

第6章 典型机械零件的静强度设计

- 6.1 联轴器的设计与计算
- 6.2 离合器的设计与计算
- 6.3 螺纹连接件的静强度设计与计算
- 6.4 键连接的静强度设计与计算
- 6.5 链传动的静强度计算
- 6.6 滚动轴承静强度计算
- 6.7 轴的静强度和刚度计算
- 6.8 弹簧的受力、变形与刚度计算





6.1 联轴器的设计与计算

常用的联轴器大多已标准化或规格化。

设计与计算：正确选择联轴器的类型

确定联轴器的型号及尺寸




6.1.1 联轴器类型的选择

根据传递载荷大小，载荷的性质，轴转速的高低，被联接两部分的安装精度等，参考各类联轴器特性，选择合适的联轴器类型。具体选择时可考虑以下几点：

（1）联轴器所需传递转矩的大小和性质，对缓冲、减振等功能的要求。如对大功率的重载传动，可选用齿轮联轴器。

（2）联轴器两轴轴线的相对位移和大小。即制造和装配误差、轴受载和热膨胀变形以及部件之间的相对运动等引起联轴器两轴的位移程度。



当安装调整后，难以保持两轴严格精确对中，或工作过程中两轴将产生较大的附加相对位移时，应选用挠性联轴器。当径向位移较大时，可选用十字滑块联轴器；角位移较大或相交两轴的联接，可选用万向联轴器等。

(3) 联轴器的工作转速高低和引起的离心力的大小。当转速大于 **5000 r/min** 时，应考虑联轴器外缘的离心应力和弹性元件的变形等因素，并进行动平衡试验。变速时，不应选用非金属弹性元件和可动元件之间有间隙的挠性联轴器。



(4) **联轴器的可靠性和工作环境。**通常由金属元件制成的不需润滑的联轴器比较可靠；需要润滑的联轴器，其性能易受润滑完善程度的影响，且可能污染环境。非金属元件的联轴器对温度、腐蚀性介质及强光等比较敏感，且容易老化。

(5) **联轴器的制造、安装、维护和成本。**为了便于装配、调整和维修，应考虑必须的操作空间。对于大型联轴器，应能在轴不需作轴向移动的条件下实现装拆。

6.1.2 联轴器转矩计算


对于已标准化或规格化的联轴器，选定合适的类型后，可按转矩、轴径和转速等确定联轴器的型号和结构尺寸。

由于机器起动时的动载荷和运转过程中可能出现过载等现象，故应取轴上的最大转矩作为计算转矩 T_{ca} ， T_{ca} 可按下式计算

$$T_{ca} = K_A T \quad (6.1)$$

式中， T ——联轴器所需传递的名义转矩（ $N \cdot m$ ）；

K_A ——工作情况系数，其值见附表 4.5（此系数也适用离合器）。



根据计算转矩、转速及所选的联轴器类型，由有关设计手册选取联轴器的型号和结构尺寸：

$$T_{ca} \leq [T] \quad (6.2)$$

$$n \leq n_{max} \quad (6.3)$$

式中， $[T]$ —— 所选联轴器型号的许用转矩（ $N \cdot m$ ）；

n —— 被联接轴的转速（ r/min ）；

n_{max} —— 所选联轴器型号允许的最高转速（ r/min ）。

多数情况下，每一型号联轴器适用的轴径均有一个范围。标准中已给出轴径的最大与最小值，或者给出适用直径的尺寸系列，被联接两轴的直径都应在此范围之内。



表 1 LX 型弹性柱销联轴器

单位为毫米

型号	公称转矩 $T_n/(N \cdot m)$	许用转速 $[n]/(r/min)$	轴孔直径 d_1, d_2, d_3	轴孔长度			D	D_1	b	S	转动惯量 $I/(kg \cdot m^2)$	质量 m/kg
				Y 型	J、J ₁ 、Z 型							
				L	L	L_1						
LX1	250	8 500	12	32	27	—	90	40	20	2.5	0.002	2
			14									
			16	42	30	42						
			18									
			19									
			20	52	38	52						
			22									
			24									

6.2 离合器的设计与计算

6.2.1 单片式圆盘摩擦离合器的设计

单片式摩擦离合器传递的最大转矩为

$$T_{\max} = QfR_m \quad (6.4)$$

式中:

Q —— 两摩擦片之间的轴向压力;

f —— 摩擦系数;

R_m —— 平均半径。

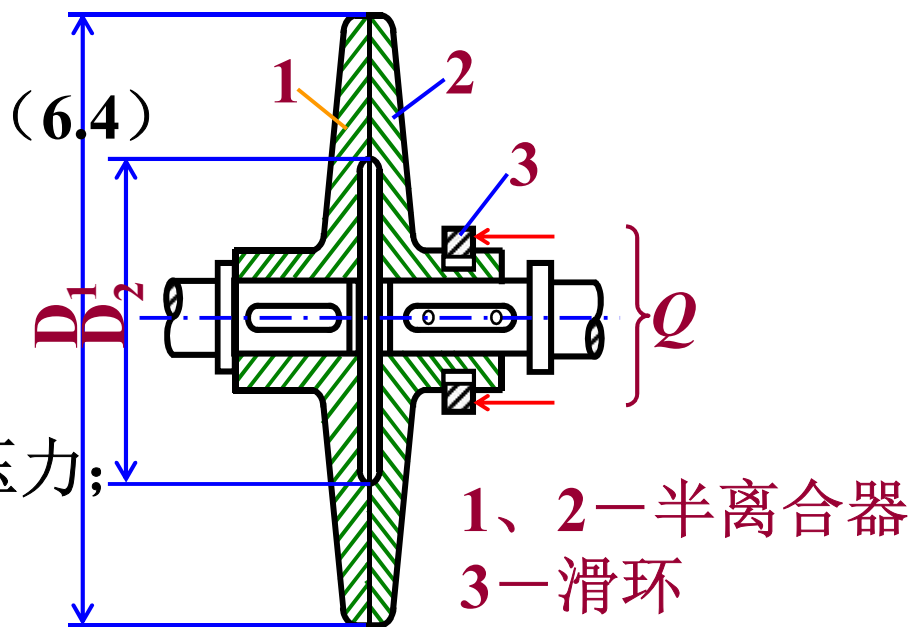



图3.47 单片式圆盘摩擦离合器



设摩擦力的合力作用在平均半径的圆周上。取环形接合面的外径为 D_1 ，内径为 D_2 ，则

$$R_m = \frac{D_1 + D_2}{4} \quad (6.5)$$

这种单片式摩擦离合器结构简单，散热性好，但传递的转矩较小。当需要传递较大转矩时，可采用多片式摩擦离合器。

6.2.12 多片式摩擦离合器的设计

多片式摩擦离合器能传递的最大转矩为

$$T_{\max} = QfR_m z \quad (6.6)$$

式中：

z —— 接合摩擦面数

（图3.38中， $z = 6$ ）

其它符号的含义同前。

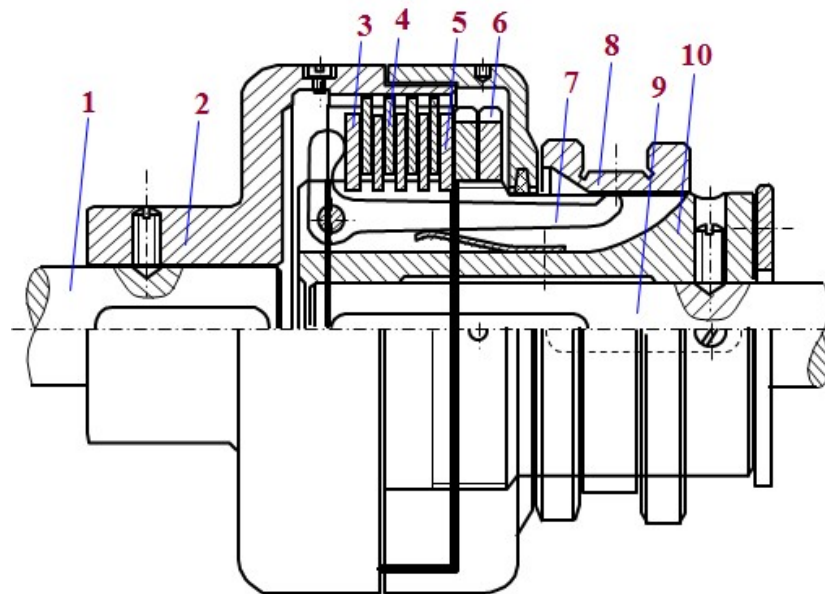




图3.48 多片式摩擦离合器



为使摩擦面不均匀的磨损不致过大，通常取摩擦工作表面的外径与内径之比为 $1.5 \sim 2$ 。

增加摩擦片数目，可以提高离合器传递转矩的能力，但摩擦片过多会影响分离动作的灵活性，故一般不超过 $10 \sim 15$ 对。

摩擦离合器的工作过程一般可分为接合、工作和分离三个阶段。在接合和分离过程中，从动轴的转速总低于主动轴的转速。因而两摩擦工作面间必将产生相对滑动从而会消耗一部分能量，并引起摩擦片的磨损和发热：为了限制磨损和发热。应使接合面上的压强 p 不超过许用压强 $[p]$ ，即



