Рассмотрим систему урав-й Лотки-Вольтерра:

$$\begin{cases} \dfrac{dN}{dt} = \alpha N - cNM, \\[2mm] \dfrac{dM}{dt} = -\beta M + \tilde{d} NM, \end{cases}$$

где $N = N(t) \geq 0$,
$M = M(t) \geq 0$,
$\alpha = const > 0$, $\beta = const > 0$,
$c = const > 0$, $\tilde{d} = const > 0$.

Построим дифф. урав-е фазовых траекторий для вышеприведенной мат. модели:

$$\begin{cases} \dfrac{dN}{\alpha N - cNM} = dt, \\[2mm] \dfrac{dM}{\tilde{d} NM - \beta M} = dt \end{cases} \quad (*)$$

Тогда из $(*)$ следует, что

$$\frac{dN}{\alpha N - cNM} = \frac{dM}{\tilde{d} NM - \beta M} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dN}{dM} = \frac{N(\alpha - cM)}{M(-\beta + \tilde{d} N)};$$

$$\frac{dN(-\beta + \tilde{d} N)}{N} = \frac{dM(\alpha - cM)}{M};$$

$$\int \frac{dN(-\beta + \tilde{d} N)}{N} = \int \frac{dM(\alpha - cM)}{M};$$

$$-\beta \ln N + \tilde{d} N = \alpha \ln M - cM + const;$$

Тогда получаем:

$$-\tilde{d} N(t) - cM(t) + \ln\left(M(t)^{\alpha} N(t)^{\beta}\right) =$$
$$= const.$$

Ч. Т. Д.   и найти °°