

独立&互斥&不相关

事件A和事件B**独立**: $P(AB) = P(A)P(B)$

事件A和事件B**互斥**: $A \cap B = \emptyset$

随机变量X,Y**不相关**: $Cov(X, Y) = 0$

通俗解释

独立: 事件A的发生与否不影响事件B的结果; 事件B的发生与否不影响事件A的结果

互斥: 事件A和B不能同时发生。A发生则B不能发生; B发生则A不能发生。但A, B可能均不发生。(对立事件是极端的互斥事件, 必然有一个发生)

不相关: 相互之间没有线性关系

独立与互斥

假设事件A,B发生的概率均大于0

独立则不互斥

若事件A,B是独立事件,

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) > P(\emptyset) = 0$$

互斥则不独立

若事件A,B互斥,

$$A \cap B = \emptyset, P(A \cap B) = 0 \neq P(A)P(B)$$

独立与相关

独立必定不相关

若X,Y 相互独立,

$$E(XY) = EXEY, Cov(X, Y) = EXY - EXEY = 0$$

不相关不一定独立

反例: