

Л.Р. №3 ММДС Задача 1.3 Карлю Д.Е.
понедельник, 14 марта 2022 г. 13:09

Найдём длину стержня l для
создания секундного маятника
с $T=2c$.

Рассмотрим модель маятника колеблющегося
маятника:

$$\begin{cases} \alpha''(t) + \frac{g}{l} \alpha(t) = 0, \\ \alpha(0) = \alpha_0, \\ \omega(0) = \omega_0. \end{cases}$$

Решим функцию заданную выше:

$$\alpha'' + \frac{g}{l} \alpha = 0; \quad \alpha' = 1 \Rightarrow \alpha'' = 1^2.$$

Характер. уравн-е: $1^2 + \frac{g}{l} = 0;$

$$1_{1,2} = \pm i \sqrt{\frac{g}{l}};$$

$$\alpha = C_1 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}} t\right) + C_2 \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}} t\right);$$

$$\alpha_0 = C_1 = \alpha(0);$$

$$\alpha'(0) = C_2 \sqrt{\frac{g}{l}} = \omega_0;$$

$$\alpha(t) = \alpha_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{l}} t\right) + \omega_0 \sqrt{\frac{l}{g}} \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}} t\right),$$

где $\sqrt{\frac{g}{l}} = \omega$.

Период колебаний можно выразить
след. образом:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Т.к., по условию, $T=2c$, то

$$2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

$$\sqrt{l} = \frac{\sqrt{g}}{\pi};$$

$$l = \frac{g}{\pi^2}.$$

Т.к. $g = 9,807$, а $\pi = 3,14$, то

$$l = \frac{9,807}{(3,14)^2} = 0,9946 \approx 1 \text{ м.}$$

Ответ: $l \approx 1 \text{ м.}$