



华南理工大学
South China University of Technology

《自动控制原理》

主讲老师：刘桂雄 教授，博士生导师





第六章 自动控制系统的校正

需要掌握的知识点：

- 1、控制系统校正的基本概念
- 2、常用的校正装置及其特性
- 3、自动控制系统的频率法校正



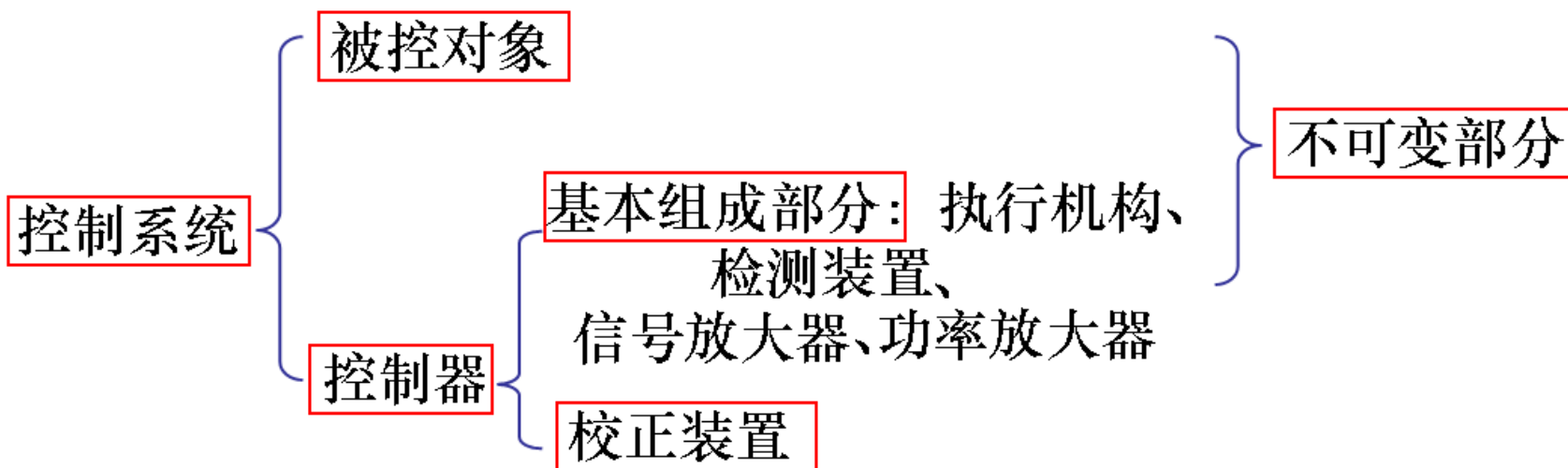


知识点1

控制系统校正的基本概念

一般由控制对象、控制器等基本组成部分构成的反馈控制系统性能比较差，需要在系统中引入一些**附加装置**来校正系统的暂态性能、稳态性能，使其全面满足系统性能指标要求。这些**为校正系统性能而有目的引入的装置**称为**校正装置**。

□ 控制系统：



知识点1

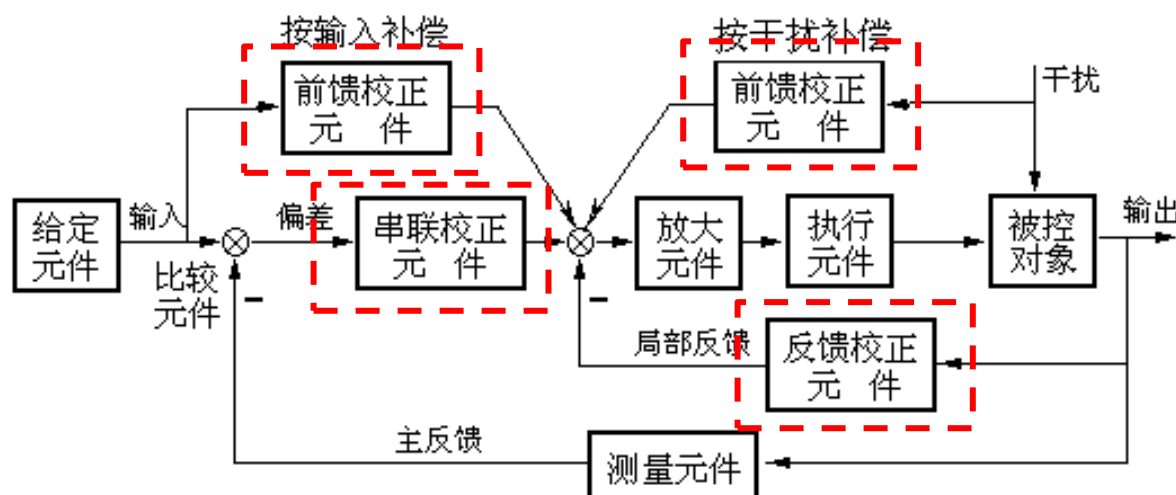
控制系统校正的基本概念

□ 校正的基本概念：

采用适当方式，在系统中加入一些参数可调整的装置(校正装置)，用以改变系统结构，进一步提高系统的性能，使系统满足性能指标要求。

□ 校正方式：

- 串联校正
- 并联校正
- 混合校正

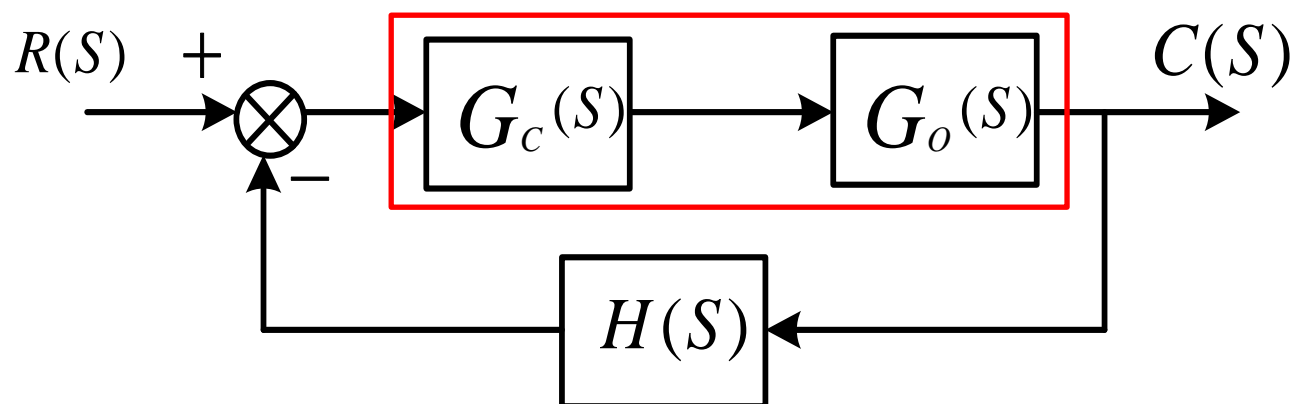


知识点1

控制系统校正的基本概念

➤ 串联校正

校正装置 $G_c(s)$ 和系统不可变部分 $G_o(s)$ 相**串联**。



特点：设计较简单，多采用有源校正网络构成，容易对信号进行各种必要变换，但需注意负载效应影响。

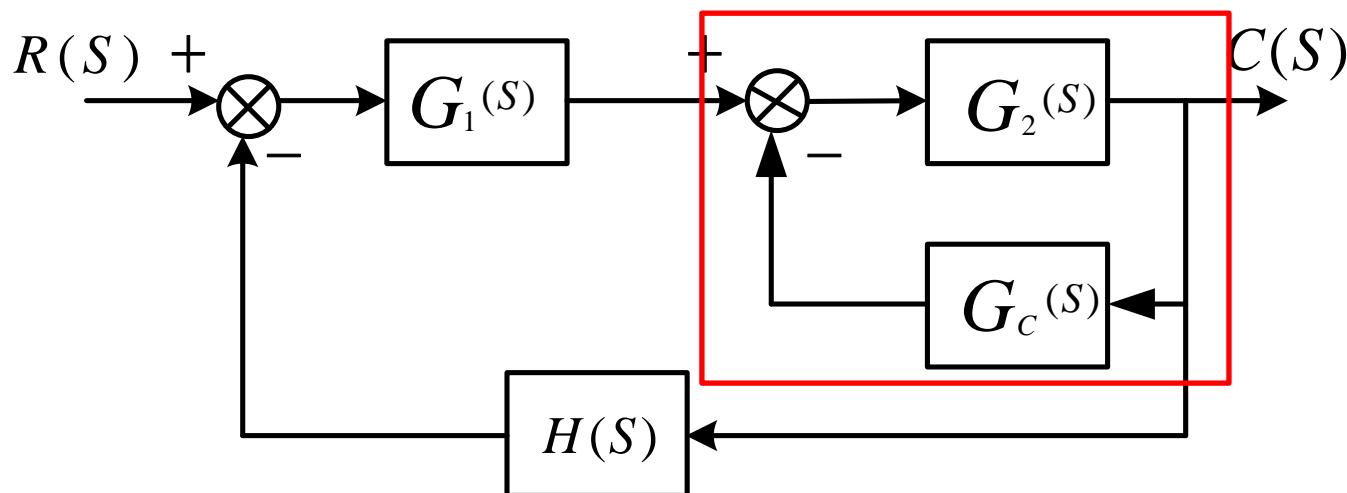


知识点1

控制系统校正的基本概念

➤ 并联校正(反馈校正)

校正装置接在系统的局部反馈通路中



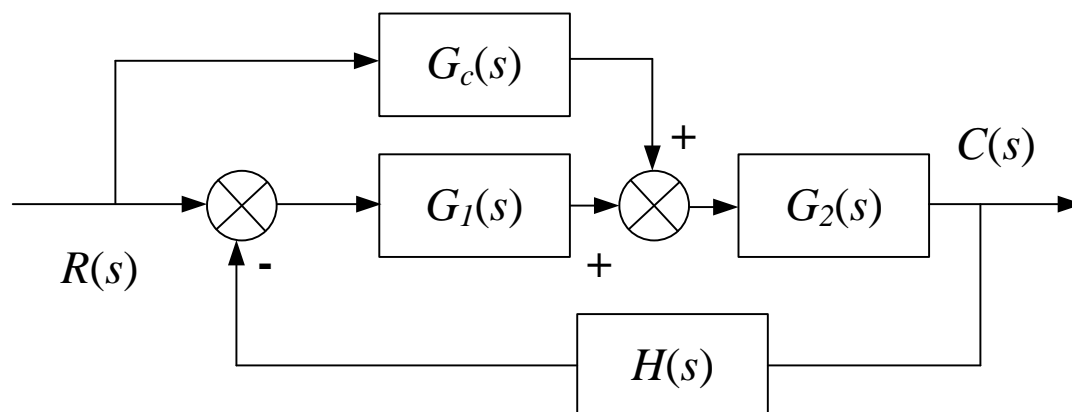
特点：不需要采用有源元件，可消除系统原有部分参数对系统性能的影响，元件数也往往较少。

知识点1

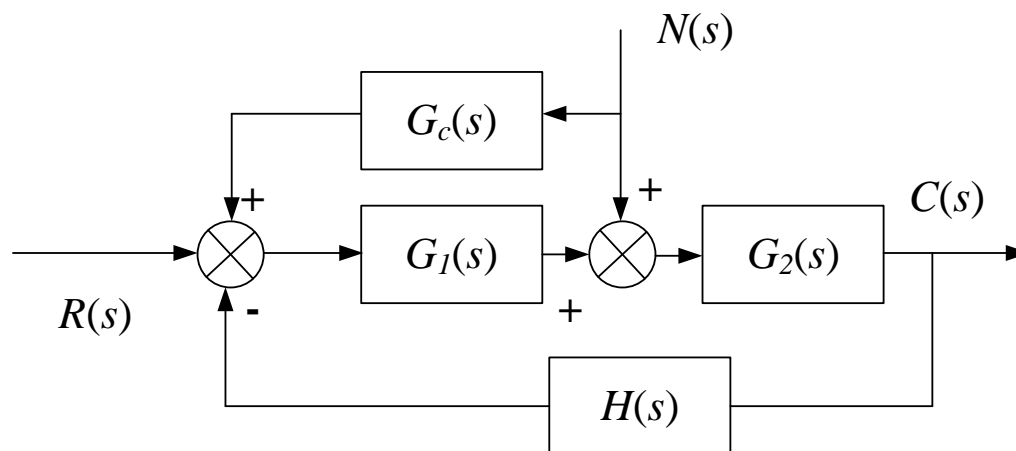
控制系统校正的基本概念

➤ 复合校正

按输入校正:



按扰动校正:





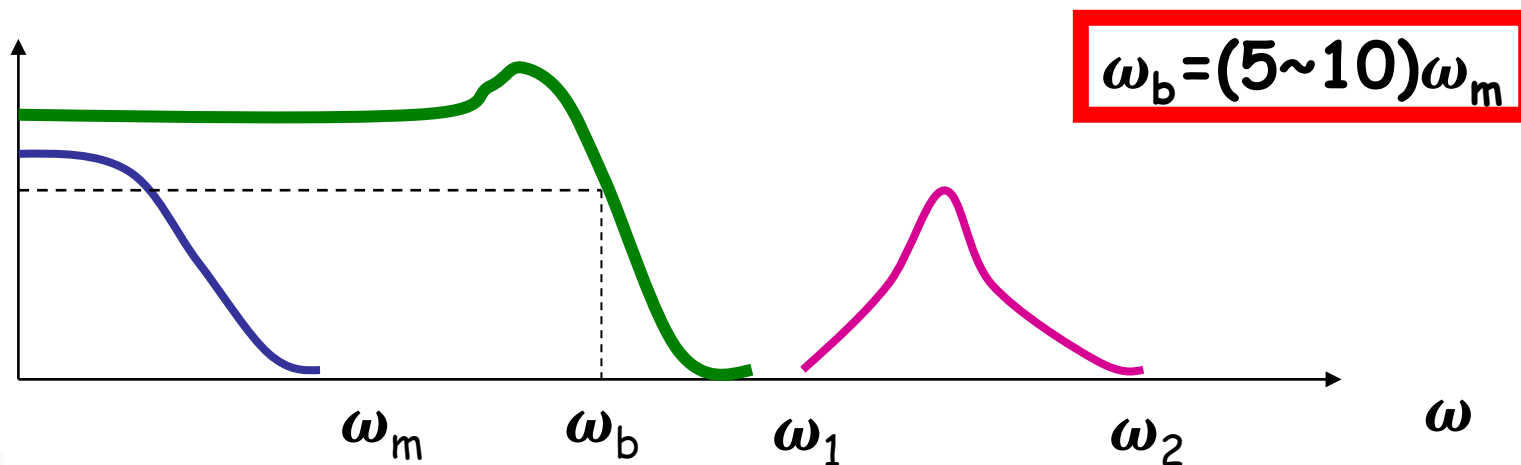
知识点1

控制系统校正的基本概念

□ 性能指标:

