

Einfluss der räumlichen Quellterminterpolation auf die numerische Vorhersage von turbulentem Verbrennungslärm

Bachelorarbeit

Daniel Zilles

Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen
Aerodynamisches Institut
Wüllnerstr. 5a
52062 Aachen

Betreuer Professor: Univ.-Prof. Dr.-Ing. W. Schröder
Betreuer wiss. Mitarbeiter: M.Sc. K. Pausch
Dezember 2017

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	III
Nomenklatur	IX
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Stand der Forschung	2
2 Grundgleichungen und numerische Simulation	3
2.1 Grobstruktursimulation	3
2.2 Verbrennungsmodell	6
2.3 Akustische Störungsgleichungen	10
2.4 Differenzenschemata	11
2.4.1 Zeitliche Diskretisierung	11
2.4.2 Räumliche Diskretisierung	12
2.5 Randbedingungen	12
2.6 Räumliche Interpolation	14
3 Numerische Konfiguration	15
3.1 Numerische Gitter	15
3.1.1 Konfigurationen T1/T2	16
3.1.2 Konfiguration T3	17
3.1.3 Räumliche Interpolation der Quellen	17
4 Ergebnisse	19
4.1 Untersuchung der Eigenschaften der Interpolation mit inverser Distanzgewichtung im eindimensionalem Fall	19
4.2 Untersuchung der Lärmvorhersage im dreidimensionalen Fall	24
4.2.1 Analyse der Quellmechanismen	24
4.2.2 Vergleich der Gesamtschalldruckpegel der untersuchten Konfigurationen	24
4.2.3 Einfluss der Interpolation auf die Quelltermfluktuationen	25
4.2.4 Vergleich der Schalldruckspektren	26
5 Zusammenfassung	28

Abbildungsverzeichnis

2.1	Flammenmodell	6
2.2	Randbedingungen	13
3.1	Randbedingungen der Konfigurationen T1, T2 und T3	16
3.2	Numerisches Gitter der Konfiguration T1	17
3.3	Gittertopologie der Konfigurationen T1, T2 und T3	18
4.1	Stützstellen der analytischen Untersuchung	19
4.2	Räumlich integrierte RMS-Werte der interpolierten Fluktuationsgrößen in Abhängigkeit der Auflösung Δx des Zielgitters, für verschiedene Exponenten p , Stützstellen $s = 4$	21
4.3	Gemittelte räumlich integrierte RMS-Werte der interpolierten Fluktuationsgrößen, für verschiedene Exponenten p , Stützstellen $s = 4$	22
4.4	Gemittelte räumlich integrierte RMS-Werte der interpolierten Fluktuationsgrößen, für verschiedene Stützstellen s , Exponent $p = 2$	22
4.5	Gemittelte räumlich integrierte RMS-Werte der interpolierten Fluktuationsgrößen, für verschiedene Wellenlängen λ , Exponent $p = 2$, Stützstellen $s = 4$	23
4.6	Schalldruckspektrum, $\mathbf{x}/D = (30 \ 5 \ 0)$; $w = 235$; $ol = 0.5$, $no_s = 4690$, $St_f = 1.1062 \ 10^3$; T1-f: niedrige Auflösung, alle Quellen; T1-p: niedrige Auflösung, $\mathbf{q}_m = 0$	24
4.7	Quadratisch gemittelte Schalldrücke an den Mikrofonpositionen, $\mathbf{q}_m = 0$	25
4.8	In x - und z -Richtung räumlich integrierte RMS-Werte der Quelle q_e ; T0: nach Pausch, Herff et al. [20]; T1: niedrige Auflösung; T2: hohe Auflösung; T3: niedrige Auflösung, mit Wand-Randbedingung	25
4.9	Schalldruckspektrum, $\mathbf{q}_m = 0$, $w = 164$, $ol = 0.5$, $no_s = 564$; T1: niedrige Auflösung, mit Wand-Randbedingung, $St_f = 1.1062 \ 10^3$; T2: hohe Auflösung, mit Wand-Randbedingungen, $St_f = 1.2906 \ 10^3$	26
4.10	Schalldruckspektrum, $\mathbf{q}_m = 0$, $w = 164$, $ol = 0.5$, $no_s = 1648$; T0: nach Pausch, Herff et al. [20], $St_f = 1.1541 \ 10^3$; T1: niedrige Auflösung, mit Wand-Randbedingungen, $St_f = 1.1062 \ 10^3$; T3: niedrige Auflösung, ohne Wand-Randbedingungen, $St_f = 1.1062 \ 10^3$	27

Abkürzungsverzeichnis

Akronyme

- APE Acoustic Perturbation Equations
- AUSM Advection Upstream Splitting Method
- CAA Computational Aeroacoustics
- CVW Cell Volume Weighted
- DNS Direct Numerical Simulation
- DRP-SBP Dispersion-Relation Preserving Summation By Parts
- IDW Inversed Distance Weighting
- LDDRK Low-Dispersion Low-Dissipation Runge Kutta
- LES Large Eddy Simulation
- RK Runge Kutta
- RMS Root Mean Square
- SPL Sound Pressure Level
- T0 Testfall nach Pausch und Herff et. al
- T1 Niedrige Auflösung, Wand-Randbedingung
- T1-f Niedrige Auflösung, Wand-Randbedingung, alle Quellen
- T1-p Niedrige Auflösung, Wand-Randbedingung, $\mathbf{q}_m = 0$
- T2 Hohe Auflösung, Wand-Randbedingung
- T3 Niedrige Auflösung, freistehende Flamme
- UCS Upwind Central Scheme

ZFS Zonal Flow Solver

Hochgestellt

- ' Fluktuation
- ~ Gefilterte Flammenfront
- a Akustische Fluktuation

Operatoren

- : Frobenius-Skalarprodukt
- . Zeitliche Ableitung
- $\frac{\partial}{\partial t}$ Zeitliche Ableitung
- $\frac{D}{Dt}$ Zeitliche Substantielle Ableitung
- $\hat{\cdot}$ Oberflächenintegral-gefiltert
- ∇ Nabla
- \otimes Kronecker-Produkt
- = Reynolds-gefiltert
- Zeitlich gemittelt
- \sim Favre-gefiltert
- erf Fehlerfunktion
- T Transponiert

Tiefgestellt

- * K.S. der nicht-reflektierenden Randbedingungen
- 0 Ausgangswert
- ∞ Freistrom
- $\underline{\quad}$ Tensor
- a Akustisches Gitter
- b Verbrannte Gase

f	Strömungsmechanisches Gitter
i	Nicht viskos
i, j, k	Indizes
IDW	Interpoliert
n	Zeitpunkt
o, p	Indizes (räumliche Diskretisierung)
ref	Referenz
S	Spezies
t	Turbulent
u	Unverbrannte Gase
v	Viskos

Variablen

α	Diskretisierungsfaktor
\check{n}	Richtungsvektor normal zur Flammenfront
\dot{W}	Volumenkräfte
ω	Wirbelstärke
ξ	Vektor der transformierten, kartesischen Koordinaten
c_s	Schallgeschwindigkeitsvektor
e_n	Vektor normal zur Wand
e_r	Vektor in Richtung der Randbedingung
f	Flussvektor (Randbedingungen)
H	Flussvektor (LES)
J	Diffusive Fluss der Fortschrittsvariablen
O^a	Punktförmige Quelle
q_m	Quellen der Impulserhaltung

Q	Vektor der Erhaltungsgrößen
q	Wärmeleitung
S	Quelle (Randbedingungen)
U	Akustische Variablen
v	Geschwindigkeitsvektor
x_G	Entfernung von Flammenfront
x	Vektor der kartesischen Koordinaten
κ	Flammenkrümmung
$\Delta\xi$	Zellweite des transformierten Gitters
Δt	Zeitschritt
Δy	Zellweite in y-Richtung
Δ	Filterweite
Δ	Zellweite
$\dot{\omega}$	Chemischer Quellterm
γ	Isentropenexponent
λ	Wellenlänge
\mathcal{O}	Ordnung
\mathcal{Q}	Reaktionsenthalpie
\mathcal{R}	Spezifische Gaskonstante
μ	Dynamische Viskosität
ν	Kinematische Viskosität
ϕ	Azimutwinkel
Ψ	Modellfunktion des Reaktionsprofils
ρ	Dichte
ρ_e	„Excess Density“

σ	Varianz
τ	Abbruchfehler
θ	Polarwinkel
$\underline{\tau}$	Spannungstensor
\underline{I}	Einheitstensor
\underline{S}	Verzerrungstensor
A	Amplitude
$a_{i,j}$	Extrapolationsparameter
b_1	Modellkonstante 1
b_3	Modellkonstante 3
b_i	Extrapolationsparameter
c	Reaktionsfortschrittsvariable
c_p	Isobare Wärmekapazität
c_s	Schallgeschwindigkeit
c_v	Isochore Wärmekapazität
D	Diffusion
D	Durchmesser des Brennerausgangs
D_t	Turbulente Diffusion
$D_{t,k}$	Turbulente Diffusion
Da_Δ	Damköhlerzahl der herausgefilterten Längenskalen
E	Totale spezifische Energie
f	Frequenz
G	G-Gleichung
g	Quadratisch gemittelte und aufintegrierte Funktion q
G_0	Flammenfront

h_S	Massenspezifische Enthalpie per Spezies S
I_x	Integrale Längenskala
k	Wärmeleitfähigkeit
k'	Kinetische Energiefluktuation
Ka	Karlovitz-Nummer
l_c	Marksteinlänge
l_f	Laminare Flammendicke
M	Machzahl
no_s	Anzahl der Samples
ol	Überlappung
p	Druck
p	Exponent (IDW)
Pr	Prandtlzahl
Q	Freigesetzte Wärme
q	Quellen
q_c	Quellen der Massenerhaltung
q_e	Quellen der Energieerhaltung
$q_{c\&e}$	Kombination von Energie- und Massenerhaltung
$q'_{e,III}$	Restliche konvektive Quelle
$q'_{e,II}$	Quelle der fluktuierenden Flammenfront
$q'_{e,I}$	Quelle des konvektiven Transports
r	Radiale Distanz
R_r	Ferziger- und Echekkonstante
Re	Reynoldszahl
S	Sutherland-Konstante

s	Anzahl der Stützstellen
s_T	Modellterm der turbulenten Flammengeschwindigkeit
s_t	Turbulente Flammengeschwindigkeit
$s_{L,0}$	Laminare Flammengeschwindigkeit
Sc_t	Turbulente Schmidt-Nummer
St	Strouhalzahl
St_f	Abtastfrequenz des Mikrofons
T	Temperatur
t	Zeit
v_g	Ausbreitungsgeschwindigkeit der akustischen Welle
v'_Δ	Herausgefilterte Geschwindigkeitsfluktuation
v'_{Ix}	Integrale Geschwindigkeitsfluktuation

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Eine Möglichkeit, Verbrennungsprozesse mit geringeren Umweltbelastungen zu realisieren, ist eine Verbrennung mit Luftüberschuss. Durch diese magere Vormischung wird der gesamte Brennstoff umgesetzt und es verbleibt ein Restanteil Sauerstoff in den Abgasen. Im Allgemeinen werden höhere Wirkungsgrade und geringere Schadstoffemissionen erzielt. Problematisch ist jedoch die Entstehung von Flammeninstabilitäten und damit hoher Schalldrücke. Diese führen nicht nur zur Lärmbelästigung, sondern können auch zur Beschädigung des Brenners führen. Um diese Schallemissionen in technischen Anwendungen zukünftig besser zu beherrschen, betreibt das Aerodynamische Institut Aachen Grundlagenforschung im Bereich der Schallemissionen turbulenter Flammen.

Hierbei hat sich ein hybrider Ansatz bewährt, bei welchem die Strömungs- und Akustiksimulation getrennt voneinander durchgeführt werden. Die Akustiksimulation wird auch als numerische Aeroakustik bezeichnet (CAA/Computational Aeroacoustics). Anhand der Lösung der Strömungssimulation und des Verbrennungsprozesses ist der Bereich in der Nähe der Flamme bekannt, sodass mit diesem als Quelle das erweiterte akustische Feld durch die akustischen Störungsgleichungen (APE/Acoustic Perturbation Equations) bestimmt werden kann. Die der akustischen Lösung zugrunde liegenden Quellterme werden bei diesem Ansatz durch eine Grobstruktursimulation (LES/Large Eddy Simulation) modelliert. Die Trennung von Strömungs- und Akustiksimulation ist sinnvoll, da die akustischen Längenskalen für geringe Machzahlen größer sind als die strömungsmechanischen Längenskalen. Dadurch ist es möglich, für die akustische Simulation ein größeres Rechengitter zu wählen und die Schallausbreitung in das Fernfeld kostengünstig zu berechnen, während sich das Rechengebiet der Strömungssimulation auf das Nahfeld begrenzen lässt. Das Nahfeld bezeichnet den Bereich der Strömungssimulation, aus dem die Quellen berechnet werden. Bei Verwendung unterschied-

licher Gitter für Strömungs- und Akustiksimulation müssen die akustischen Quellen auf das akustische Rechengitter interpoliert werden, wobei es zu einem Interpolationsfehler kommt.

