

МНБ ММФС Задание 2.1 Курсов Д-Е

пятница, 22 апреля 2022 г. 11:41

Дано: $x'(t) = -\frac{\omega x(t-T)}{2T} \quad (*)$

Док-тб: $x(t) = C \cos\left(\frac{\omega t}{2T}\right)$ — решение
для $(*)$ при $\forall C$ и $T = \text{const} > 0$

Решение: $x(t) = C \cos\left(\frac{\omega t}{2T}\right)$

$$x'(t) = -\frac{\omega}{2T} C \sin\left(\frac{\omega t}{2T}\right)$$

Подставляем последнее в $(*)$
и учитываем условие, что

$$x(t) = C \cos\left(\frac{\omega t}{2T}\right), \text{ получаем:}$$

$$-\frac{\omega}{2T} C \sin\left(\frac{\omega t}{2T}\right) = -\frac{\omega}{2T} C \cos\left(\frac{\omega(t-T)}{2T}\right)$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\omega t}{2T}\right) = \cos\left(\frac{\omega}{2T}(t-T)\right)$$

$$\sin\left(\frac{\omega t}{2T}\right) = \cos\left(\frac{\omega t}{2T} - \frac{\omega}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\omega t}{2T}\right) = \sin\left(\frac{\omega t}{2T}\right)$$

Ч. т. д. \Rightarrow

$$\Rightarrow x(t) = C \cos\left(\frac{\omega t}{2T}\right) \text{ решение}$$

для $(*)$ при $\forall C$ и $T = \text{const} > 0$