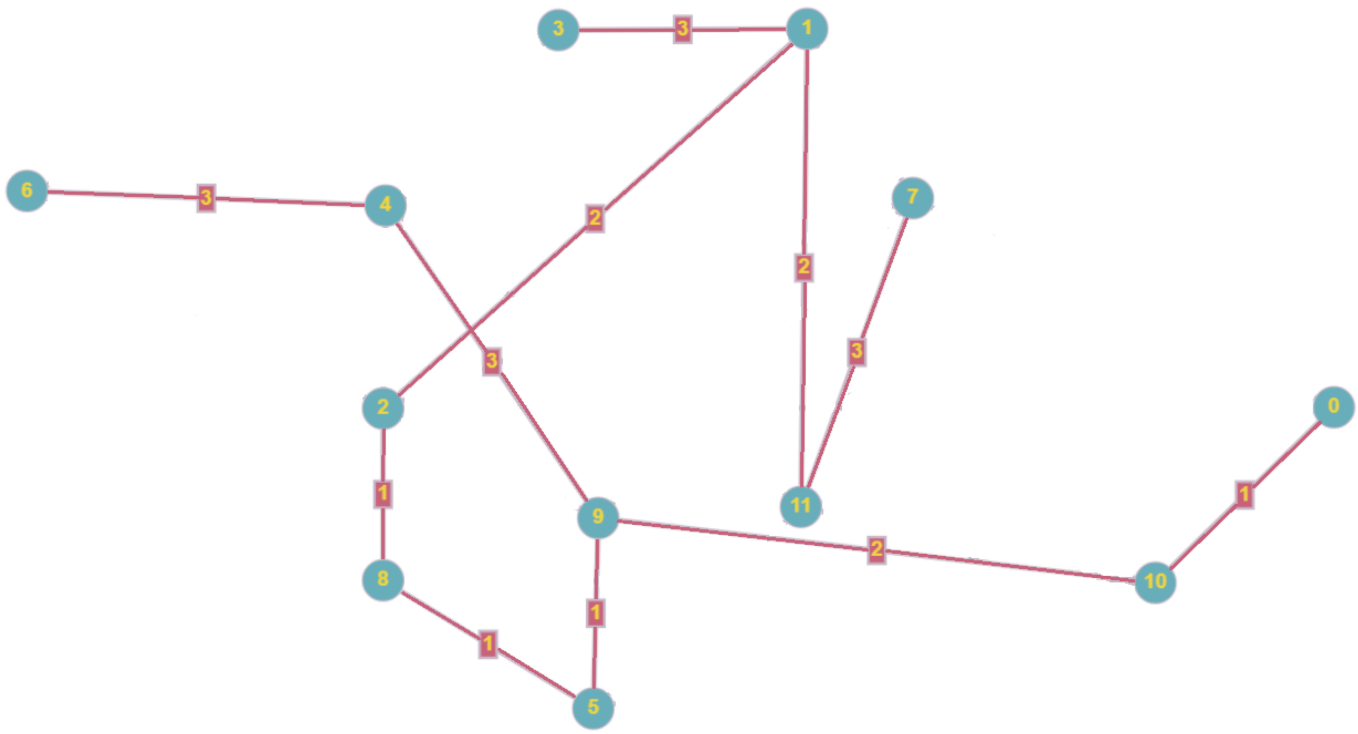
Zadanie 6 (1pkt)
Podaj liczbę chromatyczną oraz indeks chromatyczny dla grafu.

Liczba chromatyczna: 4

Indeks chromatyczny: 7

Zadanie 7 (1pkt)
Wyznacz minimalne drzewo rozpinające dla analizowanego grafu.





Waga otrzymanego drzewa to 22.

Zadanie 8 (2pkt)
Czy rysunek tego grafu jest planarny? Jeśli nie, to czy da się go przedstawić jako planarny? Jeśli tak, to ile ścian można w nim wyznaczyć? Proszę to wykazać na rysunku

Graf jest spójny, ponieważ dla każdej pary wierzchołków istnieje ścieżka, która je łączy.