无论哪种校正方式，都要求校正后系统既能快速准确跟踪输入信号，又能有效抑制噪声扰动信号。

输入信号：中低频； 噪声信号：高频





知识点1

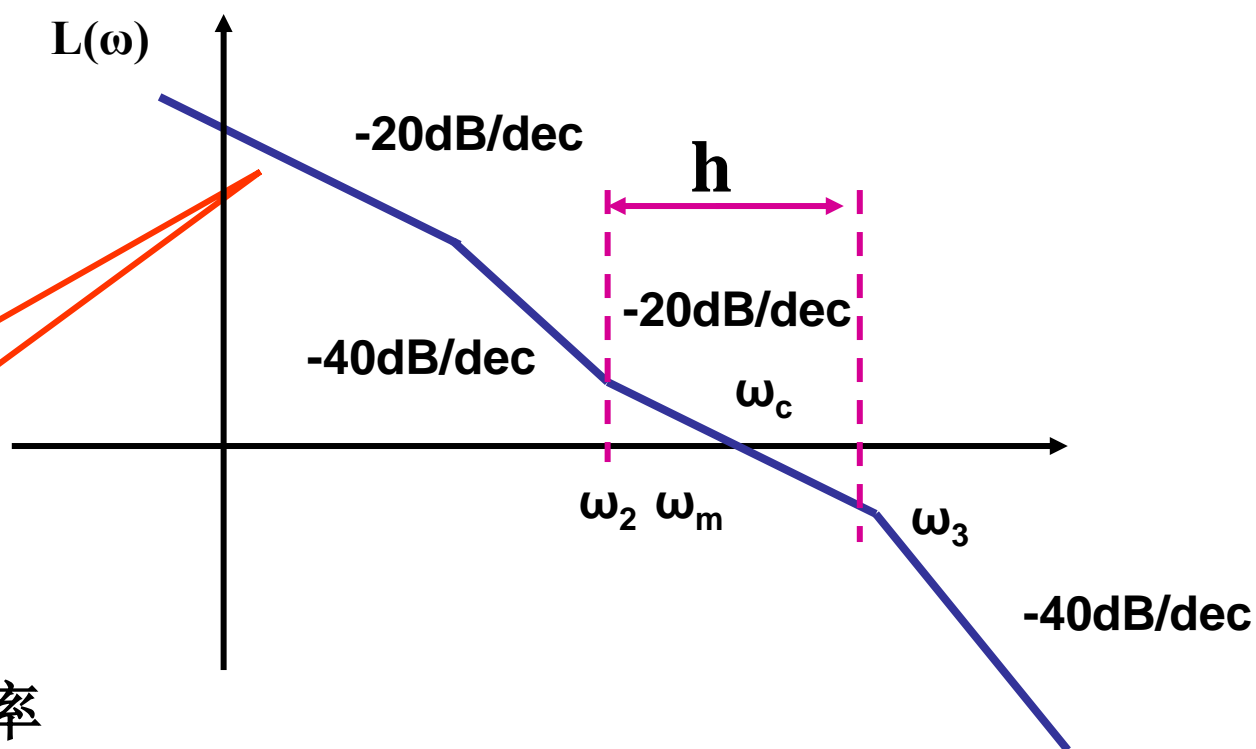
控制系统校正的基本概念

系统希望的开环对数幅频特性

① 稳态指标确定希望对数幅频曲线低频段

速度误差系数

$$K_v \geq 100s^{-1}$$



v :初始段斜率

$20\lg K$: $\omega=1$ 处的幅值

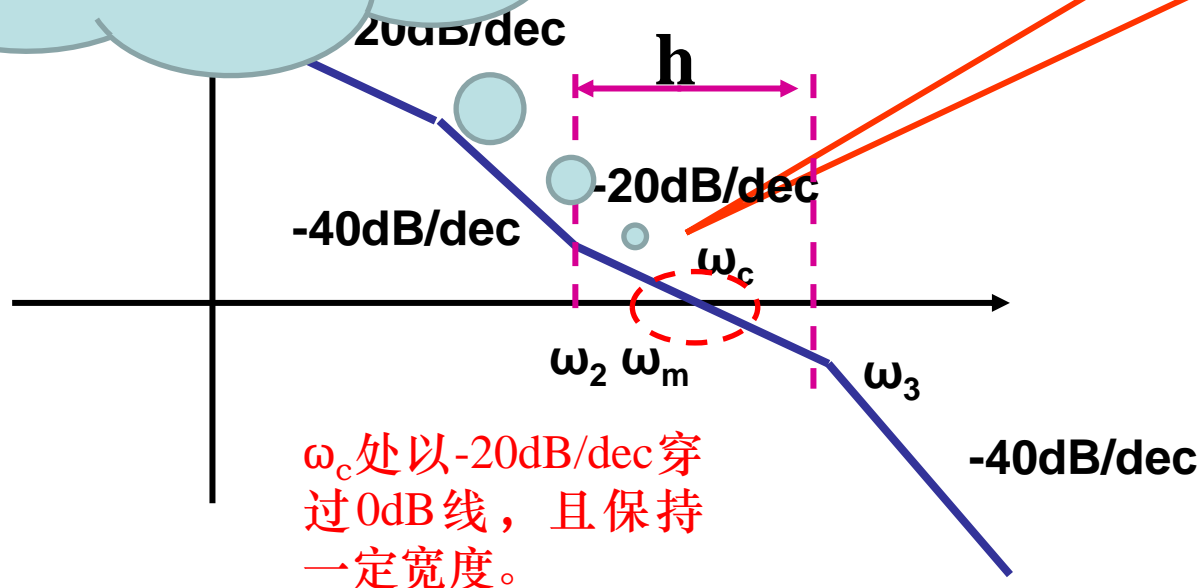




知识点1

控制系统校正的基本概念

要稳定，必须有一定量的幅值裕度和相角裕度。

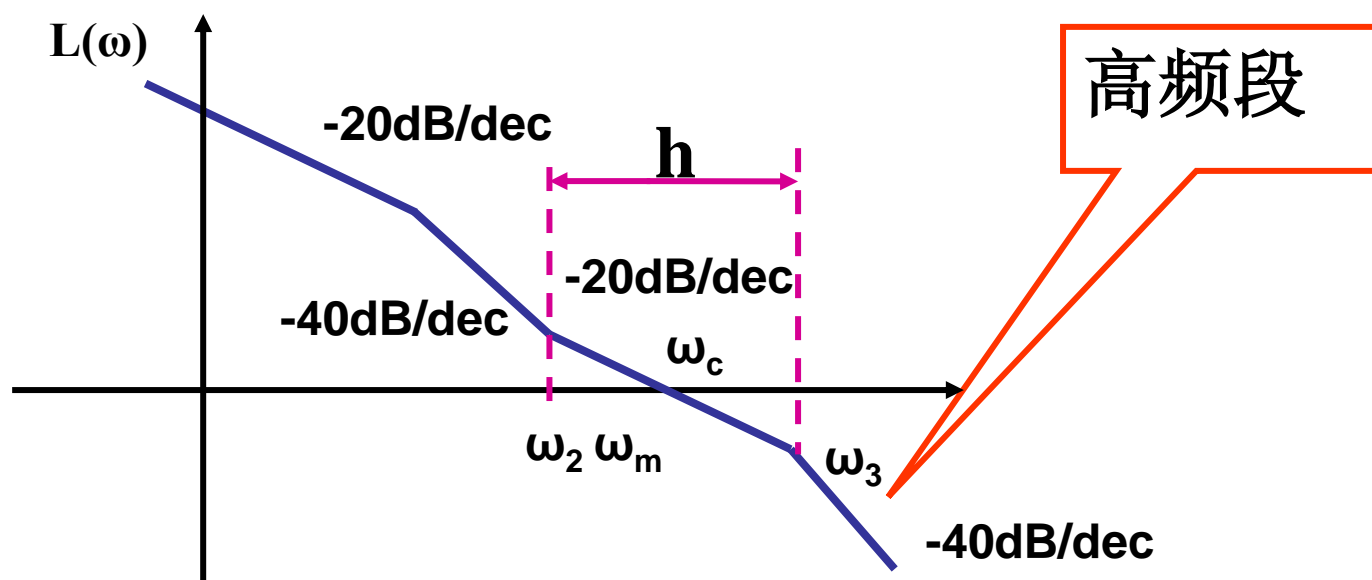


知识点1

控制系统校正的基本概念

系统希望的开环对数幅频特性

③ 暂抗扰性能和暂态指标起始段确定希望对数幅频曲线高频段



➤ 以抑噪为主；

➤ 高频段衰减越快，抑噪越强；但影响暂态，超调将增大。

知识点1

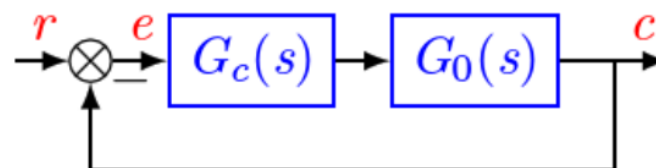
控制系统校正的基本概念

□ 校正装置的设计方法:

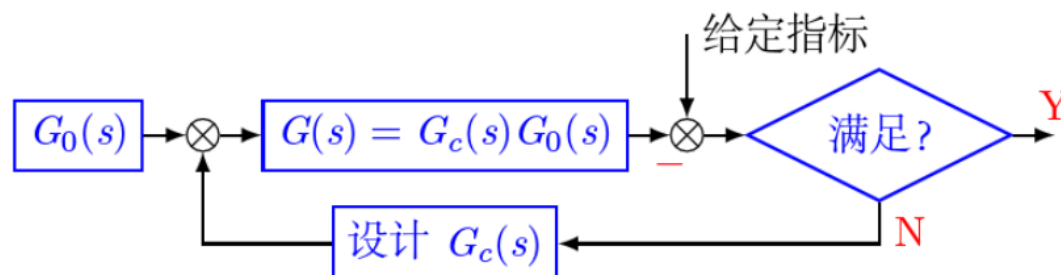
频率法串联校正

 $G_c(s)$ 不同:

- 超前校正
- 滞后校正
- 滞后-超前校正



频率法串联校正的设计过程





知识点2

常用的校正装置及其特性

校正装置按其使用的动力源和信号性质的不同，可分为电气型、气动型、液压型、机械型等等，其中应用最广泛的是电气型校正网络。

1、超前校正装置

超前校正又称微分校正。超前校正装置既可用RC无源网络构成，又可由运算放大器加入适当电路的有源网络组成。前者称为无源超前网络，后者称为有源超前网络。



知识点2

常用的校正装置及其特性

无源超前网络频率特性

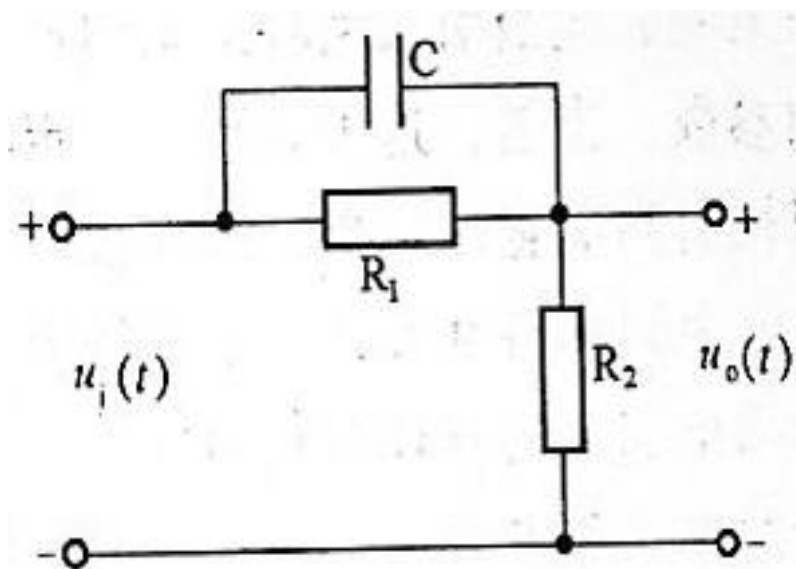


图 6-3 无源超前校正网络

利用复数阻抗法：

$$Z_1 = \frac{1}{Cs} // R_1 = \frac{R_1}{CsR_1 + 1}, Z_2 = R_2$$

$$G_c(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_2}{\frac{R_1}{CsR_1 + 1} + R_2}$$

$$= \frac{CsR_1R_2 + R_2}{CsR_1R_2 + R_1 + R_2}$$

$$\text{即： } G_c(s) = \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}; \quad (6-1)$$

$$\text{式中： } \alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1; T = R_1C$$

$$G_c(j\omega) = \alpha \frac{jT\omega + 1}{j\alpha T\omega + 1} \quad (6-2)$$



知识点2

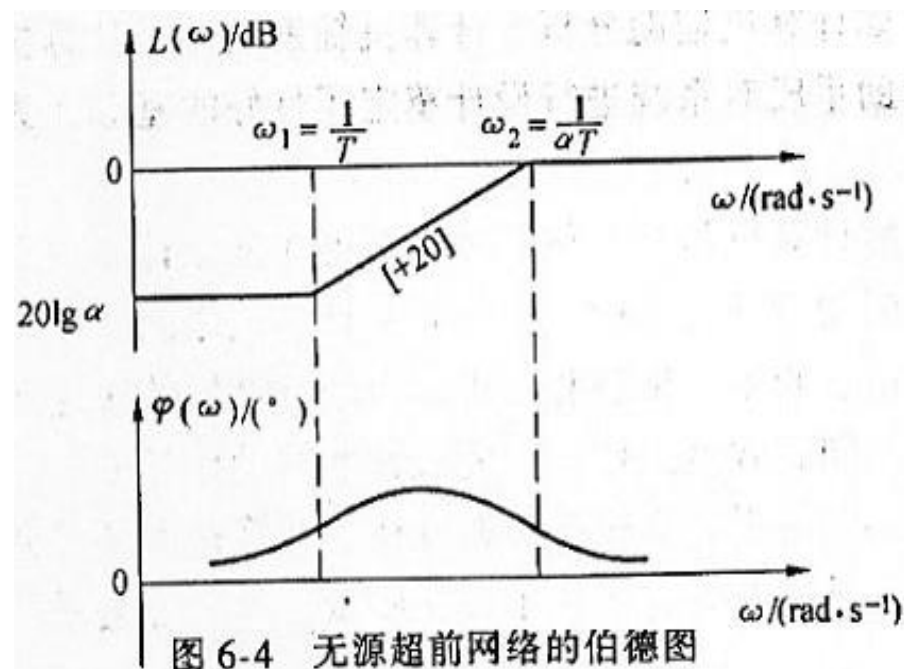
常用的校正装置及其特性

无源超前网络频率特性

由6-2画出的网络对数频率特性

采用超前网络对系统做串联校正时，校正后系统的开环传递系数要下降 α 倍，这就导致稳态误差的增加，可能满足不了系统对稳态性能的要求。为使系统在校正前后的传递系数保持不变，网络衰减需由提高放大器放大系数来补偿。网络衰减 α 倍，放大器的放大系数就得增加 α 倍。

如果网络对开环传递系数的衰减已由调整放大器的放大系数所完全补偿，则无源超前网络的传递函数就变为右式：



$$G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1};$$
$$\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1; T = R_1 C$$

知识点2

常用的校正装置及其特性

频率特性 $G_c(j\omega) = \frac{jT\omega + 1}{j\alpha T\omega + 1}$

频率特性表明：在频率 ω 由 $1/T$ 至 $1/(\alpha T)$ 之间， $L(\omega)$ 曲线的斜率为 $+20\text{dB/dec}$ ，与纯微分环节 $G(s)=s$ 的对数幅频特性的斜率完全相同，这意味着网络在 $[1/T \sim 1/(\alpha T)]$ 频率范围内对输入信号有微分作用，故这种网络称为微分校正网络。

相频特性则表明：在 ω 由 0 至 ∞ 的所有频率下， $\varphi(\omega)$ 均为正值，意即网络的输出信号在相位上总是超前与输入信号的，超前网络的名称由此而得。

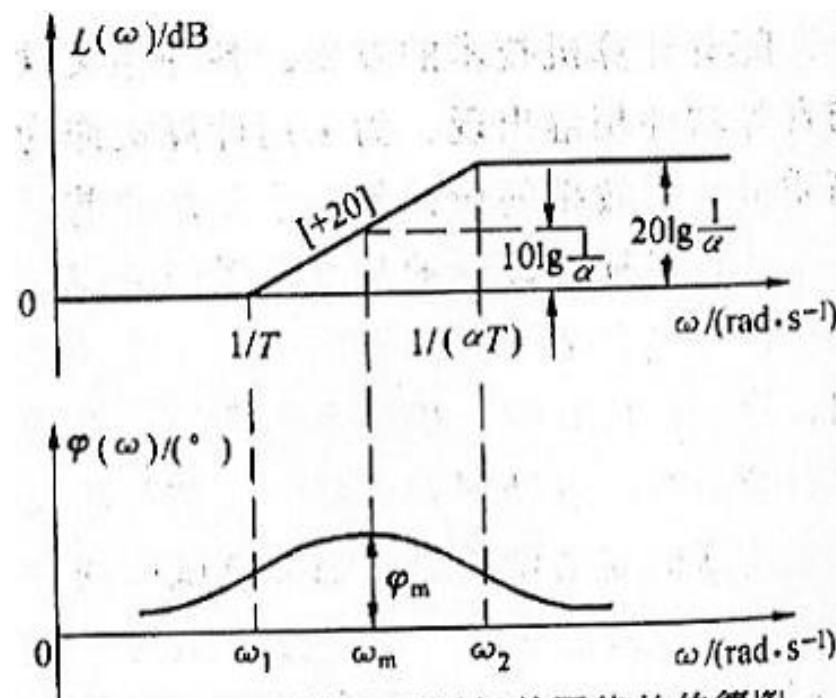


图 6-5 经补偿后无源超前网络的伯德图

此外，相频特性还表明，在转折频率 $\omega_1=1/T$ 和 $\omega_2=1/(\alpha T)$ 之间存在着最大值 φ_m ，其大小可用求极值的方法得到。



知识点2

常用的校正装置及其特性

$$\phi_c(\omega) = \arctan T\omega - \arctan \alpha T\omega$$

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$$

由于 $\omega_1=1/T$, $\omega_2=1/(\alpha T)$, 故 ω_m 可表为

$$\omega_m = \sqrt{\omega_1\omega_2} \quad (6-7)$$

或

$$\lg \omega_m = \frac{1}{2}(\lg \omega_1 + \lg \omega_2)$$

可求得网络的最大超前相角为

$$\omega_m = \arctan \frac{1-\alpha}{2\sqrt{\alpha}} \quad (6-9)$$



知识点2

常用的校正装置及其特性

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$$

$$\text{当 } \omega = \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}} \text{ 时,}$$

$$L(\omega_m) = 10 \lg \frac{1}{\alpha}$$

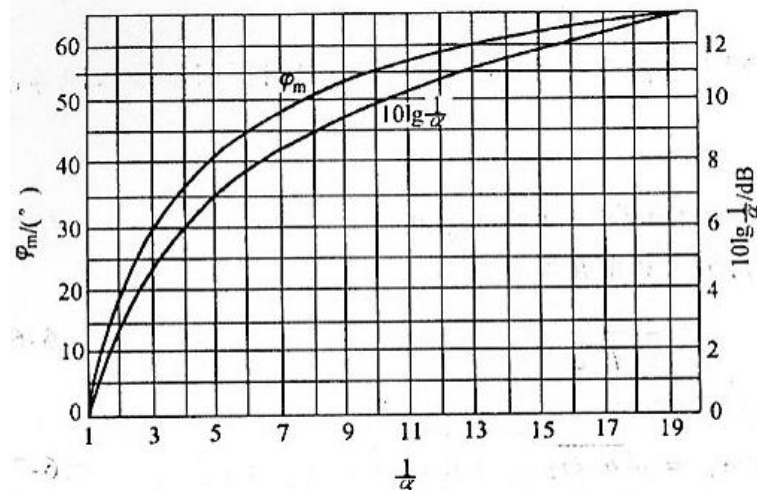


图 6-7 超前网络中心 ϕ_m 、 $10 \lg \alpha$ 与 α 的关系曲线

超前校正网络的传递函数还可写成零、极点式，即

$$G_c(s) = \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1} = \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}}$$

此外，相频特性还表明，在转折频率 $\omega_1 = 1/T$ 和 $\omega_2 = 1/(\alpha T)$ 之间存在着最大值 ϕ_m ，其大小可用求极值的方法得到。

知识点2

常用的校正装置及其特性

有源超前网络频率特性

$$\frac{U_i(s) - U_b(s)}{R_1} = \frac{U_b(s) - U_p(s)}{R_2}$$

$$\frac{U_b(s) - U_p(s)}{R_2} = \frac{U_p(s) - U_o(s)}{R_3} + \frac{U_p(s)}{\frac{1}{Cs} + R_4}$$

运放正常工作时: $\frac{U_i(s)}{R_1} = -\frac{U_p(s)}{R_2}$

$u_b \approx 0$, 故

$$-\frac{U_p(s)}{R_2} = \frac{U_p(s) - U_o(s)}{R_3} + \frac{U_p(s)}{\frac{1}{Cs} + R_4}$$

$$\therefore G_c(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = -K_c \frac{\tau s + 1}{Ts + 1}$$

式中 $K_c = \frac{R_2 + R_3}{R_1}$; $\tau = (\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_4) \cdot C$; $T = R_4 C$