为了限制磨损和发热。应使接合面上的压强 p 不超过许用压强 $[p]$ ，即

$$p = \frac{4Q}{\pi(D_1^2 - D_2^2)} \leq [p] \quad (6.7)$$


式中：

D_1 、 D_2 —— 环形接合面的外径和内径（mm）；

Q —— 轴向压力（N）；

$[p]$ —— 许用压强（N/mm²），

许用压强 $[p]$ 为基本许用压强 $[p_0]$ 与系数 k_1 、 k_2 、 k_3 的乘积



许用压强

$$[p] = [p_0] k_1 k_2 k_3 \quad (6.8)$$

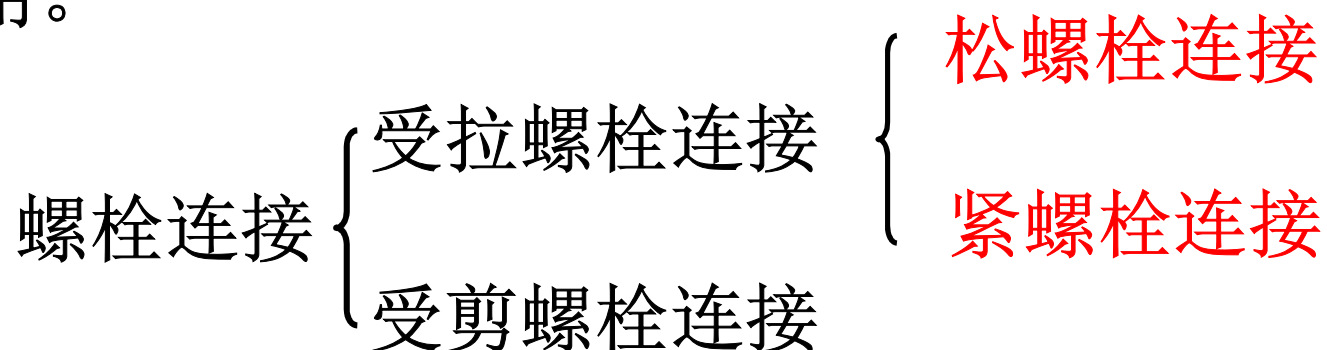
式中：

k_1 . k_2 . k_3 —— 因离合器的平均圆周速度、主动摩擦片数以及每小时的接合次数不同而引入的修正系数。

各种摩擦副材料的摩擦系数 f 和基本许用压强 $[p_0]$ 见附表 4.1，修正系数 k_1 . k_2 . k_3 分别列于附表 4.2、附表 4.3 和附表 4.6。

6.3 螺纹连接件的静强度设计与计算

螺纹连接包括螺栓连接、双头螺柱连接和螺钉连接等类型。下面以螺栓连接为例分析螺纹连接的强度计算方法。所采用的方法对双头螺柱连接和螺钉连接也同样适用。



在工程实际上，绝大多数螺纹连接在装配时都必须拧紧，使其在承受工作载荷之前，预先受到预紧力的作用。预紧的目的在于增强连接的可靠性和紧密性，以防止受载后被连接件间出现缝隙或发生相对滑移。有预紧力的称为紧螺栓连接

6.3.1 单个螺栓连接的强度计算

1. 受拉螺栓连接

受拉螺栓的失效多为螺纹部分的塑性变形和断裂，如果螺纹精度较低或者连接经常装拆，则螺纹牙也有可能发生滑扣。

如果选用的是标准件，则螺栓的设计主要包括：求出螺纹部分最小截面的直径（即螺纹小径 d_1 ）或对其强度进行校核。螺栓的其它部分（螺纹牙、螺栓头、光杆）和螺母、垫圈的结构尺寸，通常不需要进行强度计算，可查手册按螺栓螺纹的公称直径（即螺纹大径 d ）确定。

受拉螺栓连接分为松螺栓连接和紧螺栓连接两大类。

(1) 松螺栓连接

松螺栓连接在装配时不需要把螺母拧紧。

如果螺栓拧紧，滑轮架就不能自由转动，将给工作带来不便。

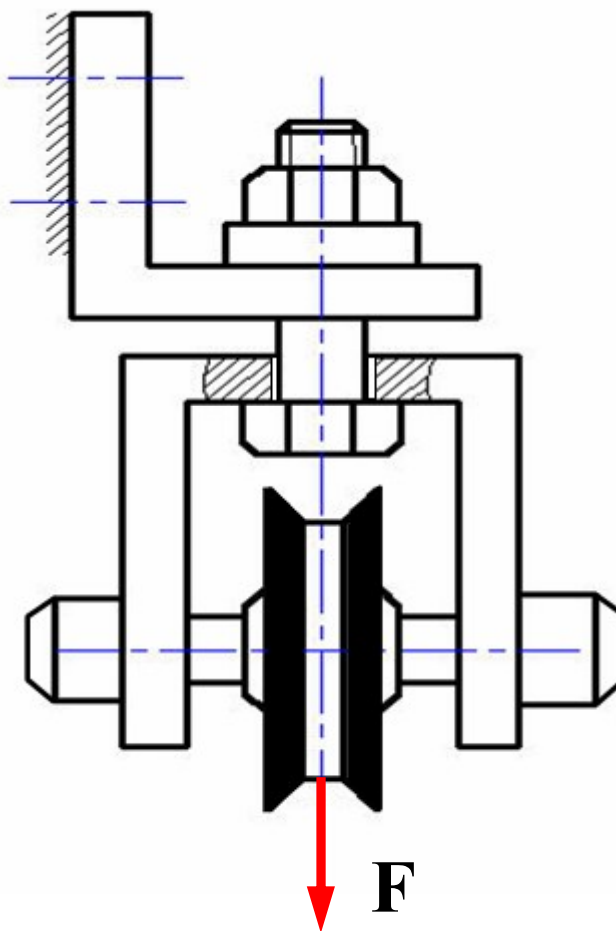


图6.1 起重滑轮的松螺栓连接

若忽略滑轮及其支架的自重，在承受工作载荷前，螺栓不受力，这是判别这类螺栓连接的依据。当连接承受工作载荷 F 时，螺栓所受的工作拉力即为 F ，螺栓最小截面所受的应力应满足的强度条件为

$$\sigma = \frac{F}{\pi d_1^2 / 4} \leq [\sigma] \quad (6.9)$$

式中， d_1 —螺栓螺纹小径，mm；

$[\sigma]$ —螺栓的许用拉应力，MPa。

当对这类螺栓进行设计时，可通过式（6.9）确定螺栓的最小直径

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma]}} \quad (6.10)$$



(2) 紧螺栓连接

紧螺栓连接-----拧紧力矩-----拧紧-----预紧拉力

紧螺栓连接工作载荷又可分为横向和轴向两种情况。

① 受横向工作载荷的紧螺栓连接

如图所示的普通螺栓连接，承受垂直于螺栓轴线的横向工作载荷 F ，螺栓杆与孔壁之间有间隙。在螺栓预紧力 F' 的作用下，由被连接件接合面间产生摩擦力来抵抗工作载荷。这时，螺栓仅承受预紧力的作用，而且在施加工作载荷的前后，螺栓所受的拉力不变，均等于预紧力，这是此类连接的重要特征。

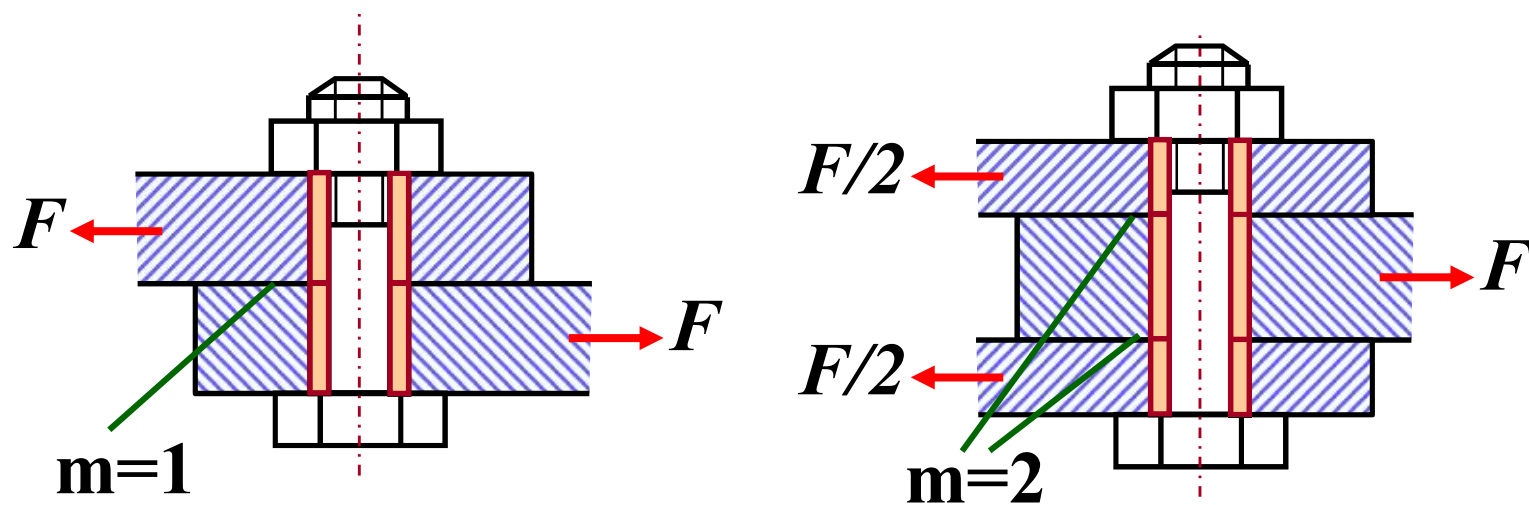



图6.2 受横向工作载荷的普通螺栓连接



为防止被连接件之间发生相对滑移，其接合面间的摩擦力必须大于或等于横向载荷，即应满足

$$mfF' \geq K_f F \quad (6.11a)$$

或

$$F' \geq \frac{K_f F}{mf} \quad (6.11b)$$

式中， m —接合面的数目；

f —接合面间的摩擦系数，可查附表7.1；


K_f —防滑可靠性系数，通常取 $K_f = 1.1 \sim 1.3$ 。

附表7.1连接接合面间的摩擦系数 f

被连接件	接合面表面状态	摩擦系数
钢或铸铁零件	干燥机加工表面	0.10~0.16
	有油机加工表面	0.06~0.10
钢结构零件	喷砂处理表面	0.45~0.55
	涂覆锌漆表面	0.35~0.40
	轧制、经钢丝刷清理浮锈	0.30~0.35
铸铁对砖料、混凝土或木材	干燥表面	0.40~0.45

- 拧紧螺母时，螺栓螺纹部分不仅受预紧力 F' 所产生的拉应力 σ 作用，而且还受摩擦力矩 T 所产生的扭转切应力 τ 作用
- 经理论分析，对于M10~M64普通螺纹的钢制螺栓， $\tau \approx 0.5 \sigma$ 。
- 由于螺栓为塑性材料，且受拉伸和扭转复合应力，故可按第四强度理论求得螺栓的合成计算应力

$$\sigma_{ca} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{\sigma^2 + 3(0.5\sigma)^2} \approx 1.3\sigma$$