Z twierdzenie Eulera:

$$m <= 3n - 6$$

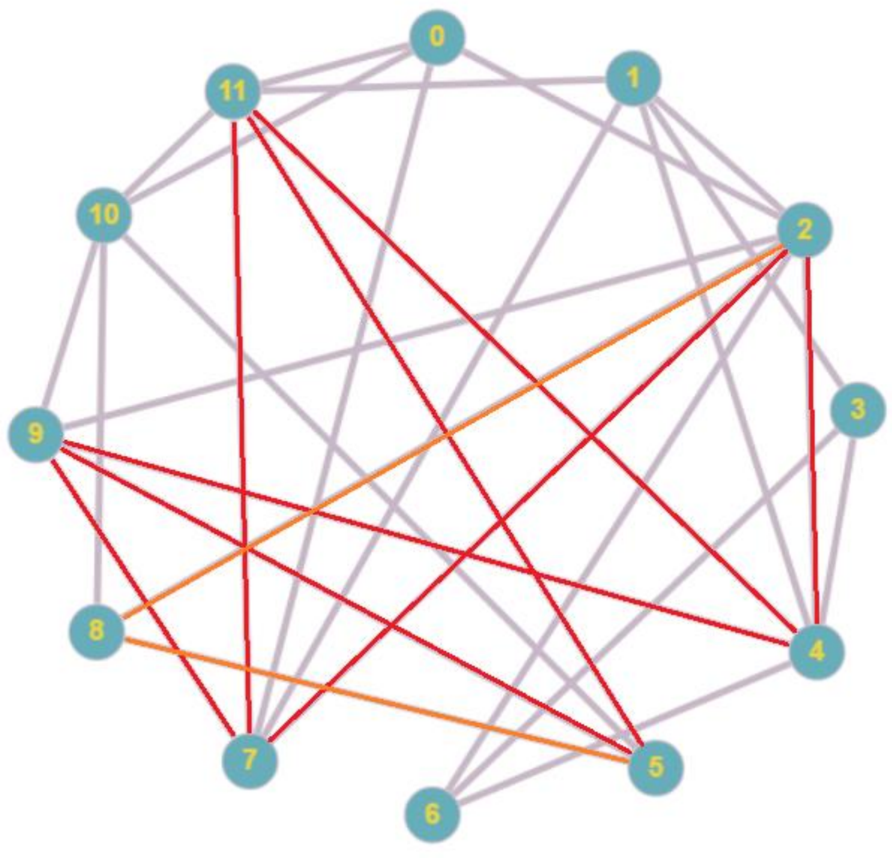
gdzie:
n – ilość wierzchołków
m – ilość krawędzi

