ЛР № 6 Задание 2.1 Кирилло Д-С

четверг, 28 апреля 2022 г. 15:32

$$N_{n+1} = \frac{R N_n^2}{\frac{(R-1) N_n^2}{M} + N_n + S}$$, где

$R = const > 1$, $M = const > 0$, $S = const > 0$

Неподвижные точки:

$$N^* = \frac{R (N^*)^2}{\frac{(R-1)(N^*)^2}{M} + N^* + S}$$

В дальнейшем опустим * в обозначениях

$$N\left(1 - \frac{RN}{\frac{(R-1)N^2}{M} + N + S}\right) = 0$$

$N_1 = 0$

$$\frac{RNM}{(R-1)N^2 + MN + SM} = 1$$

$$RNM = (R-1)N^2 + MN + SM,$$

при этом $(R-1)N^2 + MN + SM \neq 0$

$$N^2 + N\left(\frac{M - RM}{R-1}\right) + \frac{SM}{R-1} = 0$$

$$N^2 - MN + \frac{SM}{R-1} = 0$$

$$D = M^2 - 4\frac{SM}{R-1}$$

$$N_{2,3} = \frac{M \pm \sqrt{M^2 - \frac{4SM}{R-1}}}{2}$$

$N_1 = 0$

$$f(N) = \frac{R N^2}{\frac{(R-1) N^2}{M} + N + S}$$, где

$R = const > 1$, $M = const > 0$, $S = const > 0$

По теореме об устойчивости неподвиж. точки, найдем производную ф-ции $f(N)$:

$$f'(N) = \frac{2NR\left(\frac{(R-1)}{M}N^2 + N + S\right) - \left(\frac{2(R-1)}{M}N + 1\right)RN^2}{\left(\frac{(R-1)N^2}{M} + N + S\right)^2} =$$

$$= \frac{RN^2 + 2NRS}{\left(\frac{(R-1)N^2}{M} + N + S\right)^2}$$

$f'(N_1) = 0 \Rightarrow$ т. N_1 явл. асимптотич. устойчивой, т.к. $|f'(N_1)| < 1$

Определим устойчивость точек N_2 и N_3 при помощи Wolfram Mathematica