可见，对于只受预紧力的紧螺栓连接来说，考虑扭转切应力的影响只需将拉伸载荷加大**30%**，就可按纯拉伸问题进行计算。

紧螺栓连接强度条件为

$$\sigma_{ca} = \frac{1.3F'}{\pi d_1^2 / 4} \leq [\sigma] \quad (6.12)$$

其设计公式为

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \times 1.3F'}{\pi [\sigma]}} \quad (6.13)$$

② 受轴向工作载荷的紧螺栓连接

如图所示，这种连接拧紧后螺栓受**预紧力 F'** ，工作时又受到由被连接件传来的**轴向工作载荷 F** 。一般情况下，螺栓所受的总拉力 **F_0 并不等于 F 与 F' 之和**。当应变在弹性范围内时，各零件的受力可根据静力平衡和变形协调条件求出。

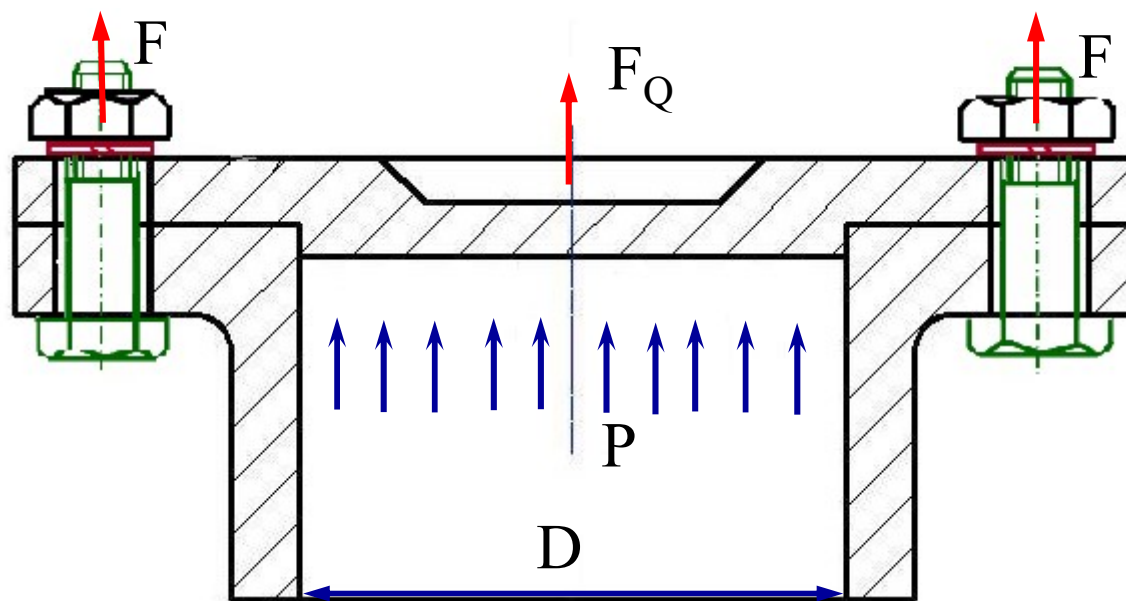


图6.3 压力容器螺栓连接

图6.4a为螺母刚好拧到与被连接件接触，此时螺栓与被连接件均未受力，因而也不产生变形。图6.4b是螺母已拧紧，但尚未承受工作载荷的情况。

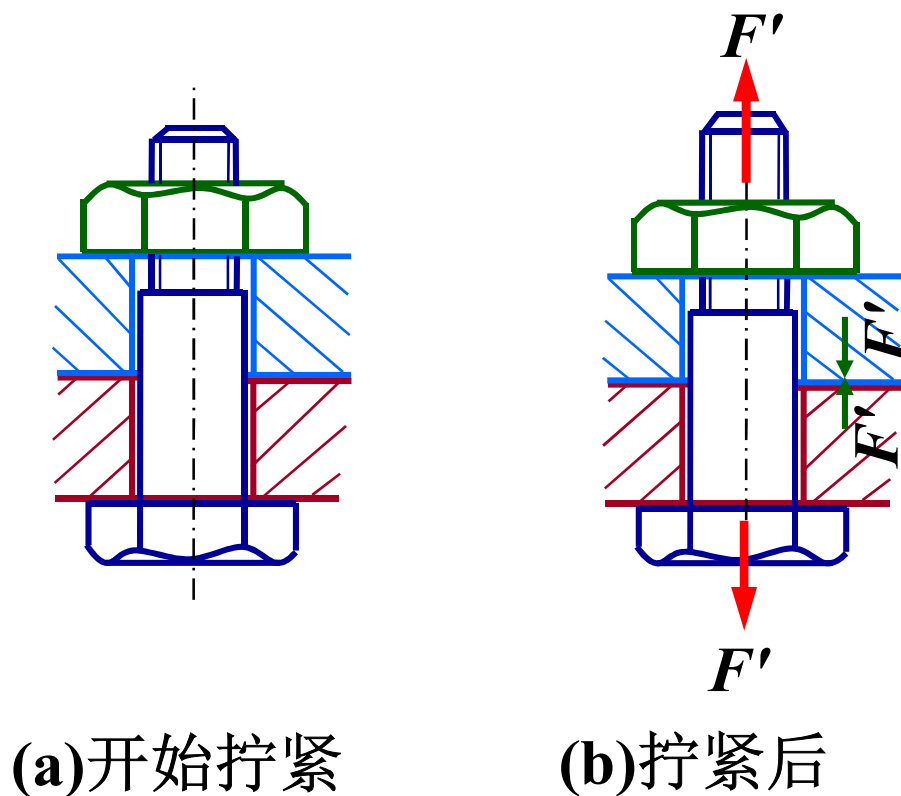


图6.4 螺栓和被连接件的受力-变形图

根据静力平衡条件，螺栓所受拉力应与被连接件所受压力大小相等，均为 F' 。

在 F' 的作用下，

螺栓产生伸长变形： δ_1

被连接件产生压缩变形： δ_2

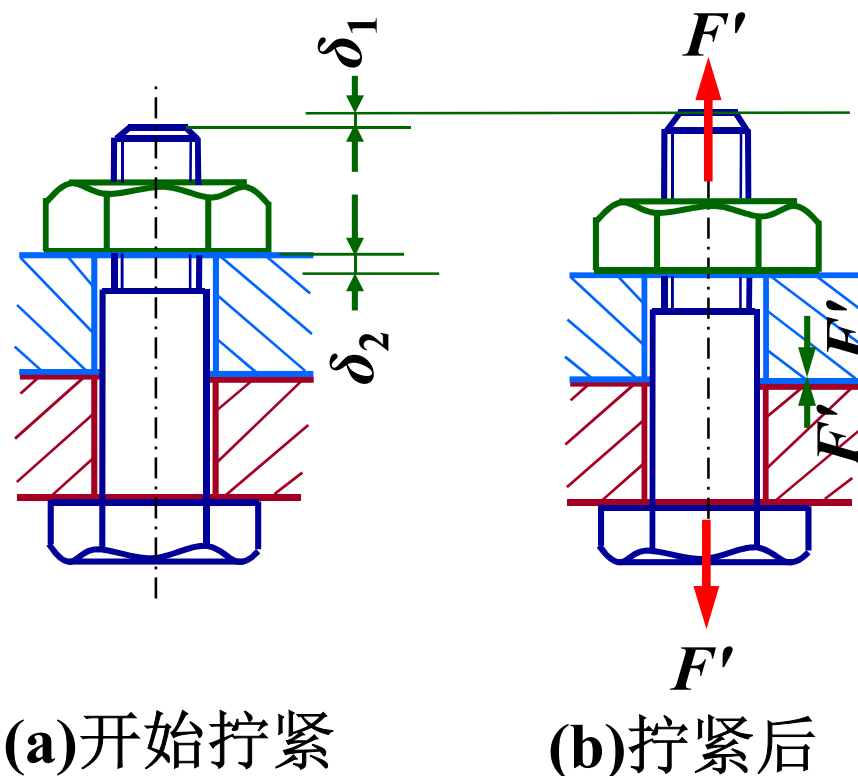
设螺栓的刚度： C_1

被连接件的刚度： C_2

则

$$\delta_1 = F' / C_1$$

$$\delta_2 = F' / C_2。$$

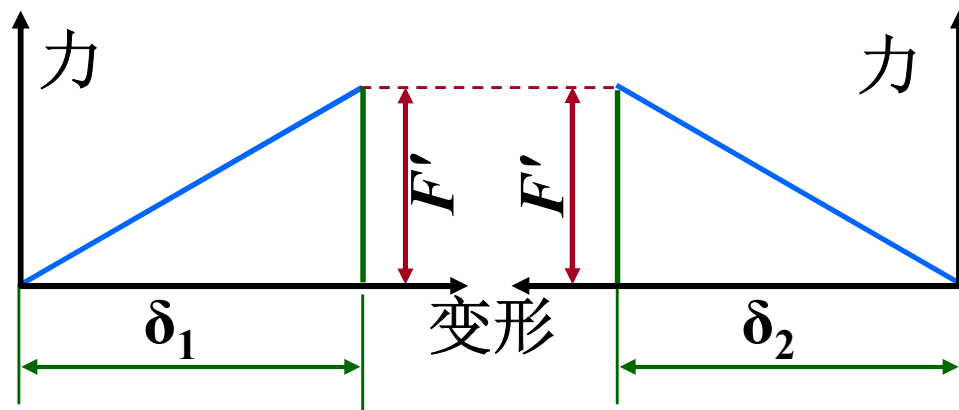


(a)开始拧紧

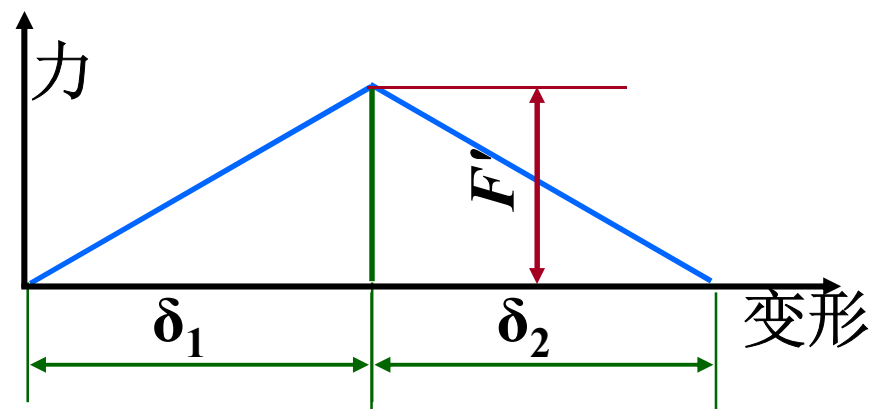
(b)拧紧后

图6.4 螺栓和被连接件的受力-变形图

图6.5a为此时螺栓和被连接件的受力—变形关系线图。将图6.5a两图合并得图6.5b



(a) 拧紧时



(b) a图两图合并

图6.5 螺栓和被连接件的受力—变形关系线图

螺栓受工作载荷 F 时，螺栓拉力增大为 F_0 ，拉力增量为 $F_0 - F'$ ，伸长增量为 $\Delta\delta_1$

被连接件因螺栓伸长而被放松，其压力减小到 F'' ，称为剩余预紧力。压力减少量为 $F' - F''$ ，压缩变形减少量为 $\Delta\delta_2$ 。
弹性体的变形互相制约又互相协调，应有 $\Delta\delta_1 = \Delta\delta_2$ 。