Ziel dieser Arbeit ist es, die Einflüsse des numerischen Gitters und den damit verbundenen Interpolationsfehlern auf die numerische Vorhersage von turbulentem Verbrennungslärm zu untersuchen. Aufbauend auf der Verbrennungssimulation eines runden Brenners nach Pausch, Herff et al. [20] werden verschiedene Konfigurationen analysiert und mit einer Referenzkonfiguration, bei der zur Vermeidung von Interpolationsfehlern das gleiche Nahfeldgitter für Strömungs- und Akustiksimulation verwendet wurde, verglichen. Die kartesische Gittertopologie der Referenzkonfiguration erlaubt keine detaillierte Nachbildung der Brennergeometrie innerhalb der hocheffizienten Akustiksimulation, welche auf einer strukturierten Gittertopologie basiert. Deshalb wird zudem der Einfluss der Modellierung der Brennerwände auf den berechneten Verbrennungslärm untersucht.

1.2 Stand der Forschung

Schröder et al. untersuchten den Einfluss des Interpolationsfehlers für das Interpolationsverfahren der gewichteten Zellvolumina (CVW/Cell Volume Weighted) und die Gauß-Quadratur mit inverser Distanzgewichtung (IDW/Inverse Distance Weighting). Bei der Interpolation werden die strömungsmechanischen Zellen mit Hilfe der Schnittvolumina zwischen strömungsmechanischen und akustischen Zellen gewichtet. Vorteilhaft bei diesem Verfahren ist die Erhaltung der Energie während der Interpolation. Diese Eigenschaft wird auch als Konservativität bezeichnet und zeigt sich dadurch, dass die Integrale der interpolierten Größen über die Gittervolumina vor und nach der Interpolation identisch sind. Das CVW-Interpolationsverfahren besitzt eine hohe Genauigkeit bei einer hohen Rechenintensivität. Das zweite Verfahren erreicht durch die Gauß-Quadratur näherungsweise Konservativität bei deutlich geringerer Rechenintensität. Schröder konnte bei einem Vergleich beider Verfahren keine nennenswerten Fehler bei der Gauß-Quadratur mit ausreichenden Stützstellen beobachten. [28]

Mei et al. implementierten eine adaptive Version der inversen Distanzgewichtung welche eine höhere Genauigkeit im Vergleich zum nicht-adaptiven Verfahren verspricht [16, 17].

Im Rahmen dieser Arbeit wird die reine inverse Distanzgewichtung untersucht. Der Interpolationsfehler wird dabei anhand der Gesamtschalldrücke und der Schalldruckspektren verschiedener akustischer Simulationen betrachtet. Die reine inverse Distanzgewichtung weist eine geringe Rechenintensivität auf und ist einfach zu implementieren, berücksichtigt jedoch nicht die Prinzipien der Energieerhaltung und ist demnach nicht konservativ.

Kapitel 2

Grundgleichungen und numerische Simulation

Im folgenden Kapitel werden die numerischen Methoden zur Berechnung des strömungsmechanischen und akustischen Feldes sowie das Modell des Verbrennungsprozesses vorgestellt. Die Darstellungen des strömungsmechanischen und verbrennungstechnischen Modells, mit welchen die hier genutzten Lösungen nach Pausch, Herff et al. [20] berechnet wurden, sind in Kapitel 2.1 zu finden. Auf die akustischen Störungsgleichungen wird in Kapitel 2.3 näher eingegangen. Daran schließen die zeitliche und räumliche Diskretisierung der akustischen Störungsgleichungen in Kapitel 2.4 sowie die bei der akustischen Simulation genutzten Randbedingungen in Kapitel 2.5 an. Schließlich wird in Kapitel 2.6 das verwendete Interpolationsverfahren beschrieben.

2.1 Grobstruktursimulation

Die konservative Form der Navier-Stokes-Gleichungen ist durch folgende Formulierung gegeben.

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{H} = \dot{\mathbf{W}} \quad (2.1)$$

Der Vektor der Erhaltungsgrößen \mathbf{Q} , der Flussvektor \mathbf{H} und die Volumenkräfte $\dot{\mathbf{W}}$ bauen auf der allgemeinen Formulierung der Erhaltungsgesetze mit einer Erweiterung für das Verbrennungsmodell auf. Der Flussvektor wird hierbei in einen viskosen Teil v und einen nicht viskosen Teil i aufgeteilt, welche unterschiedlich diskretisiert werden.

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{v} \\ \rho E \\ \rho c \end{pmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} \rho \mathbf{v} \\ \rho \mathbf{v} \mathbf{v} + p \mathbf{I} \\ \mathbf{v} (\rho E + p) \\ \rho v c \end{pmatrix}_i + \frac{1}{Re} \begin{pmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\tau} \\ \boldsymbol{\tau} \mathbf{v} + \mathbf{q} \\ \mathbf{J} \end{pmatrix}_v \quad \dot{\mathbf{W}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Q \bar{\omega} \\ \bar{\bar{\omega}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Q \\ \bar{\bar{\omega}} \end{pmatrix}$$

Die ersten drei Gleichungen aus (2.1) entstammen aus der Erhaltung von Masse, Impuls und Energie, wobei ρ die Dichte, \mathbf{v} den Geschwindigkeitsvektor, p den Druck, E die totale spezifische Energie, $\underline{\tau}$ den Spannungstensor, und \mathcal{Q} die Reaktionsenthalpie bezeichnet. Die Reynoldszahl $Re = \rho_\infty v_\infty D / \mu_\infty$ ist das Verhältnis von Trägheits- zu Zähigkeitskraft. Die vierte Zeile ist Teil des Verbrennungsmodells [19], worauf in Kapitel 2.2 genauer eingegangen wird. Der Spannungstensor $\underline{\tau}$ eines newtonschen Fluids ist wie folgt definiert:

$$\underline{\tau} = -2\mu \underline{\mathbf{S}} + \frac{2}{3}\mu (\nabla \cdot \mathbf{v}) \underline{\mathbf{I}} \quad (2.2)$$

Es sind μ die dynamische Viskosität, $\underline{\mathbf{S}} = [\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T] / 2$ der Verzerrungstensor und $\underline{\mathbf{I}}$ der Einheitstensor.

Die Lösung des Gleichungssystems erfordert zusätzliche Schließungssätze. Die dynamische Viskosität nach Sutherland modelliert den Einfluss der Temperatur T auf die Viskosität und eignet sich als Ansatz insbesondere bei hohen Temperaturunterschieden. T_∞ ist die Temperatur im freien Strömungsfeld und S die Sutherland-Konstante.

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_\infty + S}{T + S} \quad (2.3)$$

Die Wärmeleitungsgleichung nach Fourier

$$\mathbf{q} = -\frac{k}{Pr(\gamma - 1)} \nabla T \quad (2.4)$$

beschreibt die Wärmeleitung \mathbf{q} aufgrund des Temperaturgradienten mit k als Wärmeleitfähigkeit und dem Isentropenexponent $\gamma = c_p/c_v$. Es sind c_p die isobare und c_v die isochore Wärmekapazität, welche in diesem Ansatz vereinfacht als konstant angenommen werden. Die Prandtlzahl $Pr = \mu_\infty c_p / k_\infty$ ist das Verhältnis zwischen der dynamischen Viskosität zur Wärmeleitung. Das ideale Gasgesetz

$$p = \frac{\rho \mathcal{R} T}{\gamma} \quad (2.5)$$

beschreibt den Zusammenhang zwischen Druck, Dichte und Temperatur. Die spezifische Gaskonstante ist definiert durch $\mathcal{R} = c_p - c_v$.

In der Grobstruktursimulation werden Skalen unterhalb einer gewissen Größenordnung räumlich herausgefiltert; die Filterweite entspricht der Zellgröße. Die nicht aufgelösten Skalen werden dabei durch numerische Dissipation [1] [18] berücksichtigt. Dadurch kann, im Vergleich zur direkten numerischen Simulation (DNS/Direct Numerical Simulation), welche alle turbulenten Skalen auflöst, der Rechenaufwand verringert werden, da die Auflösung des Rechengitters proportional zum Kehrwert der kleinsten Turbulenzskalen ist. Als Löser wird ZFS (Zonal Flow Solver) genutzt, welcher am Aerodynamischen Institut der RWTH Aachen entwickelt

wird. Dieser löst die Gleichungen nach dem Finite-Volumen-Verfahren auf einem unstrukturierten kartesischen Gitter [7–9, 11, 12, 15, 26, 27]. Zur zeitlichen Diskretisierung wird ein Runge-Kutta-Schema zweiter Ordnung genutzt. Die nicht-viskosen Terme werden durch ein AUSM-Schema (Advection Upstream Splitting Method) zweiter Ordnung und die viskosen Terme durch zentrale Differenzen zweiter Ordnung diskretisiert [10].

2.2 Verbrennungsmodell

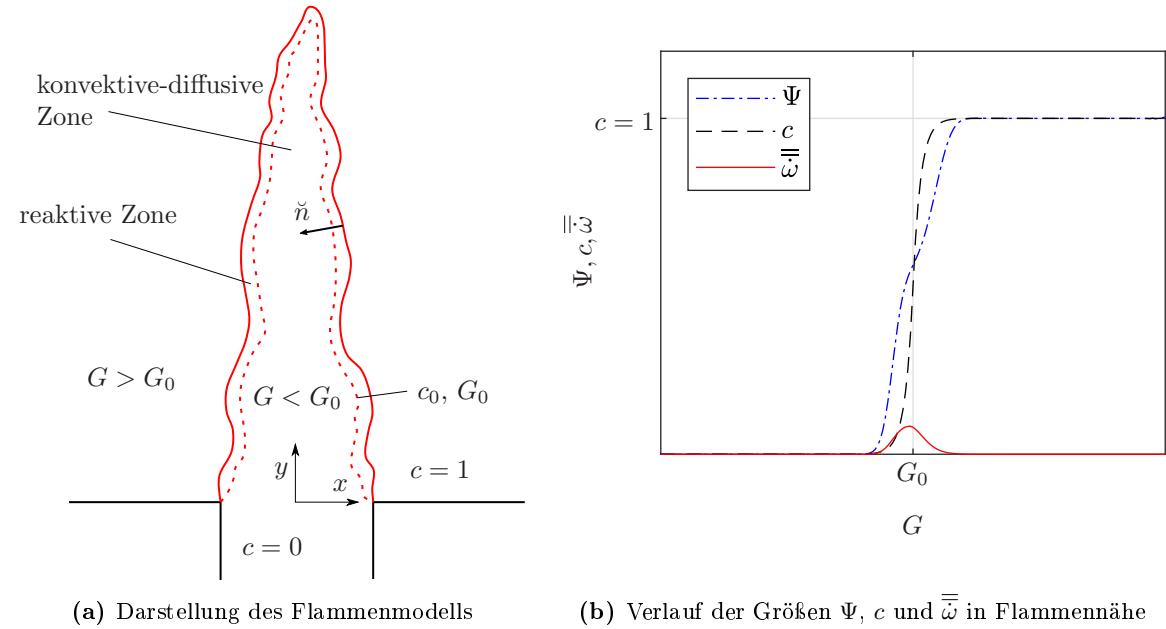


Abbildung 2.1: Flammenmodell

Das Verbrennungsmodell ist durch die Transportgleichung der Reaktionsfortschrittsvariablen c , siehe vierte Gleichung aus (2.1) [4, 19], und die G-Gleichung (2.6) [19, 21] gegeben. Hierbei beschreibt die Transportgleichung den Verbrennungsprozess, welcher örtlich an die gefilterte Kontur der Flamme gebunden ist. Die Kontur wiederum wird durch die G-Gleichungen bestimmt.

$$\frac{\partial \check{G}}{\partial t} + \left(\check{v} + \frac{\rho_{\infty,u}}{\bar{\rho}} \hat{s}_{t,u} \check{n} \right) \cdot \nabla \check{G} = 0 \quad (2.6)$$

$$\check{n} = -\frac{1}{|\nabla \check{G}|} \left(\frac{\partial \check{G}}{\partial x}, \frac{\partial \check{G}}{\partial y}, \frac{\partial \check{G}}{\partial z} \right)^T \quad (2.7)$$

Die Kontur der gefilterten Flammenfront ist bei $\check{G} = G_0 = 0$ in der unverbrannten Mischung definiert, deren Position durch die Überlagerung von Favre-gefilterter Strömungsgeschwindigkeit \check{v} und Oberflächenintegral-gefilterter Flammengeschwindigkeit $\hat{s}_{t,u}$ in Richtung normal zur Flammenfront \check{n} bestimmt wird. Für unverbrannte Gase nimmt G negative und für verbrannte Gase positive Werte an. Es sind $\rho_{\infty,u}$ die Dichte des unverbrannten Gases im Freistrom und $\bar{\rho}$ die Reynolds-gefilterte Dichte.

