

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа

Математическая модель и задача оптимизации игры Каркассон

Подготовил студент 4-го курса
Урбанович Дмитрий Игоревич

Научный руководитель:
ст.преп. И.И. Козлов

Минск, 2025

Описание игры и ключевые понятия

Жанр: Настольная стратегическая игра немецкого стиля (Eurogame).

Компоненты: 72 квадрата местности (тайлы) и набор фишек (миплы).

Механика: Пошаговое выкладывание тайлов. Главное условие — топологическая связность (дорога к дороге, город к городу).

Цель: Стратегическое размещение миплов на объекты (города, дороги, монастыри, поля) для максимизации очков.

В контексте модели: Четкие правила соседства и дискретное поле делают игру идеальной средой для тестирования алгоритмов.



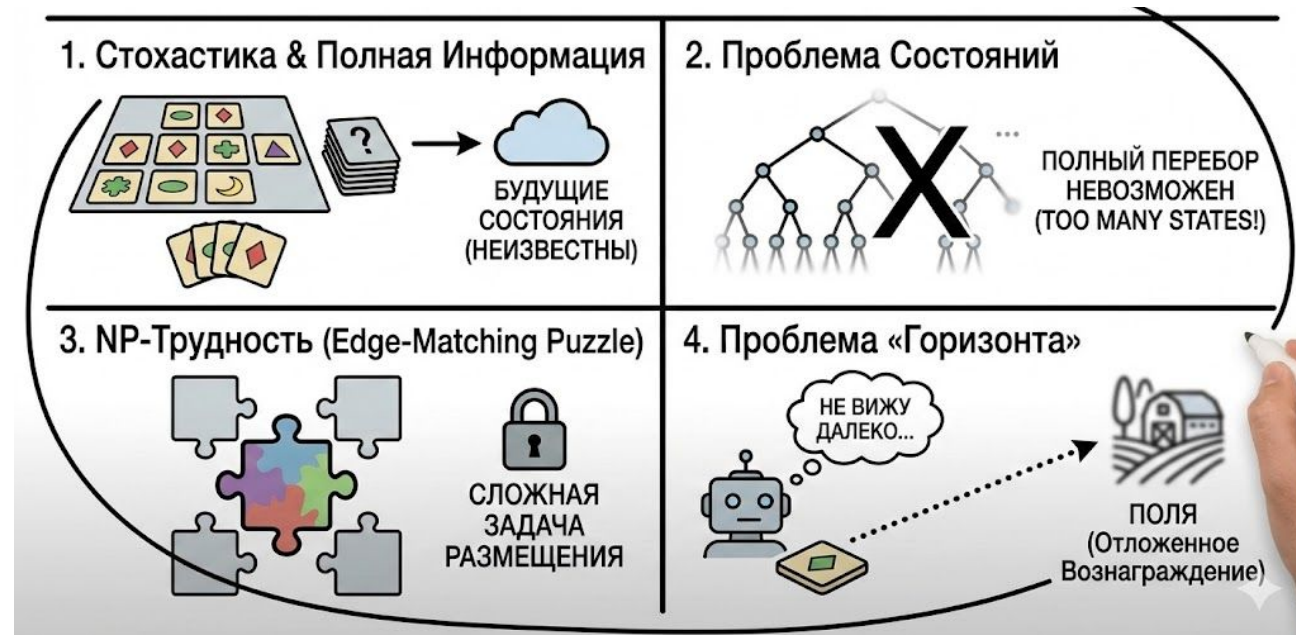
Актуальность и проблематика

Объект исследования: Стохастическая игра с полной информацией.

Проблема состояний: Пространство решений исключает полный перебор.

NP-трудность: Задача оптимального размещения эквивалентна обобщенной задаче Edge-Matching Puzzle.

Проблема «горизонта»: Отложенное вознаграждение (очки за поля) снижает эффективность классических жадных алгоритмов.



Цель и задачи работы

Цель: Разработка гибридного алгоритма оптимизации стратегии, объединяющего символьные вычисления (MCP) и эвристический поиск на базе LLM.



Формализация

Описать поле как динамический планарный граф, а размещение как задачу удовлетворения ограничений (CSP).



Архитектура

Разработать сервер Model Context Protocol (MCP) для детерминированного расчета допустимости ходов.



Алгоритм

Использование LLM для генерации высокоуровневых стратегических гипотез.