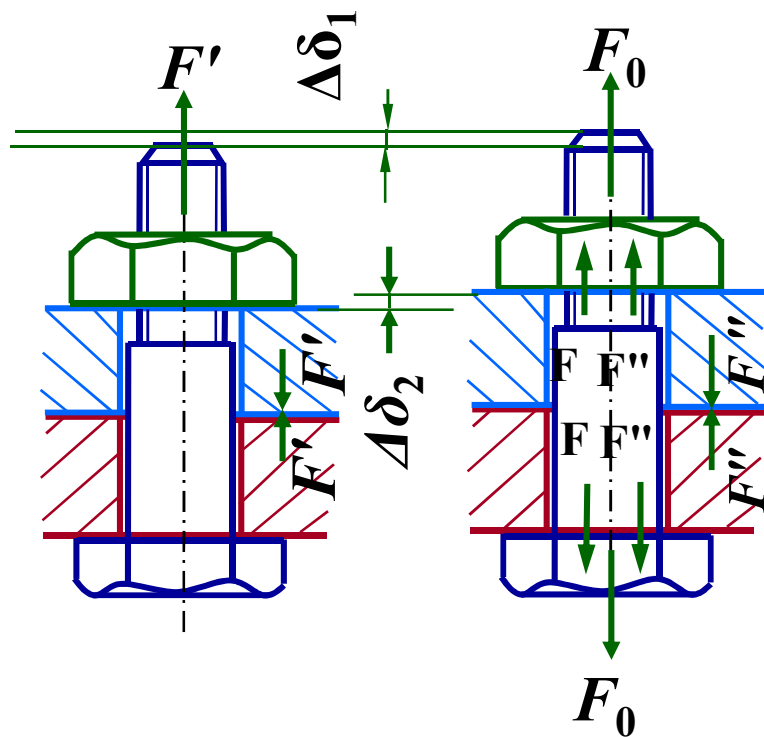


图6.4c 受工作载荷时

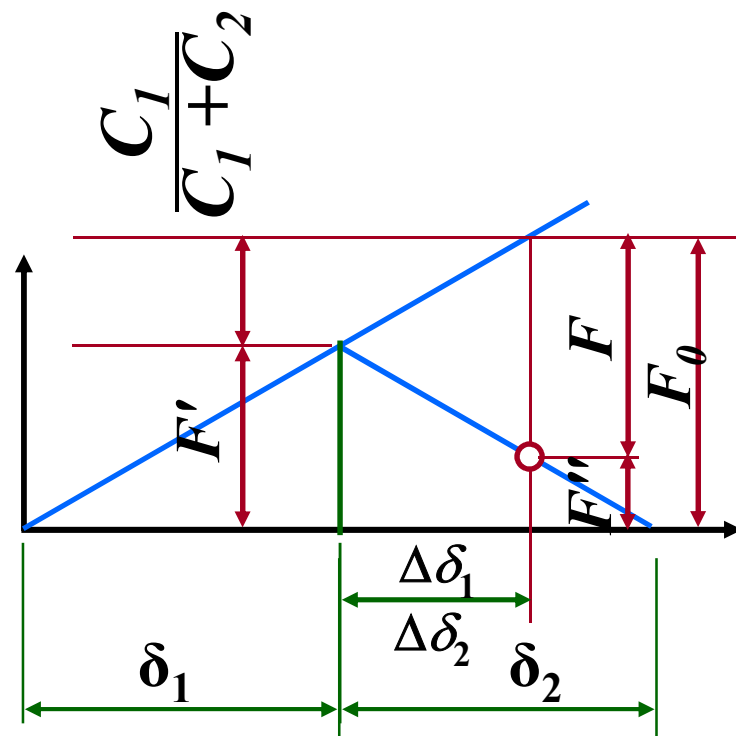


图6.5c 受工作载荷时

根据螺栓的静力平衡条件，即螺栓所受的总拉力等于剩余预紧力与工作载荷之和，可得

$$F_0 = F'' + F \quad (6.14)$$

F_0 与 F 、 F' 、 F'' 的关系，可由螺栓和被连接件的变形几何关系求出。由图 6.5c得

$$\Delta\delta_1 = \frac{F_0 - F'}{C_1} = \frac{F + F'' - F'}{C_1} = \Delta\delta_2 = \frac{F' - F''}{C_2}$$


经变换可得

$$F'' = F' - \frac{C_2}{C_1 + C_2} F \quad (6.15)$$

$$F' = F'' + \frac{C_2}{C_1 + C_2} F \quad (6.16)$$

$$F_0 = F' + \frac{C_1}{C_1 + C_2} F \quad (6.17)$$

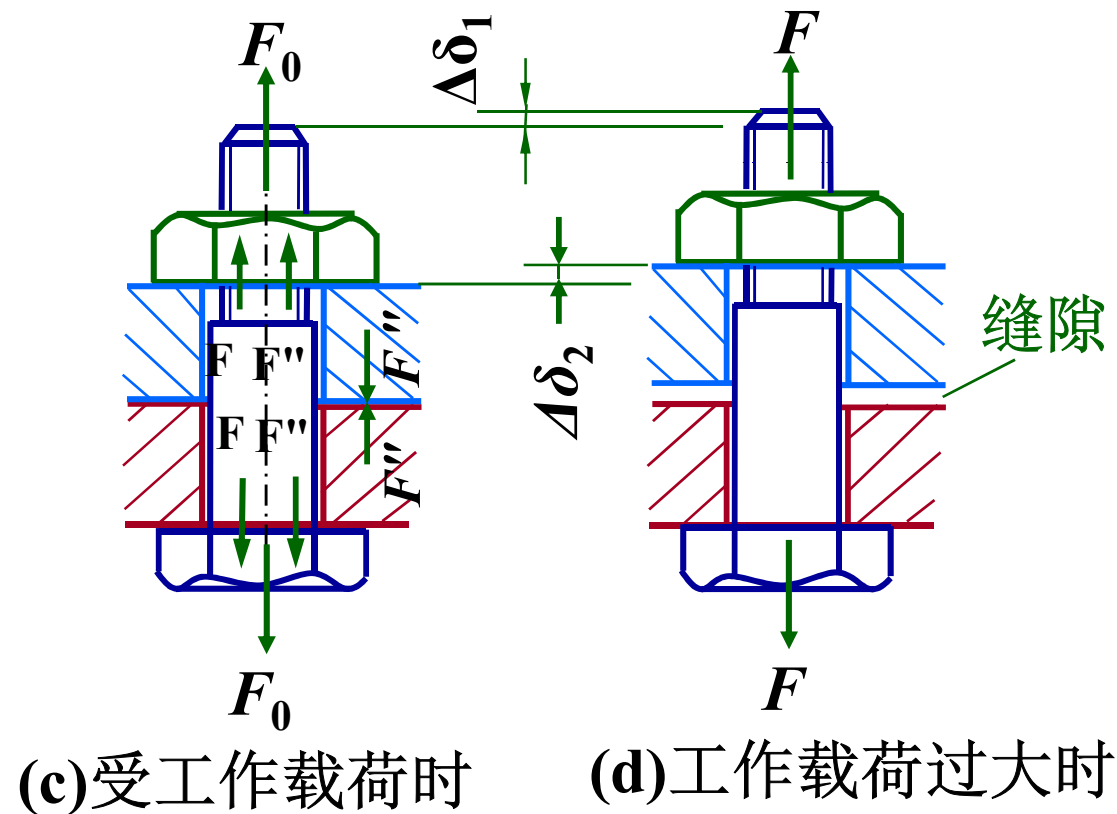
式（6.9）是螺栓总拉力的另一表达式，即螺栓总拉力等于预紧力加上部分工作载荷。



$C_1 / (C_1 + C_2)$ 称为螺栓的**相对刚度**，其大小与螺栓及被连接件的材料、尺寸、结构和垫片等因素有关，其值在0~1之间。若被连接件的刚度很大（或采用刚性薄垫片），而螺栓的刚度很小（如细长或空心螺栓）时，则螺栓的相对刚度趋于0，这时 $F_0 \approx F'$ ；反之其值趋于1，这时 $F_0 \approx F' + F$ 。

