

$$r'' + \omega^2 r = 0; \quad r' = 1 \Rightarrow r'' = 1^2$$

Характер. уравн-е: $\lambda^2 + \omega^2 = 0;$

$$\lambda_{1,2} = \pm i\omega;$$

$$r = C_1 \cos(\omega t) + C_2 \sin(\omega t);$$

$$r_0 = C_1 = r(0);$$

$$r'(0) = -C_1 \omega + \sin 0 + C_2 \omega \cos(0) = C_2 \omega = v_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r(t) = r_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t)$$

$$B \cos \alpha + A \sin \alpha = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\alpha + \varphi)$$

Используем формулы тригонометрии.

Ф-лу, получаем:

$$\cos \varphi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad \sin \varphi = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\Rightarrow A = r_0; \quad B = \frac{v_0}{\omega};$$

Тогда:

$$\varphi = \pm \arccos \left(\frac{\omega^2 r_0 - \sqrt{\frac{v_0^2 + \omega^2 r_0^2}{\omega^2}}}{v_0^2 + r_0^2 \omega^2} \right),$$

$$\Rightarrow \alpha = \omega t;$$

$$\text{Тогда: } \sqrt{A^2 + B^2} \cos(\alpha + \varphi) =$$

$$= \sqrt{r_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \times$$

$$\times \cos \left(\omega t + \arccos \left(\frac{r_0 \omega^2 - \sqrt{r_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}}{v_0^2 + r_0^2 \omega^2} \right) \right)$$

Отсюда получаем, что амплитуда A равна:

$$A = \sqrt{r_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}, \quad \text{г.к. } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \text{ то}$$

$$\text{получаем: } \sqrt{r_0^2 + \frac{m v_0^2}{k}} \leq L, \text{ где}$$

L — расстояние между положением равновесия $r=0$ и стеной, к кот. крепится пружина