Die gefilterte Flammengeschwindigkeit auf der Seite der unverbrannten Gase ist definiert durch

$$\hat{s}_{t,u} = \hat{s}_{L,0} (1 - l_c \check{\kappa}) + s_T. \quad (2.8)$$

Die Marksteinlänge l_c beschreibt den Einfluss der Flammenkrümmung $\check{\kappa} = \nabla \check{n}$ auf die laminare Flammengeschwindigkeit $\hat{s}_{L,0}$ [22]. Der Term s_T modelliert den Einfluss der nicht

aufgelösten Skalen auf die turbulente Flammengeschwindigkeit [21].

$$s_T = s_t - D_{t,\kappa} \check{\kappa} \quad (2.9)$$

$$D_{t,\kappa} = \begin{cases} D_t & \text{für: } Da_\Delta < 1 \\ D_t Da_\Delta^{-2} & \text{für: } Da_\Delta > 1 \end{cases} \quad (2.10)$$

Es sind s_t die turbulente Flammengeschwindigkeit und $D_{t,k}$ die turbulente Diffusion. Die Damköhlerzahl der gefilterten Skalen ist definiert durch:

$$Da_\Delta = \frac{s_{L,0} \Delta}{v'_\Delta l_f} = Ka^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\Delta}{l_f} \right) \quad (2.11)$$

Es ist $s_{L,0}$ die ungefilterte laminare Flammengeschwindigkeit, Δ die Filterweite, Ka die Karlovitz-Nummer, l_f die laminare Flammendicke und die herausgefilterte Geschwindigkeitsfluktuation $v'_\Delta = v'_{I_x} (\Delta/I_x)^{1/3}$. Die Geschwindigkeitsfluktuation wird hierbei nach der Kolmogorov-Skala mit der integralen Geschwindigkeitsfluktuation v'_{I_x} und der dazugehörigen integralen Längenskala I_x bestimmt. Für die Damköhlerzahl $Da_\Delta < 1$ wird die reaktive Zone durch Turbulenzen aufgedickt, sodass die Flammendicke größer als die Filterweite ist. In diesem Fall ist die Flamme teilweise aufgelöst und Flammenbewegung und -struktur werden zusätzlich durch die Transportgleichung beschrieben, da die G-Gleichung nicht in der Lage ist, die Struktur der Flamme zu erfassen. Für den Fall $Da_\Delta > 1$ wird die reaktive Zone nicht mehr aufgelöst und die Flammenbewegung wird durch die G-Gleichungen vollständig beschrieben. [21]

Die turbulente Flammengeschwindigkeit wird durch folgenden Term modelliert:

$$s_t = \hat{s}_{L,0} (A + \sqrt{B}) \quad (2.12)$$

$$A = - \frac{b_3^2 \nu_t \hat{s}_{L,0}}{2b_1 Sc_t D u'_\Delta} \quad (2.13)$$

$$B = A^2 + \frac{b_3^2 \nu_t}{Sc_t D} \quad (2.14)$$

Die konstante turbulente Schmidt-Nummer $Sc_t = 0.4$ beschreibt das Verhältnis aus der kinematischen Viskosität zu der Diffusion $Sc_t = \nu/D$. Es sind $b_1 = 2.0$ und $b_3 = 1.0$ zwei Modellkonstanten [21] und ν_t die turbulente Viskosität. Der diffusive Fluss der Fortschrittsvariablen ist gegeben durch

$$\mathbf{J} = \frac{1}{Pr} \rho_{\infty,u} D \nabla c. \quad (2.15)$$

Der chemische Quellterm

$$\bar{\bar{\omega}} = Re Pr \bar{\bar{\rho}} \frac{\rho_{\infty,u}}{\rho_{\infty,b}} R_r (1 - \tilde{c}) \Psi(G(\mathbf{x}, t,), \sigma) \quad (2.16)$$

beschreibt die durch die Verbrennung freigesetzte Enthalpie. Die Reaktionsfortschrittsvariable nimmt dabei $\tilde{c} = 0$ für unverbrannte Gase und $\tilde{c} = 1$ für verbrannte Gase an. Ist die

Verbrennung abgeschlossen, wird die Reaktion durch den Term $(1 - \tilde{c})$ beendet. Die Ferziger- und Echekkikonstante ist gegeben durch:

$$R_r = \frac{1}{1 - c_0} \left(\frac{1}{1 - c_0} - 1 \right) \frac{\left(\hat{\tilde{s}}_{t,u} \right)^2}{D} \quad (2.17)$$

Der Verbrennungsprozess wird in eine konvektiv-diffusive ($c < c_0$) und eine reaktive Zone aufgeteilt ($c > c_0$), wobei c_0 einen konstanten Wert aufweist.

Die Modellfunktion des Reaktionsprofils Ψ koppelt die G-Gleichung mit der Gleichung der Fortschrittsvariablen. Weiterhin unterdrückt Ψ die Verbrennung innerhalb der konvektiv-diffusiven Zone und weitet die Flamme für große Verhältnisse Δ/l_f auf. [12, 19]

$$\Psi(G(\mathbf{x}, t), \sigma) = \frac{(1 - c_0) \exp \left(-\sqrt{2} \Omega \frac{\sigma c_0}{(1 - c_0) l_f} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma c_0}{(1 - c_0) l_f} \right)^2 \right)}{2(1 - \bar{c})(\rho_u/\rho_b + \bar{c}(\rho_b - \rho_u)/\rho_b)^2} \dots \\ \cdot \frac{\operatorname{erf} \left(\Omega - \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\sigma c_0}{(1 - c_0) l_f}} \right) + 1}{2} \quad (2.18)$$

$$\bar{c} = 1 - (1 - c_0) \gamma_1 - c_0 \gamma_2 + \frac{\operatorname{erf}(\Omega) - 1}{2} \quad (2.19)$$

$$\gamma_1 = \exp \left(-\sqrt{2} \Omega \frac{\sigma c_0}{(1 - c_0) l_f} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma c_0}{(1 - c_0) l_f} \right)^2 \right) \left(\frac{\operatorname{erf} \left(\Omega - \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\sigma c_0}{(1 - c_0) l_f}} \right) + 1}{2} \right) \quad (2.20)$$

$$\gamma_2 = \exp \left(\sqrt{2} \Omega \frac{\sigma}{l_f} + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{l_f} \right)^2 \right) \left(\frac{\operatorname{erf} \left(\Omega + \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\sigma}{l_f}} \right) - 1}{2} \right) \quad (2.21)$$

Die Größe Ω ist definiert als $\Omega = |\mathbf{x}_G| / (\sigma \sqrt{2})$. Es ist $|\mathbf{x}_G|$ der Abstand zwischen der Flammenoberfläche definiert bei $G(\mathbf{x}, t) = G_0$ und dem aktuell betrachteten Gitterpunkt \mathbf{x} . Die Varianz der gefilterten Skalen σ beschreibt die statistische Abweichung der Flammenposition und ist proportional zu der Filterweite Δ . Die Fehlerfunktion ist definiert als

$$\operatorname{erf}(\epsilon) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\epsilon e^{-\hat{\epsilon}^2} d\hat{\epsilon} \quad (2.22)$$

In Abbildung 2.1b sind die Zusammenhänge des Verbrennungsmodells dargestellt, mit der Funktion Ψ nach Gleichung (2.18), der eindimensionalen Lösung für die Reaktionsfortschrittsvariable c [23] und dem chemischen Quellterm $\bar{\omega}$ nach Gleichung (2.16). Hierbei wird in Gleichung vereinfacht eine konstant steigende Dichte $\bar{\rho}$ und eine ungefilterte Reaktionsfortschrittsvariable c angenommen. Zu erkennen ist der Verlauf der Verbrennung von $c = 0$ bis $c = 1$. In diesem Fall ist die Filterweite kleiner als die Flammendicke, sodass die Flamme nicht aufgedickt wird. Die Entwicklung von c und G , sowie die Zonen der Verbrennung sind in

Abbildung 2.1a dargestellt. Die G-Gleichungen werden mit einem Runge-Kutta Schema dritter Ordnung zeitlich diskretisiert. Räumlich wird eine „Upwind“-gewichtete zentrale Differenz fünfter Ordnung genutzt (UCS/Upwind Central Scheme).

2.3 Akustische Störungsgleichungen

Die akustischen Störungsgleichungen beschreiben die Entstehung und Ausbreitung des akustischen Drucks und der akustischen Geschwindigkeit in das Fernfeld für inhomogene zeitlich gemittelte Strömungsfelder. Dabei sind die Gleichungen in der Lage, den Einfluss von Konvektion und Brechungseffekten zu berücksichtigen. Sie werden mit Hilfe einer kombinierten Laplace und Fourier Transformation aus den Eulergleichungen hergeleitet [3]. Das in dieser Arbeit verwendete APE-4-System folgt aus einer Reynolds-Zerlegung und Umformulierung der Grundgleichungen für reibungsbehaftete, kompressible Strömungen, sodass der linksseitige Operator für das homogene System (Fernfeld) nur akustische Moden transportiert. Rechtsseitig bilden alle übrigen Terme die akustischen Quellen.

$$\frac{\partial p^a}{\partial t} + \bar{c}_s^2 \nabla \cdot \left(\bar{\rho} \mathbf{v}^a + \bar{\mathbf{v}} \frac{p^a}{\bar{c}_s^2} \right) = \bar{c}_s^2 q_c + q_e - \underbrace{\bar{c}_s^2 \nabla \cdot (\bar{\mathbf{v}} \rho_e)}_{q_{c\&e}} \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}^a}{\partial t} + \nabla (\bar{\mathbf{v}} \cdot \mathbf{v}^a) + \nabla \left(\frac{p^a}{\bar{\rho}} \right) = \mathbf{q}_m \quad (2.24)$$

Die primitiven Variablen p^a und \mathbf{v}^a sind akustische Schalldruckfluktuation und Geschwindigkeitsfluktuation. $c_s = \sqrt{\gamma p / \bar{\rho}}$ ist die Schallgeschwindigkeit. Alle Größen $\bar{\cdot}$ sind zeitlich gemittelt. Die Terme q_c , q_e und q_m sind die Quellen der Massenerhaltung, der Energieerhaltung und die der Impulserhaltung. Der Term $q_{c\&e}$ entspringt aus der Kombination von Energie- und Massenerhaltung und der dadurch folgenden Auslöschung der Dichtefluktuation ρ' . Daraus folgt ein System von Gleichungen, deren Quellterme leicht aus den Lösungen des Grobstrukturmodells aus 2.1 überführt werden können. Rechtsseitig stehen dann folgende Quellterme:

$$q_c = -\nabla \cdot (\rho' \mathbf{v}')' \quad (2.25)$$

$$\mathbf{q}_m = -\underbrace{(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v})'}_{q_{m,I}} - \underbrace{\nabla k'}_{q_{m,II}} + \underbrace{\nabla \left(\frac{p'}{\bar{\rho}} \right)}_{q_{m,III}} - \left(\frac{\nabla p}{\rho} \right)' + \underbrace{\left(\frac{\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}}{\rho} \right)'}_{\text{vernachlässigt}} \quad (2.26)$$

$$q_e = -\bar{c}_s^2 \frac{\partial \rho_e}{\partial t} = \frac{\partial p'}{\partial t} - \bar{c}_s^2 \frac{\partial \rho'}{\partial t} \quad (2.27)$$

Die Variable k' ist die kinetische Energiefluktuation und $\boldsymbol{\omega}$ die Wirbelstärke. Die fluktuiierenden Variablen \cdot' sind innerhalb des Quellbereiches definiert, während die akustischen fluktuiierenden Variablen \cdot^a außerhalb definiert sind. Die Einflüsse viskoser Effekte auf die akustischen Größen werden vernachlässigt.