Математическая модель и стек

Представление состояния

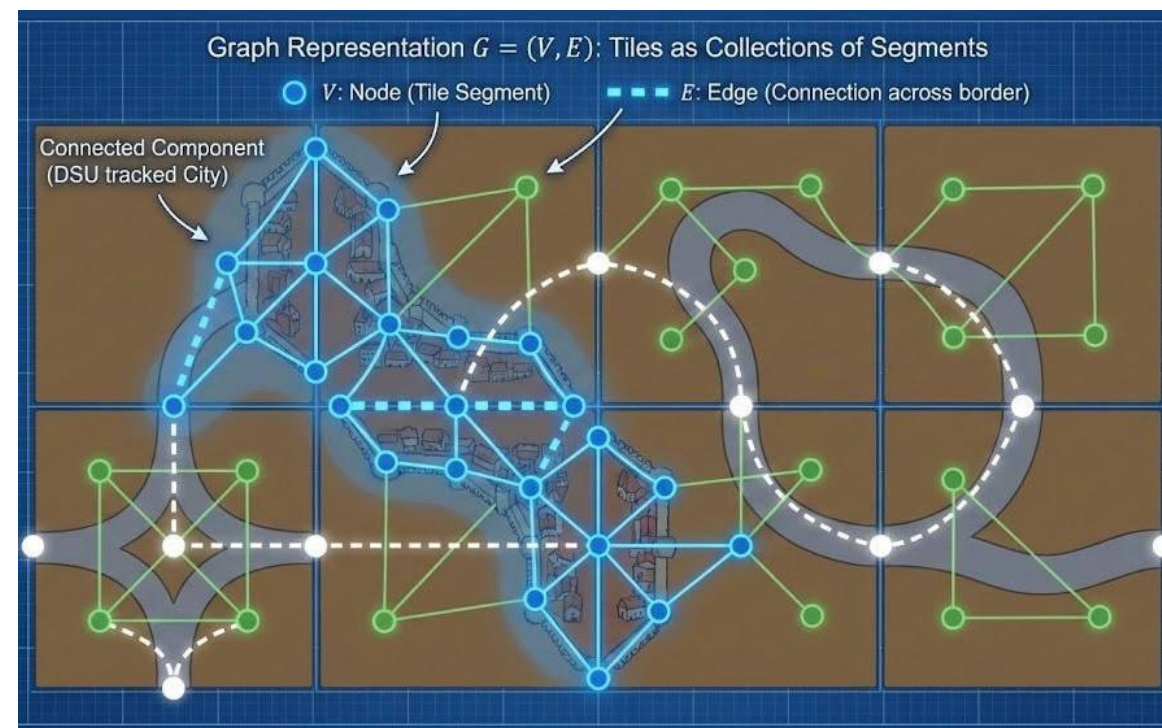
Игровое поле моделируется как граф, где $V \cup E$

- V множество сегментов тайлов (город, дорога, поле).
- E связи между сегментами.

Используется структура данных **Disjoint-Set Union (DSU)** для отслеживания связности компонентов за почти линейное время

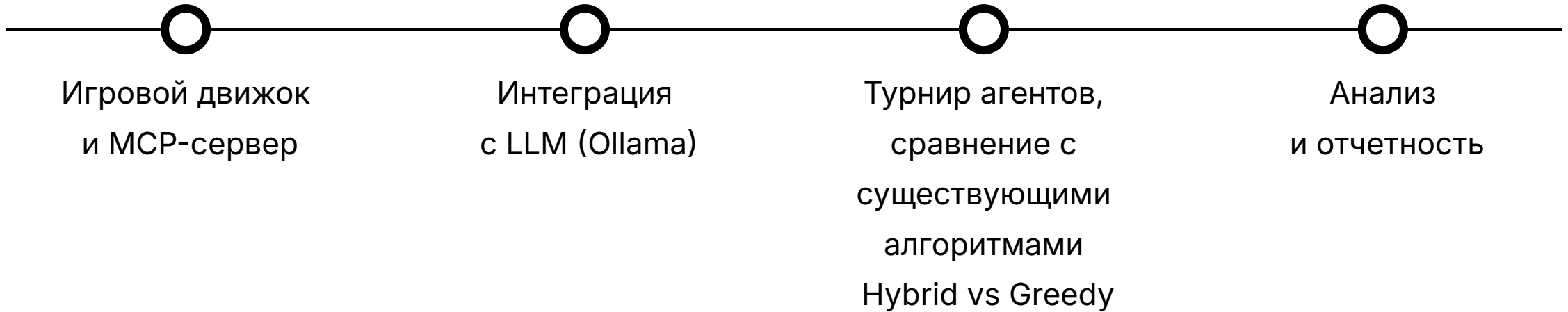
Архитектура решения

- **Logic Layer:** Python + MCP Server (Строгая математика, геометрия, правила игры).
- **Strategy Layer:** Local LLM (Ollama) для выбора приоритетов (например, «агрессивное блокирование»).
- **Protocol:** JSON-RPC 2.0 (MCP) для надежной связи слоев.



Пример графового представления игрового поля

План работы



Целевой результат

Программный продукт

Автономный игровой агент, работающий локально без доступа к внешним API.

Агент способен играть полную партию по правилам 3-й редакции Каркассона, корректно обрабатывая все типы тайлов.

Научный результат

Количественная оценка эффективности применения больших языковых моделей (LLM) в качестве эвристической функции.

Анализ применимости подхода для класса задач комбинаторной оптимизации на динамических графах.

Список литературы

Sutton, R. S., & Barto, A. G. (2018). "Reinforcement Learning: An Introduction". (Теория стохастических сред и отложенного вознаграждения).

Kárná, L. (2012). "Carcassonne – description of the game". (Theory of Graphs application).

Heyden, C. (2009). "Implementing a computer player for Carcassonne". (Star2.5 analysis).

Ameneyro, F. et al. (2020). "Playing Carcassonne with Monte Carlo Tree Search".

Anthropic. (2024). "Model Context Protocol Specification".

Knuth, D. E. "Dancing Links". (Exact cover algorithms).

Yao, S. et al. (2024). "Tree of Thoughts: Deliberate Problem Solving with Large Language Models". (Методология использования LLM для стратегического планирования).