为了降低螺栓的受力，提高连接的承载能力，应使螺栓的**相对刚度尽量小些**。此值可通过计算或实验确定，一般设计时可参考附表7.2。

图6.4d为螺栓工作载荷过大时，连接出现缝隙的情况，这是不允许的。显然， F'' 应大于零，以保证连接的刚性或紧密性。附表7.3的数据可供选择 F'' 时参考。



附表7.3 不同连接工况下剩余预紧力与工作载荷的比值要求

连接情况		F''/F
一般连接	稳定工作载荷	0.2~0.6
	变动工作载荷	0.6~1.0
有紧密性要求的连接		1.5~1.8
地脚螺栓连接		≥ 1

考虑到螺栓在外载荷作用下可能需要补充拧紧，故按式(6.4)将总拉力增加30%以考虑扭转切应力的影响。于是螺栓危险截面的拉伸强度条件为

$$\sigma_{ca} = \frac{1.3F_0}{\pi d_1^2 / 4} \leq [\sigma] \quad (6.18)$$

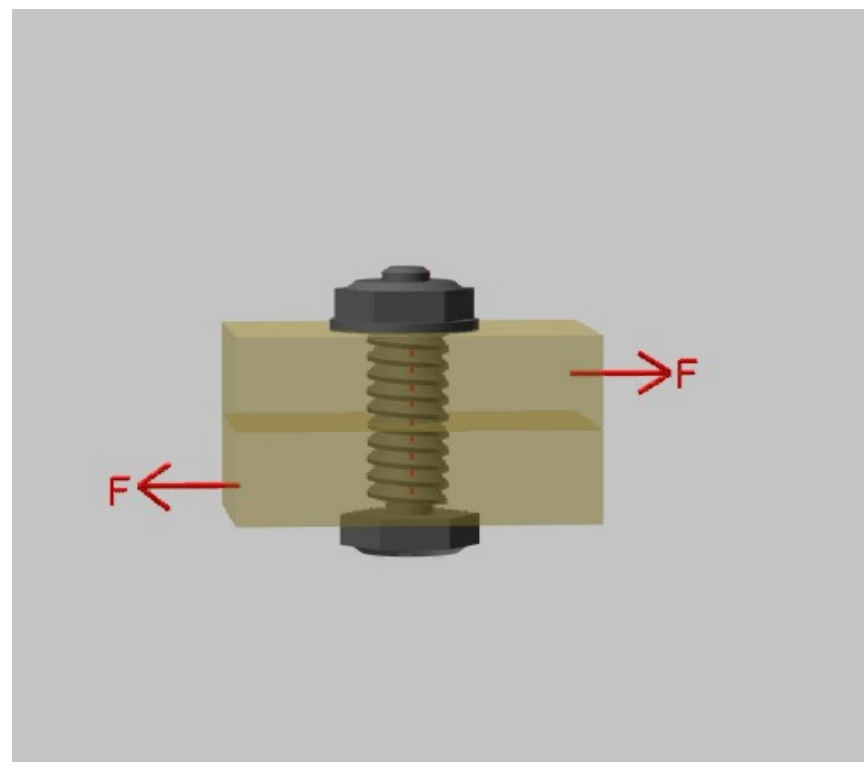
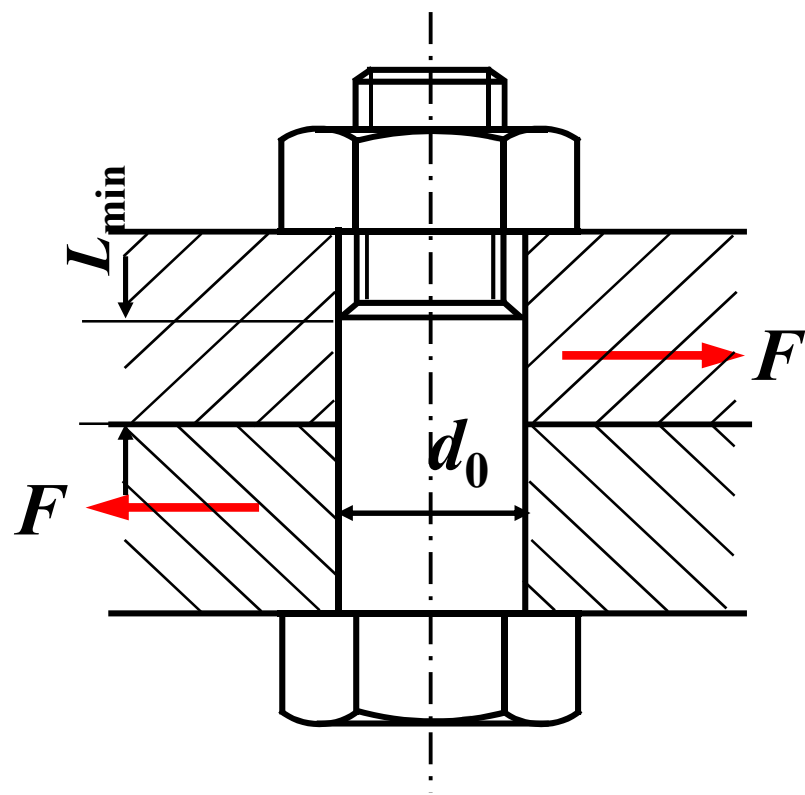
其设计公式为

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \times 1.3F_0}{\pi [\sigma]}} \quad (6.19)$$

2. 受剪螺栓连接

受剪螺栓连接如图6.6所示。这种连接利用**铰制孔用螺栓**来承受**横向工作载荷 F** ，螺栓杆与孔壁之间无间隙。

连接可能的失效形式有：螺栓被剪断、螺栓杆或孔壁被压溃等。

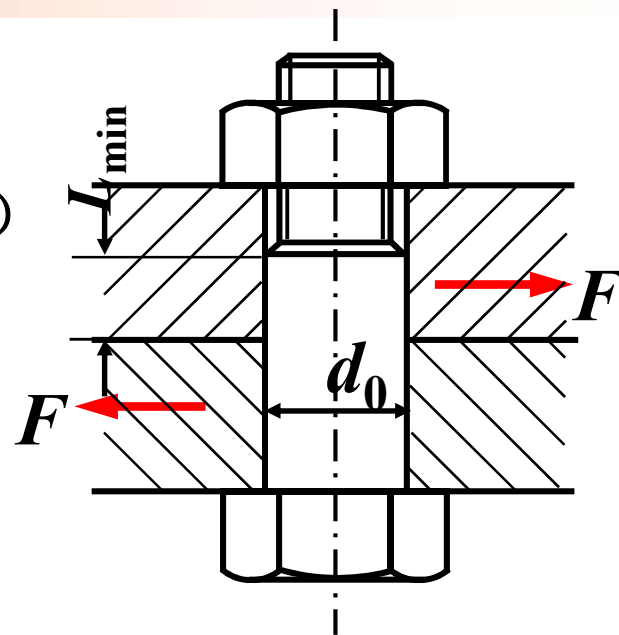


螺栓杆的剪切强度条件为

$$\tau = \frac{F}{m\pi d_0^2 / 4} \leq [\tau] \quad (6.20)$$

螺栓杆与孔壁的挤压强度条件为

$$\sigma_p = \frac{F}{d_0 L_{\min}} \leq [\sigma_p] \quad (6.21)$$



式中： d_0 —螺栓剪切面的直径（螺栓杆直径）mm，

当 $d_0 < 30\text{mm}$ 时，可取 $d_0 = d + 1$ ；当 $d_0 \geq 30\text{mm}$ 时，可取 $d_0 = d + 2$ ；

m —螺栓抗剪面数目；

L_{\min} ——螺栓杆与孔壁挤压面的最小长度mm，设计时应使 $L_{\min} \geq 1.25d_0$ ；

$[\tau]$ ——螺栓材料的许用剪切应力，MPa；

$[\sigma_p]$ ——螺栓或孔壁材料的许用挤压应力MPa，考虑到各零件的材料和受挤压长度可能不同，应取 $L_{\min}[\sigma_p]$ 乘积小者为计算对象。

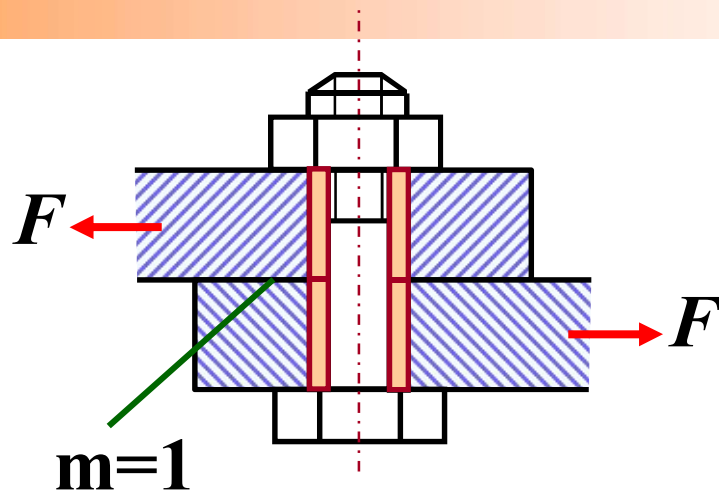

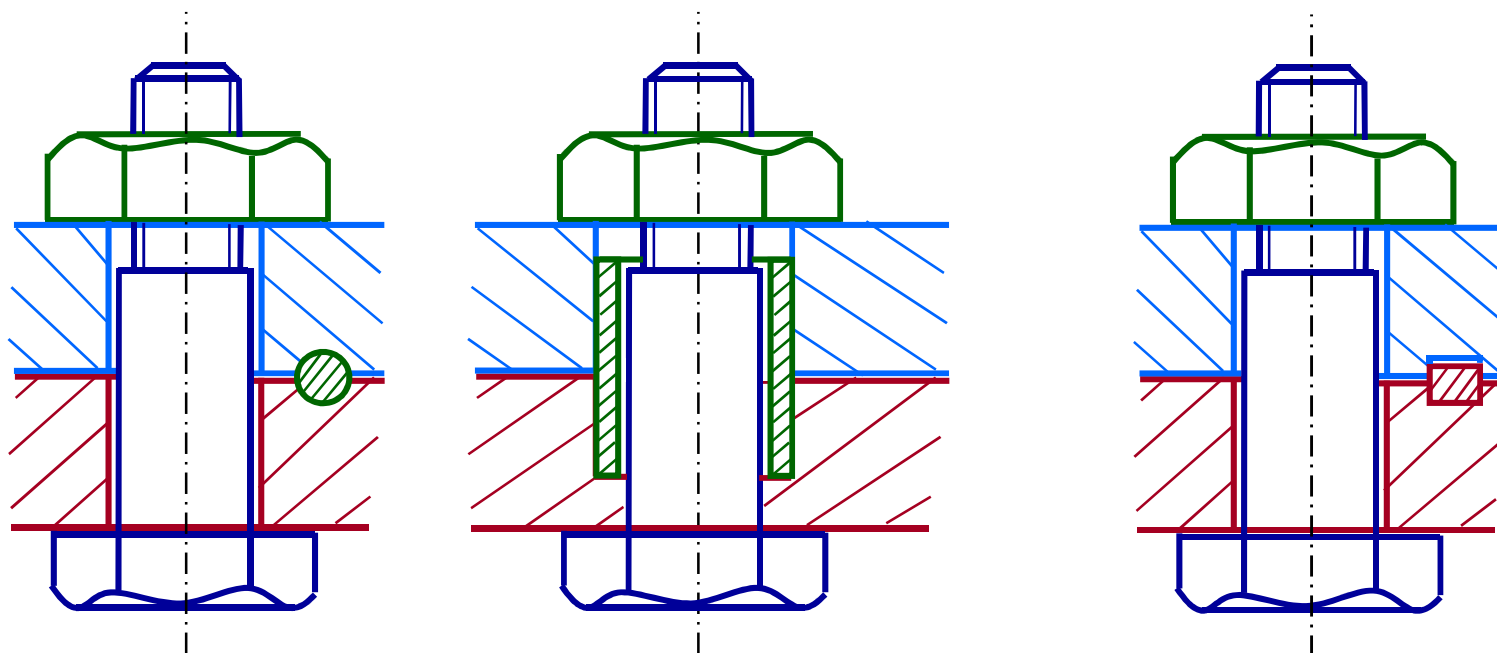


图6.2所示的靠摩擦力抵抗横向工作载荷的紧螺栓连接，由于其结构简单、装配方便而广为应用。但它要求保持较大的预紧力根据式(6.11)，当 $m=1$ 、 $f=0.2$ 、 $K=1.2$ 时，使接合面不滑移的预紧力 $F'=6F$ 。从而必然使螺栓的结构尺寸增加。



