

9C 动态规划视频： b站  
Dynamic programming

Jan 7

动态规划特点：

- 计数
- 求最大最小值
- 求存在性

Coin change

动态规划组成部分一：确定状态

- 最后一步（最优策略种使用的最后一枚硬币 $a_k$ ）
- 化成子问题（最少的硬币拼出更小的面值 $27-a_k$ ）

动态规划组成部分二：转移方程

- $f[x] = \min\{f[x-2] + 1, f[x-5] + 1, f[x-7] + 1\}$

动态规划组成部分三：初始条件和边界情况

- $f[0] = 0$ , 若不能拼出Y,  $f[Y] = \text{正无穷}$

动态规划组成部分四：计算顺序

- 一般是从小到大
  - 看 LC 518 coin change2

January 8

LC 746 min cost climbing stairs

$F[i]$  表示到i位置要cost最少是多少

$F[i] = \min\{f[i-1] + \text{cost}[i-1], f[i-2] + \text{cost}[i-2]\}$

Follow up maybe: how to use  $O(1)$  space

January 15:

LC 62 unique path ( $m * n$  格子)

**计数型动态规划**

- 确定状态
  - 最后一步：只能从上面或者从左边那个格子过来  $[m-1, n-2] / [m-2, n-1]$
  - 化成子问题： $f[m-1][n-1] = f[m-1][n-2] + f[m-2][n-1]$
- 转移方程：
  - $f[i][j] = f[i-1][j] + f[i][j-1]$

- 初始条件和边界情况 :
  - $f[0][0] = 1$  if  $i == 0$  or  $j == 0 \Rightarrow f[i][j] = 1$
  - $O(mn)$

## LC 55 jump game

- 存在型动态规划

### 常见类型

1. 坐标型动态规划 (20%)
2. 序列型动态规划 (20%)
3. 划分型动态规划
4. 区间型动态规划
5. 背包型动态规划
6. 最长序列型动态规划
7. 博弈型动态规划
8. 综合类型

## LC 63 unique path ||

- $O(n^2) \Rightarrow O(M*N)$

LC256 paint house( 序列型动态规划, dp数组初始化的长度跟坐标型不一样, 是因为初始化的状态意义不同)

- 用状态记录油漆房子N-2的颜色
- 转移方程 : 油漆 前 i 栋房子并且房子i-1分别是 红色, 蓝色, 绿色的最小花费是  $f[i][0]$ ,  $f[i][1]$ ,  $f[i][2]$ .
  - $f[i][0] = \min(f[i-1][1] + \text{cost}[i-1][0], f[i-1][2] + \text{cost}[i-1][0])$
- 序列型动态规划, 前多少, 前0个就是空的, 初始条件就是 :
  - $f[0][0] = f[0][1] = f[0][2] = 0$  不油漆任何房子
  - 结果是  $f[N][0]$ ,  $f[N][1]$ ,  $f[N][2]$
  - 这里序列型和坐标型的区别可以仔细思考一下, 在初始化那里。

## LC91 decode ways (划分型动态规划, 也用前 i 个。。。。)

- $F[0] = 1$ ;
- String convert to char array
- Similar
  - 62. Unique Paths
  - 70. Climbing Stairs

- 509. Fibonacci Number

Todo : 之后讲坐标型动态规划, 视频P3: 45:31分钟

January 26 Sunday:  
Nothing

January 27 Monday:

最简单的动态规划类型  
给定一个序列或网格

需要找到序列中某些/个子序列或网格中的某条路径

- 某种性质最大/最小
- 计数
- 存在性

动态规划方程  $f[i]$  中的下标  $i$  表示以  $a_i$  为结尾的满足条件的子序列的性质,  $f[i][j]$  中的下标  $i, j$  表示以格子  $(i,j)$  为结尾的满足条件的路径的性质

- 最大值/最小值
- 个数
- 是否存在

**January 28 Tuesday:**

LC longest continuous increasing subsequence

- 使用滚动数组压缩空间到常数项

LC 64 minimum path sum:

- 子问题
  - 状态
- 转移方程
  - $f[i][j] = \min\{f[i-1][j], f[i][j-1]\} + A[i][j]$  从格子  $(0,0)$  走到格子  $(i,j)$  的最小数字和为  $f[i][j]$
- 初始条件, 边界值
- 计算顺序
- 滚动数组实现空间优化 rolling array

LC 361 bomb enemy:

- 首先假设能在任何位置放炸弹  $up[i][j] = (up[i-1][j] \parallel up[i-1][j] + 1 \parallel 0)$
- 注意这里的  $grid[i][j] == 'W'$  ; 不能使用双引号, 不知道为啥
- Check later

