

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа

Математическая модель и задача оптимизации игры Каркассон

Подготовил студент 4-го курса
Урбанович Дмитрий Игоревич

Научный руководитель:
ст.преп. И.И. Козлов

Минск, 2025

Описание игры и ключевые понятия

Жанр: Настольная стратегическая игра немецкого стиля (Eurogame).

Компоненты: 72 квадрата местности (тайлы) и набор фишек (миплы).

Механика: Пошаговое выкладывание тайлов. Главное условие — топологическая связность (дорога к дороге, город к городу).

Цель: Стратегическое размещение миплов на объекты (города, дороги, монастыри, поля) для максимизации очков.

В контексте модели: Четкие правила соседства и дискретное поле делают игру идеальной средой для тестирования алгоритмов.



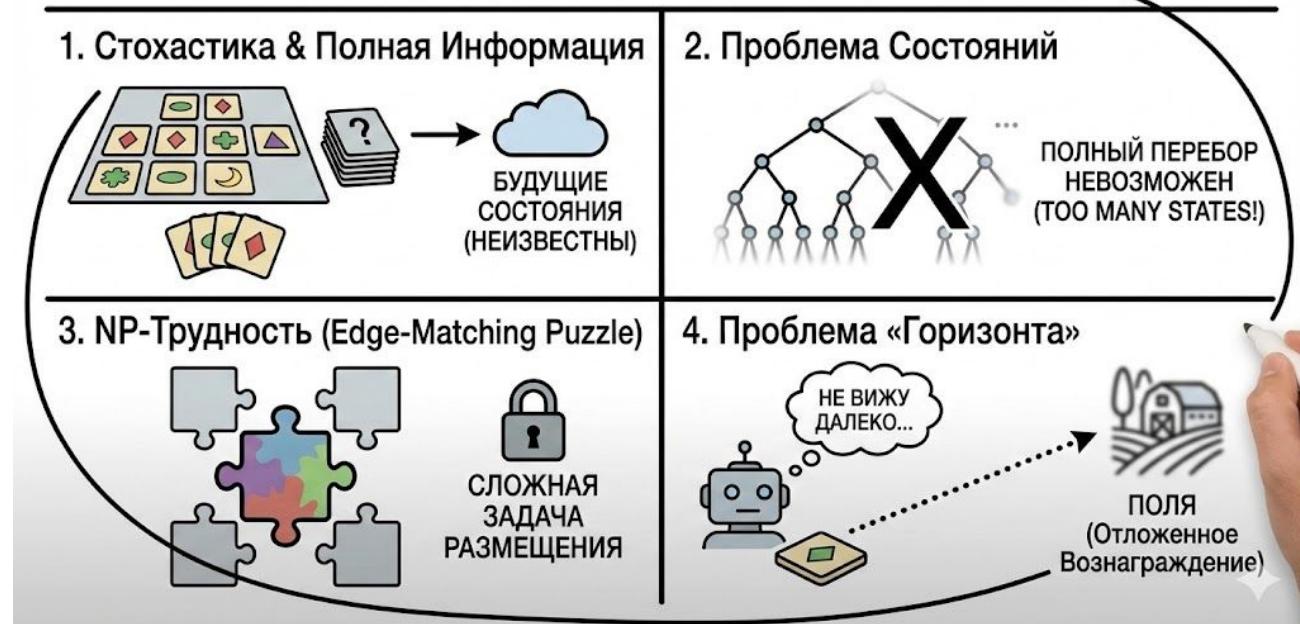
Актуальность и проблематика

Объект исследования: Стохастическая игра с полной информацией.

Проблема состояний: Пространство решений исключает полный перебор.

NP-трудность: Задача оптимального размещения эквивалентна обобщенной задаче Edge-Matching Puzzle.

Проблема «горизонта»: Отложенное вознаграждение (очки за поля) снижает эффективность классических жадных алгоритмов.



Цель и задачи работы

Цель: Разработка гибридного алгоритма оптимизации стратегии, объединяющего символьные вычисления (MCP) и эвристический поиск на базе LLM.



Формализация

Описать поле как динамический планарный граф, а размещение как задачу удовлетворения ограничений (CSP).



Архитектура

Разработать сервер Model Context Protocol (MCP) для детерминированного расчета допустимости ходов.



Алгоритм

Использование LLM для генерации высокоуровневых стратегических гипотез.