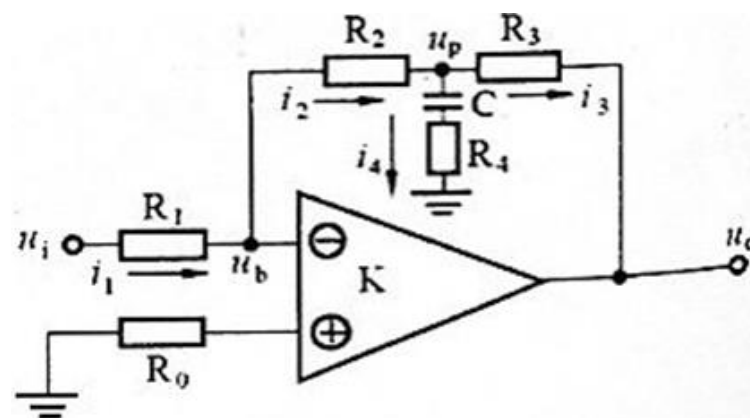


图 6-9 由运算放大器组成的有源超前校正网络



知识点2

常用的校正装置及其特性

2、滞后校正装置

无源滞后网络频率特性

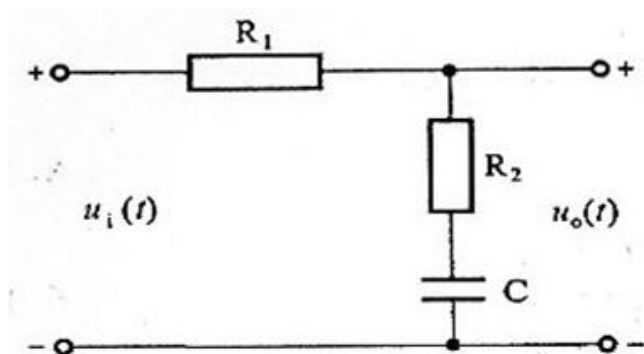


图 6-10 无源滞后校正网络

利用复数阻抗法：

$$Z_1 = R_1, \quad Z_2 = R_2 + \frac{1}{Cs} = \frac{CsR_2 + 1}{Cs}$$

$$G_c(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{\frac{CsR_2 + 1}{Cs}}{R_1 + \frac{CsR_2 + 1}{Cs}}$$

$$= \frac{CsR_2 + 1}{Cs(R_1 + R_2) + 1}$$

$$\text{即： } G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1}, T = R_2C;$$

$$G_c(j\omega) = \frac{jT\omega + 1}{j\beta T\omega + 1}, \beta = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$$



知识点2

常用的校正装置及其特性

无源滞后网络频率特性

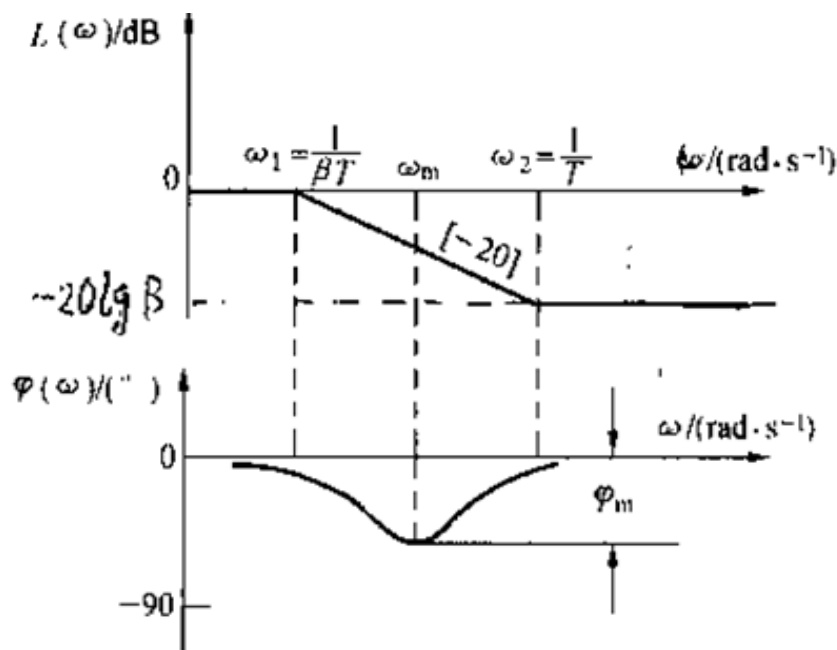


图 6-11 无源滞后网络的伯德图

由对数幅频特性可见，滞后网络对低频信号无衰减，但对高频信号却有明显的削弱作用。 β 值越大，衰减越甚，通过网络的高频噪声电平就越低。 $L(\omega)$ 曲线还表明：**在频率 ω 由 $1/(\beta T)$ 至 $1/T$ 之间，曲线的斜率为 -20dB/dec ，与积分环节 $G(s)=1/s$ 的对数幅频特性的斜率完全相同**，这意味着网络在 $1/(\beta T)$ 至 $1/T$ 频率范围内对输入信号有积分作用，故这种网络成为积分校正网络。相频特性则表明：**在 ω 由 0 至 ∞ 的所有频率下， $\varphi(\omega)$ 均为负值，即网络的输出信号在相位上是滞后于输入信号的。**



知识点2

常用的校正装置及其特性

$$\phi_c(\omega'_c) = \arctan T\omega'_c - \arctan \beta T\omega'_c < 0$$

$$\text{最大滞后角频率 } \omega_m = \sqrt{\omega_1\omega_2} = \frac{1}{T\sqrt{\beta}}$$

$$\text{最大滞后角 } \phi_m = \arctan \frac{1-\beta}{2\sqrt{\beta}}$$

一般选 $\omega_2 \ll \omega'_c$;

$$\omega_2 = \frac{1}{T} = \frac{\omega'_c}{10}$$

$$\text{此时, } \phi_c(\omega'_c) = \arctg[0.1(\frac{1}{\beta} - 1)]$$

应力图避免网络使其最大滞后角 ϕ_m 出现在校正后系统的开环截止频率 ω'_c 的附近, 通常使网络的第二个转折频率 $\omega_2=(1/T)$ 远小于 ω'_c 。



知识点2

常用的校正装置及其特性

$$G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1}$$

$$G_c(j\omega) = \frac{jT\omega + 1}{j\beta T\omega + 1}$$

$$G_c(s) = \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}$$

因 $\beta > 1$, 故网络负实数极点 $[-1/(\beta T)]$ 位于负实数零点 $(-1/T)$ 右侧, 即极点比零点更靠近原点。若 T 足够大, 则滞后网络提供一对靠近原点的开环偶极子, 在不影响远离偶极子处根轨迹前提下, 大大提高稳态性能。

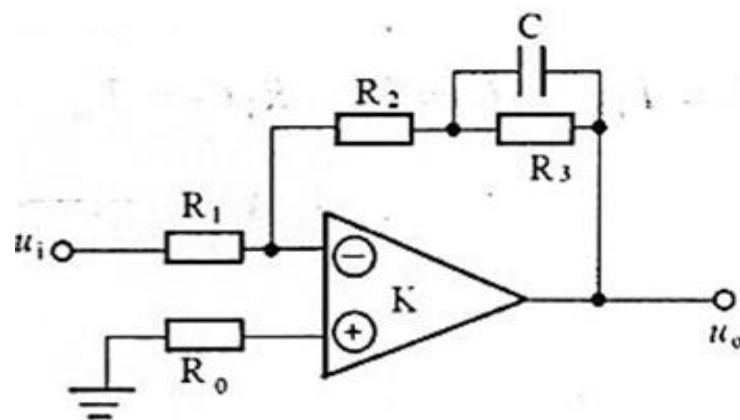


图 6-14 由运算放大器组成的有源滞后校正网络





知识点2

常用的校正装置及其特性

有源滞后网络频率特性

$$G_c(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = -K_c \frac{\tau s + 1}{Ts + 1} = -K_c \frac{\tau s + 1}{\beta \tau s + 1}$$

$$\beta = \frac{R_2 + R_3}{R_2} > 1; K_c = \frac{R_2 + R_3}{R_1}; \tau = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} C < T = \beta \tau = R_3 C$$



知识点2

常用的校正装置及其特性

3、滞后-超前校正装置

滞后-超前校正是利用滞后校正部分提供的靠近原点的开环偶极子 $[-1/T_2, -1/(\beta T_2)]$, 提高系统稳态性能, 利用超前校正部分提供的零、极点 $(-1/T_1, -\beta/T_1)$ 提高系统的动态品质。

无源滞后-超前网络频率特性

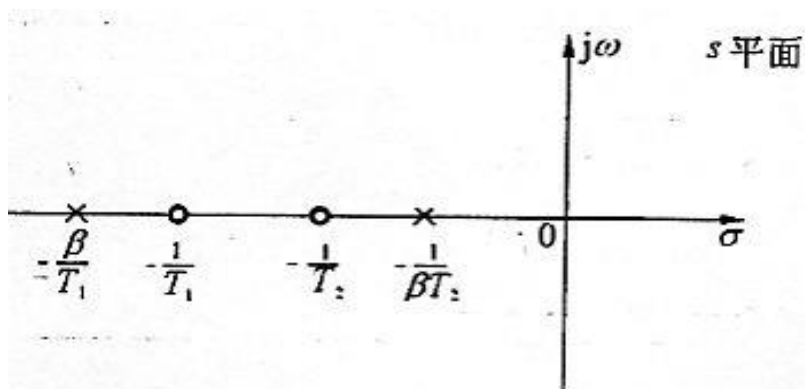


图 6-17 滞后-超前网络的零、极点

$$\because \beta > 1, \text{若 } T_2 > T_1, \text{则 } \beta T_2 > T_2 > T_1 > \frac{T_1}{\beta}$$

$$\phi_c(\omega) = 0, (\omega = \omega_1 = 1 / \sqrt{T_1 T_2});$$

$$\phi_c(\omega) < 0, (0 < \omega < \omega_1);$$

$$\phi_c(\omega) > 0, (\omega_1 < \omega < \infty)$$

$$G_c(s) = \frac{(s + \frac{1}{T_1})(s + \frac{1}{T_2})}{(s + \frac{\beta}{T_1})(s + \frac{1}{\beta T_2})}$$

知识点2

常用的校正装置及其特性

有源滞后-超前网络频率特性

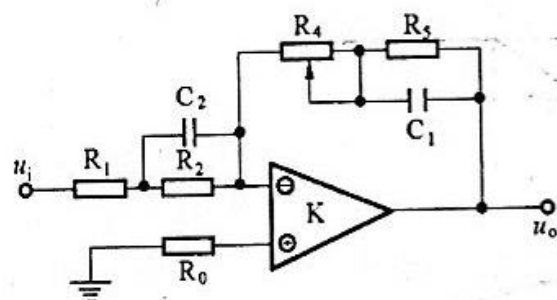


图 6-18 由运算放大器组成的有源滞后-超前校正网络

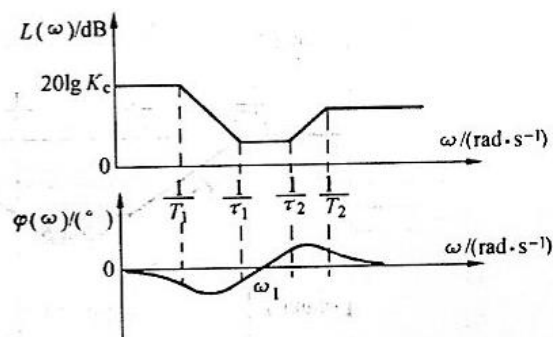


图 6-19 有源滞后-超前网络的伯德图

$$G_c(s) = -K_c \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

$$\text{式中: } K_c = \frac{R_4 + R_5}{R_1 + R_2};$$

$$\tau_1 = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} C_1;$$

$$\tau_2 = R_2 C_2;$$

$$T_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_2;$$

$$T_1 = R_5 C_1$$



知识点3

自动控制系统的频率法校正

1、频率法校正的基本概念

此种校正方法是在闭环系统中的开环对数频率特性(伯德图)上进行的，因此得名为频率法校正。

开环频率特性指标

- 截止频率 ω_c ；
- 相角稳定裕度 γ ；
- 幅值稳定裕度 L_g ；
- 中频宽度 h 。

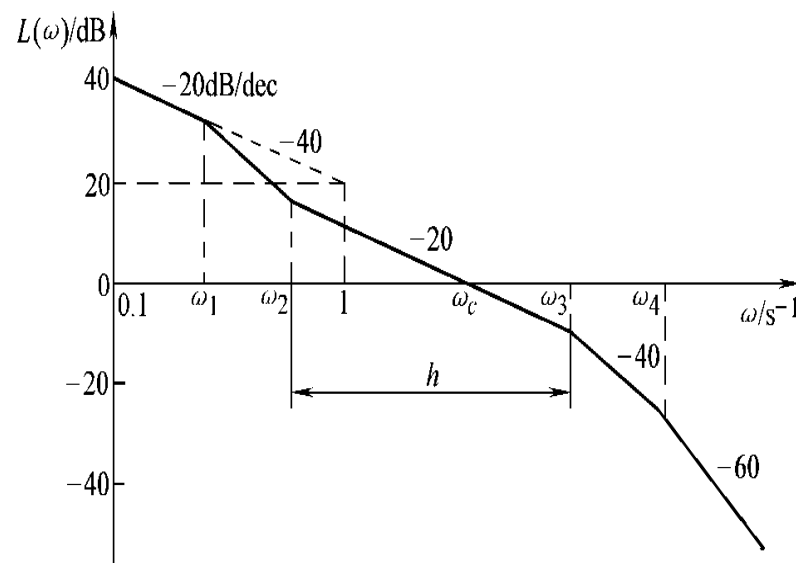


知识点3

自动控制系统的频率法校正

伯德图(对数幅频特性)与系统性能的关系

- ①如图所示的系统，开环放大倍数 $K=10$ ，其稳态误差 $K_p=\infty$ ， $K_v=10$ 。
- ②为使系统稳定并有足够的稳定裕度，截止频率 ω_c 处的斜率应为 -20dB/dec ，并有一定的宽度 h 。 ω_c 的数值与时域指标中的 t_s 和 t_r 有关。
- ③高频段特性反映了系统的抗高频干扰能力，这部分特性衰减越快，系统的抗干扰能力越强。



上述的结论表明，频率校正的实质就是引入校正装置的特性去改变原系统开环对数幅频特性的形状，使其满足给出的性能指标。





知识点3

自动控制系统的频率法校正

2、几种常用的串联校正装置的设计

- 串联超前校正
- 串联滞后校正
- 串联滞后-超前校正



知识点3

自动控制系统的频率法校正

串联超前校正

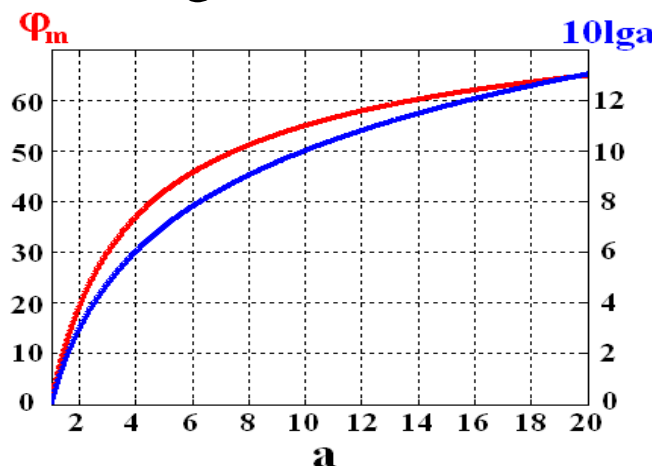
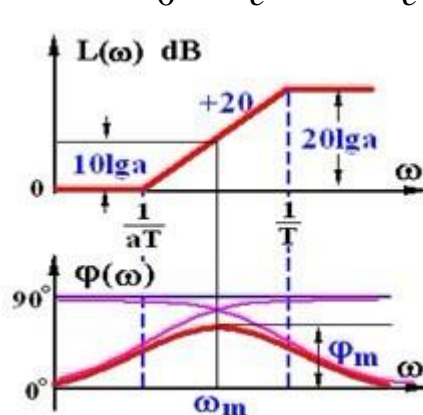
超前校正思想：
$$aG_c(s) = \frac{aTs + 1}{Ts + 1} \quad (a > 1)$$

串联超前校正实质：**利用超前网络相角超前特性提高系统的相角裕度**；
为了获得最大的相位超前量，应使得超前网络的最大超前相位 $\varphi(\omega_m)$ 发生在校正后系统的截止频率 (ω_c'') 处： $\omega_m = \omega_c''$

$$-L_0(\omega_c'') = L_c(\omega_m) = 10 \lg a$$

$$T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}}$$

$$a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$$





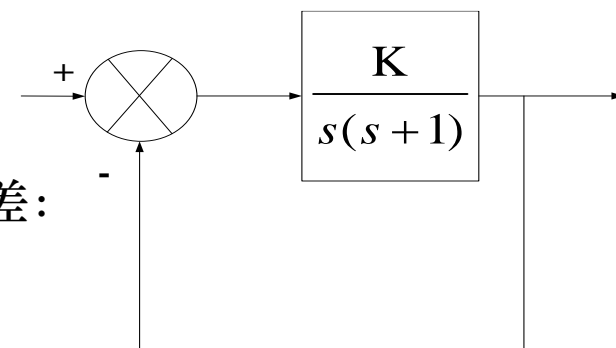
知识点3

自动控制系统的频率法校正

串联超前校正问题的提出

[例1] 某控制系统的结构图如图所示。

现要求系统在单位斜坡输入信号作用下，位置稳态误差： $e_{ss} \leq 0.05$ ，相位裕度 $\gamma' \geq 45^\circ$ ， $L'_g \leq 0.1$ ，试分析该系统是否需要校正和应该怎样校正。

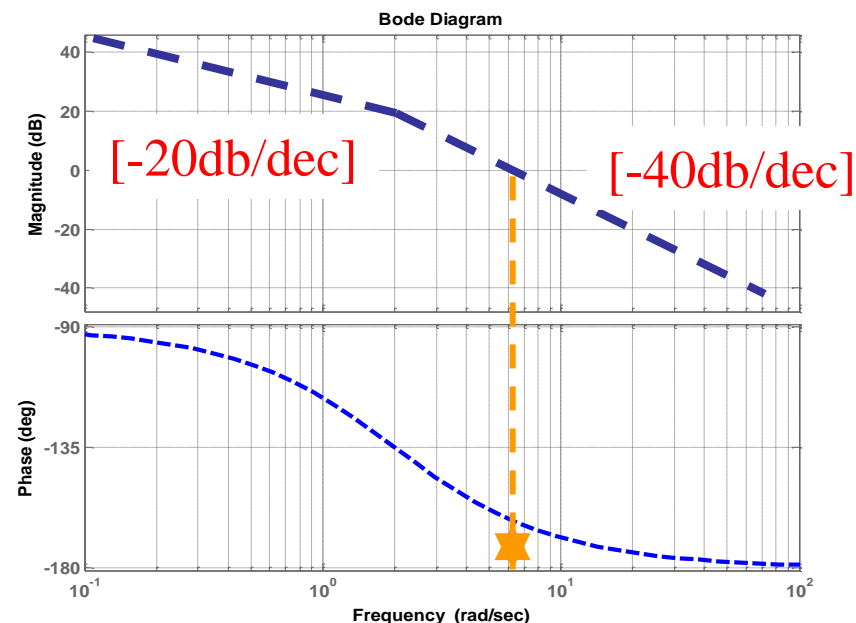


解：由于给定的系统是 I 型系统，所以

$$e_{ss} \leq \frac{1}{K_v} = \frac{1}{K} = 0.05 = \frac{1}{20}$$

取 $K = 20$ 即可满足其稳态误差要求，得到系统未校正的开环传递函数为：

$$G_o = \frac{20}{s(s+1)}$$



按传递函数绘出系统未校正时的伯德图：



知识点3

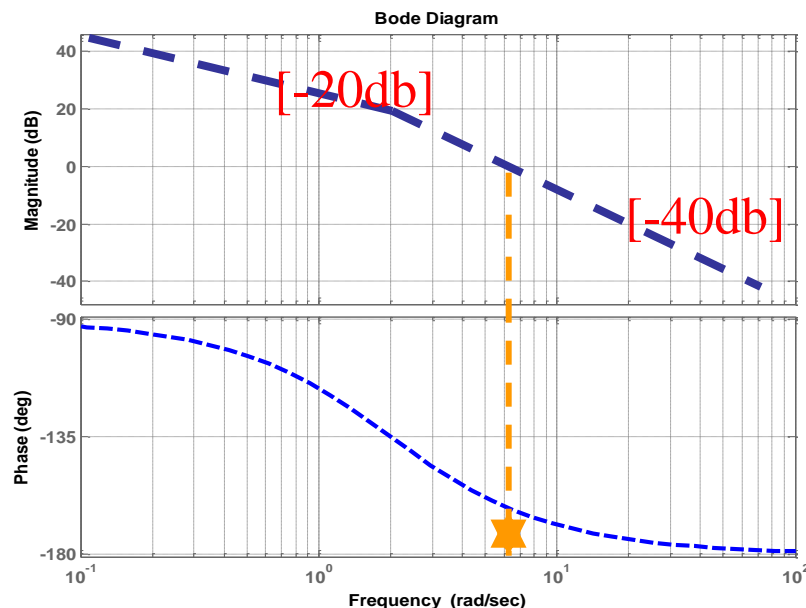
自动控制系统的频率法校正

得到截止频率为 $\omega_c = 6.32 \text{ rad/s}$

相角裕度为 $\gamma = 18^\circ$

幅值裕度为 $L_g = \infty$

分析伯德图：由于在未校正系统的中频段的斜率为 $[-40]$ ，致使相角裕度不能满足，在暂态响应中会出现较为剧烈的震荡，另截止频率比较低，使得响应速度变慢。**因此需要进行校正。**