Der Term der Energiequellen kann wie folgt geschrieben werden:

$$q_e = \underbrace{\left(\frac{Dp}{Dt} - \bar{c}_s^2 \frac{D\rho}{Dt} \right)'}_{q'_{e,I}} + \underbrace{\left((c_s^2)' \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)'}_{q'_{e,II}} + \underbrace{\left(\mathbf{v} \cdot (c_s^2 \nabla \rho - \nabla p) \right)'}_{q'_{e,III}} \quad (2.28)$$

Dieser ist im Fall der Verbrennung häufig der dominante Einfluss [6]. Es ist $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla$ die substantielle Ableitung, also die Ableitung an einem sich mit der mittleren Geschwindigkeit $\bar{\mathbf{v}}$ bewegenden Punktes. Der Term $q'_{e,I}$ lässt sich als konvektiver Transport von Entropie und Massenanteilen der einzelnen chemischen Komponente deuten.

$$q'_{e,I} = \frac{Dp}{Dt} - c_s^2 \frac{Dp}{Dt} - c_s^2 \frac{D\rho}{Dt} = (\gamma - 1) \left(-\nabla \cdot \mathbf{q} + \underline{\tau} : (\nabla \otimes \mathbf{v}) - \underbrace{\sum_S h_S \dot{\omega}_S}_{=Q} \right) \quad (2.29)$$

Q ist hierbei die freigesetzte Wärme aufgrund chemischer Reaktionen verschiedener Spezies S . $q'_{e,II}$ beinhaltet Fluktuationen aufgrund der sich bewegenden Flammenfront und damit einhergehende Änderungen der Schallgeschwindigkeit. Der Term $q'_{e,III}$ hängt mit der konvektiven Beschleunigung von Entropiegradienten zusammen.

Das Gitter der akustischen Störungsgleichungen kann deutlich geringer aufgelöst werden, da die strömungsmechanischen Längenskalen für kleine Machzahlen $M = v_\infty/c$ größer sind als die Akustischen. Es gilt hierbei $\Delta x_a \propto \Delta x_f/M$ [3]. Die Gleichungen wurden in verschiedenen Fällen erfolgreich angewandt und validiert [2, 6, 20, 24, 25]. Der genutzte Löser verwendet ein Finite-Differenzen-Verfahren.

2.4 Differenzenschemata

Die Aeroakustik stellt besondere Anforderungen an eine numerische Simulation. Sie besitzt die Eigenschaft geringer Dispersion und Dissipation. Weiterhin müssen die Differentialgleichungen zeitakkurat gelöst werden, um die Ausbreitung der akustischen Wellen möglichst genau zu beschreiben. Die Genauigkeit bezüglich der Zeitskalen spielt wiederum bei der numerischen Strömungssimulation eine untergeordnete Rolle. Diese Eigenschaften der Aeroakustik beeinflussen die Anforderungen an die Diskretisierung der akustischen Störungsgleichungen maßgeblich. [13]

2.4.1 Zeitliche Diskretisierung

Die Ableitungen nach der Zeit $\dot{\mathbf{U}}^n$ mit dem Zeitpunkt n werden mit einem 5-6 LDDRK-Schema (Low Dispersion and Dissipation Runge Kutta) diskretisiert. Bei diesem wird abwechselnd mit $l = 5$ beziehungsweise $l = 6$ Stufen extrapoliert. Die Laufvariable i steigt hierbei bis zu der Stufe l . Die Extrapolationsparameter $a_{i,j}$ und b_i sind so gewählt, dass sich eine möglichst geringe Dissipation und Dispersion einstellt, welche entscheidende Kriterien

für die numerische Lösung akustischer Problemstellungen darstellen. [13, 29]

$$\dot{\mathbf{U}}^{n+1} = \dot{\mathbf{U}}^n + \Delta t \sum_{i=1}^l b_i \mathbf{K}_i \quad (2.30)$$

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{F}(t^n + \Delta t c_i, \mathbf{U}^n + \Delta t \sum_{j=1}^{i-1} a_{i,j} \mathbf{K}_j) \quad (2.31)$$

$$c_i = \sum_{j=1}^{i-1} a_{i,j} \quad (2.32)$$

Die akustischen Variablen sind in dem Vektor $\mathbf{U} = [u^a, v^a, w^a, p^a]$ zusammengefasst. Sie werden mit dem Zeitschritt Δt diskretisiert. Die Lösung nähert sich mit steigender Stufe i an die exakte Lösung an. Die Funktion F ergibt sich durch Auflösen der akustischen Störungsgleichungen nach der Zeitableitung.

2.4.2 Räumliche Diskretisierung

Bei der räumlichen Diskretisierung wird ein 9 Punkte DRP-SBP (Dispersion-Relation Preserving Summation by Parts) Schema angewandt [14]. Die Formel

$$\left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \xi} \right)_i = \frac{1}{\Delta \xi} \sum_{p=0}^{4+o} \alpha_{o,p} \mathbf{U}_{i+p-o} \quad o = \begin{cases} i & \text{für: } i \leq 4 \\ 5 & \text{für: } 4 < i < i_{max} - 4 \\ i_{max} - i & \text{für: } i \geq i_{max} - 4 \end{cases} \quad (2.33)$$

beschreibt die Diskretisierung in i -Richtung. Die Formel kann analog für die j - und k -Richtung angewandt werden. Es sind $\alpha_{o,p}$ Faktoren nach [14] und $\Delta \xi$ der Abstand zwischen zwei Gitterpunkten. Der erste Gitterpunkt hat den Index $i = 0$ und der letzte $i = i_{max}$. Das DRP-SBP Schema hat eine Genauigkeit 3. Ordnung an den Rändern und 6. Ordnung bei einer ausreichenden Entfernung von 5 Punkten zwischen Rand und diskretisiertem Punkt. Damit die Differentialgleichungen diskretisiert werden können, müssen diese auf das Koordinatensystem des krummlinienförmigen Gitters ξ transformiert werden. Für ξ gilt $\xi_i = i \cdot \Delta \xi$, $\eta_j = j \cdot \Delta \xi$ und $\zeta_k = k \cdot \Delta \xi$.

2.5 Randbedingungen

Im folgenden werden die Randbedingungen der akustischen Simulation vorgestellt. Die Dirichlet- und die Neumann-Bedingungen werden genutzt, um die Geometrie des Brenners zu simulieren. Damit die akustischen Wellen das numerischen Rechengitter verlassen können, wird eine nicht-reflektierende Randbedingung genutzt [30]. Für die Dirichlet- und Neumann-Bedingung

gilt:

$$\mathbf{v}^a \cdot \mathbf{e}_n = 0 \quad (2.34)$$

$$\nabla p^a \cdot \mathbf{e}_n = 0 \quad (2.35)$$

Die Anteile der Geschwindigkeitsfluktuation \mathbf{v}^a und des Gradienten der Druckfluktuation ∇p^a normal zur Wand werden zu Null gesetzt. Dies geschieht durch Projektion auf die Wandnormale \mathbf{e}_n .

Die nicht-reflektierenden Randbedingung in Polarkoordinaten wird durch folgenden Zusam-

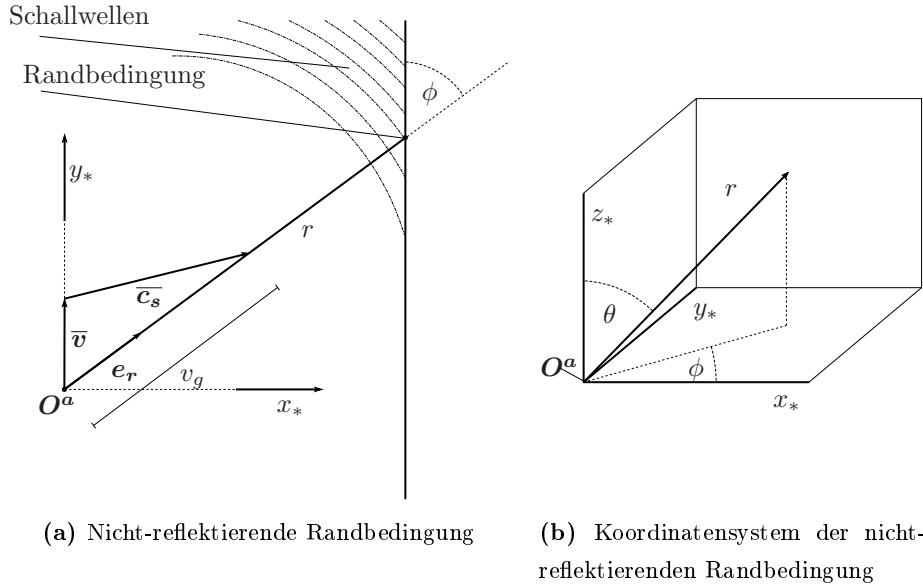


Abbildung 2.2: Randbedingungen

menhang beschrieben.

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + v_g \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial r} + \frac{v_g}{r} \mathbf{U} = 0 \quad (2.36)$$

Der Radius r bezeichnet den Abstand zwischen der punktförmig angenommenen Quelle $\mathbf{O}^a/D = (0 \ 7.483 \ 0)$ der akustischen Wellen und dem Rand. Polarwinkel θ und Azimutwinkel ϕ beschreiben zusammen mit dem Radius r die Position des Randes in Polarkoordinaten ausgehend von der punktförmigen Quelle. Das Koordinatensystem der nicht-reflektierenden Randbedingungen ist in Abbildung 2.2 dargestellt.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der akustischen Wellen in Richtung der Randbedingung v_g ist die Summe der gemittelten Strömung \bar{v} und der Schallgeschwindigkeit \bar{c}_s projiziert auf den Vektor \mathbf{e}_r .

$$v_g = (\bar{v} + \bar{c}_s) \cdot \mathbf{e}_r \quad (2.37)$$

Der Zusammenhang zwischen Polarkoordinatensystem und kartesischem Koordinatensystem ist durch folgende Terme gegeben:

$$x_* = r \sin \theta \cos \phi , \quad y_* = r \sin \theta \sin \phi , \quad z_* = r \cos \theta , \quad (2.38)$$

$$\mathbf{e}_r = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

Daraus folgt die Randbedingung in kartesischer Form

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{f} - \mathbf{S} = 0 \quad (2.40)$$

mit dem Fluss \mathbf{f} und der Quelle \mathbf{S} .

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} v_{g,x} \\ v_{g,y} \\ v_{g,z} \end{pmatrix} \mathbf{U} = \frac{v_g}{r} \begin{pmatrix} x_* \\ y_* \\ z_* \end{pmatrix} \mathbf{U} \quad (2.41)$$

$$\mathbf{S} = \left(\frac{\partial v_{g,x}}{\partial x} + \frac{\partial v_{g,y}}{\partial y} + \frac{\partial v_{g,z}}{\partial z} - \frac{v_g}{r} \right) \mathbf{U} = \left(\frac{v_g}{r} \underbrace{- \frac{\partial v_g}{\partial r}}_{\approx 0} \right) \mathbf{U} = \frac{v_g}{r} \mathbf{U} \quad (2.42)$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen projiziert auf die x_* , y_* und z_* Achsen kann durch folgende Zusammenhänge berechnet werden:

$$v_{g,x} = v_g \sin \theta \cos \phi , \quad v_{g,y} = v_g \sin \theta \sin \phi , \quad v_{g,z} = v_g \cos \theta \quad (2.43)$$

2.6 Räumliche Interpolation

Zur Interpolation der auf dem strömungsmechanischen Gitter \mathbf{x}_f berechneten Quellen q_f auf das akustische Gitter \mathbf{x}_a wird die inverse Distanzgewichtung genutzt:

$$q_a(\mathbf{x}_a) = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^s q_{f,i} w_i}{\sum_{i=1}^s w_i} & \text{für: } |\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_{f,i}| \neq 0 \\ q_{f,i} & \text{für: } |\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_{f,i}| = 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

$$w_i = |\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_{f,i}|^{-p} \quad (2.45)$$

Es werden die s nächsten Punkte zur Interpolation der Quellen des akustischen Gitters q_a hinzugezogen. Hierbei bestimmt der Exponent p die Ähnlichkeit in Abhängigkeit zu der Entfernung $|\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_{f,i}|$ zwischen den s ursprünglichen Punkten des strömungsmechanischen Gitters an der Position $\mathbf{x}_{f,i}$ und dem zu interpolierenden Punkt des akustischen Gitters an der Position \mathbf{x}_a . Für abfallende Werte p nimmt der Einfluss weiter entfernter Punkte zu, bis die Gleichung für $p = 0$ den Durchschnitt aller Punkte bildet. Der Interpolationsfehler kann durch Anpassung des Wertes p verringert werden. Häufig wird als erste Abschätzung $p = 2$ genutzt. [5]

Kapitel 3

Numerische Konfiguration

Im folgenden Kapitel 3.1 werden die gerechneten Konfigurationen beschrieben. Es wird auf Gittertopologie, Randbedingungen und Interpolation eingegangen.