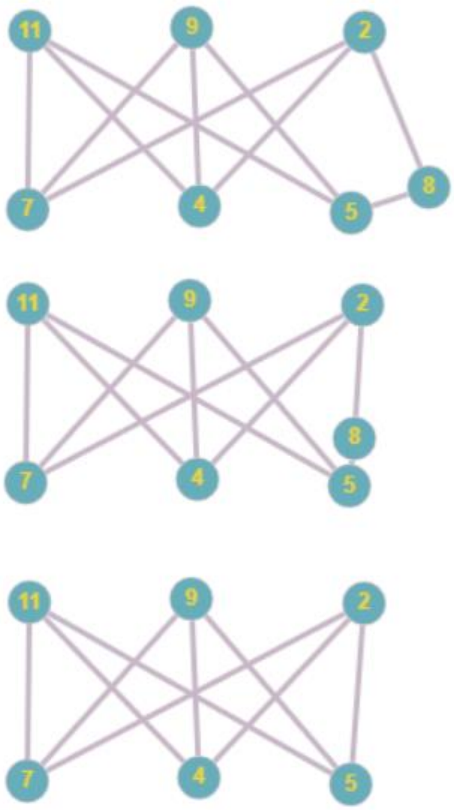
Dla omawianego grafu n = 12, m = 28

$$28 <= 30$$

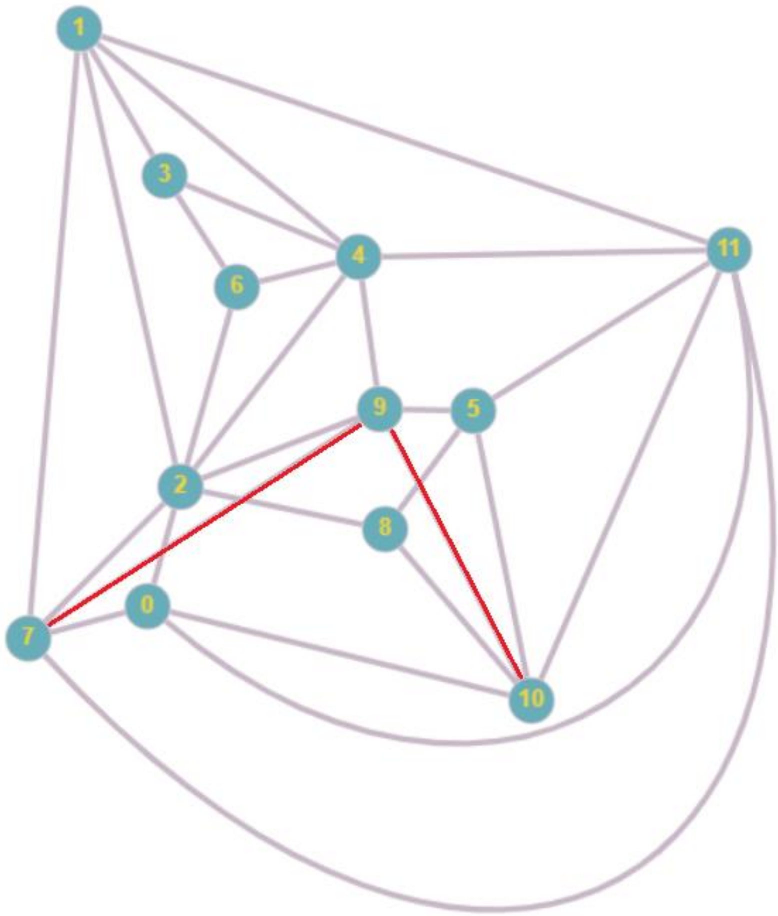
Z kryterium Kuratowskiego:

Omawiany graf nie zawiera podgrafu homeomorficznego z grafem K_5. Udało mi się jednak znaleźć podgraf homeomorficzny z grafem K3,3. Oznacza to, że graf nie jest planarny.





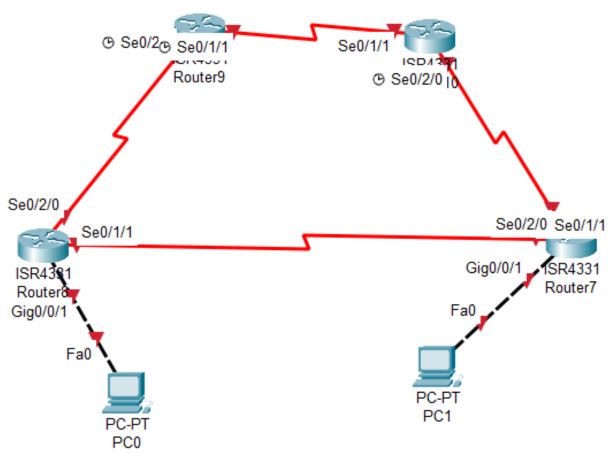
Przed tym jak znalazłem podgraf homeomorficzny z grafem $K_{3,3}$ spróbowałem graf narysować planarnie, ponieważ opierając się na powyższych rozważaniach doszedłem do wniosku, że może on być planarny. Rysunek, który był najbardziej zbliżony do postaci planarnej (problem stanowiły dwie, zaznaczone na czerwono, krawędzie) prezentuję poniżej.



Część programistyczna

Algorytm Bellmana-Forda znajduje najkrótszą ścieżkę w grafie ważonym z danego wierzchołka do wszystkich pozostałych. Może być również przydatny w wyszukiwaniu ujemnych cykli w grafie.
Najczęściej spotykany jest w protokołach rutingu. Jest przykładem algorytmu wektora odległości. Przykładami takich protokołów trasowania są IGRP (Interior Gateway Routing Protocol) oraz RIP (Routing Information Protocol).

Schemat działania RIPu:
W tym protokole wierzchołkami grafu są rutery. Dystansem jest liczba ruterów, które pakiet musi pokonać, aby dotrzeć do celu. Każdy z ruterów widzi tylko swoich sąsiadów. Na początku każdy ruter oblicza najlepszą dla siebie trasę i umieszcza ją w tablicy rutingu. Następnie systematycznie dzieli się zawartością swojej tablicy rutingu, na podstawie której pozostałe rutery aktualizują swoje tablice.



Przykładowa topologia sieci przypominająca graf.

Przed optymalizacją rutingu, jaką było wprowadzenie powyższych rozwiązań, ruting ustalany był ręcznie, co na większą skalę było ogromnie czasochłonne, a niejednokrotnie wręcz niemożliwe do zrealizowania.