此外，在振动、冲击或变载荷作用下，由于摩擦系数的变动，将使连接的可靠性降低，有可能出现松脱。由于摩擦系数不稳定和加在扳手上的力难于准确控制，有时可能拧得过紧而导致螺栓断裂，所以**对于重要的连接不宜使用小于M12的螺栓。**

为了避免出现上述问题，可采用下面几种减载零件来承担横向工作载荷。



(a) 用减载销

(b) 用减载套筒

(c) 用减载键

图6.7 承受横向载荷的减载装置

这些具有减载零件的紧螺栓连接，其连接强度按减载零件或被连接件的剪切、挤压强度条件计算，而螺栓只是起保证连接的作用，不再承受工作载荷，因此预紧力不必很大。



3. 螺栓连接件的材料和许用应力

螺栓连接件的常用材料有低碳钢**Q215**、**10**号钢和中碳钢**Q235**、**35**、**45**号钢。对于承受冲击、振动或变载荷的螺栓，可采用低合金钢、合金钢，如 **15Cr**、**40Cr**、**30CrMnSi**等。

对于特殊用途（如防锈、防磁、导电或耐高温等）的螺栓，可采用特种钢或铜合金、铝合金等。

双头螺柱、螺钉的材料与螺栓基本相同。国家标准规定按材料的机械性能分级，见附表7.4。规定性能等级的螺栓，在图纸中只标出性能等级，不必标出材料牌号。

附表7.4螺栓的性能等级（摘自GB3098.1-82）

性能等级 (标记)	3.6	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	9.8	10.9	12.9
抗拉强度极限 $\sigma_{Bmin}(MPa)$	330	400	420	500	520	600	800	900	1040	1220
屈服极限 $\sigma_{Smin}(MPa)$	190	240	340	300	420	480	640	720	940	1100
硬度HBS _{min}	90	109	113	134	140	181	232	269	312	365
推荐材料	低碳钢	低碳钢或中碳钢					中碳钢， 淬火并回火	中碳钢， 低、中碳合金钢， 淬火并回火	合金钢	

螺纹连接件的许用拉应力 $[\sigma]$ 、许用剪应力 $[\tau]$ 和许用挤压应力 $[\sigma_p]$ 的确定：

许用拉应力 $[\sigma]$
$$[\sigma] = \frac{\sigma_s}{S} \quad (6.22)$$

许用剪应力 $[\tau]$
$$[\tau] = \frac{\sigma_s}{S_\tau} \quad (6.23)$$

许用挤压应力 $[\sigma_p]$

对于钢
$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_s}{S_p} \quad (6.24)$$

对于铸铁
$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_B}{S_p} \quad (6.25)$$

式中， σ_s 、 σ_B 分别为螺纹连接件材料的屈服极限和强度极限，见附表7.4； S 、 S_τ 、 S_p 为安全系数，见附表7.5。

附表7.5 螺纹连接的安全系数 S

连接类型		S			
松螺栓连接		1.2~1.7			
受轴向 和横向 载荷的 普通螺 栓联接	不控制 预紧力		M6~M1 6	M16~M 30	M30~M 60
		碳钢	5~4	4~2.5	2.5~2
		合金钢	5.7~5	5~3.4	3.4~3
	控制预 紧力	1.2~1.5			
铰制孔螺栓连接		钢: $S_{\tau}=2.5$; $S_p=1.25$; 铸铁: $S_p=2.0\sim2.5$			

单个螺栓的强度

螺栓联接
强度设计

松螺栓(预紧力 $F' = 0$)

$$\sigma = \frac{F}{\pi d_1^2 / 4} \leq [\sigma]$$

紧螺栓(预紧力 F')

轴向工作载荷 F

普通螺栓

$$F_0 = F' + \frac{C_1}{C_1 + C_2} F$$
$$\sigma_{ca} = \frac{1.3F_0}{\pi d_1^2 / 4} \leq [\sigma]$$

横向工作载荷 F

普通螺栓

$$F' \geq \frac{K_f F}{mf}$$
$$\sigma_{ca} = \frac{1.3F'}{\pi d_1^2 / 4} \leq [\sigma]$$

铰制孔用螺栓

$$\tau = \frac{F}{m\pi d_0^2 / 4} \leq [\tau]$$
$$\sigma_p = \frac{F}{d_0 L_{\min}} \leq [\sigma_p]$$

6.3.2 螺栓组连接的强度计算

把两个以上的零件用螺栓来连接时，常常同时使用若干个螺栓，称为螺栓组。在强度计算前，先要进行螺栓组的受力分析，找出其中受力最大的螺栓及其所受力的的大小。然后，即可按前述单个螺栓连接的方法进行强度计算。

为了简化计算，在分析连接的受力时通常作如下假设：

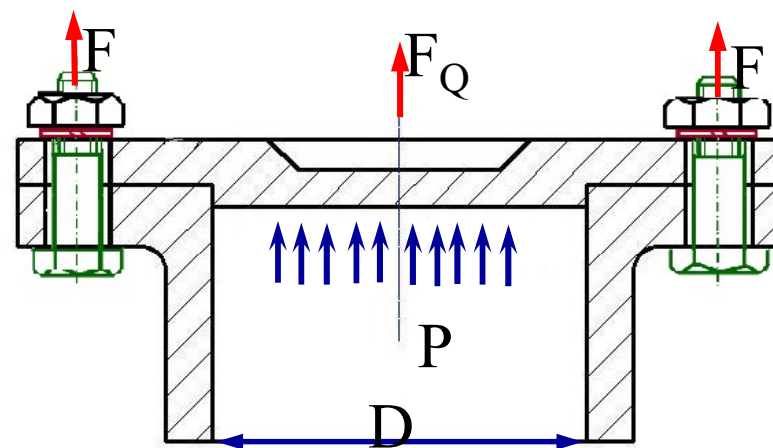
- (1) 各螺栓的拉伸刚度或剪切刚度及预紧力均相同；
(一般螺栓组各螺栓的材料、直径、长度是相等的)
- (2) 受载后连接接合面仍保持为平面；
- (3) 螺栓的变形在弹性范围内。

螺栓组所受的载荷：轴向载荷 横向载荷 转矩 翻转力矩

1. 轴向载荷

压力容器的螺栓组连接。
轴向总载荷 F_Q 通过螺栓组的形心，由于螺栓均布，所以每个螺栓所受的轴向工作载荷 F 相等。设螺栓数目为 z ，则每个螺栓的受力为

$$F = \frac{F_Q}{z}$$



(6.26)

2. 横向载荷

图中载荷通过螺栓组的形心，计算时可近似地认为各螺栓所承担的工作载荷是相等的。

当采用普通螺栓连接时，应保证预紧后，接合面间产生的最大摩擦力必须大于或等于横向总载荷 F_{Σ} 。假设螺栓数目为 z ，接合面数目为 m ，则其平衡条件为

$$mfF'z \geq K_f F_{\Sigma}$$

因此，每个螺栓所受的预紧力为

$$F' \geq \frac{K_f F_{\Sigma}}{mfz} \quad (6-27)$$

式中， f 为接合面的摩擦系数； F' 为各螺栓的预紧力； K_f 为防滑可靠性系数，通常取 $K_f=1.1\sim1.3$ 。

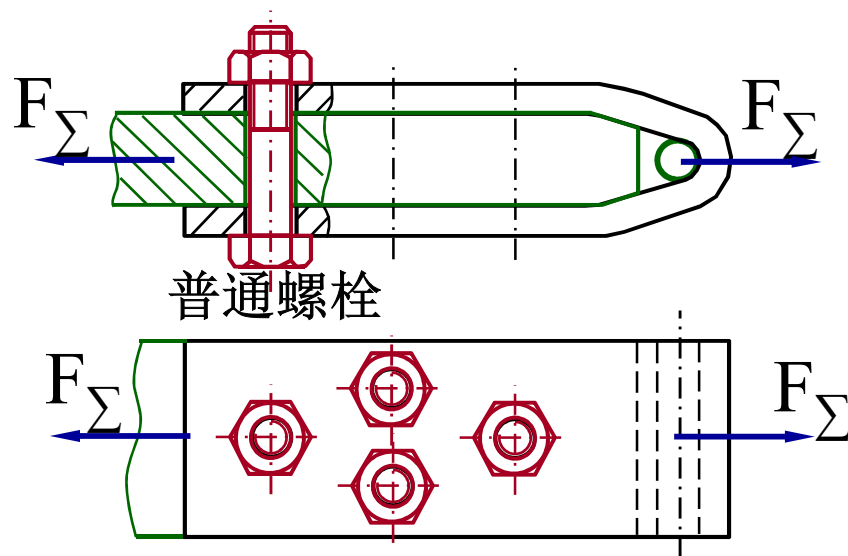


图6.8 受横向载荷的螺栓组连接(a)