再次分析伯德图：从图中可以看出此系统的主要问题在于相角裕度不足，如果采用有正相角的超前网络去校正系统，则可以补偿原系统的相角滞后。如果参数选取得当，就可以使调整后的相角裕度 γ 明显增大，从而满足设计指标 γ' 要求，另外超前校正网络 对数幅频特性在一定频率范围呈正斜率，所以会造成校正后的截止频率 ω'_c 高于校正前的截止频率 ω_c ，问题解决。



知识点3

自动控制系统的频率法校正

串联超前校正装置设计步骤

(设给定指标为校正后系统的 e_{ss} , ω_c'' , γ'') $aG_c(s) = \frac{aTs + 1}{Ts + 1} (a > 1)$

Step1. 由稳态误差要求确定开环增益 $e_{ss} \rightarrow K$

Step2. 利用已确定的开环增益K, 计算校正前系统的相位裕度 γ

Step3. 确定需要对系统增加的相位超前量 $\varphi_m = \gamma'' - \gamma + (5^\circ \sim 10^\circ)$

Step4. 计算网络参数 $a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$, $L_c(\omega_m) = 10 \lg a$, $T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}}$

Step5. 调整开环增益 $G(s) = G_c(s) \cdot G_0(s)$

Step6. 验算 $\begin{cases} \omega_c \\ \gamma \end{cases}$ 是否满足要求





知识点3

自动控制系统的频率法校正

[例]6-1 确定需要对系统增加的相位超前量。

$$G(s) = \frac{20}{s(0.5s+1)}$$

$$aG_c(s) = \frac{aTs+1}{Ts+1} (a > 1)$$

$$\varphi_m = \gamma'' - \gamma + (5^\circ \sim 10^\circ) = 45^\circ - 18^\circ + 3^\circ = 30^\circ$$

$$\varphi_m = \arcsin \frac{a-1}{a+1} = 30^\circ \Rightarrow \frac{a-1}{a+1} = \sin 30^\circ = 0.5 \Rightarrow a=3$$

计算网络参数：

a. 确定 ω_m 的值。

超前网络在最大超前相位角处的幅值为 $a=3 \Rightarrow L_c(\omega_m) = 10\lg a = 4.8$

要想得到最大的相位裕度，必须使 ω_m 与校正后的截止频率 ω_c 重合，

因此校正前系统在 ω_m 处的幅值应为

$$-L(\omega_c'') = L_c(\omega_m) = 4.8 \quad L(\omega_c'') = -4.8$$

渐近线估算

或图中量出

$$20\lg \left| \frac{20}{0.5\omega_m^2} \right| = -4.8 \quad \omega_m = 8.34$$





知识点3

自动控制系统的频率法校正

b. 确定T

$$T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{a}} = \frac{1}{14.4}$$

$$G_c(s) = \frac{1}{3} \frac{\frac{1}{4.8} s + 1}{\frac{1}{14.4} s + 1}$$

$$G(s) = \frac{20}{s(0.5s + 1)}$$

$$aG_c(s) = \frac{aTs + 1}{Ts + 1} (a > 1)$$

c. 调整开环增益

为了抵消校正网络中1/3的幅值衰减，总的开环增益应该增加3倍。

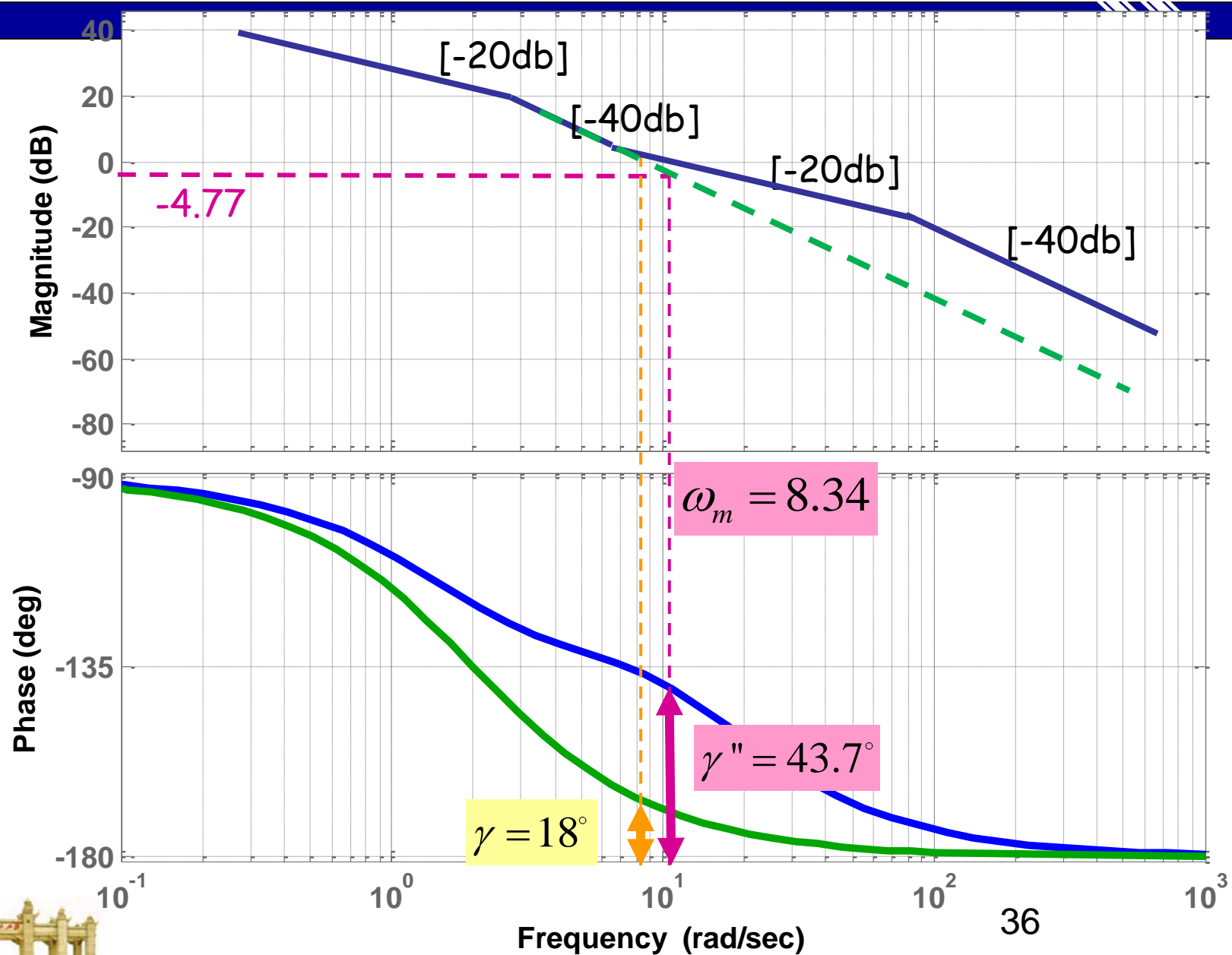
$$G_c(s)G(s) = \frac{\frac{1}{4.8} s + 1}{\frac{1}{14.4} s + 1} \cdot \frac{20}{s(0.5s + 1)}$$

d. 画出校正后系统的伯德图，
验证是否满足要求





Bode Diagram





知识点3

自动控制系统的频率法校正

e. 验算 $\begin{cases} \omega_c \\ \gamma \end{cases}$ 是否满足要求

$$G_c(s)G(s) = \frac{\frac{1}{4.8}s+1}{\frac{1}{14.4}s+1} \cdot \frac{20}{s(0.5s+1)}$$
$$\omega_c'' = \omega_m = 8.34$$

$$\varphi(\omega_c'') = \arctan \frac{\omega_c''}{4.8} - \arctan \frac{\omega_c''}{14.4} - 90^\circ - \arctan 0.5\omega_c'' = -136.3^\circ$$

$$\gamma'' = 180^\circ + \varphi(\omega_c'') = 43.7^\circ < 45^\circ$$

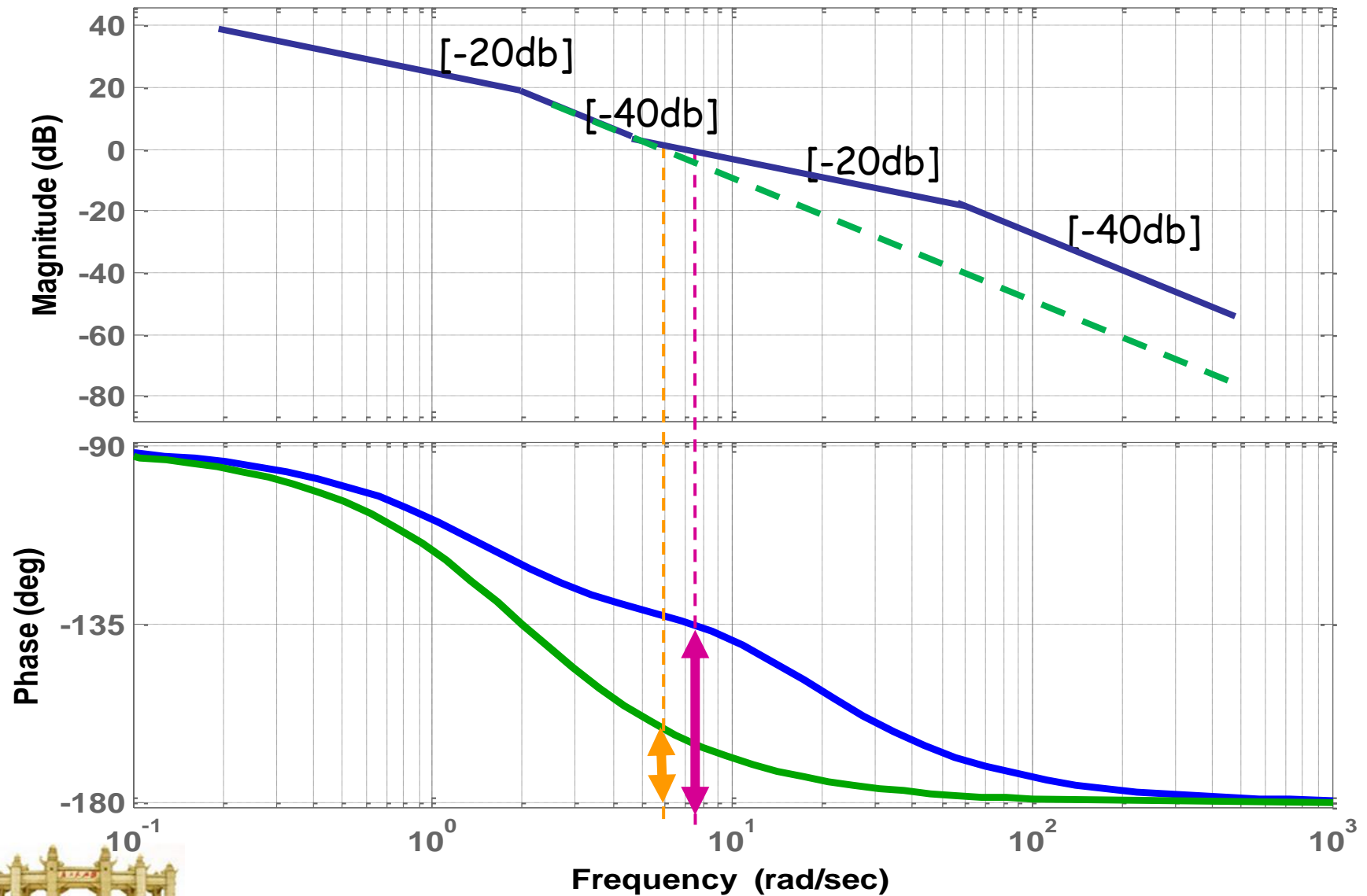
这是因为从校正前系统截止频率 $\omega_c = 6.32$

到校正后截止频率 $\omega_c'' = 8.34$

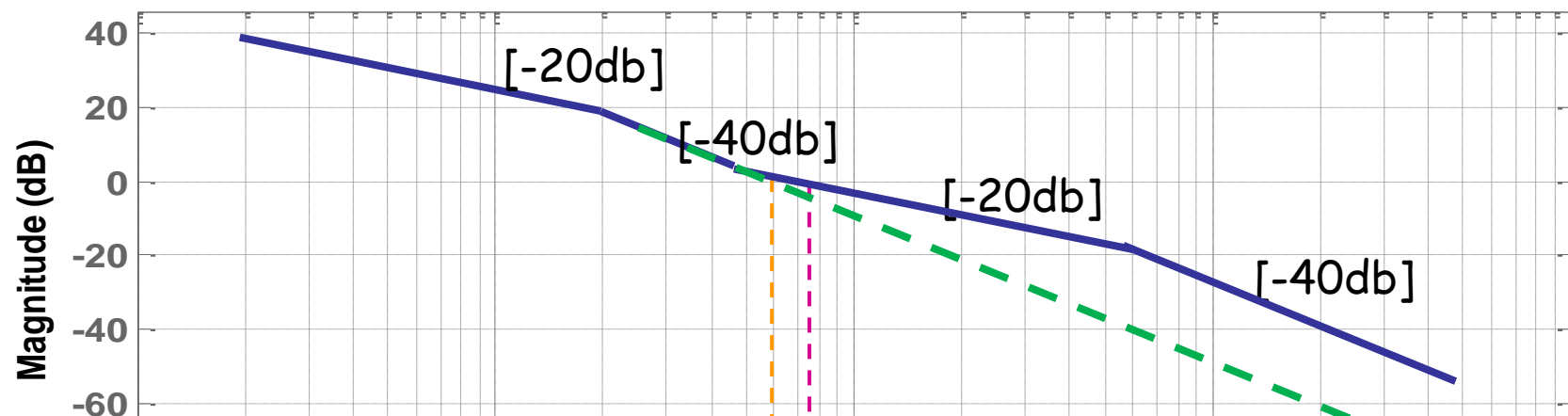
相位滞后了7度，而在计算a时，为了凑整数，我们只补偿了3度，因此要想有准确的45度相位裕度，可增加a值到3.5，重复上述步骤。



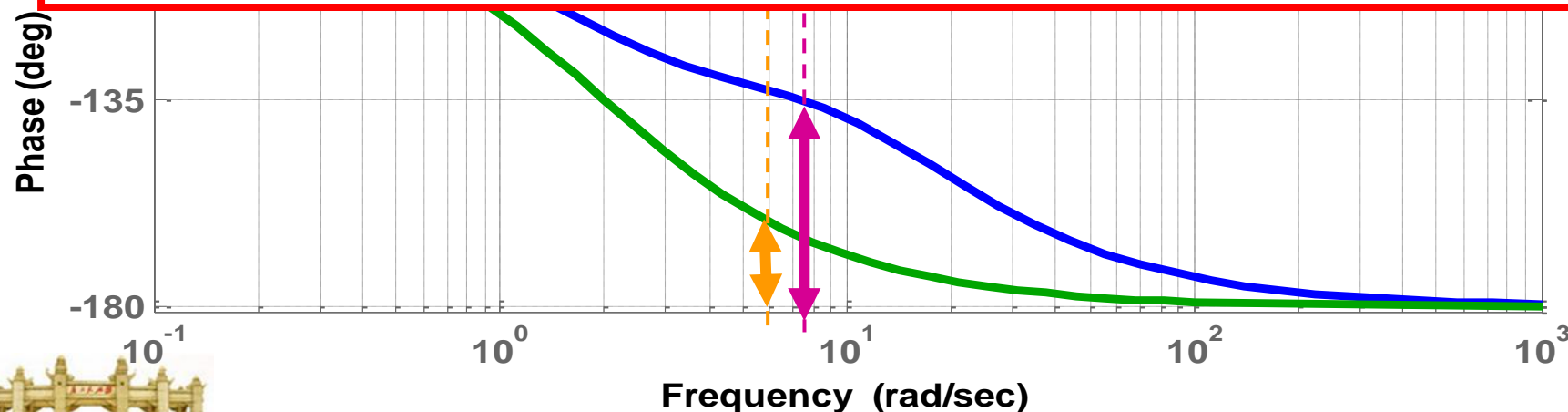
Bode Diagram



Bode Diagram



- 校正后系统的中频段斜率为 -20db/dec ，并占据一定频带范围，这使系统相位裕度增大，瞬态过程的超调变小
- 且使截止频率增大，带宽增大，响应速度变快





知识点3

自动控制系统的频率法校正

超前校正的几点说明

- 若系统对校正后系统开环截止频率 ω_c'' 已有明确要求，则计算超前网络参数时可直接计算a 和T (教材p284页例6-2)

$$L_0(\omega_c'') = 10\lg a \Rightarrow \text{得到} a$$

- 有些情况下采取串连超前校正无效的，它受以下两个因素的限制：
 - (1) 闭环带宽的要求。若校正前系统不稳定，为了得到期望的相位裕度，需要超前网络提供很大的相位超前量，a必须很大，从而造成校正后带宽过大，噪声污染严重；
 - (2) 在截止频率处相位迅速减小的系统 ($\geq 40\text{db}$ 斜率) 不适宜超前校正。