Математическая модель и стек

Представление состояния

Игровое поле моделируется как граф , где $= VE$

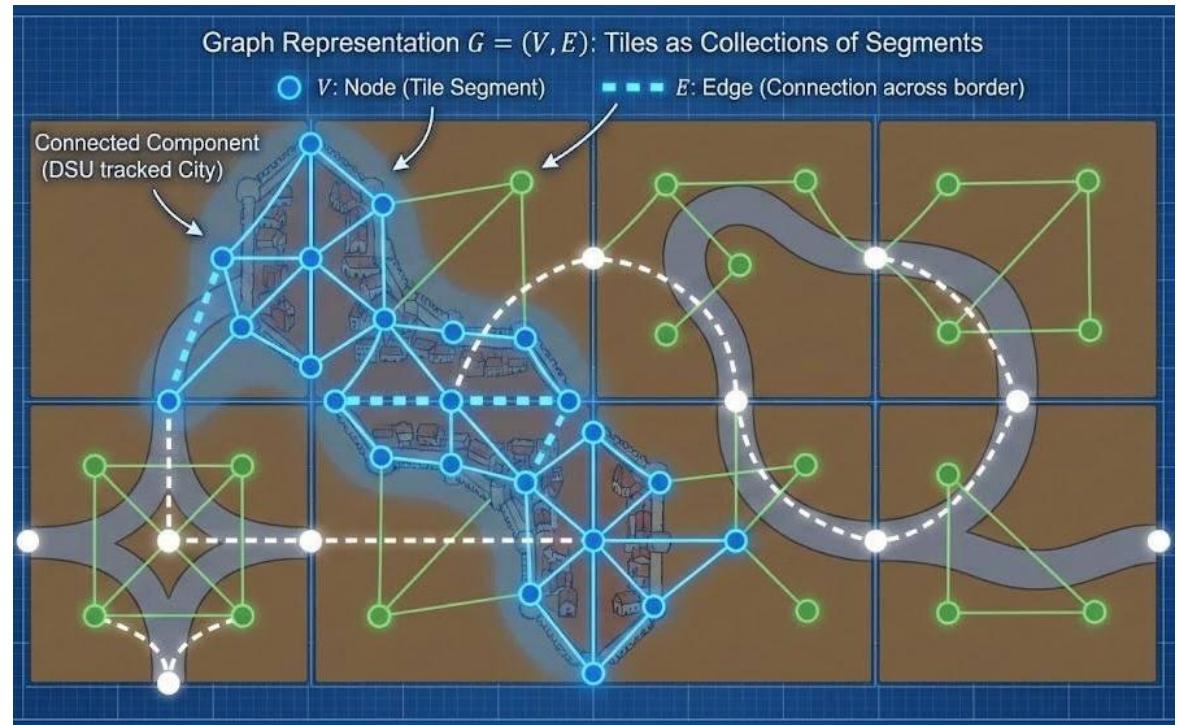
- › V множество сегментов тайлов (город, дорога, поле).
- › E связи между сегментами.

Используется структура данных **Disjoint-Set Union (DSU)** для отслеживания связности компонентов за почти линейное время

.

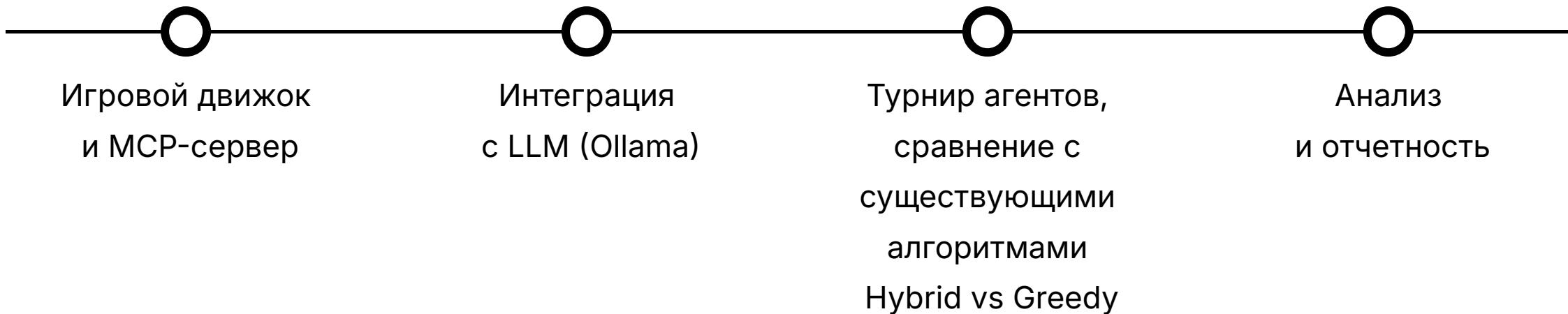
Архитектура решения

- › **Logic Layer:** Python + MCP Server (Строгая математика, геометрия, правила игры).
- › **Strategy Layer:** Local LLM (Ollama) для выбора приоритетов (например, «агрессивное блокирование»).
- › **Protocol:** JSON-RPC 2.0 (MCP) для надежной связи слоев.



Пример графового представления игрового поля

План работы



Целевой результат

</> Программный продукт

Автономный игровой агент, работающий локально без доступа к внешним API.

Агент способен играть полную партию по правилам 3-й редакции Каркасона, корректно обрабатывая все типы тайлов.

🧪 Научный результат

Количественная оценка эффективности применения больших языковых моделей (LLM) в качестве эвристической функции.

Анализ применимости подхода для класса задач комбинаторной оптимизации на динамических графах.

Список литературы

- Sutton, R. S., & Barto, A. G. (2018).** "Reinforcement Learning: An Introduction". (Теория стохастических сред и отложенного вознаграждения).
- Kárná, L. (2012).** "Carcassonne – description of the game". (Theory of Graphs application).
- Heyden, C. (2009).** "Implementing a computer player for Carcassonne". (Star2.5 analysis).
- Ameneyro, F. et al. (2020).** "Playing Carcassonne with Monte Carlo Tree Search".
- Anthropic. (2024).** "Model Context Protocol Specification".
- Knuth, D. E.** "Dancing Links". (Exact cover algorithms).
- Yao, S. et al. (2024).** "Tree of Thoughts: Deliberate Problem Solving with Large Language Models". (Методология использования LLM для стратегического планирования).