ЛР №4 ММДС Задание 1.3 Кирилло Д. Е.

пятница, 8 апреля 2022 г. 08:40

Грипп H_3N_2: $n_1 = 6\ \frac{\text{контакт}}{\text{день}}$; $t_1 = 3$ дня;

Коро: $n_2 = 18\ \frac{\text{контакт}}{\text{день}}$; $t_2 = 8$ дней.

$$p > p^* = 1 - \frac{1}{R_0}, \text{ где}$$

$$R_0 = \frac{S_0}{\rho}; \Rightarrow p = 1 - \frac{\rho}{S_0}, \text{ где}$$

$$S_0 = (1-p)N_0 - \frac{N_0}{100}; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = 1 - \frac{100\rho}{100(1-p)N_0 - N_0} \Rightarrow$$

$$\rho = \frac{\alpha}{r}; \quad \alpha = \frac{1}{t}; \quad r = \frac{n}{N_0 \cdot t}; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{N_0 \cdot t}{n\, t} = \frac{N_0}{n} \Rightarrow$$

$$p = 1 - 100\frac{N_0}{n} \cdot \frac{1}{100(1-p)N_0 - N_0} =$$

$$= 1 - \frac{100}{n(100-p-1)} = 1 - \frac{100}{99n - pn}$$

Т.к. 1-ые два уравн-я SIR-модели не зависят от R, то качеств. исслед-е можно осущ. на основе ДС 2-го порядка

$$\begin{cases} S' = -rSI, \\ I' = rSI - \alpha I \end{cases}$$

Разделим 2 уравн-е ~~на~~ на 1 и получаем: (при условии, что $I \neq 0$)

$$\frac{dI}{dS} = -1 + \frac{\alpha}{rS} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dI = \left(-1 + \frac{\alpha}{rS}\right)dS;$$

$$\int_{I_0}^{I} d\tilde{I} = \int_{S_0}^{S}\left(-1 + \frac{\alpha}{r\tilde{S}}\right)d\tilde{S};$$

$$I - I_0 = -S + S_0 + \frac{\alpha}{r}\ln\frac{S}{S_0};$$

$$I + \frac{\alpha}{r} - \frac{\alpha}{r}\ln S = const \text{ — первый интеграл ДС}$$

Если $S = \frac{\alpha}{r} = \rho$, то $\frac{dI}{dS} = 0$ и

$$I_{max} = N_0 - \frac{\alpha}{r} + \frac{\alpha}{r}\ln\frac{\alpha}{rS_0},$$

если $S_0 > \frac{\alpha}{\rho}$. Т.к. $S_0 = N_0 - I_0$, то

$$I_{max} = N - \frac{\alpha}{r} + \frac{\alpha}{r}\ln\frac{\alpha}{r(N_0 - I_0)}$$

Т.к. $\frac{\alpha}{r} = \frac{N_0}{n}$, то

$$I_{max} = N_0 - \frac{N_0}{n} + \frac{N_0}{n}\ln\frac{N_0}{n(N_0 - I_0)}$$