当采用铰制孔用螺栓连接时，每个螺栓所受的横向工作剪力为

$$F = \frac{F_{\Sigma}}{z} \quad (6.28)$$

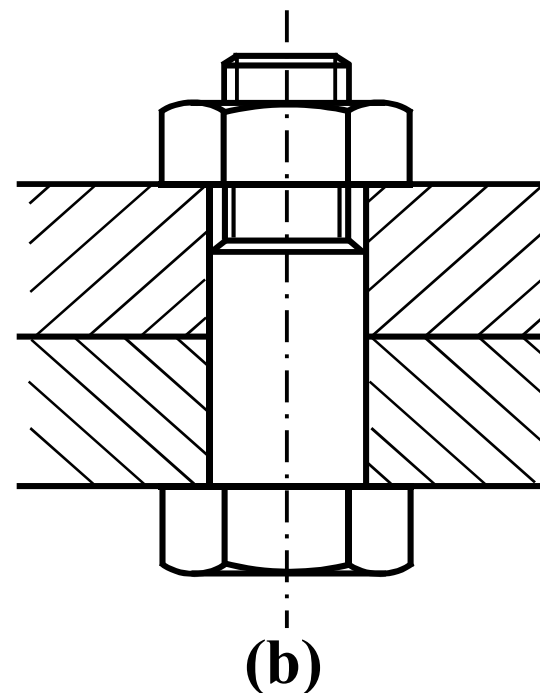
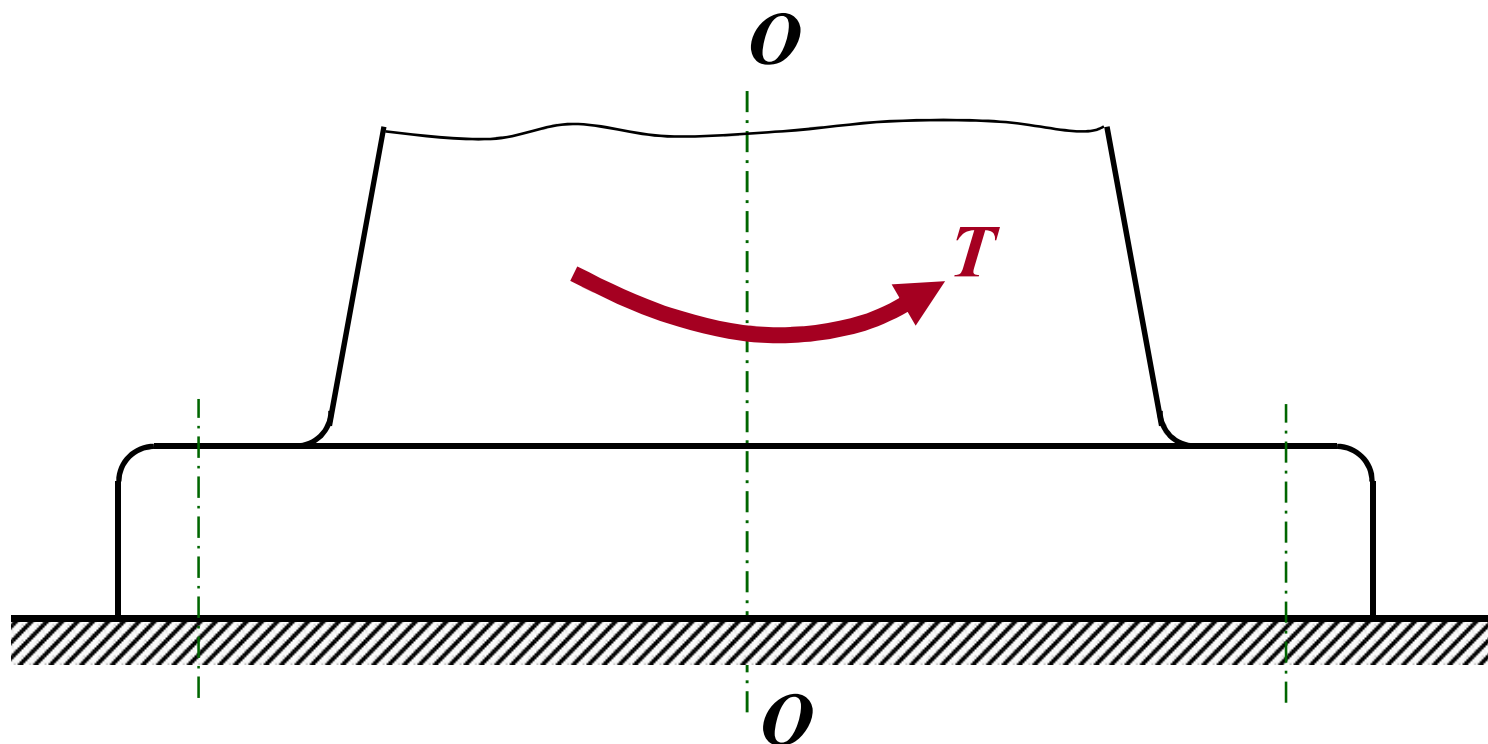


图6.8 受横向载荷的螺栓组连接

由于被连接件是弹性体，两端螺栓所受剪切力比中间螺栓大，所以沿载荷方向布置的螺栓数目不宜超过6个，以免受力严重不均。

3. 转 矩

图6.9a为受转矩 T 作用的底板螺栓组连接，这时底板有绕通过螺栓组形心 O （即底板旋转中心）并与接合面垂直的轴线转动的趋势。其受力情况与受横向载荷类似。

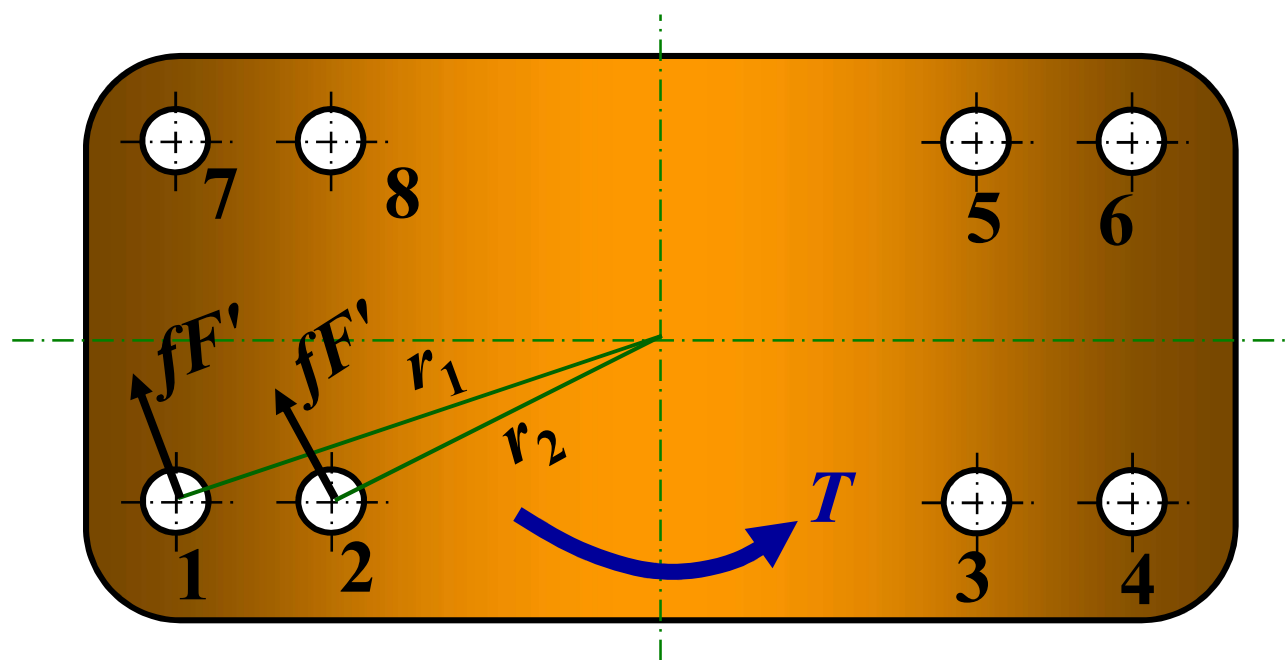


(a) 连接受旋转力矩 T

图6.9 受转矩的螺栓组连接

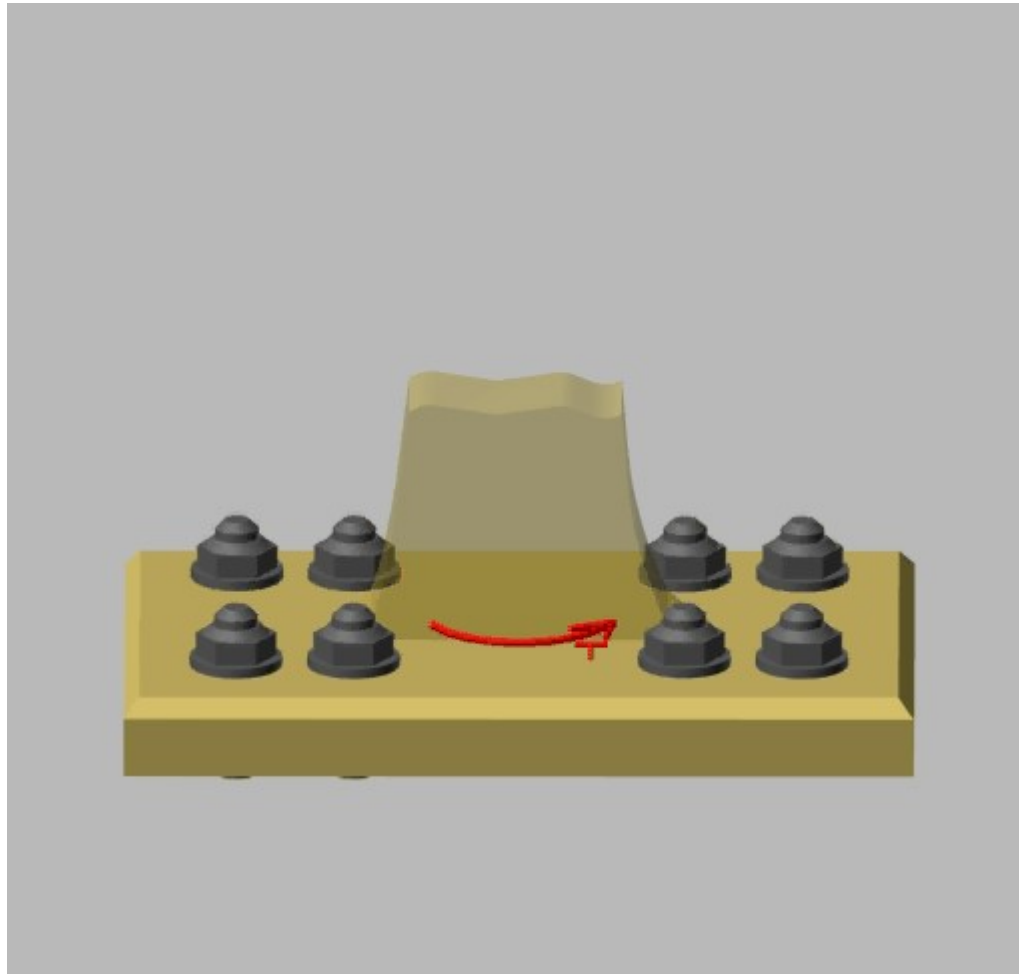
(1) 采用受拉的普通螺栓

转矩 T 靠连接预紧后在接合面间产生的摩擦力矩来抵抗（图6.9b）。假设各螺栓连接接合面的摩擦力相等，并集中作用在螺栓中心处，与该螺栓的轴线到底板旋转中心 O 的连线（即力臂 r_i ）垂直。