3.1 Numerische Gitter

Um die Einflüsse des numerischen Gitters und der Randbedingungen zu untersuchen, werden insgesamt drei verschiedene Konfigurationen gerechnet, siehe Abbildung 3.1. Die im Folgenden als Konfiguration T1 und T2 bezeichneten Gitter besitzen identische Randbedingungen und ähnliche Gittertopologien. Durch den Vergleich beider Konfigurationen soll der Einfluss der Gitterauflösung auf die berechnete akustische Emission untersucht werden. Der Unterschied zwischen beiden Gittern ist die gewählte Auflösung; so ist Gitter T1 niedriger als T2 aufgelöst. Die Besonderheit beider Gitter ist die numerische Abbildung der Brennerwände mit den Dirichlet- und Neumann-Bedingungen.

Das Gitter der Konfiguration T3 zeichnet sich durch eine zu T1 identische Auflösung aus.

Konfiguration:	T1	T2	T3
Gitterpunkte	7 516 628	35 663 520	10 661 588
Gitterpunkte im Quellgebiet	1 268 848	9 507 720	1 268 848
min. Punktabstand	0.0293 D	0.01383 D	0.0293 D
max. Punktabstand	0.2201 D	0.1559 D	0.2201 D
Randbedingungen	Wand-Randb./ nicht-reflektierend	Wand-Randb./ nicht-reflektierend	nicht-reflektierend

Tabelle 3.1: Gerechnete Konfigurationen

Im Falle der Konfiguration T3 wird der Brennerausgang nicht modelliert. Die Flamme bzw. die akustische Quelle steht freischwebend innerhalb des Rechengitters. Die Modellierung der Randbedingung ist hierbei vergleichbar zu dem Testfall nach Pausch und Herff et al. [20]; im Folgenden als Konfiguration T0 bezeichnet. Durch den Vergleich von T1 und T3 kann der

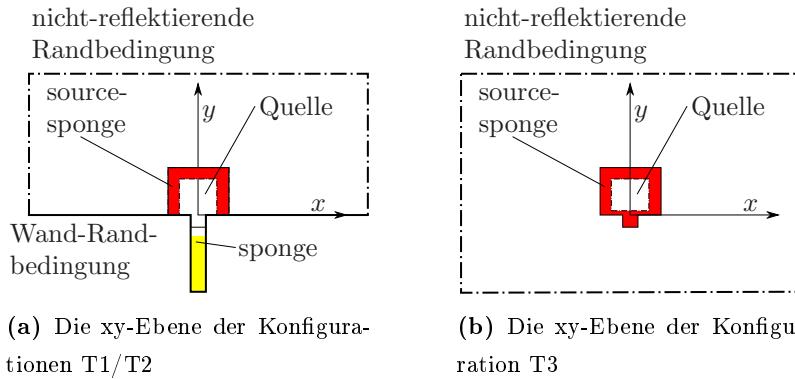


Abbildung 3.1: Randbedingungen der Konfigurationen T1, T2 und T3

Einfluss des modellierten Brennausgangs auf die akustische Simulation untersucht werden. T0 weist eine deutlich höhere Auflösung als die im Rahmen dieser Arbeit simulierten Konfigurationen auf. Weiterhin ist der Bereich der akustischen Quellen bei dem strömungsmechanischen und akustischen Gitter identisch, sodass es zu keinen Interpolationsfehlern kommt. Demnach soll der Vergleich zwischen Konfiguration T3 und T0 den Einfluss des Interpolationsfehlers aufzeigen. Die Randbedingungen der Gitter sind in Abbildung 3.1 und die Topologie in Abbildung 3.3 dargestellt.

3.1.1 Konfigurationen T1/T2

Konfiguration T1, hat eine Auflösung von 7 516 628 Gitterpunkten. Der Quellbereich ist hierbei mit 1 268 848 Gitterpunkten aufgelöst. Die höher aufgelöste Konfiguration T2 hat eine Anzahl von 35 663 520 Gitterpunkten mit einem Quellbereich von 9 507 720 Gitterpunkten. Hierbei variiert der Punktstand bei Konfiguration T1 von $0.0293 D$ zu $0.2201 D$ im Quellbereich der Domain. Die Punktstände des Quellbereichs der Konfiguration T2 liegen im Bereich $0.01383 D$ bis $0.1559 D$. Die Längen werden durch den Durchmesser des Brennerausgangs $D = 12 \text{ mm}$ normiert. Die Schnitte durch die x- und y-Achse des Gitters der Konfiguration T1 sind in Abbildung 3.2 dargestellt.

Im Bereich $y \leq 0 D$ werden die Wand-Randbedingungen genutzt um die Geometrie des Brenners abzubilden. Auf den Rändern bei $y > 0 D$ werden nicht-reflektierende Randbedingungen vorgeschrieben. Sie erlauben das Verlassen der akustischen Wellen aus dem betrachteten Fernfeld. Der Quellbereich ist bei $\sqrt{x^2 + z^2} < 2.027 D$ und $-1,025 D < y < 16.564 D$ zu finden.

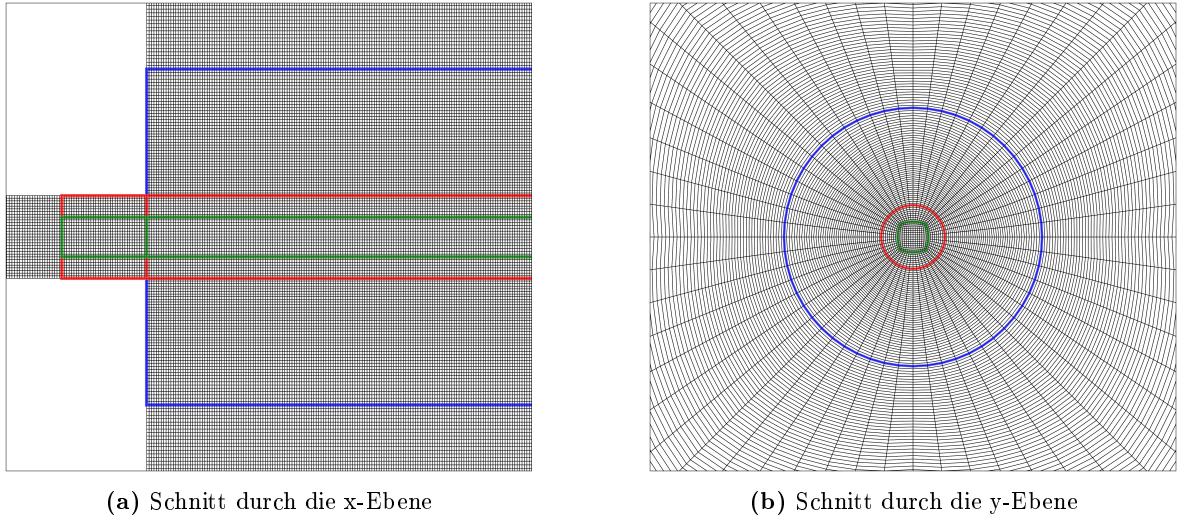


Abbildung 3.2: Numerisches Gitter der Konfiguration T1

Im Bereich für $y < -4.517 D$ werden die fluktuiativen Größen \mathbf{U} in negative y-Richtung zunehmend künstlich abgeschwächt (Sponge), um numerische Instabilitäten im Brennerrohr zu vermeiden. An den Rändern des Quellbereichs werden die Quellen q in Richtung der Quellgrenze zunehmend abgeschwächt, sodass diese an der Grenze null betragen (Source-Sponge). Dies verhindert numerische Instabilitäten, die durch starke Gradienten der Quellen entstehen können. Der erste dieser Bereiche befindet sich bei den Koordinaten $1 D < \sqrt{x^2 + z^2} < 2 D$ und der zweite bei $13.483 D < y < 16.564 D$.

3.1.2 Konfiguration T3

Konfiguration T3 hat eine Anzahl von 10 661 588 Gitterpunkten mit 1 268 848 Punkten im Quellbereich. Die Punktabstände des Quellbereiches variieren von $0.0293 D$ bis $0.2201 D$. An allen Rändern der Domain werden nicht-reflektierende Randbedingungen gesetzt. Der Quellbereich ist im Bereich $\sqrt{x^2 + z^2} < 1 D$ für $y < 0 D$, $\sqrt{x^2 + z^2} < 2.027 D$ für $y \geq 0$ und $-1.025 D < y < 16.564 D$ zu finden. Die freistehende Flamme beginnt bei $y = 0 D$. Der „source-sponge“ liegt im Bereich $-1.017 D < y < 0.333 D$, $13.533 D < y < 16.483 D$ und $1.0 D < \sqrt{x^2 + z^2} < 2.0 D$.

3.1.3 Räumliche Interpolation der Quellen

Die Quellen und die gemittelten Strömungsvariablen werden auf dem ursprünglichen Gitter der Strömungssimulation berechnet und anschließend auf die akustischen Gitter interpoliert. Zur Interpolation wurde die inverse Distanzgewichtung mit $p = 2$ und $n = 12$ genutzt, siehe Kapitel 2.6.

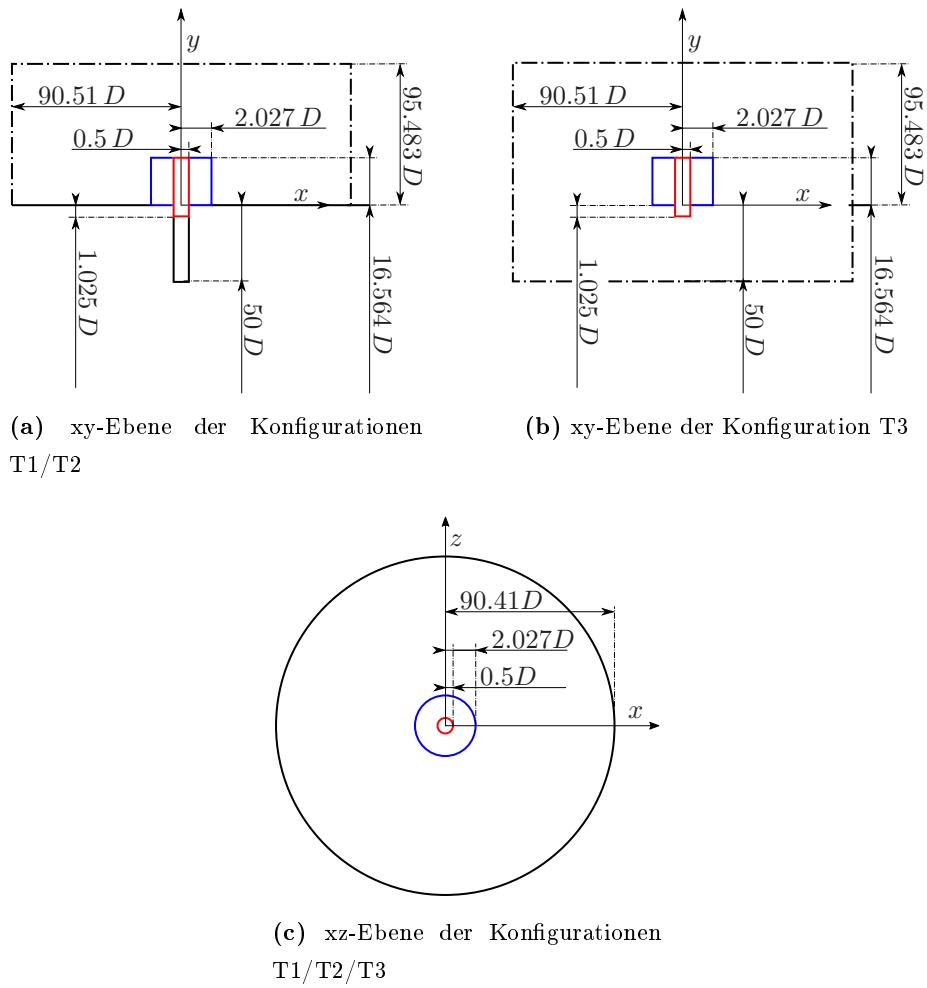


Abbildung 3.3: Gittertopologie der Konfigurationen T1, T2 und T3

Kapitel 4

Ergebnisse

Zunächst wird der Einfluss der Interpolation auf Eigenschaften wie Genauigkeit und Dämpfung anhand eines eindimensionalen Beispiels theoretisch und experimentell untersucht. Anschließend wird die Auswirkung der Interpolation und der modellierten Wand-Randbedingungen auf die Lärmvorhersage einer turbulenten Flamme analysiert.