## 序列 + 位操作型动态规划

& 与, | 或, ^ 异或, ! 非

### LC 338 counting bits

首先, 计算机里关于bit的处理, 比如>>, &, |等的时间复杂度都是O(1)

设  $f[i]$  表示i的二进制表示中有多少个1。

注意: 和位操作的动态规划一般用值作状态

$f[i] = f[i >> 1] + (i \bmod 2)$  mod这里表示最后一位是不是1

Todo january 28/ 下午2:38#####下次该看 p4了

### February 3 晚上9:45

#### 序列型动态规划

动态规划方程中  $f[i]$  中的下标i 表示前i个元素  $a[0], a[1] \dots a[i-1]$

初始化中,  $f[0]$  表示空序列的性质

- 指以  $a[0]$  结尾的子序列的性质

### LC265 paint house ||

优化  $f[i][j] = \min(k \neq j) \{f[i-1][k]\} + cost[i-1][j]$

这个式子会多次求重复最小值, 可优化, 找全局最小值和次小值

假设最小值是  $f[i-1][a]$ , 次小值  $f[i-1][b]$ , 对于  $j = 1, 2, 3, \dots, a-1, a+1, \dots, K$ ,

$f[i][j] = f[i-1][a] + cost[i-1][j]$

$f[i][a] = f[i-1][b] + cost[i-1][a]$

LC 384 house robber

LC 213 house robber ||

LC best time to buy and sell stock

LC 123 best time to buy and sell stock ||| =====没看懂

- dp组成部分一
  - 确定状态, 最优策略中最后一次卖发生在第j天
  - 枚举最后一次买发生在第几天, 但是不知道之前有没有买卖过, 需要记录买卖过多少次

LC 188. Best Time to Buy and Sell Stock IV(不会)

**LC 300. Longest Increasing Subsequence**

- 注意  $O(n \log n)$  的方法 !!!

**LC 354 russian doll envelopes**

- Java, arrays.sort comparator

Feb4 12:05 看到了 p4- 03- DP on sequence 1:48

Feb 10 看 04- Dynamic P on partitioning, game theory and backpack

划分型的入门题：

**LC 279 perfect squares**

**LC132 palindrome partitioning || (hard )**

When you see partitioning , dp most likely

设  $dp[i]$  为  $S$  前  $i$  个字符  $S[0...i-1]$  最少可以被划分成几个回文串

Upper bound and lower bound

回文串种类：

- 奇数个
- 偶数个

生成回文串

遇到string 先换成array toCharArray

`Char[] s = ss.toCharArray();`

LintCode 437 copy books

划分型

Assume  $dp[k][i]$  为  $k$  个抄写员最少需要多少时间完成前  $i$  本书

04 - DP 44分钟 博弈型DP开始

LintCode 394 coins in a line

博弈的DP从第一步开始分析

Feb 11 tuesday

Backpack 1:07:24 in 04

LintCode 92 backpack

boolean

背包问题：dp数组大小跟总承重有关

==== 1:17:35

背包问题的空间优化很常见

状态  $f[i][w]$  表示能否前i个物品拼出重量w (T/F)，背包问题要把总承重放入状态

LintCode backpack V 563

**p5- 04- dynamic P 91:57 空间优化讲解!!! 只开一个数组**

计数

**进一步优化空间**

$$f[i][w] = f[i-1][w] + f[i-1][w - A_i - 1]$$

!!

Lintcode 564 backpack VI combination sum

[https://leetcode.com/problems/combination-sum/discuss/16502/A-general-approach-to-backtracking-questions-in-Java-\(Subsets-Permutations-Combination-Sum-Palindrome-Partitioning\)](https://leetcode.com/problems/combination-sum/discuss/16502/A-general-approach-to-backtracking-questions-in-Java-(Subsets-Permutations-Combination-Sum-Palindrome-Partitioning))

Dp 第五讲 侯卫东 p6- 05 DP

背包问题

区间型dp

Lintcode 125 backpack ||

Feb 12 wednesday:

LintCode 125

- 求前N个物品能不能拼出重量0, 1, 2。。。M, 以及拼出重量W能获得的最大价值。
- 需要知道前N-1个物品能不能拼出0, 1, 2。。。M以及拼出W时获得的最大价值。
- 子问题
- 状态 设 $f[i][w]$  前i个物品拼出重量w时的最大价值 (用-1表示不能拼出w)

$$F[i][w] = \max\{f[i-1][w], f[i-1][w - A_i - 1] + V_i - 1 \mid w \geq A_i - 1 \text{ and } f[i-1][w - A_i - 1] \neq -1\}$$