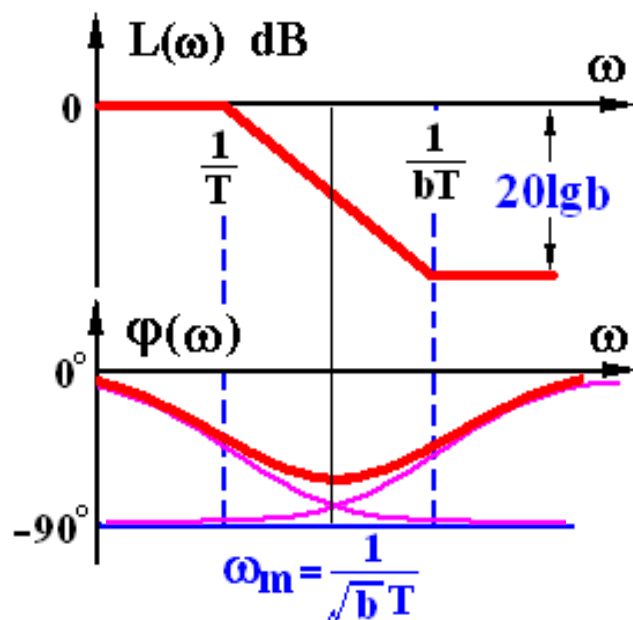


知识点3

自动控制系统的频率法校正

串联滞后校正装置的基本思想

$$G_c(s) = \frac{bTs + 1}{Ts + 1}$$



利用其高频幅值衰减特性，以降低系统的开环截止频率，借助校正前系统自身在该截止频率处的相位，使系统获得足够的相位裕度

降低截止频率，挖掘自身相位储备

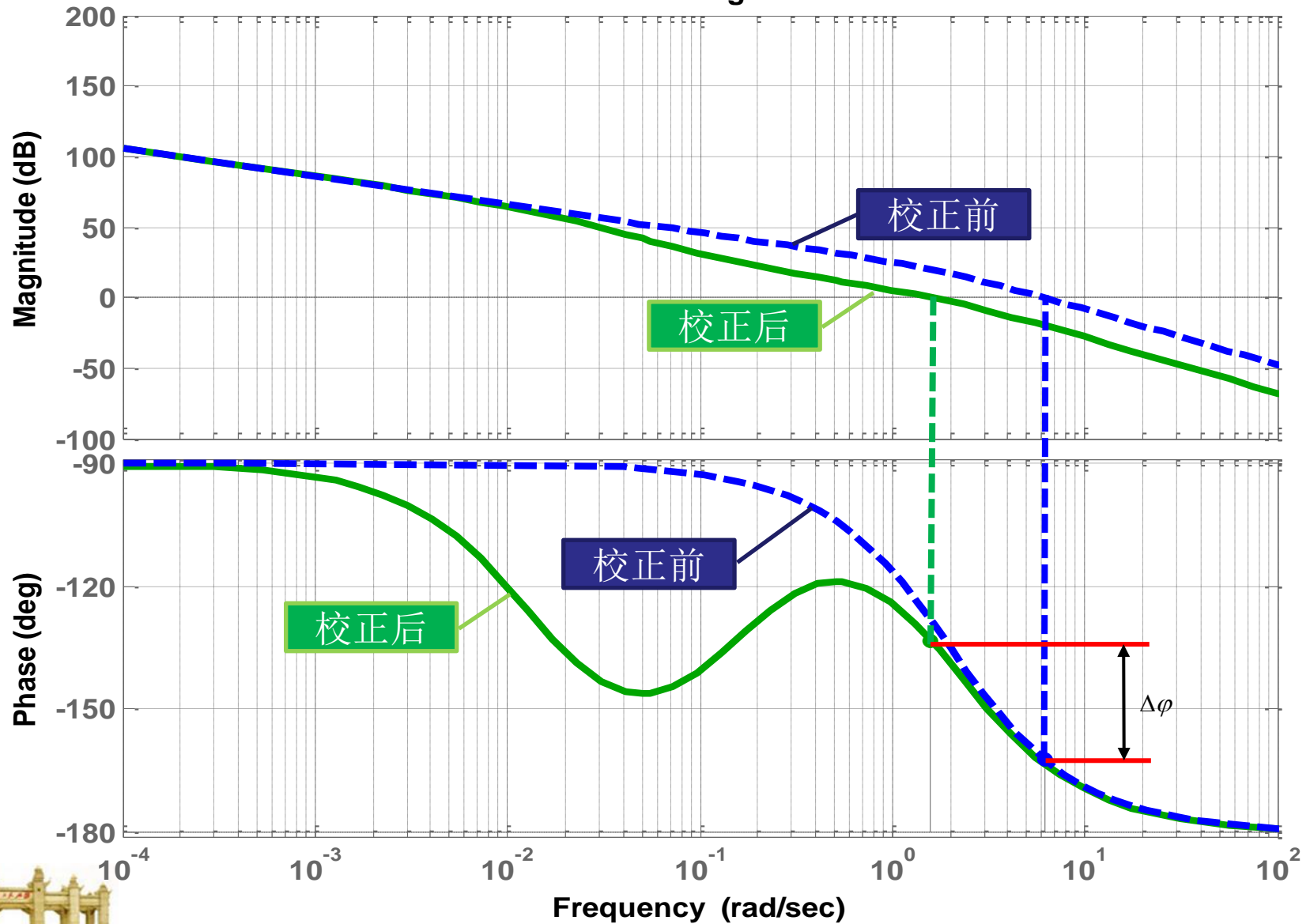
因此，设计滞后网络时，千万要避免最大相角滞后发生在校正后系统截止频率 ω_c "附近

$$\frac{1}{bT} \ll \omega_c$$

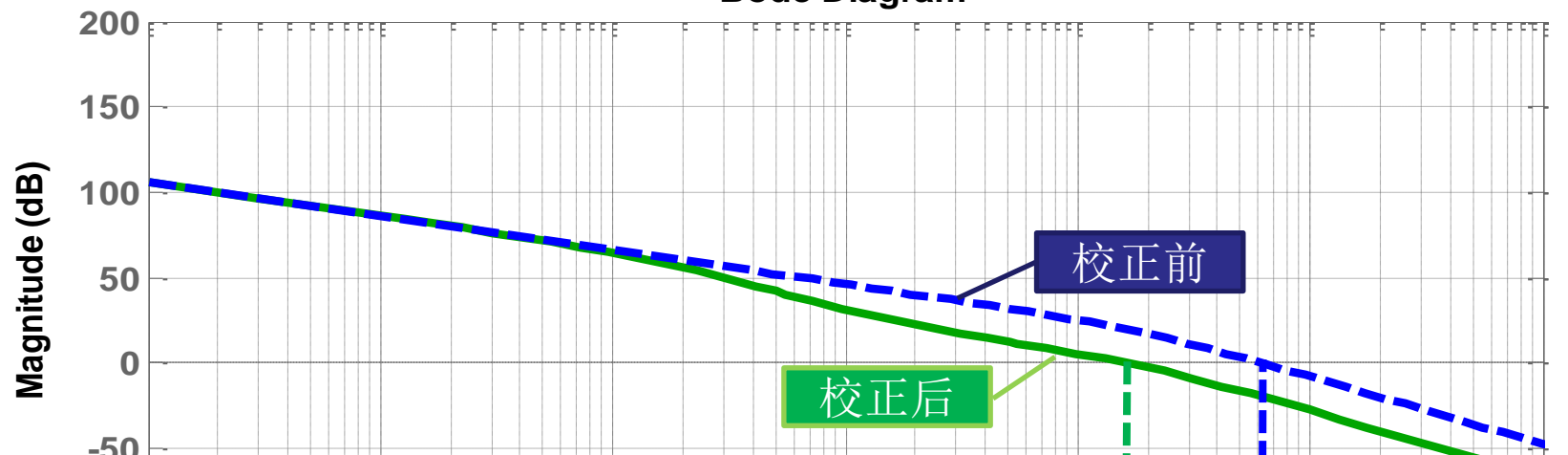
$$\frac{1}{bT} = \frac{\omega_c}{10}$$



Bode Diagram

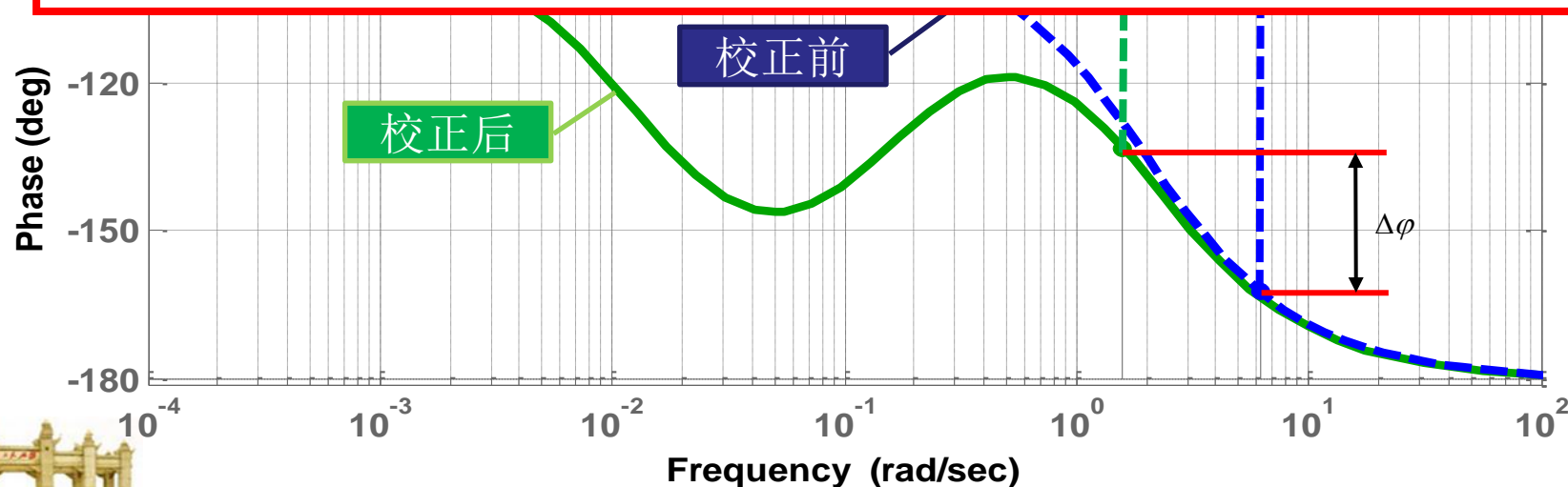


Bode Diagram



截止频率下降，带宽减小，系统响应速度降低。

当系统响应速度要求不高而抑制噪声要求较高时，可选用滞后校正





知识点3

自动控制系统的频率法校正

串联滞后校正装置 校正步骤

$$G_c(s) = \frac{bTs + 1}{Ts + 1}$$

(设给定指标为校正后系统的 e_{ss} , ω_c'' , γ'')

Step1. 由稳态误差要求确定开环增益 $e_{ss} \rightarrow K$

Step2. 利用已确定的开环增益K, 计算校正前系统的相位裕度 γ 和截止频率 ω_c

Step3. 确定校正后系统的截止频率 ω_c'' , 使其相位裕度满足要求。

在校正前系统的对数幅频曲线上找一个频率点, 在该点上使

$$\varphi(\omega) = -180^\circ + \gamma, \text{ 其中 } \gamma = \gamma'' + (5^\circ \sim 12^\circ)$$

抵消滞后校正网络在校正后系统截止频率处的相位滞后





知识点3

自动控制系统的频率法校正

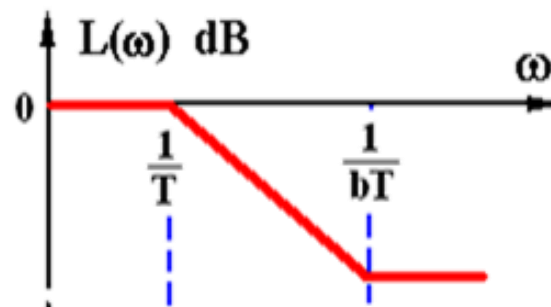
Step4. 计算网络参数

为了防止滞后网络引起的相位滞后带来的不良影响，滞后网络的交接频率必须明显低于校正后系统的截止频率

$$\frac{1}{bT} \ll \omega_c'' \text{ 取 } \boxed{\frac{1}{bT} = \frac{\omega_c''}{10}}$$

这样，滞后网络的相位滞后发生在低频段，不会影响校正后系统的相位裕度

Step5. 在 ω_c'' 处，校正前系统幅值下降 $-20\lg b$ ，使得校正后系统确实处于截止频率处，从而可确定参数 b ，并由步骤4确定 T



Step6. 画出校正后系统伯德图，验证 $\begin{cases} \omega_c \\ \gamma \end{cases}$ 是否满足要求





知识点3

自动控制系统的频率法校正

[例题]6-2 滞后校正例题(同超前校正例子)

已知反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K}{s(s+2)}$

试设计滞后网络，使系统的稳态速度误差系数 $K_v = 20s^{-1}$ ，
相位裕度不小于 45°

a. 由稳态误差要求确定开环增益 $K_v = 20 \rightarrow K = 40$

$$G(s) = \frac{40}{s(s+2)} = \frac{20}{s(0.5s+1)}$$

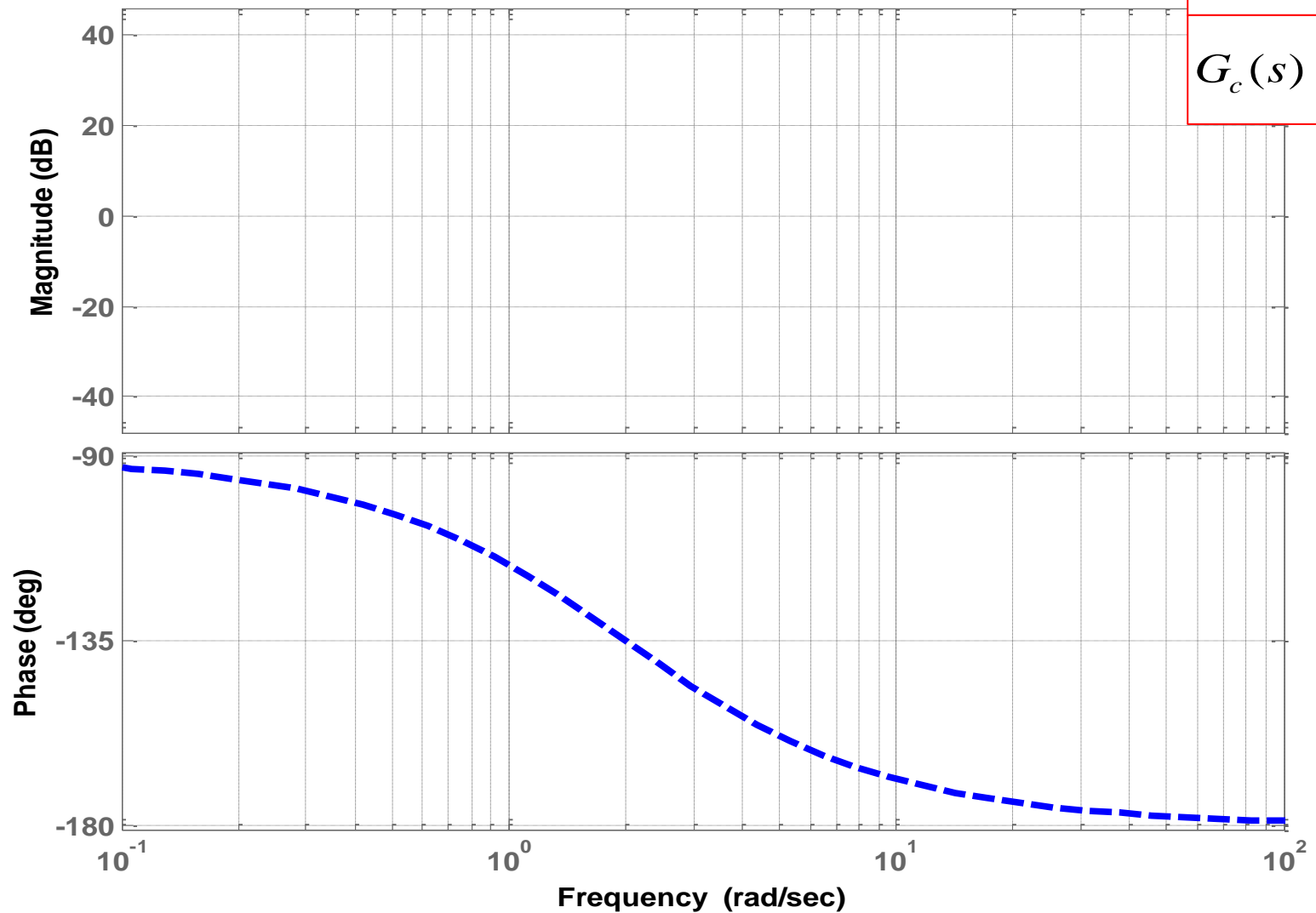
b. 画出校正前系统的伯德图，校正前系统相位裕度 = 18度，不满足要求





Bode Diagram

$$G(s) = \frac{20}{s(0.5s + 1)}$$
$$G_c(s) = \frac{bTs + 1}{Ts + 1}$$





知识点3

自动控制系统的频率法校正

c. 确定校正后系统的截止频率 ω_c''

$$\varphi(\omega) = -180^\circ + \gamma, \text{ 其中 } \gamma = \gamma'' + (5^\circ \sim 12^\circ)$$

$$\varphi(\omega_c'') = -180^\circ + 45^\circ + 5^\circ = -130^\circ$$

由图可量出, $\omega_c'' = 1.5 \text{ rad/s}$ $\varphi(\omega_c'') = -130^\circ$

d. 计算网络参数

在 ω_c'' 处, 校正前系统幅值下降 $-20\lg b$, 使得校正后系统确实处于截止频率处,

$$-20\lg b = 20\text{db} \quad b = 0.1$$

$$\frac{1}{bT} = \frac{\omega_c''}{10} \quad T = \frac{1}{0.015}$$

$$G_c(s) = \frac{\frac{1}{0.15}s + 1}{\frac{1}{0.015}s + 1} = \frac{6.67s + 1}{66.7s + 1}$$

