

ЛР №2 ММДС Задача 2.2 Киринко Д.Е.

четверг, 17 марта 2022 г. 22:28

Рассмотрим след. МАТ. модель ~~мат.~~ механического осциллятора с учетом сопротивления среды:

$$m \ddot{r}_t + k r_t + \mu \dot{r}_t = 0.$$

$$\text{З } \dot{r}_t = v \quad \wedge \quad v'_t = -\omega^2 r_t - \frac{\mu}{m} v_t,$$

$$\text{где } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \text{const} > 0.$$

Тогда соотв. еб ДС:

$$\begin{pmatrix} r \\ v \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -\frac{\mu}{m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ v \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -\frac{\mu}{m} \end{pmatrix}$$

Характер. уравн-е:

$$\det(A - \lambda E) = \begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ -\omega^2 & -\frac{\mu}{m} - \lambda \end{vmatrix} =$$
$$= \frac{\mu}{m} \lambda + \lambda^2 + \omega^2$$

$$\text{Тогда: } \lambda^2 + \frac{\mu}{m} \lambda + \omega^2 = 0;$$

$$D = \left(\frac{\mu}{m}\right)^2 - 4\omega^2;$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\frac{\mu}{m} \pm \sqrt{\left(\frac{\mu}{m}\right)^2 - 4\omega^2}}{2},$$

$$\text{ко т.к. } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \text{const} > 0,$$

$$\text{то } \lambda_{1,2} = \frac{-\frac{\mu}{m} \pm \sqrt{\left(\frac{\mu}{m}\right)^2 - 4\frac{k}{m}}}{2}$$