LintCode 440 backpack ||| lock in LintCode 这道题在 p6-05的49分钟左右讲解

$f[i][w]$  = 前  $i$  种物品拼出重量  $w$  时最大总价值 (-1 表示不能拼出) 优化空间, 查看找重复步骤

$f[i][w] = \max\{f[i-1][w], f[i-1][w - A_{i-1}] + V_{i-1}, f[i-1][w - 2A_{i-1}] + 2V_{i-1}, \dots\}$

$\Rightarrow f[i][w] = \max\{f[i-1][w], f[i][w - A_{i-1}] + V_{i-1}\}$

### 背包总结(在50分钟左右)

Backpack 1 可行性背包

Backpack V VI 计数型

Backpack II III 最值型

1 最后一步

- 最后一个背包内的物品是哪个
- 最后一个物品有没有进背包

数组大小和最大承重  $target$  有关

空间优化

### Feb 13 Thursday:

区间型dp

Onsite的话面试前先上个厕所, 清醒一下

区间: 给定一个序列/字符串, 最后一步会将序列去头/去尾

剩下的会是一个区间  $[i, j]$

状态自然定义尾  $f[i][j]$

### LC 516 longest palindromic subsequence (subsequence 可以不是连续的)

初始条件: 按长度来的

按照长度从  $j - i$  从小到大长度!!!!!! 区间dp的特点

$F[0][0] = f[1][1] = f[2][2] = 1$

### 记忆化搜索

相当于递归, memorized- recursion, 自上而下

但是dp可以滚动数组优化空间, 但是记忆化搜索不行

Lintcode 396 coins in a line ||| lintcode锁着

### LC 87 scramble string 05- dp on knapsack and intervals (3) (hard)

Todo 8:23 in 这个video

Feb 14

LC 312 burst balloons

消去型，可以相当成区间,用最后一步去考虑，最后一个被扎破的气球

子问题：扎破  $1 \sim i-1$  号，保留0和i号，和  $i+1 \sim N$ ，保留i和N+1

枚举最后一个被扎破的气球

设  $f[i][j]$  为扎破  $i+1 \sim j-1$  号气球最多获得的金币数，i和j不能扎破

$F[0][1] = f[1][2] = \dots 0$

背包dp

物品重量，价值

状态用物品个数和当前重量

单个物品，无限多物品

区间型dp

- 状态用区间左右端点（先用最大，然后在loop里面break超过范围的情况）
- 记忆化搜索

开始06- dp on double sequence

双序列型dp **考虑尾巴**，要么砍掉A的尾巴，要么B的尾巴，要么都砍掉

初始条件，空和别人的关系！或者空和null

**LC1143 Longest Common Subsequence**

之前我自己做出来，是用 2-d的方法做的

$f[0][j] = 0$

如果要记录序列，可以把每次的决策记下来，然后打印

=====看到了0:24:58 分钟视频

Feb 16 sunday

06- dp with double sequence 从24:58 开始

**LC 97 interleaving string**

$f[i][j] \mid = f[i-1][j]$  就是这个等于 or, 用在boolean



**LC 72 edit distance** 滚动数组看一下!!! 可以先正常2维的做一下, 在用now和old来改  
Delete, add, replace, same(nothing to do)

前一行是old, 这一行是now

**LC 115 distinct subsequence** 可以之后想一想

$f[i][j]$  为B的前j个字符[0, j-1] 在A前i个字符[0, i-1] 中出现的次数  
 $f[i][1] = 1$

**LC 10 regular expression matching**

$f[i][j] = 1 :: f[i-1][j-1]$  if  $(B[j-1] == '.' \text{ or } A[i-1] == B[j-1])$   
 $2 :: f[i][j-2] \text{ OR } (f[i-1][j] \text{ AND } (B[j-2] == '.' \text{ OR } B[j-2] = A[i-1]))$  if  $B[j-1] == '*'$

数组的初始值, 还是赋值一下, 有好处, 比如false 等

**LC 44 Wildcard matching**

注意boolean的时候, 不能是=, 而是|= 或等于

这几道题很相似

**LC 474 ones and zeros**

$f[i][j][k]$  前i个 01 串中最多有多少被j个0和k个1组成

设  $S_i$  中有  $a_i$  个0,  $b_i$  个1

$f[i][j][k] = \max\{f[i-1][j][k], f[i-1][j-a(i-1)][k-b(j-1)] + 1 \mid j \geq a(i-1) \text{ AND } k \geq b(j-1)\}$