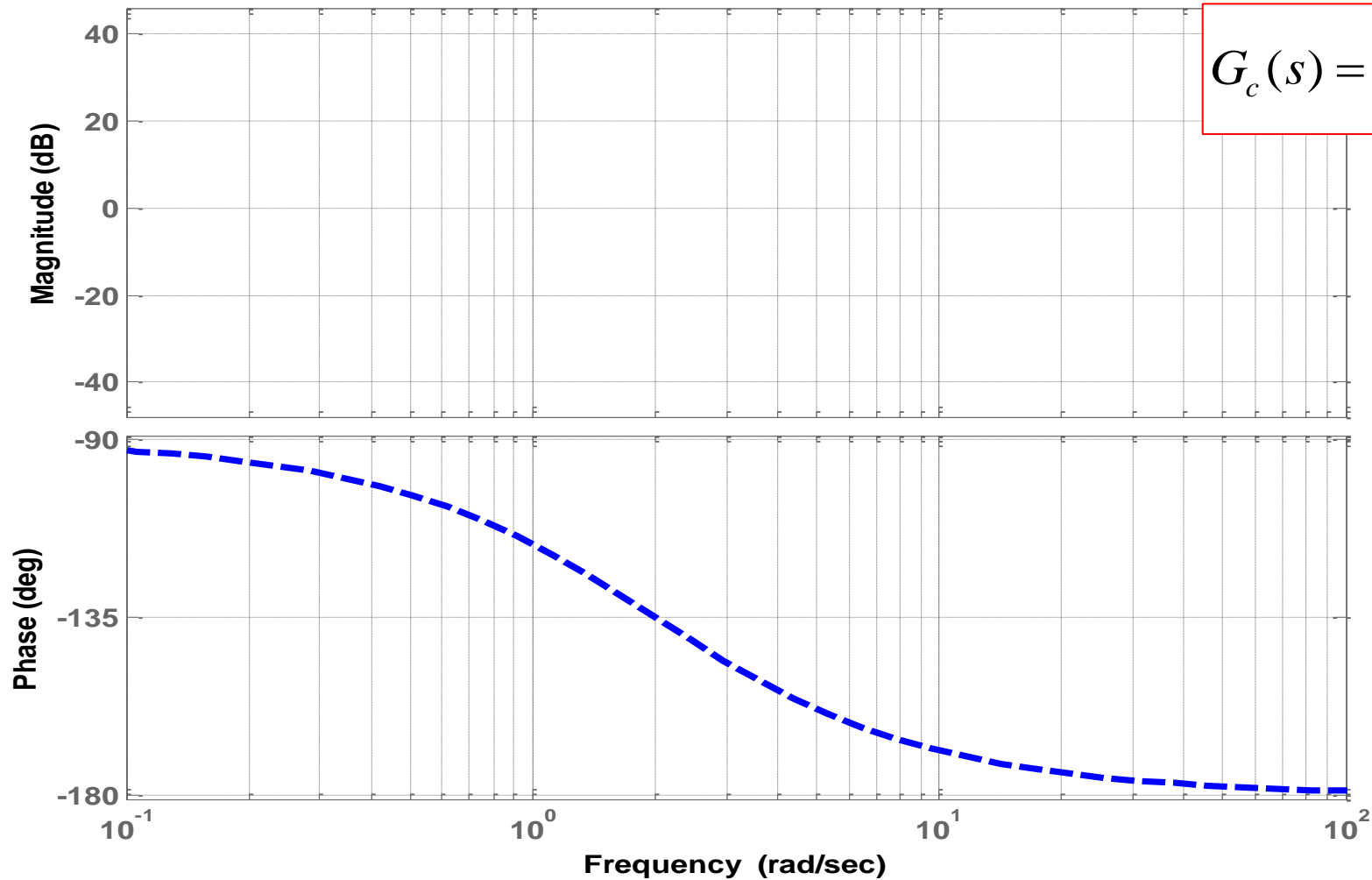




Bode Diagram

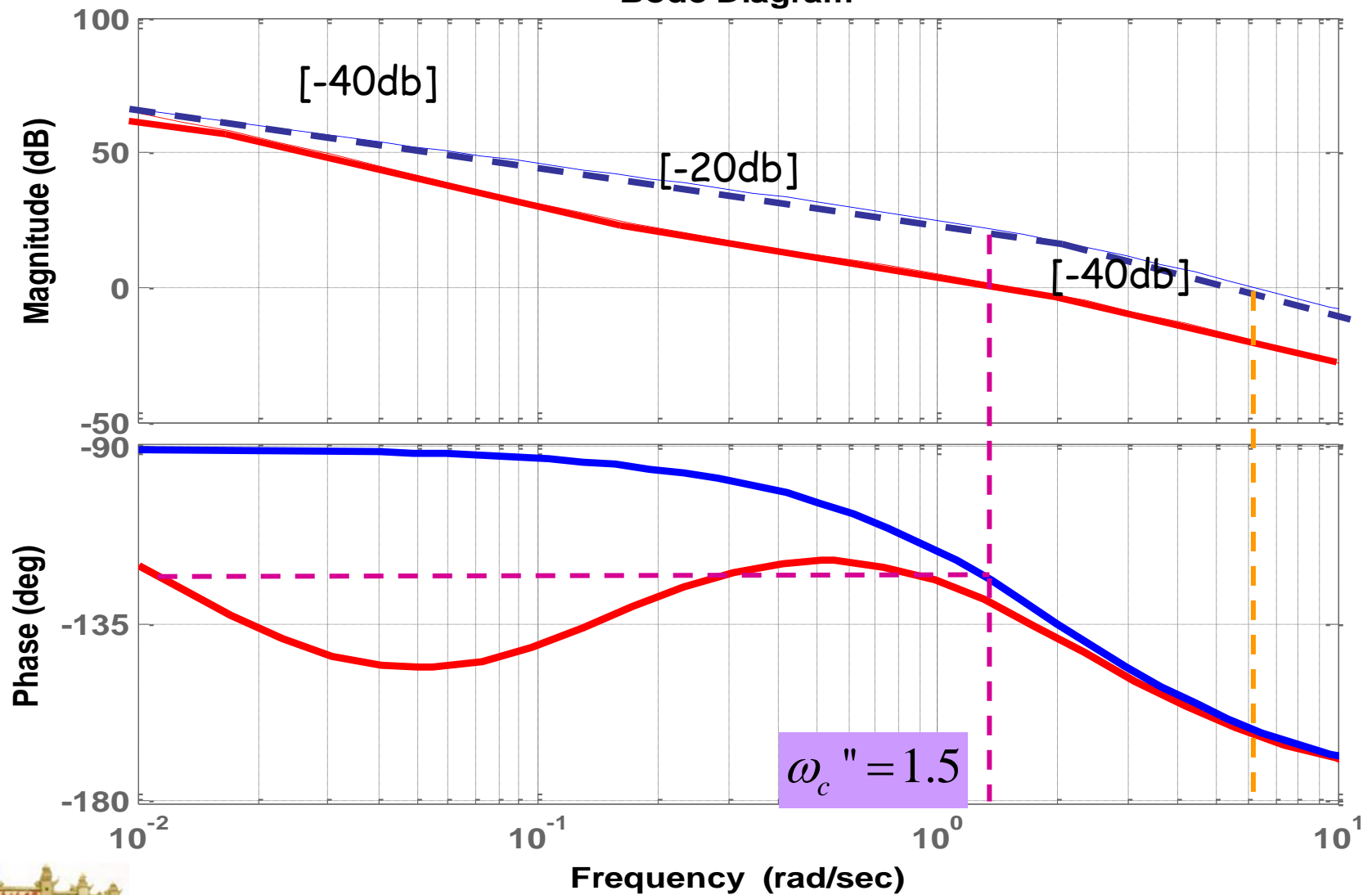
$$G(s) = \frac{20}{s(0.5s + 1)}$$

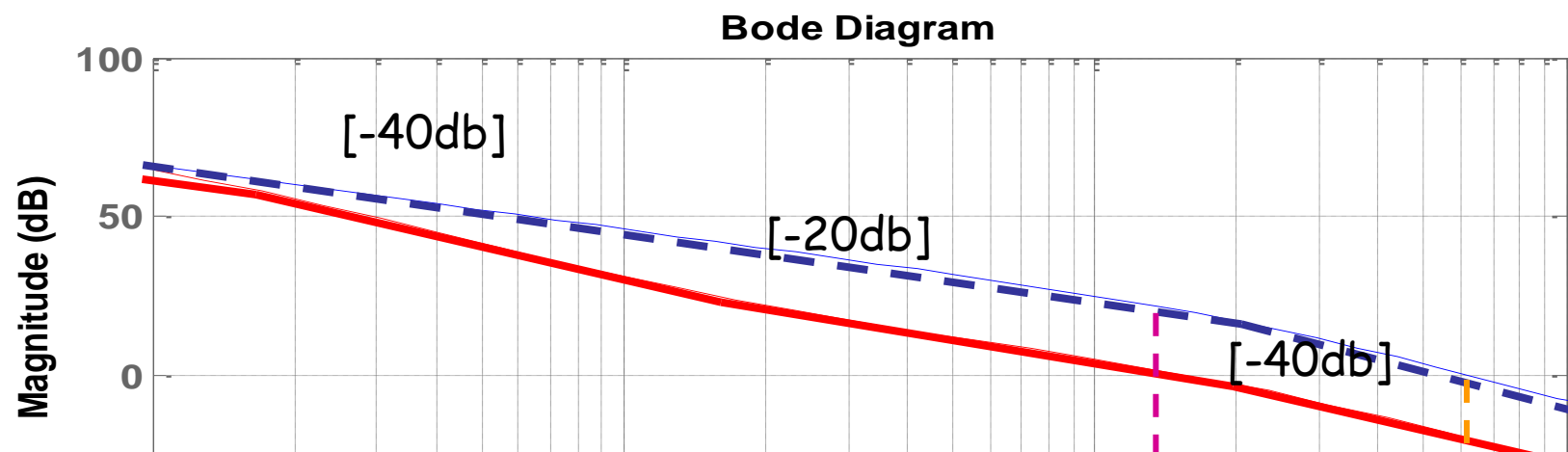
$$G_c(s) = \frac{bTs + 1}{Ts + 1}$$



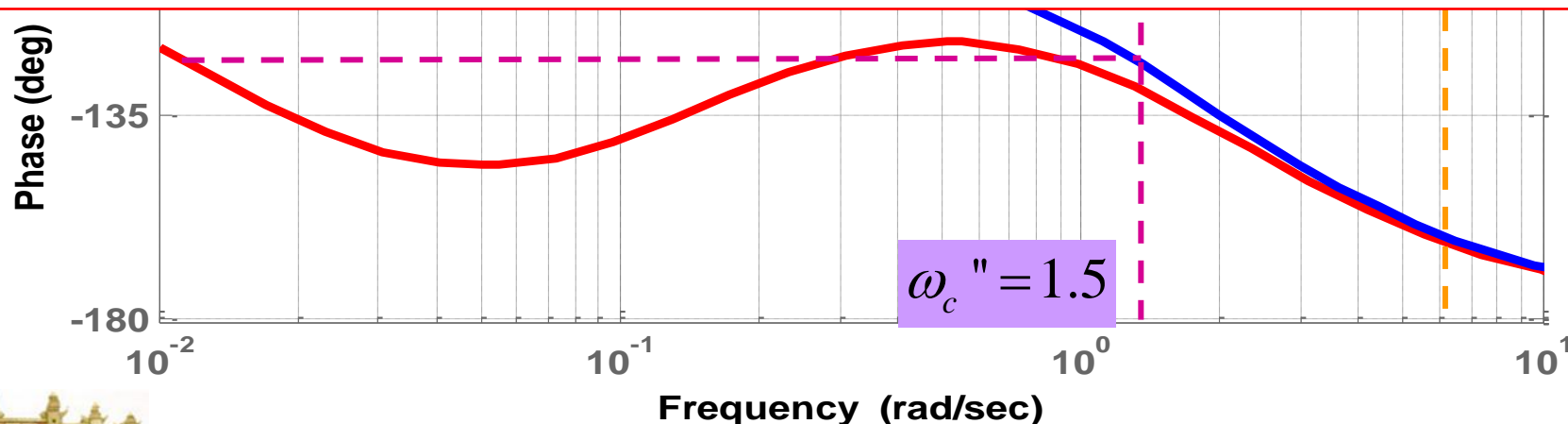


Bode Diagram





- 校正后系统的中频段斜率为 -20 dB/dec ，并占据一定频带范围，这使系统相位裕度增大，瞬态过程的超调变小
- 使截止频率变小，带宽变小，响应变慢，但抑制噪声能力变好





知识点3

自动控制系统的频率法校正

[例题]6-3

已知反馈系统的开环传递函数为 $G(s) = \frac{K}{s(0.1s + 1)(0.2s + 1)}$

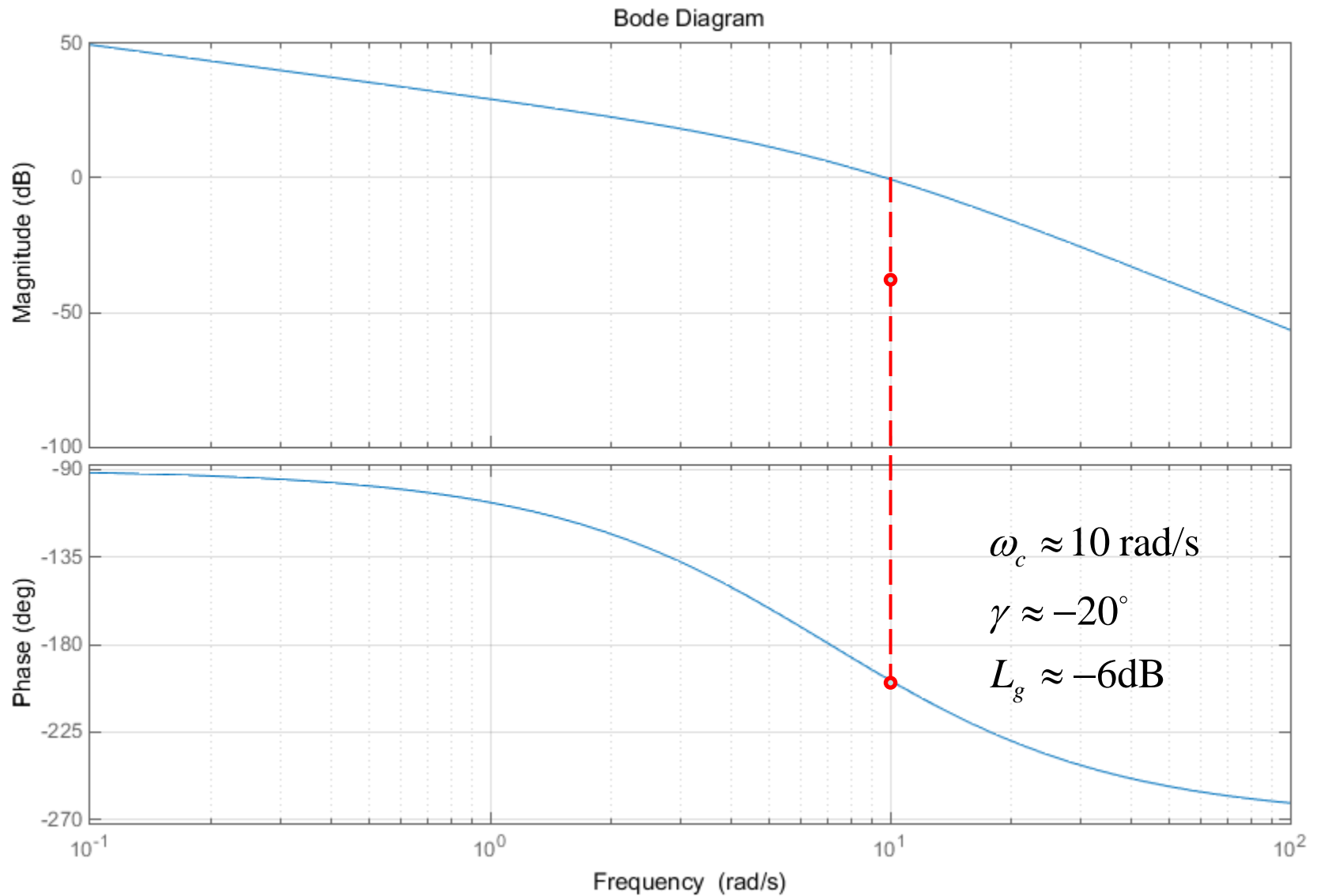
试设计串联校正网络，使系统的稳态速度误差系数 $K_v = 30s^{-1}$ ，相位裕度 $\gamma' \geq 40^\circ$ ，幅值裕度 $L_g \geq 10\text{dB}$ ，截止频率 $\omega_c' \geq 2.3\text{rad/s}$

a. 由稳态误差要求确定开环增益 $K_v = 30 \rightarrow K = 30$

$$G(s) = \frac{30}{s(0.1s + 1)(0.2s + 1)}$$

b. 画出校正前系统的伯德图，校正前系统相位裕度 = -20度，不满足要求



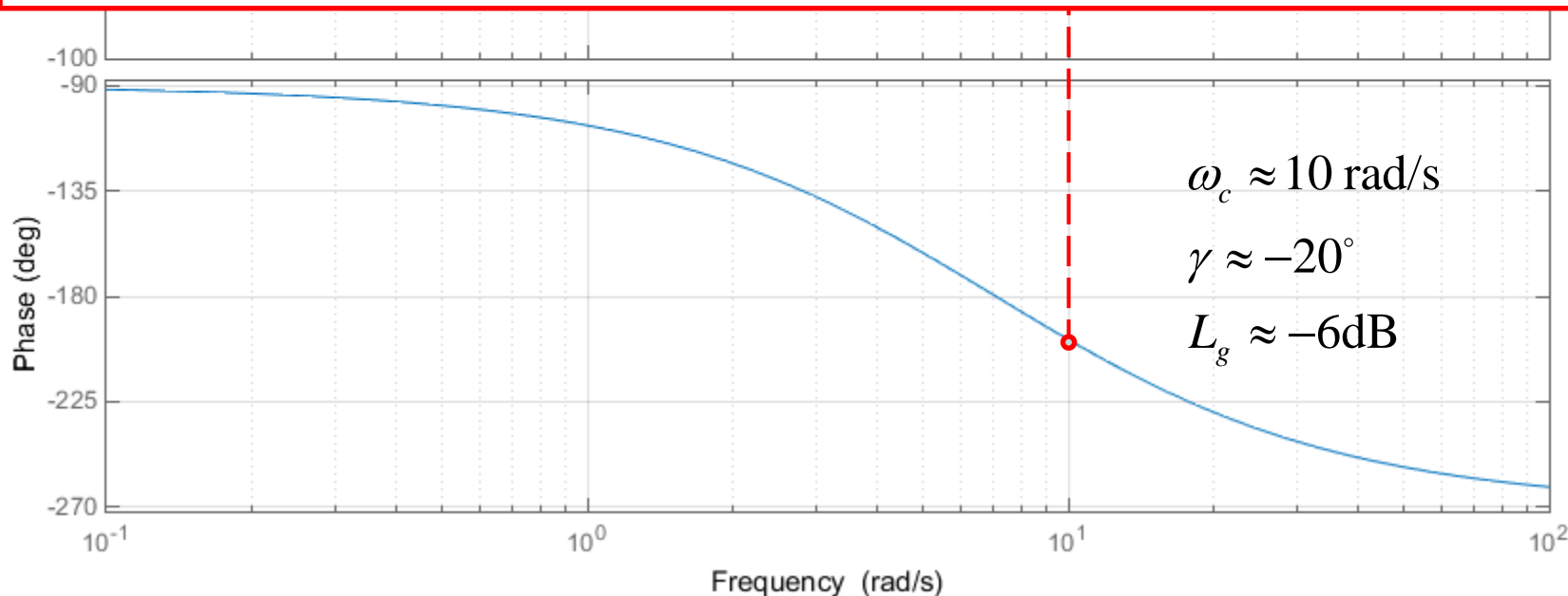




Bode Diagram



分析：由伯德图可知，原控制系统 $\omega_c \approx 10 \text{ rad/s}$ ， $\gamma \approx -20^\circ$ ， $L_g \approx -6 \text{ dB}$ ，系统不稳定，需要进行校正；若采用串联超前校正，由题意可知至少需要校正网络提供 $\varphi_m = \gamma' - \gamma + \Delta \approx 40^\circ + 20^\circ + 5^\circ = 65^\circ$ 的最大超前角，此时求得 $1/\alpha \gg 20$ ，不利于系统对高频噪声的抑制；另一方面，系统 $\omega_c \approx 10 \text{ rad/s}$ ，与校正要求的 2.3 rad/s 相比仍有较大调整空间，故可用串联滞后网络对系统进行校正，充分发挥原系统自身特性。