4.1 Untersuchung der Eigenschaften der Interpolation mit inverser Distanzgewichtung im eindimensionalem Fall

Im Folgenden wird der Abbruchfehler für $s = 2$ und $s = 4$ Stützstellen untersucht. Der Abbruchfehler beschreibt die Differenz zwischen der exakten und der interpolierten Lösung.

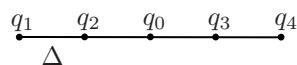


Abbildung 4.1: Stützstellen der analytischen Untersuchung

Es wird ein Fall mit einer einheitlichen Schrittweite Δ untersucht. Die Lösung q_0 im Punkt 0 wird hierbei mit Hilfe der Werte q_1 bis q_4 interpoliert. Daraus folgt der interpolierte Wert $q_{0, IDW}$. Das Interpolationsverfahren der inversen Distanzgewichtung ist in Kapitel 2.6 genauer beschrieben.

Für 2 Stützstellen:

$$\begin{aligned}
 q_{0, IDW} &= \frac{q_2 \Delta^{-p} + q_3 \Delta^{-p}}{2 \Delta^{-p}} \\
 \Rightarrow q_{0, IDW} &= \frac{q_2 + q_3}{2} \\
 q_2 &= q_0 - \left. \frac{\partial q}{\partial x} \right|_0 \Delta + \mathcal{O}(\Delta^2) \\
 q_3 &= q_0 + \left. \frac{\partial q}{\partial x} \right|_0 \Delta + \mathcal{O}(\Delta^2) \\
 \Rightarrow q_{0, IDW} &= q_0 + \mathcal{O}(\Delta^2) \\
 \Rightarrow \tau &= \mathcal{O}(\Delta^2)
 \end{aligned}$$

Für 4 Stützstellen:

$$\begin{aligned}
 q_{0, IDW} &= \frac{q_1(2\Delta)^{-p} + q_2\Delta^{-p} + q_3\Delta^{-p} + q_4(2\Delta)^{-p}}{2\Delta^{-p} + 2 \cdot (2\Delta)^{-p}} \\
 \Rightarrow q_{0, IDW} &= \frac{2^{-p}q_1 + q_2 + q_3 + 2^{-p}q_4}{2 + 2 \cdot 2^{-p}} \\
 q_1 &= q_0 - 2 \cdot \left. \frac{\partial q}{\partial x} \right|_0 \Delta + \mathcal{O}(\Delta^2) \\
 q_4 &= q_0 + 2 \cdot \left. \frac{\partial q}{\partial x} \right|_0 \Delta + \mathcal{O}(\Delta^2) \\
 \Rightarrow q_{0, IDW} &= \frac{2q_0 + 2\mathcal{O}(\Delta^2) + 2^{-p}(2q_0 + 2\mathcal{O}(\Delta^2))}{2 + 2 \cdot 2^{-p}} \\
 \Rightarrow q_{0, IDW} &= \frac{q_0(1 + 2^{-p}) + \mathcal{O}(\Delta^2)}{1 + 2^{-p}} \\
 \Rightarrow \tau(p) &= \mathcal{O}(\Delta^2)
 \end{aligned}$$

Analog folgt für $s = 1$ ein Abbruchfehler von $\mathcal{O}(\Delta)$. Es kann davon ausgegangen werden, dass der Abbruchfehler bei einem nicht-äquidistantem Gitter größer ausfällt.

Im Folgenden wird die Funktion

$$q(x, t) = A \sin \left(2\pi \frac{x - vt}{\lambda} \right) \quad (4.1)$$

betrachtet. Diese beschreibt die Ausbreitung einer Sinuswelle mit der Amplitude A , der Ausbreitungsgeschwindigkeit v und der Wellenlänge λ . Die exakte Lösung der Funktion $q(x, t)$ wird auf einem Gitter mit der Auflösung $\Delta x_1 = 0.02$, in dem Bereich $x = [0 1.98]$ und bis zu dem Zeitpunkt $t = 99$ berechnet. Hierfür werden die Ausbreitungsgeschwindigkeit $v = 0.01$ und der Zeitschritt $\Delta t = 0.05$ gewählt.

Die Ergebnisse werden auf Gitter im Bereich $x = [0 1.98]$ und verschiedenen Auflösungen interpoliert. Die Auflösungen sind hierbei durch $\Delta x_{2,i} = 0.01 + 0.03i/99$ mit $i = [0 99]$ festgelegt. Die exakten und die interpolierten Werte werden zeitlich quadratisch gemittelt und

anschließend räumlich integriert:

$$g(\Delta x) = \int_{x=0}^{1.98} q'_{RMS}(\hat{x}) d\hat{x} \quad (4.2)$$

$$q'(x) = q(x) - \bar{q}(x) \quad (4.3)$$

$$q'_{RMS}(x) = \sqrt{\frac{\sum_{t=0}^{99} (q'(x))^2}{100}} \quad (4.4)$$

Durch einen Vergleich der interpolierten mit den exakten Werten lässt sich die dämpfende Wirkung des Interpolationsschemas abschätzen.

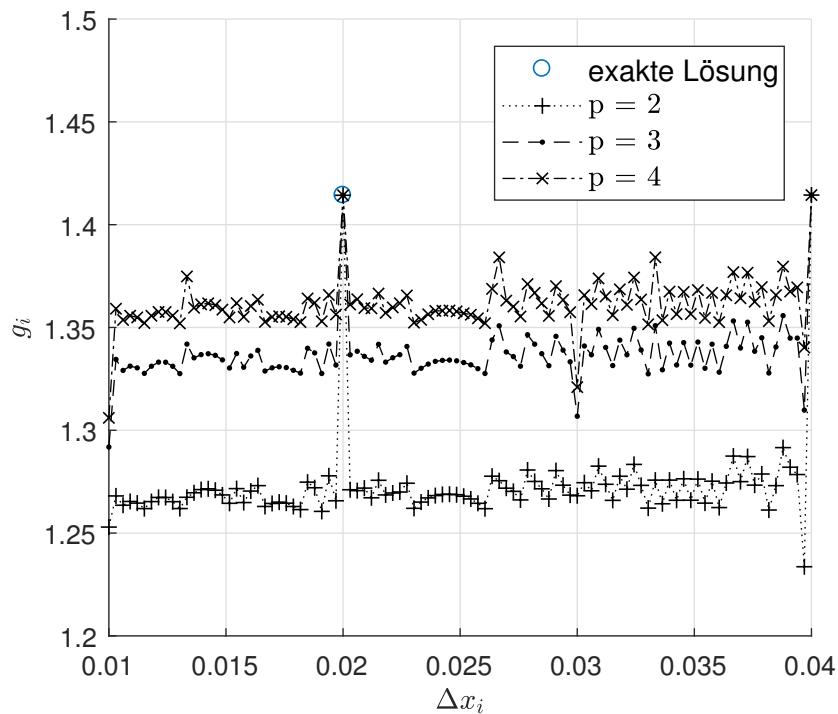


Abbildung 4.2: Räumlich integrierte RMS-Werte der interpolierten Fluktuationsgrößen in Abhängigkeit der Auflösung Δx des Zielgitters, für verschiedene Exponenten p , Stützstellen $s = 4$

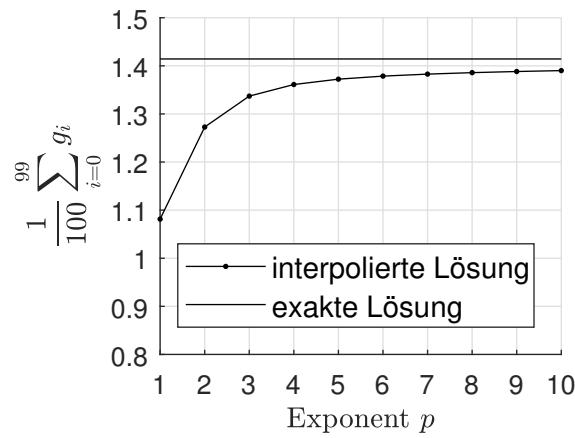


Abbildung 4.3: Gemittelte räumlich integrierte RMS-Werte der interpolierten Fluktuationsgrößen, für verschiedene Exponenten p , Stützstellen $s = 4$

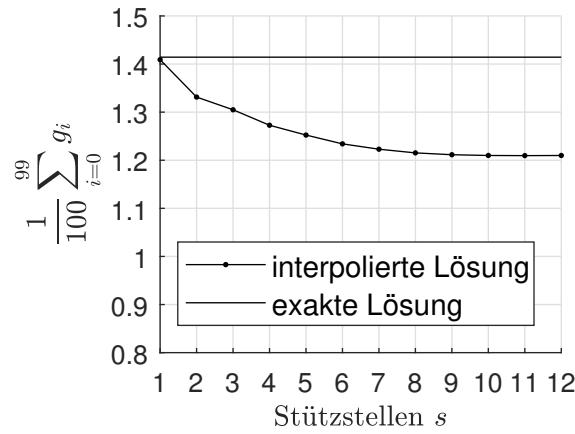


Abbildung 4.4: Gemittelte räumlich integrierte RMS-Werte der interpolierten Fluktuationsgrößen, für verschiedene Stützstellen s , Exponent $p = 2$

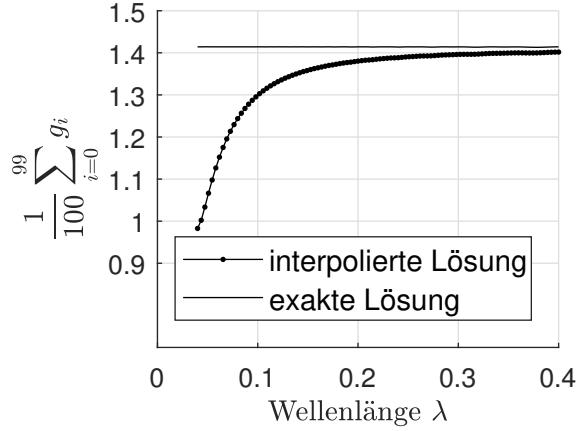


Abbildung 4.5: Gemittelte räumlich integrierte RMS-Werte der interpolierten Fluktuationsgrößen, für verschiedene Wellenlängen λ , Exponent $p = 2$, Stützstellen $s = 4$

Abbildung 4.2 stellt die räumlich integrierten RMS-Werte für verschiedene Exponenten p dar. Auffällig ist, dass sich die Werte für hohe Exponenten p an die ursprünglichen Werte annähern und demnach für höhere Exponenten p die Dämpfung der Fluktuationen durch die Interpolation abnimmt. Weiterhin ist eine leichte Steigung der Kurve mit steigendem Gitterabstand Δx zu beobachten. Demnach kommt es zu einer leichten Dämpfung der Fluktuationen bei einer Interpolation auf höher aufgelöste Gitter. In Abbildung 4.3 wurden die räumlich integrierten RMS-Werte aus Abbildung 4.2 gemittelt. Der Verlauf aus Abbildung 4.2 führt sich auch für größere Exponenten bis $p = 10$ fort. Für Abbildung 4.4 wurde die Sinusfunktion mit verschiedenen Stützstellenanzahlen s interpoliert. Mit steigender Anzahl an Stützstellen s steigt die Dämpfung des Verfahrens. Die Wellenlänge λ , siehe Abbildung 4.5, beeinflusst die Interpolation insofern, dass für kleine Wellenlängen und große Gitterabstände Δx das Signal nicht mehr durch die verwendeten Gitter abgebildet werden kann, und auf diese Weise das Signal durch die Interpolation verfälscht wird.

Durch die Untersuchungen im eindimensionalem Fall können verbesserte Interpolationsparameter für den dreidimensionalen Fall abgeleitet werden. Anhand von Abbildung 4.3 ist zu erkennen, dass größere Interpolationsparameter für eine geringere Dämpfung des Verfahrens besser geeignet ist. Abbildung 4.4 zeigt, dass eine geringere Anzahl an Stützpunkten am besten geeignet sind. Da sich für $s = 1$ die Ordnung des Abbruchfehlers verringert, ist die optimale Anzahl an Stützstellen für den untersuchten Fall $s = 2$. Auf Basis dieser Ergebnisse kann eine verbesserte Anzahl an Stützstellen für den dreidimensionalen Fall mit $s = 6$ abgeschätzt werden.