滚动数组的改法

$i \Rightarrow \text{now}$ ,  $i-1 \Rightarrow \text{old}$

这个视频完了。该看p10

Feb 17 monday

最后一个视频

辅助数据结构/算法 with dp 字母树, 哈希表, 二分查找等

Lintcode 91 minimum adjustment cost

最小修改代价：最值型dp。 从最后一步入手

首先证明修改后的元素是1~100的

最后一步：将A改成B，A[n-1]改成X，这一步代价是 $|A[n-1] - X|$ ，同时，确保 $|X - B[n-2]| \leq \text{target}$

记录下来：序列加状态

**设状态 $f[i][j]$ 将A的前i个元素改成B的最小代价，确保前i个元素中任意两个相邻的元素的差不超过target，并且 $A[i-1]$ 改为j**

**如果 $A[i-1]$ 为j， $A[i-2]$ 必须改为在 $j-\text{target} \sim j+\text{target}$ 之间且在1~100之间**

这里可能因为 范围是1~100，所以n没有0的取值??????????

### 滚动数组

In java , if A is an ArrayList function : are A.get, A.size(), Integer.MAX\_VALUE

$f[i][j] = \min_{(j-\text{target} \leq k \leq j+\text{target}, 1 \leq k \leq 100)} \{f[i-1][k] + |j - A[i-1]|\}$

Init:

A[0] could be any one

$A[0][j] = |j - A[0]| (j = 1, 2, 3 \dots 100)$

LintCode 89 K sum (背包问题)

Dp组成部分一：确定状态

最后一步：最后一个数是A(n-1) 是否选入这K个数

1. A(n-1)不选入：需要在前n-1个数中选K个数，使它们的和是target

2. A(n-1)选入：需要在前n-1个数中选k-1个数，使它们的和是Target - A(n-1)

需要知道还有几个数可选，以及它们的和需要是多少：序列加状态

状态： $f[i][k][s]$  表示多少种方法可以在前i个数中选出k个，使得它们的和是s

Dp组成部分二：转移方程

$f[i][k][s] = f[i-1][k][s] + f[i-1][k-1][s - A(i-1)] \mid s \geq A(i-1)$

Dp组成部分三：init and 边界条件

$f[0][0][0] = 1$  什么都不干

$f[0][0][s] = 0$  also  $f[0][i][j] = 0$  except 000

Dp组成部分四：计算顺序

### 滚动数组

```
Int now ,old = 0
Old = now
Now = 1-now
i⇒ now    i-1 ⇒ old
```

## LC 300. Longest Increasing Subsequence

Follow up 二分优化查找， 44分钟左右  
将视频截图ppt存在了ipad里面

## Lintcode 623 K edit distance

字符串共享前缀，避免重复  
数据结构Trie：字母树  
生成Trie

List<String> 不支持加加加加加， 所以用arrayList

## 序列 + 哈希表

todo ! 看到视频的1:31:21

LC 403 frog jump

## Feb 18 Tuesday

### LC403 frog jump

Dp组成部分1: 确定状态

- 最后一步：如果可以跳到最后一个石头 $a(n-1)$ ，考虑最后跳的一步L
- 青蛙一定是从某块石头 $a(i) = a(n-1) - L$ 跳来的
- 所以考虑能否跳到 $a_i$
- 还是知道怎么跳到 $a_i$ 的，倒数第二跳只能是 $L-1$ ，  $L$ ，  $L+1$

子问题

- 要求是否能最后一跳L跳到最后一个石头 $a(n-1)$
- 需要知道最后一跳 $L-1$ ，  $L$ 或者 $L+1$ 跳到石头 $a_i = a(n-1) - L$
- 设  $f[i][j]$ 表示是否能最后一跳长度j跳到石头 $a_i$ ，  $i$  是石头index，  $j$ 是跳的长度
- 坐标加状态

Dp组成部分2: 转移方程

- 设  $f[i][j]$  表示是否能最后跳长度  $j$  跳到石头  $a_i$ ,  $i$  是石头index,  $j$  是跳的长度
- 设上一块石头是  $a_k = a_i - j$ , 可以通过一个哈希表 ( $a_k \Rightarrow k$ ) 快速找到  $k$
- $f[i][j] = f[k][j-1] \text{ OR } f[k][j] \text{ OR } f[k][j+1]$   $a_k = a_i - j$

DP组成部分3: 初始条件和边界 情况

- 第一跳距离是1, 一直向右, 最多  $N-1$  步, 所以一步的最大跳跃是  $N-1$
- $f[1][1] = \text{true}$   $f[1][2] = \dots = f[1][N-1] = \text{false}$

优化用哈希表

因为有大量false, 所以用hashmap来存true的情况

**HashMap** use **put**

**如果有重复石头?**

**LC 221 maximum square hard**

以正方形的右下角为突破口

LC 85. Maximal Rectangle