知识点3

自动控制系统的频率法校正

c. 确定校正后系统的截止频率 ω_c''

$$\varphi(\omega) = -180^\circ + \gamma, \text{ 其中 } \gamma = \gamma'' + (5^\circ \sim 12^\circ)$$

$$\varphi(\omega_c'') = -180^\circ + 40^\circ + 5^\circ = -135^\circ$$

由图可量出, $\omega_c'' = 2.8 \text{ rad/s}$ $\varphi(\omega_c'') = -135^\circ$

d. 计算网络参数

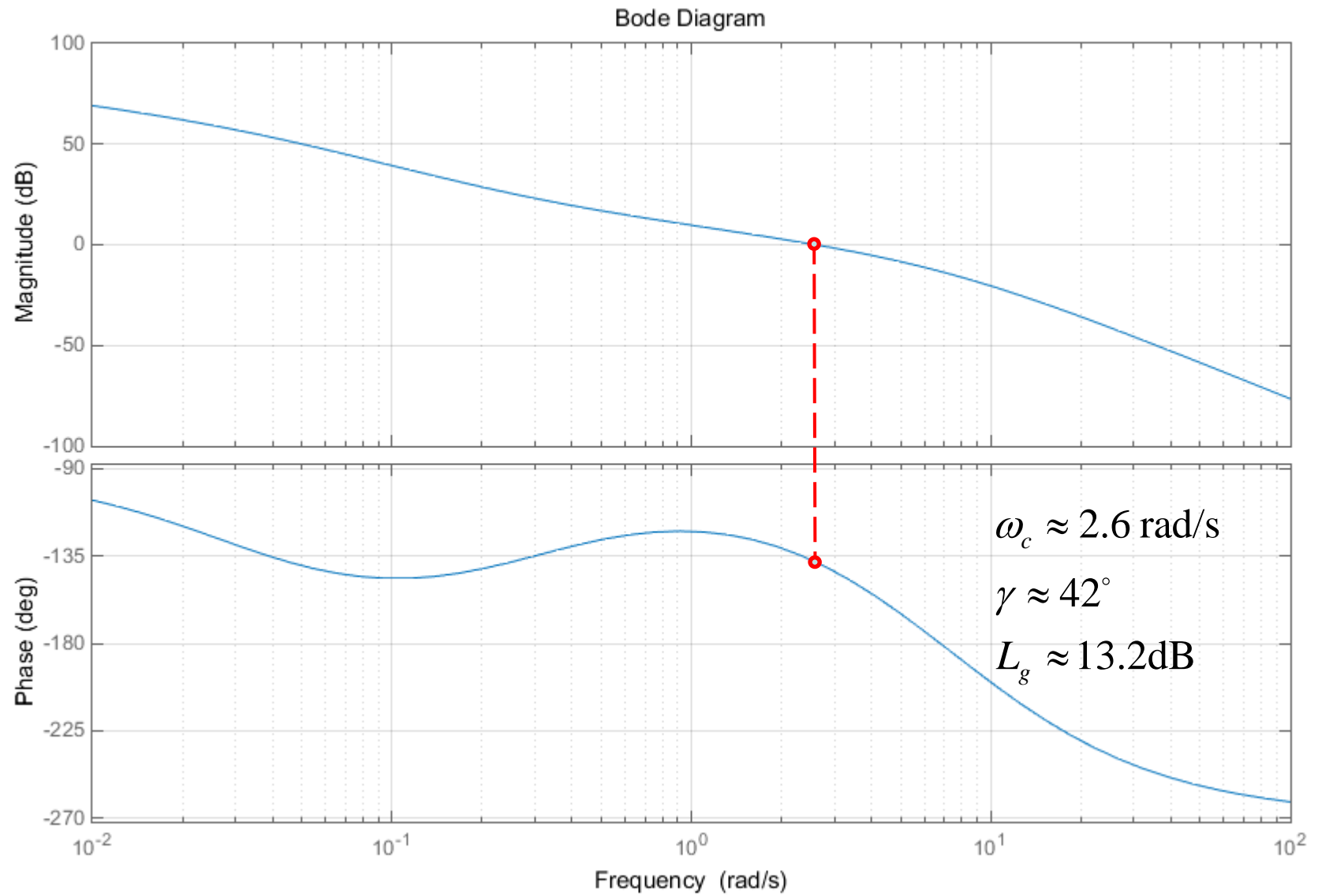
在 ω_c'' 处, 校正前系统幅值下降 $-20\lg b$, 使得校正后系统确实处于截止频率处,

$$-20\lg b = 19\text{db} \quad b = 0.11$$

$$\frac{1}{bT} = \frac{\omega_c''}{10} \quad T = \frac{1}{0.0308}$$

$$G_c(s) = \frac{\frac{1}{0.308}s + 1}{\frac{1}{0.0308}s + 1} = \frac{3.25s + 1}{32.5s + 1}$$







知识点3

自动控制系统的频率法校正

超前、滞后校正的比较

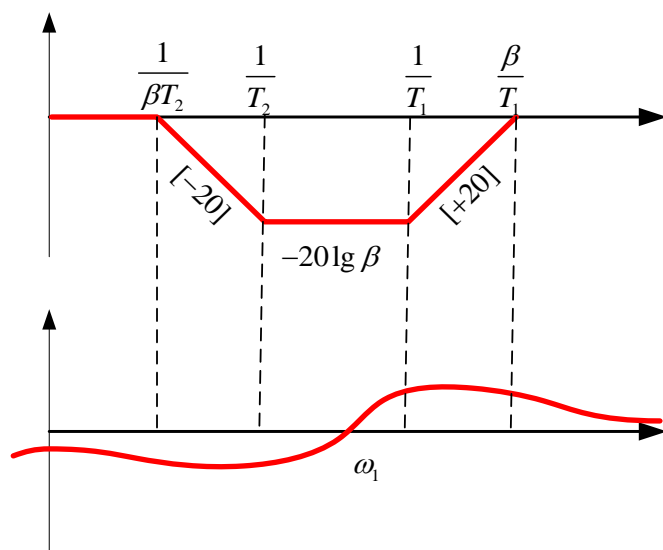
- 超前校正利用其相位超前特性、获得系统所需要的相位超前量。而滞后校正则利用其高频衰减特性，使截止频率下降，借助于原系统在新的截止频率处的相位，获得系统所需要的相位裕度。
- 超前校正通常用来改善稳定裕度，滞后校正通常用来提高稳态精度。
- 超前校正比滞后校正能提供更高的截止频率。高的截止频率意味着大的带宽，从而意味着小的调整时间。因此，如果希望系统具有大的带宽，或者快的响应，应采用超前校正。
- 超前校正需要由一个附加的增益增量，以抵消超前网络本身的衰减。则表明超前校正比滞后校正需要更大的增益。在多数情况下，增益越大，意味着系统的体积和重量越大，成本越高，同时会在系统中产生比较大的信号，这种大信号容易造成元件的饱和现象。
- 滞后校正降低了系统在高频区的增益，但并没有降低系统在低频区的增益。因为降低了高频增益，系统的总增益可以增加，从而低频增益随之增加，因此改善了系统的稳态精度。



知识点3

自动控制系统的频率法校正

串联滞后-超前校正的基本思想



$$G_c(s) = \frac{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}{(\frac{T_1}{\beta}s + 1)(\beta T_2s + 1)}$$

利用其可以同时调整系统的动态性能和稳态性能的特点，对需要同时改善系统的动态和稳态性能的系统进行调整，更为方便、经济。

将超前网络和滞后网络综合在一起设计的关键在于选择超前网络中的 α 值与滞后网络中的 β 值互为倒数





知识点3

自动控制系统的频率法校正

串联滞后-超前校正装置的设计步骤

$$G_c(s) = \frac{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}{(\frac{T_1}{\beta}s + 1)(\beta T_2s + 1)}$$

Step1. 由系统稳态性能的要求，确定系统开环增益 K

Step2. 绘制未校正系统的对数幅频特性，求出未校正系统的截止频率 ω_c 、相位裕度 γ 及幅值裕度 $h(\text{db})$ 等；

Step3. 选择一个新的截止频率 ω' 使在这一点上能通过校正网络的超前环节提供足够的相角超前量，使系统满足相角裕度要求；又能通过网络的滞后环节，把这点原幅频特性 $L(\omega')$ 衰减至0

Step4. 确定滞后-超前网络中滞后部分的转折频率 $1/T_2$ 及 $1/(\beta T_2)$

$$\text{一般取: } \frac{1}{T_2} = \left(\frac{1}{10} \sim \frac{1}{2} \right) \omega'$$





知识点3

自动控制系统的频率法校正

Step5. 确定滞后-超前网络中超前部分的转折频率 $1/T_1$ 及 β/T_1

通过 $L(\omega) = -L(\omega'_c)$ 和 $\omega = \omega'_c$ 的坐标点，作一条斜率为 $+20\text{dB}$ 的直线，使它与 0dB 线及 -20dB/dec 线相交，其交点分别为 $\beta/T_1, 1/T_1$ 。这就是校正网络超前部分的转折频率。

Step6. 画出校正后系统的伯德图，校验其指标是否满足要求。若不满足，则从步骤②重新做起，直至满足要求为止。





知识点3

自动控制系统的频率法校正

[例]6-4 设某单位反馈系统的传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

要求静态速度误差系数 $K_v=10$ ，相角裕度 $\gamma'=46^\circ$ 设计一个相位滞后-超前校正装置。

解：（1）根据静态指标有：

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_0(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K}{s(s+1)(s+2)} = 0.5K = 10 \quad \mathbf{K = 20}$$

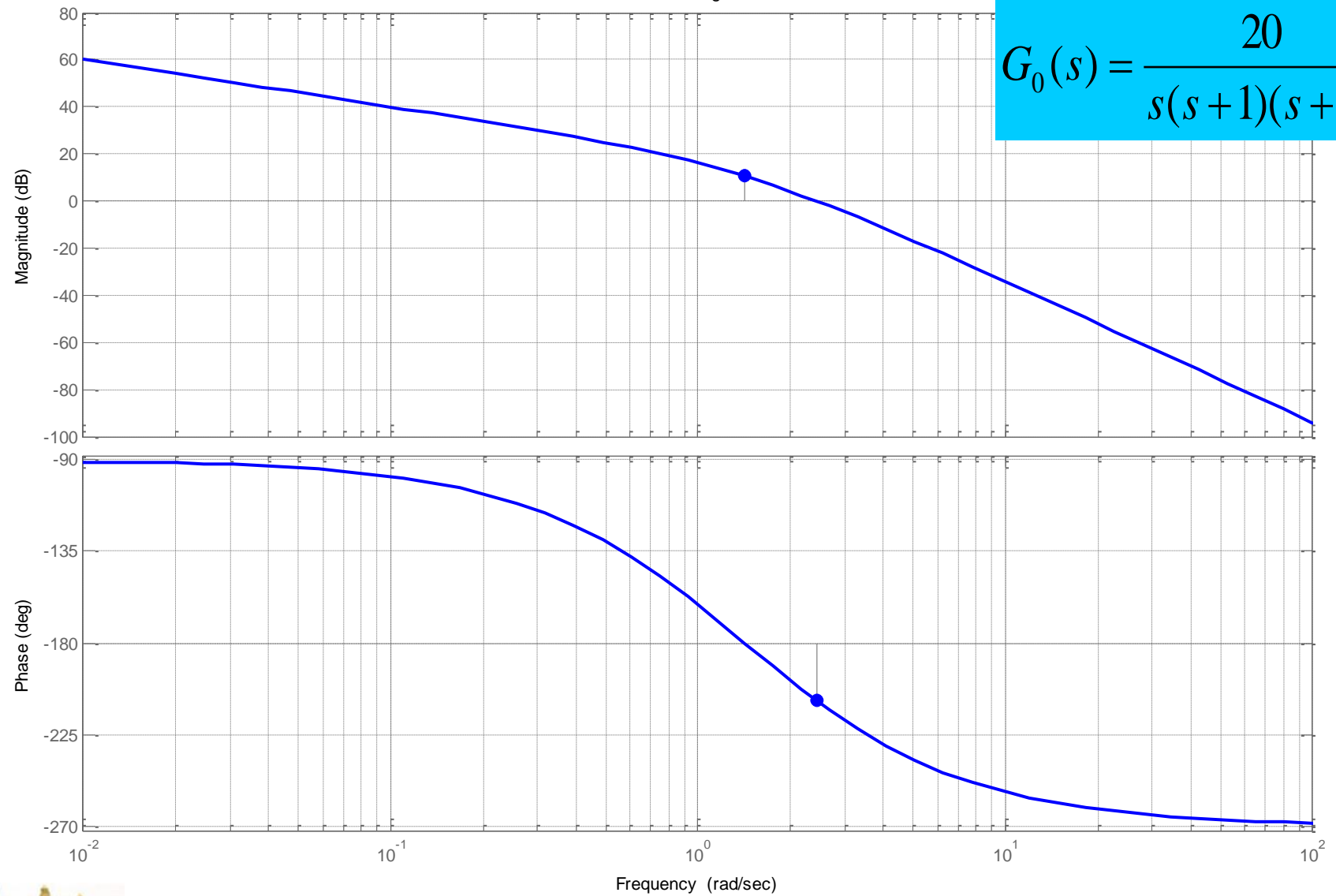
画出 $K=20$ 时的开环频率特性。

从伯德图上可以看出在截止频率 $\omega_c=2.7\text{rad/s}$ 处，相角裕度 $\gamma=-32^\circ$ 系统不稳定。





Bode Diagram





知识点3

自动控制系统的频率法校正

(2) 确定校正后系统的剪切频率 ω_c'

若没有对 ω_c' 提出明确要求, 可选择在 $\varphi_0(\omega)=180^\circ$ 处, 此时 $\omega_c'=1.5$, 原系统 $\gamma=0^\circ$ 。

此时 $L_0(1.5)=13\text{dB}$, $\varphi_0(1.5)=180^\circ$

(3) 确定滞后部分的转折频率 $1/T_2$ 和 $1/(\beta T_2)$ 。

考虑到滞后部分对 γ 值的不良影响, 选

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{10} \omega_c' = 0.1 \times 1.5 = 0.15$$

选 $\beta=10$, 可以保证超前部分能提供超过 50° 的相角。且有 $20\lg\beta > 13\text{dB}$ 。
于是

$$\frac{1}{\beta T_2} = \frac{1}{10 T_2} = 0.015$$

滞后部分的传递函数为

$$\frac{T_2 s + 1}{\beta T_2 s + 1} = \frac{6.67s + 1}{66.7s + 1}$$





知识点3

自动控制系统的频率法校正

(4) 确定超前部分的转折频率 $1/T_1$ 和 β/T_1 。

过 $\omega=1.5$ 及 $L(1.5)=-13\text{dB}$ 的坐标点做一条斜率为 20dB/dec 直线，交 $-20\lg\beta=-20\text{dB}$ 线于 $\omega=0.6254$ 处，交 0dB 线于 $\omega=6.254$ 处。则：

$$\frac{1}{T_1} = 0.6254 \text{ rad/s} \quad \frac{\beta}{T_1} = 6.254 \text{ rad/s}$$

超前部分的传递函数为：

$$\frac{T_1 s + 1}{\frac{T_2}{\beta} s + 1} = \frac{1.6s + 1}{0.16s + 1}$$

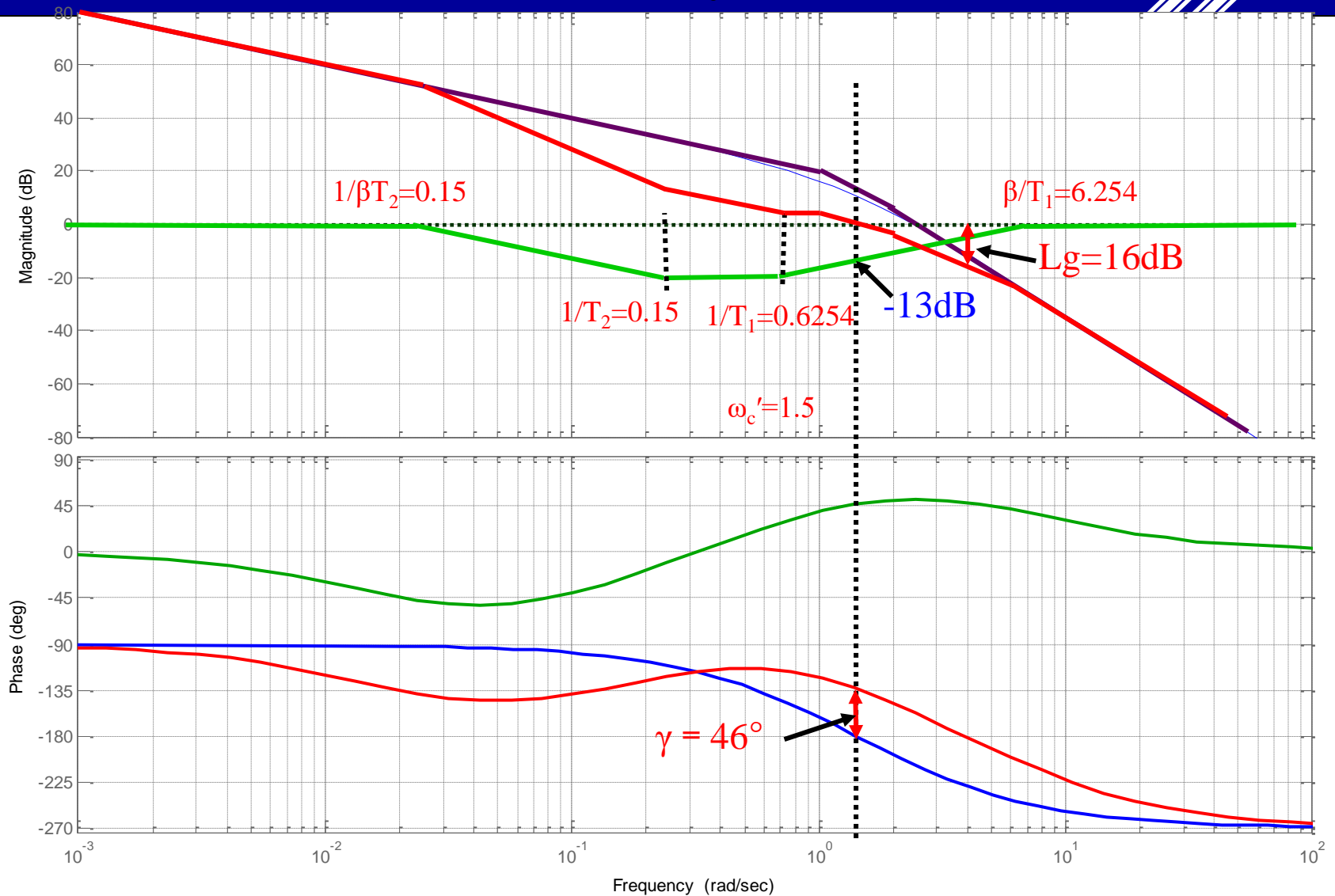
(5) 整个滞后—超前部分的传递函数为：

$$G_c(s) = \frac{(6.67s + 1)}{(66.7s + 1)} \cdot \frac{(1.6s + 1)}{(0.16s + 1)}$$