4.2 Untersuchung der Lärmvorhersage im dreidimensionalen Fall

Die Druckfluktuation wird genutzt um die spektrale Leistungsdichte SPL zu berechnen. Diese stellt logarithmisch die Leistung des akustischen Drucks in Abhängigkeit der Strouhalzahl St dar. Es ist ω die Fenstergröße, ol die Überlappung, nos die Anzahl der Samples und St_f die Abtastfrequenz des Mikrofons entdimensioniert als Strouhalzahl. Die Strouhalzahl ist definiert durch $St = f \cdot D/v_\infty$ mit der Frequenz f .

4.2.1 Analyse der Quellmechanismen

Abbildung 4.6 zeigt den Einfluss der Quellen q_m an der Mikrofonposition $x/D = (30 5 0)$. Für den Graphen T1-f wurden alle in Kapitel 2.3 beschriebenen akustischen Quellen genutzt. Im Fall T1-p wurden die Quellen der Impulserhaltung q_m vernachlässigt.

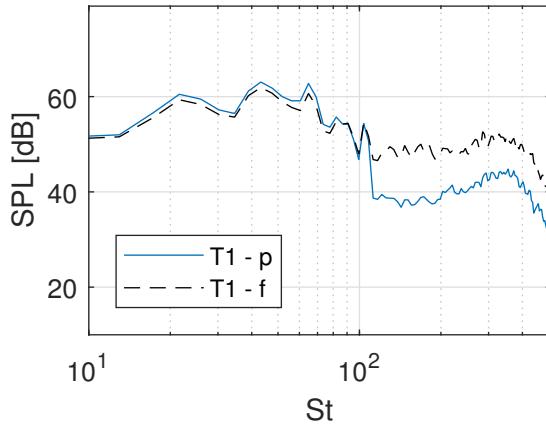


Abbildung 4.6: Schalldruckspektrum, $x/D = (30 5 0)$; $w = 235$; $ol = 0.5$, $nos = 4690$, $St_f = 1.1062 \cdot 10^3$; T1-f: niedrige Auflösung, alle Quellen; T1-p: niedrige Auflösung, $q_m = 0$

Es fällt auf, dass die Quellen der Impulserhaltung q_m das akustische Energiespektrum ab einer Strouhalzahl von 10^2 stark beeinflussen. Die dominierenden Quellen sind jedoch die aus der Massen- und Energieerhaltung resultierenden Quellen q_c , q_e , $q_{c\&e}$. Da die Quelle q_m im energetisch relevanten Strouhalbereich $< 10^2$ die Leistungsdichte kaum beeinträchtigt, werden im folgenden lediglich die dominanten Quellen betrachtet.

4.2.2 Vergleich der Gesamtschalldruckpegel der untersuchten Konfigurationen

Abbildungen 4.7 zeigt die quadratische gemittelten Druckterme an den Positionen $x/D = (30 \cos(\zeta) \ 30 \sin(\zeta))$. Die Druckfluktuation ist mit $p_{ref} = (\rho_\infty \cdot v_\infty^2)$ entdimensionalisiert.

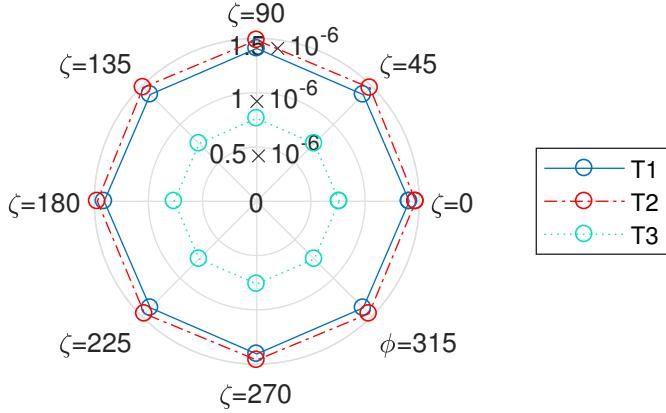


Abbildung 4.7: Quadratisch gemittelte Schalldrücke an den Mikrofonpositionen, $\mathbf{q}_m = 0$

Es ist eine monopolartige Richtcharakteristik zu erkennen, da alle Mikrofonpositionen ähnliche Werte aufweisen. Auffällig ist der deutliche Einfluss der Randbedingungen mit einer Steigung des quadratisch gemittelten Drucksignals um $7 \cdot 10^{-7}$. Weiterhin kann der Einfluss des größeren Gitters beobachtet werden welche das gemittelte Drucksignal um $6 \cdot 10^{-8}$ absenkt. Dieser Unterschied ist jedoch so gering, dass er vernachlässigt werden kann.

4.2.3 Einfluss der Interpolation auf die Quelltermfluktuationen

Abbildung 4.8 zeigt den Einfluss der Interpolation auf die Konservativität der Quellfelder. Es wurden die Quellen q_e quadratisch gemittelt, in x- und z- Richtung integriert und in z- Richtung aufgetragen.

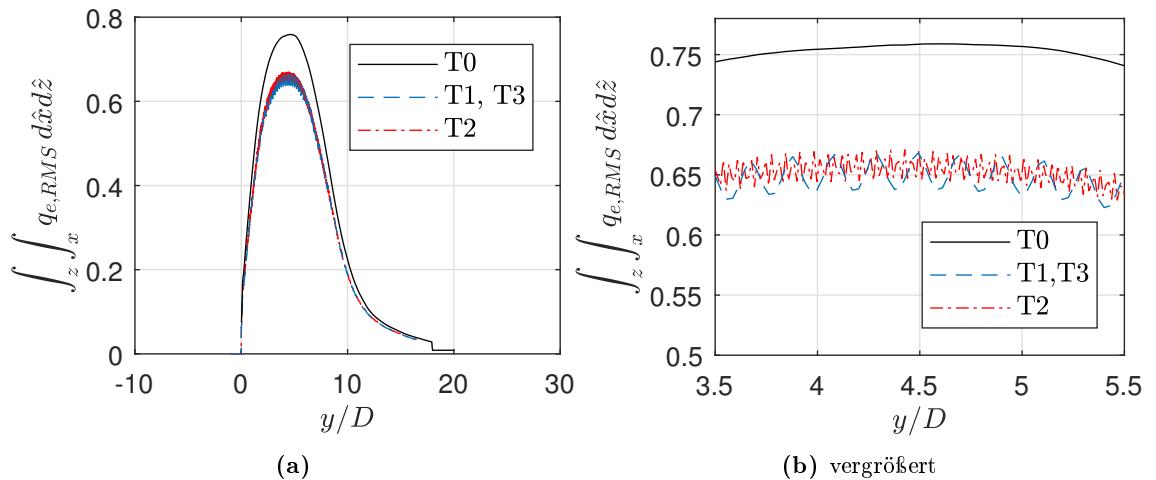


Abbildung 4.8: In x- und z-Richtung räumlich integrierte RMS-Werte der Quelle q_e ; T0: nach Pausch, Herff et al. [20]; T1: niedrige Auflösung; T2: hohe Auflösung; T3: niedrige Auflösung, mit Wand-Randbedingung

Der Vergleich zwischen T1 und T2 mit dem ursprünglichen Testfall T0 zeigt, dass durch die Interpolation Fluktuationen der Quelle gedämpft werden. Weiterhin ist eine Schwingung zu erkennen, welche durch die Interpolation entsteht und mit der Gitterweite korreliert, siehe Abbildung 4.8b.

4.2.4 Vergleich der Schalldruckspektra

Der Vergleich der Schalldruckspektra in Abbildung 4.9 zeigt den Einfluss der Gitterauflösung. Es werden die Mikrofonpositionen $\mathbf{x}/D = (30 \ 5 \ 0)$ und $\mathbf{x}/D = (5 \ 10 \ 0)$ untersucht.

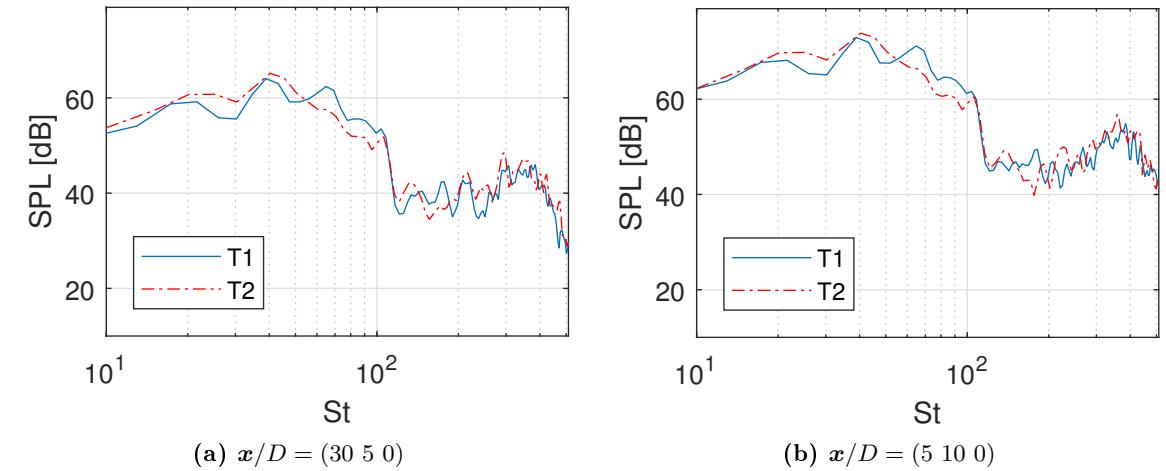


Abbildung 4.9: Schalldruckspektrum, $q_m = 0$, $w = 164$, $ol = 0.5$, $nos = 564$; T1: niedrige Auflösung, mit Wand-Randbedingung, $St_f = 1.1062 \cdot 10^3$; T2: hohe Auflösung, mit Wand-Randbedingungen, $St_f = 1.2906 \cdot 10^3$

Die Abweichungen erreichen hierbei bis zu 5 dB , was eine gute Übereinstimmung der Spektren darstellt. Damit zeigt sich, dass der Interpolationsfehler nicht nur bei der Betrachtung der RMS-gemittelten Schallfluktuation aus Abbildung 4.7 gering ist, sondern auch bei der Betrachtung der Schalldruckspektra. Der dämpfende Einfluss der Interpolation, welcher in Abbildung 4.8 festgestellt wurde, hat demnach einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Akustiksimulation.

Die folgende Abbildung 4.10 zeigt den Einfluss der in Testfall T1 und T2 implementierten Wand-Randbedingungen. Weiterhin kann in Abbildung 4.10a der Referenzfall T0 mit der dazu analog aufgebautem Konfiguration T3 verglichen werden.

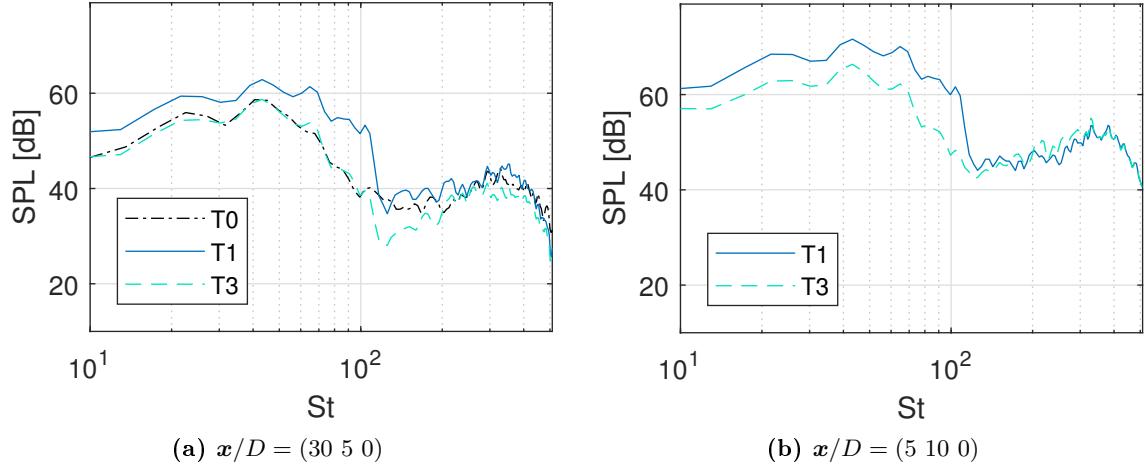


Abbildung 4.10: Schalldruckspektrum, $q_m = 0$, $w = 164$, $ol = 0.5$, $nos = 1648$; T0: nach Pausch, Herff et al. [20], $St_f = 1.1541 \cdot 10^3$; T1: niedrige Auflösung, mit Wand-Randbedingungen, $St_f = 1.1062 \cdot 10^3$; T3: niedrige Auflösung, ohne Wand-Randbedingungen, $St_f = 1.1062 \cdot 10^3$

Das höhere akustische Schalldruckspektrum im Fall T1 kann auf den Einfluss der Wand-Randbedingungen zurückgeführt werden. Die Schallwellen werden am Rand reflektiert und erhöhen den Schalldruck an der Mikrofonposition.

