ММДС ЛР №2 Задание 4.2 Кирилло Д.Е.

пятница, 11 марта 2022 г. 10:43

Анализ собств. знач. м-цы системы:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} -k_2 & 0 \\ k_2 & -k_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Downarrow$ (* находим положения равновесия *)

$$\begin{cases} k_1 - k_2 x = 0 \\ k_2 x - k_3 y = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Полож. равновесия: } \begin{cases} x^* = \dfrac{k_1}{k_2}, \\ y^* = \dfrac{k_1}{k_3} \end{cases}$$

Рассмотрим случай с особой точкой:

Сделаем замену: $\begin{cases} \tilde{x} = x - x^*, \\ \tilde{y} = y - y^* \end{cases}$

Также $\begin{cases} x'(t) = \tilde{x}'(t), \\ y'(t) = \tilde{y}'(t) \end{cases}$

Получаем: $\tilde{x}'(t) = k_1 - k_2\left(\tilde{x} + \dfrac{k_1}{k_2}\right) = -k_2 \tilde{x}$;

$$\tilde{y}'(t) = k_2(\tilde{x} + x^*) - k_3(\tilde{y} + y^*) = k_2\left(\tilde{x} + \frac{k_1}{k_2}\right) - k_3\left(\tilde{y} + \frac{k_1}{k_3}\right) = k_2 \tilde{x} - k_3 \tilde{y}.$$

Т.е. $\begin{cases} \tilde{x}' = -k_2 \tilde{x}, \\ \tilde{y}' = k_2 \tilde{x} - k_3 \tilde{y} \end{cases}$

Тогда:

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} -k_2 & 0 \\ k_2 & -k_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix}$$

Характ. уравн-е:

$$A - \lambda E = \begin{pmatrix} -k_2 - \lambda & 0 \\ k_2 & -k_3 - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

Отсюда получаем $(-k_2 - \lambda)(k_3 + \lambda) = 0$,

Тогда $\lambda_1 = -k_2$; $\lambda_2 = -k_3$

Исходя из полученных значений, наша точка явл. узловой точкой.

Из этого следует, что хим. реакция явл. устойчивой и хим. реакция будет тянуть на равновесное значение и, как следствие, выходить на своё положение равновесия