校验：相角裕度 $\gamma=46^\circ$ ，幅值裕度 $L_g=16\text{dB}$ ， $K_v=10$ 。



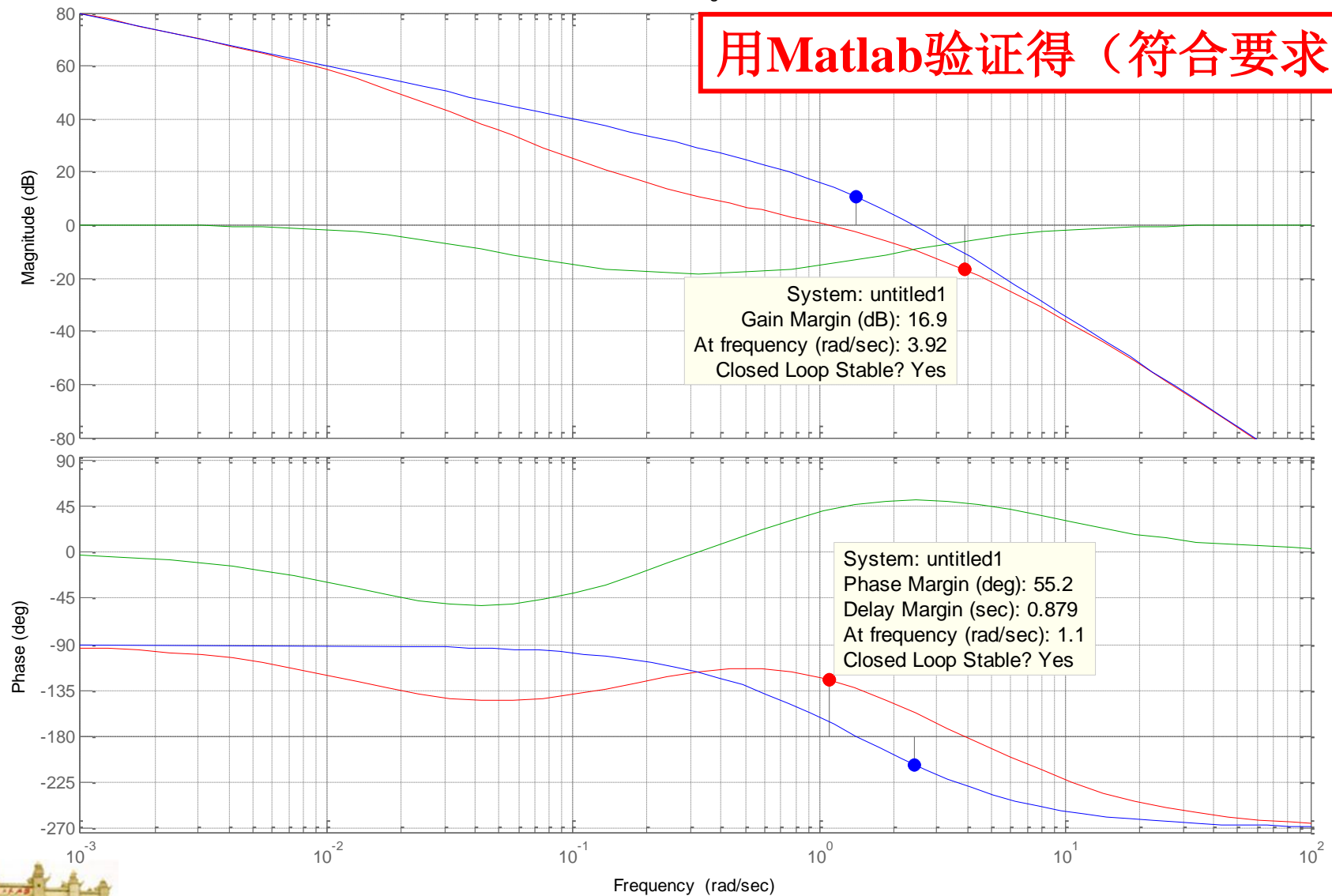
Bode Diagram





Bode Diagram

用Matlab验证得（符合要求）





知识点3

自动控制系统的频率法校正

[例]6-5 设某单位反馈的伺服电机控制系统的传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K}{s(\frac{1}{6}s + 1)(\frac{1}{2}s + 1)}$$

要求设计校正装置, 使静态速度误差系数 $K_v=180$, 相角裕度 $\gamma' \geq 45^\circ$
幅值裕度 $L_g \geq 10\text{dB}$, 截止频率 $\omega_c \geq 3.2\text{rad/s}$ 。

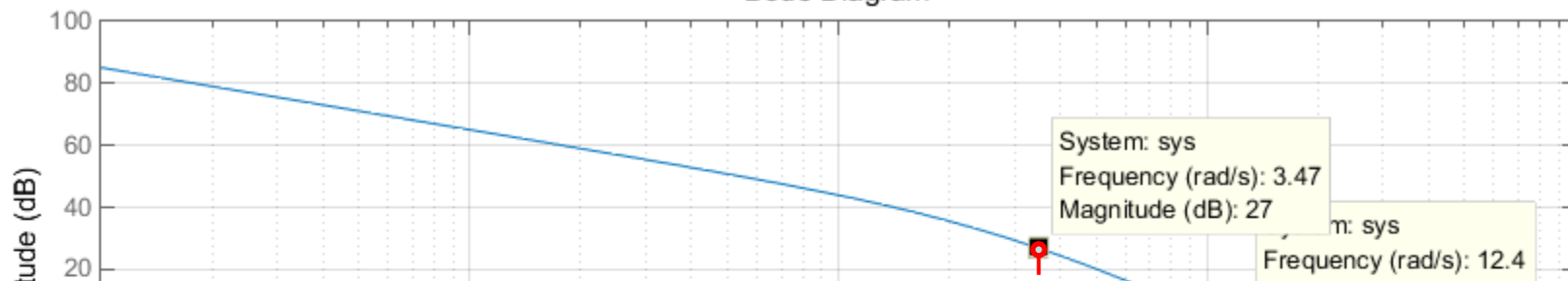
解: (1) 根据静态误差系数指标有:

$$K = K_v = 180$$

画出 $K=180$ 时的开环频率特性。

从伯德图上可以看出在截止频率 $\omega_c \approx 12.4\text{rad/s}$ 处, 相角裕度 $\gamma = -55^\circ$ 系统不稳定。

Bode Diagram

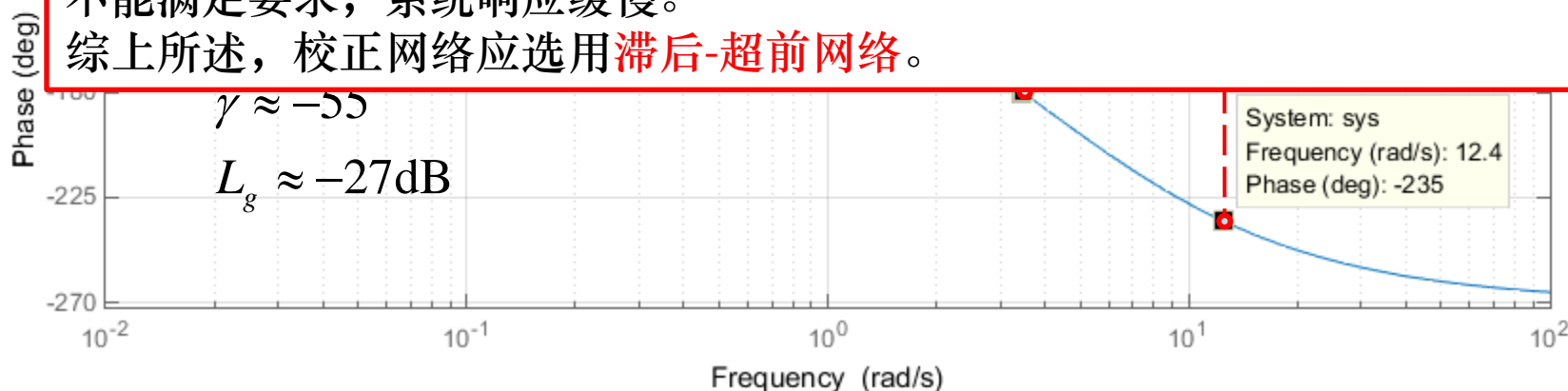


分析:

①若采用超前校正, 要把待校正系统的相角裕度由 -55° 提高到 45° , 至少需要选用两级超前校正网络, 校正后截止频率将过大, 造成输出噪声电平过高, 电机负荷过大, 同时需要附加两级前置放大器, 使系统结构复杂化。

②若采用滞后校正, 可使系统相角裕度提高到 45° 左右, 但是所需滞后网络时间常数过高, 硬件难以实现, 且校正后系统截止频率大大减小, 截止频率不能满足要求, 系统响应缓慢。

综上所述, 校正网络应选用**滞后-超前网络**。





知识点3

自动控制系统的频率法校正

(2) 确定校正后系统的截止频率 ω_c'

由伯德图中中频段的特性以及系统性能要求, 可选择在 $\omega_c' = 3.5 \text{ rad/s}$ 处, $\varphi_0(\omega_c') = 180^\circ$ 处, 此时, 原系统 $\gamma = 0^\circ$ 。

此时 $L_0(3.5) = 27 \text{ dB}$, $\varphi_0(3.5) = 180^\circ$

(3) 确定滞后部分的转折频率 $1/T_2$ 和 $1/(\beta T_2)$ 。

考虑到滞后部分对 γ 值的不良影响, 选

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{5} \omega_c' = 0.2 \times 3.5 = 0.7$$

选 $\beta = 50$, 可以保证超前部分能提供超过 50° 的相角。且有 $20 \lg \beta > 27 \text{ dB}$ 。
于是

$$\frac{1}{\beta T_2} = \frac{1}{40 T_2} = 0.014$$

滞后部分的传递函数为

$$\frac{T_2 s + 1}{\beta T_2 s + 1} = \frac{1.42 s + 1}{71.4 s + 1}$$





知识点3

自动控制系统的频率法校正

(4) 确定超前部分的转折频率 $1/T_1$ 和 $\beta 1/T_1$ 。

过 $\omega=3.5$ 及 $L(1.5)=-27\text{dB}$ 的坐标点做一条斜率为 20dB/dec 直线，交 $-20\lg\beta=-34\text{dB}$ 线于 $\omega=1.6$ 处，交 0dB 线于 $\omega=80$ 处。则：

$$\frac{1}{T_1} = 1.6 \text{ rad/s} \quad \frac{\beta}{T_1} = 80 \text{ rad/s}$$

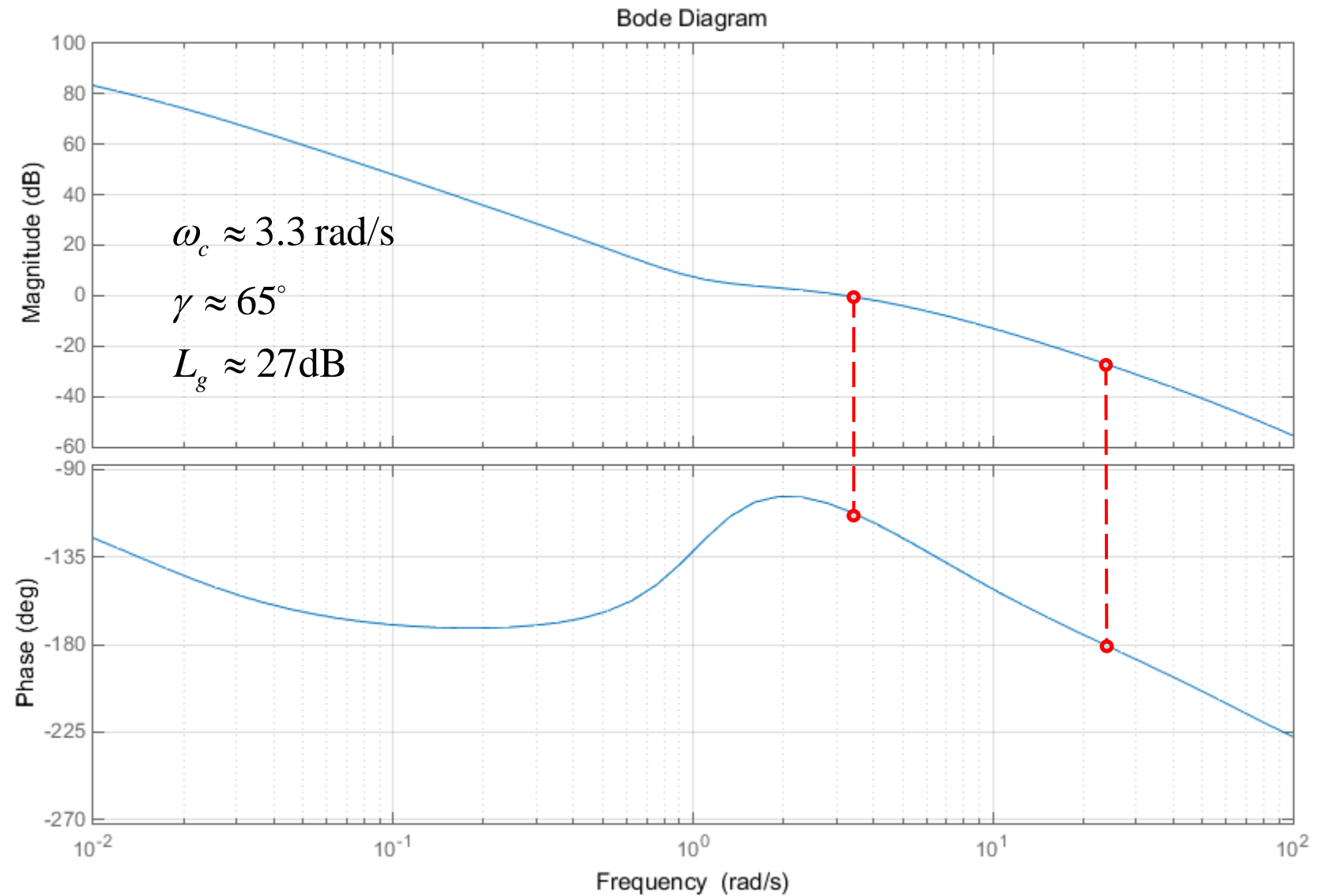
超前部分的传递函数为：

$$\frac{T_2 s + 1}{\frac{T_2}{\beta} s + 1} = \frac{0.625s + 1}{0.0125s + 1}$$

(5) 整个滞后—超前部分的传递函数为：

$$G_c(s) = \frac{(0.625s + 1)}{(0.0125s + 1)} \cdot \frac{(1.42s + 1)}{(71.4s + 1)}$$

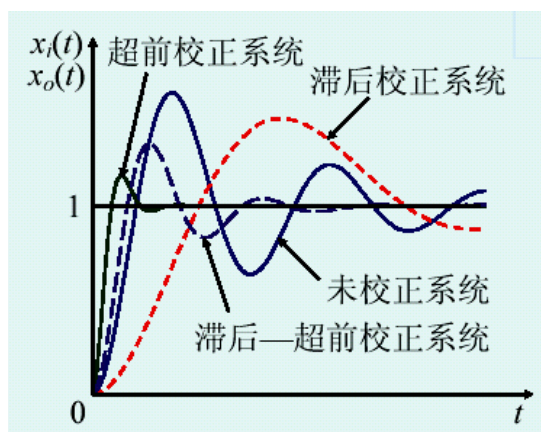
校验：相角裕度 $\gamma=65^\circ$ ，幅值裕度 $L_g=27\text{dB}$ ， $K_v=180$ ， $\omega_c \approx 3.3 \text{ rad/s}$



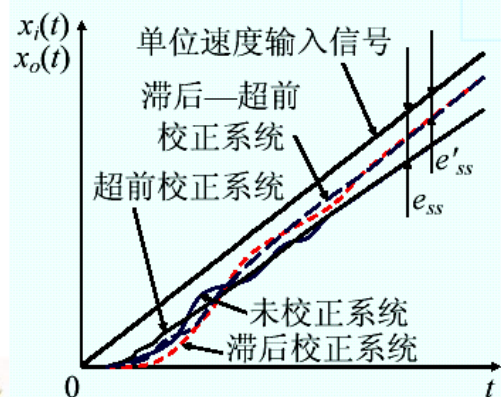
知识点3

自动控制系统的频率法校正

超前、滞后、滞后-超前校正的比较



校正后系统的单位阶跃响应曲线对比



校正后系统的单位速度响应曲线对比

- 1、超前校正装置
最快的响应
- 2、滞后校正装置
系统响应最缓慢
但其单位速度响应却得到了明显的改善
- 3、滞后—超前校正装置
折衷的响应特性
(稳态响应和瞬态响应均适当改善)



第十四次作业

- 习题6-3
- 习题6-5





本章结束

谢 谢!