Zwischen den Testfällen T0 und T3 ist eine starke Übereinstimmung insbesondere bis zu einer Strouhalzahl von 10^2 zu erkennen. Dies verdeutlicht den geringen Einfluss der Interpolation auf das akustische Feld und zeigt zudem, dass die geringe Auflösung der Konfiguration T3 ausreichend für die akustische Simulation ist.

Kapitel 5

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden der Einfluss des Interpolationsfehlers und der Randbedingungen auf die akustische Emission untersucht. Hierzu wurde zunächst das genutzte Interpolationsverfahren der inversen Distanzgewichtung mit Hilfe eines eindimensionalen Testfalls auf Basis der Sinusfunktion untersucht. Anschließend wurden drei verschiedene Konfigurationen mit unterschiedlichen Gitterauflösungen und Randbedingungen der akustischen Simulation einer Verbrennungssimulation nach Pausch, Herff et al. [20] analysiert.

Die Ergebnisse der analytischen und experimentellen Untersuchungen des Interpolationsverfahrens legen eine Erhöhung des Interpolationsparameters p der inversen Distanzgewichtung für zukünftige Akustiksimulationen nahe.

Die unterschiedlich aufgelösten Konfigurationen mit Wand-Randbedingungen führten zu Ergebnissen mit sehr ähnlichen Verläufen, sodass die genutzten Gitterauflösungen weder den Interpolationsfehler, noch die Wand-Randbedingungen in relevantem Maß negativ beeinflussen. Anhand des Testfalls ohne Wand-Randbedingungen konnte gezeigt werden, dass die Nutzung eines gering aufgelösten akustischen Gitters in Verbindung mit der inversen Distanzgewichtung zu dem zum Vergleich hinzugezogenen Referenzfall ohne Interpolation eine hohe Übereinstimmung besitzt. Die Ergebnisse zeigten sich jeweils für die Gesamtschalldrücke, sowie die spektrale Verteilung.

Für die in dieser Arbeit untersuchten Konfigurationen zeigte sich, dass der geringe Interpolationsfehler gegenüber dem deutlich größeren Einfluss der Wand-Randbedingungen vernachlässigt werden kann. Die niedrigere Auflösung der Konfigurationen T1 und T3 kann in zukünftigen akustischen Simulationen als Referenz genutzt werden, da kein negativer Einfluss auf die Ergebnisse beobachtet werden konnte.

Aufbauend auf dieser Arbeit können nun die verbesserten Interpolationsparameter sowie die

alternativen Verfahren wie adaptive inverse Distanzgewichtung oder Gauß-Quadratur getestet werden. Um den Einfluss der, durch die Interpolation entstandenen, Schwingungen zu untersuchen, kann die Quelle in zukünftigen Simulationen gefiltert werden.

Literaturverzeichnis

- [1] BORIS, J. P. ; GRINSTEIN, F. F. ; ORAN, E. S. ; KOLBE, R. L.: New Insights into Large Eddy Simulation. In: *Fluid Dyn. Res.* 10 (1992), S. 199–228
- [2] BUI, T. P. ; SCHRÖDER, W. ; MEINKE, M. : Numerical analysis of the acoustic field of reacting flows via acoustic perturbation equations. In: *Comput. Fluids* 37 (2008), S. 1157–1169
- [3] EWERT, R. ; SCHRÖDER, W. : Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering. In: *J. Comput. Phys.* 188 (2003), S. 365–398
- [4] FERZIGER, J. H. ; ECHEKKI, T. : A Simplified Reaction Rate Model and its Application to the Analysis of Premixed Flames. In: *Combust. Sci. Technol.* 89 (1993), S. 293–315
- [5] FRANKE, R. : Scattered Data Interpolation: Tests of Some Methods. In: *Math. Comput.* 38 (1982), S. 181–200
- [6] GEISER, G. ; SCHLIMPERT, S. ; SCHRÖDER, W. : Thermoacoustical noise induced by laminar flame annihilation at varying flame thicknesses. In: *AIAA Paper* (2012), Nr. 2012-2093
- [7] GÜNTHER, C. ; MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. : A flexible level-set approach for tracking multiple interacting interfaces in embedded boundary methods. In: *Comput. Fluids* 102 (2014), S. 182–202
- [8] HARTMANN, D. ; MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. : An Adaptive Multilevel Multigrid Formulation for Cartesian Hierarchical Grid Methods. In: *Comput. Fluids* 37 (2008), S. 1103–1125
- [9] HARTMANN, D. ; MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. : Differential equation based constrained reinitialization for level set methods. In: *J. Comput. Phys.* 227 (2008), S. 6821–6845
- [10] HARTMANN, D. ; MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. : An Adaptive Dual-Mesh Method for Premixed Combustion Using the Level-Set Approach. In: *AIAA Paper* (2010), Nr. 2010-1068

- [11] HARTMANN, D. ; MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. : The constrained reinitialization equation for level set methods. In: *J. Comput. Phys.* 229 (2010), S. 1514–1535
- [12] HARTMANN, D. ; MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. : A level-set based adaptive-grid method for premixed combustion. In: *Combust. Flame* 158 (2011), S. 1318–1339
- [13] HU, F. Q. ; HUSSAINI, M. Y. ; MANTHEY, J. L.: Low-Dissipation and Low-Dispersion Runge-Kutta Schemes for Computational Acoustics. In: *J. Comput. Phys.* 124 (1996), S. 177–191
- [14] JOHANSSON, S. : High Order Finite Difference Operators ith the Summation by Parts Property Based on DRP Schemes. In: *Tech. Rep.* (2004)
- [15] LINTERMANN, A. ; SCHLIMPERT, S. ; GRIMMEN, J. H. ; GÜNTHER, C. ; MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. : Massively parallel grid generation on HPC systems. In: *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 277 (2014), S. 131–153
- [16] LU, G. Y. ; WONG, D. W.: An adaptive inverse-distance weighting spatial interpolation technique. In: *Comput. Geosci.* 34 (2008), S. 1044–1055
- [17] MEI, G. ; XU, L. ; XU, N. : Accelerating adaptive inverse distance weighting interpolation algorithm on a graphics processing unit. In: *Royal Soc. Open Sci.* (2017), Nr. 170436
- [18] MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. ; KRAUSE, E. ; RISTER, T. : A comparison of second- and sixth-order methods for large-eddy simulations. In: *Comput. Fluids* 31 (2002), S. 695–718
- [19] MOUREAU, V. ; FIORINA, B. ; PITSCH, H. : A level set formulation for premixed combustion LES considering the turbulent flame structure. In: *Combust. Flame* 156 (2009), S. 801–812
- [20] PAUSCH, K. ; HERFF, S. ; SCHLIMPERT, S. ; MEINKE, M. ; SCHROEDER, W. : Acoustic flame response of a round and a slot burner. In: *AIAA Paper* (2017), Nr. 2017-3360
- [21] PITSCH, H. : A Consistent Level Set Formulation for Large-Eddy Simulation of Premixed Turbulent Combustion. In: *Combust. Flame* 143 (2005), S. 587–598
- [22] POINSOT, T. ; ECHEKKI, T. ; MUNGAL, M. G.: A Study of the Laminar Flame Tip and Implications for Premixed Turbulent Combustion. In: *Combust. Sci. Technol.* 81 (1992), S. 45–73
- [23] POINSOT, T. ; VEYNANTE, D. : *Theoretical and numerical combustion.* RT Edwards, Inc., 2005

- [24] SCHLIMPERT, S. ; KOH, S. R. ; PAUSCH, K. ; MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. : Analysis of combustion noise of a turbulent premixed slot jet flame. In: *Combust. Flame* 175 (2017), S. 292–306
- [25] SCHLOTTKE-LAKEMPER, M. ; MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. : *A Hybrid Discontinuous Galerkin-Finite Volume Method for Computational Aeroacoustics*. Springer, 2016. – 743–753 S.
- [26] SCHNEIDERS, L. ; GÜNTHER, C. ; MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. : An efficient conservative cut-cell method for rigid bodies interacting with viscous compressible flows. In: *J. Comput. Phys.* 311 (2016), S. 62–86
- [27] SCHNEIDERS, L. ; HARTMANN, D. ; MEINKE, M. ; SCHRÖDER, W. : An accurate moving boundary formulation in cut-cell methods. In: *J. Comput. Phys.* 235 (2013), S. 786–809
- [28] SCHRÖDER, T. ; P., S. ; VON ESTORFF, O. : Influence of source term interpolation on hybrid computational aeroacoustics in finite volumes. In: *Proceedings of Internoise* (2016)
- [29] STANESCU, D. ; HABASHI, W. : 2N-Storage Low Dissipation and Dispersion Runge-Kutta Schemes for Computational Acoustics. In: *J. Comput. Phys.* 143 (1998), S. 674–681
- [30] TAM, C. K. W. ; WEBB, J. C.: Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics. In: *J. Comput. Phys.* 107 (1993), S. 262–281

Eidesstattliche Versicherung Statutory Declaration in Lieu of an Oath

Zilles, Daniel

Name, Vorname/Last Name, First Name

Matrikelnummer (freiwillige Angabe)

Matriculation No. (optional)

Ich versichere hiermit an Eides Statt, dass ich die vorliegende Arbeit/Bachelorarbeit/
Masterarbeit* mit dem Titel

I hereby declare in lieu of an oath that I have completed the present paper/Bachelor thesis/Master thesis* entitled

Einfluss der räumlichen Quellterminterpolation auf die numerische Vorhersage von turbulentem Verbrennungslärm

The effect of spatial source interpolation on the numerical prediction of turbulent combustion noise

selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe erbracht habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt. Für den Fall, dass die Arbeit zusätzlich auf einem Datenträger eingereicht wird, erkläre ich, dass die schriftliche und die elektronische Form vollständig übereinstimmen. Die Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

independently and without illegitimate assistance from third parties. I have used no other than the specified sources and aids. In case that the thesis is additionally submitted in an electronic format, I declare that the written and electronic versions are fully identical. The thesis has not been submitted to any examination body in this, or similar, form.

Aachen, 19.12.2017

Ort, Datum/City, Date

Unterschrift/Signature

*Nichtzutreffendes bitte streichen

*Please delete as appropriate

Belehrung:

Official Notification:

§ 156 StGB: Falsche Versicherung an Eides Statt

Wer vor einer zur Abnahme einer Versicherung an Eides Statt zuständigen Behörde eine solche Versicherung falsch abgibt oder unter Berufung auf eine solche Versicherung falsch aussagt, wird mit Freiheitsstrafe bis zu drei Jahren oder mit Geldstrafe bestraft.

Para. 156 StGB (German Criminal Code): False Statutory Declarations

Whoever before a public authority competent to administer statutory declarations falsely makes such a declaration or falsely testifies while referring to such a declaration shall be liable to imprisonment not exceeding three years or a fine.

§ 161 StGB: Fahrlässiger Falschheit; fahrlässige falsche Versicherung an Eides Statt

(1) Wenn eine der in den §§ 154 bis 156 bezeichneten Handlungen aus Fahrlässigkeit begangen worden ist, so tritt Freiheitsstrafe bis zu einem Jahr oder Geldstrafe ein.

(2) Straflosigkeit tritt ein, wenn der Täter die falsche Angabe rechtzeitig berichtigt. Die Vorschriften des § 158 Abs. 2 und 3 gelten entsprechend.

Para. 161 StGB (German Criminal Code): False Statutory Declarations Due to Negligence

(1) If a person commits one of the offences listed in sections 154 through 156 negligently the penalty shall be imprisonment not exceeding one year or a fine.

(2) The offender shall be exempt from liability if he or she corrects their false testimony in time. The provisions of section 158 (2) and (3) shall apply accordingly.

Die vorstehende Belehrung habe ich zur Kenntnis genommen:

I have read and understood the above official notification:

Aachen, 19.12.2017

Ort, Datum/City, Date

Unterschrift/Signature