(b) 用受拉螺栓连接

图6.9 受转矩的螺栓组连接



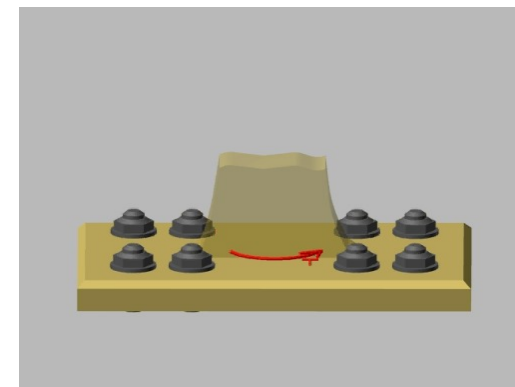
用受拉普通螺栓连接

根据底板上各力矩平衡条件得

$$fF'r_1 + fF'r_2 + \cdots + fF'r_z \geq K_f T$$

由此可得各螺栓所需的预紧力为

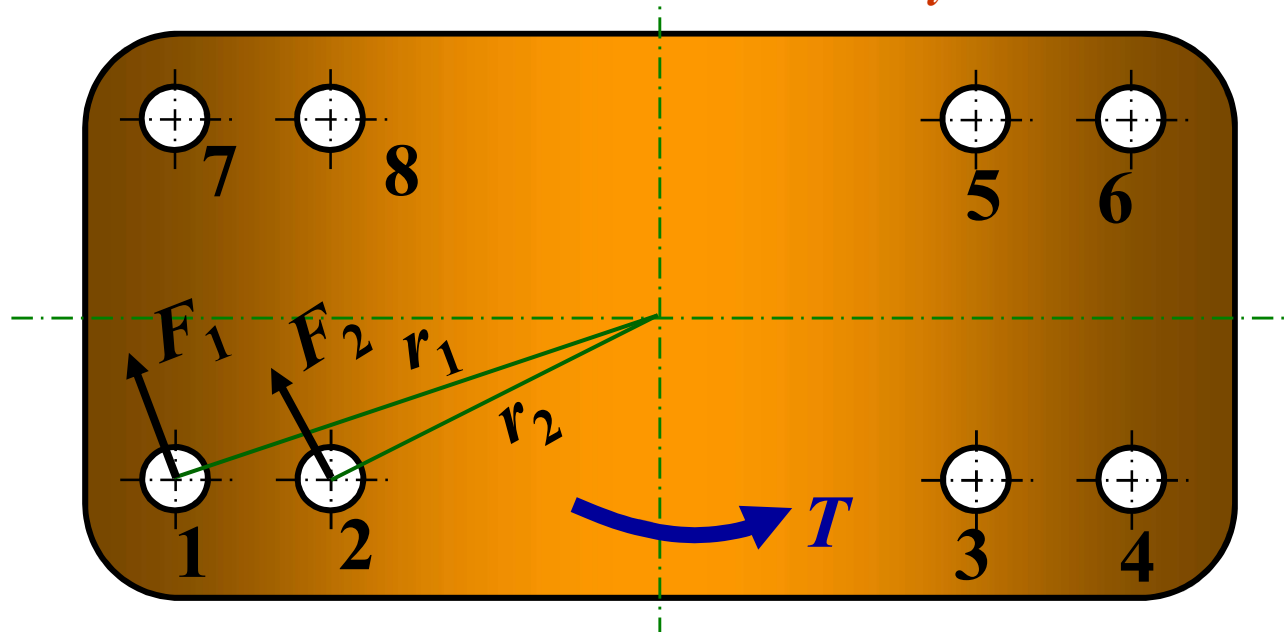
$$F' \geq \frac{K_f T}{f(r_1 + r_2 + \cdots + r_z)}$$



(6.29)

(2) 采用受剪的铰制孔用螺栓

各螺栓所受的工作剪力 F 与其力臂 r_i 垂直（图6.9c）。

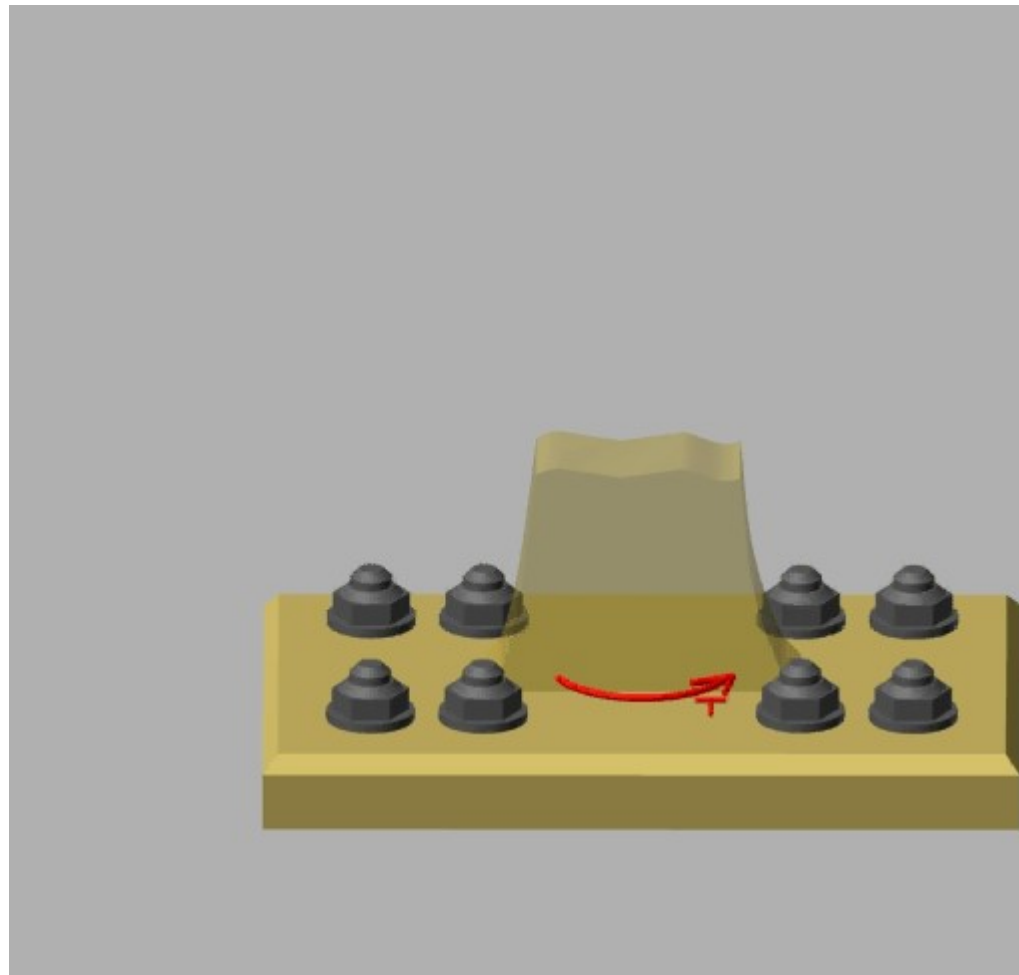


(c) 用受剪铰制孔螺栓连接

图6.9 受转矩的螺栓组连接

忽略连接中的预紧力和螺纹摩擦力，根据底板的力矩平衡条件得

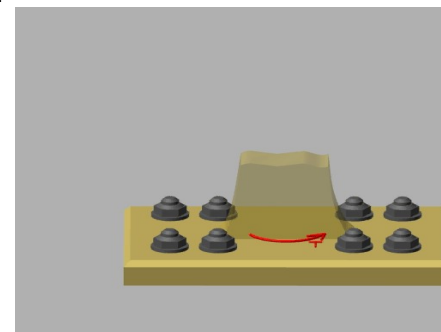
$$F_1 r_1 + F_2 r_2 + \cdots + F_z r_z = T$$



用受剪铰制孔螺栓连接

根据螺栓的变形协调条件可知：各螺栓的剪切变形量与其力臂大小成正比。因为螺栓的剪切刚度相同，所以各螺栓的剪力也与其力臂成正比，于是有

$$\frac{F_1}{r_1} = \frac{F_2}{r_2} = \dots = \frac{F_z}{r_z} = \frac{F_{\max}}{r_{\max}}$$



式中： F_1, F_2, \dots, F_z —各螺栓的工作剪力，其中最大值为 F_{\max} ；
 r_1, r_2, \dots, r_z —各螺栓的力臂，其中最大值为 r_{\max} 。

联立求解上两式，可求得受力最大螺栓所受的工作剪力为

$$F_{\max} = \frac{Tr_{\max}}{r_1^2 + r_2^2 \dots + r_z^2} \quad (6.30)$$

图6.10所示的凸缘联轴器，是承受转矩的螺栓组连接的典型部件。各螺栓的受力根据螺栓连接的类型以及 $r_1=r_2=\dots=r_z$ 的关系，代入式（6.29）或（6.30）即可求解。

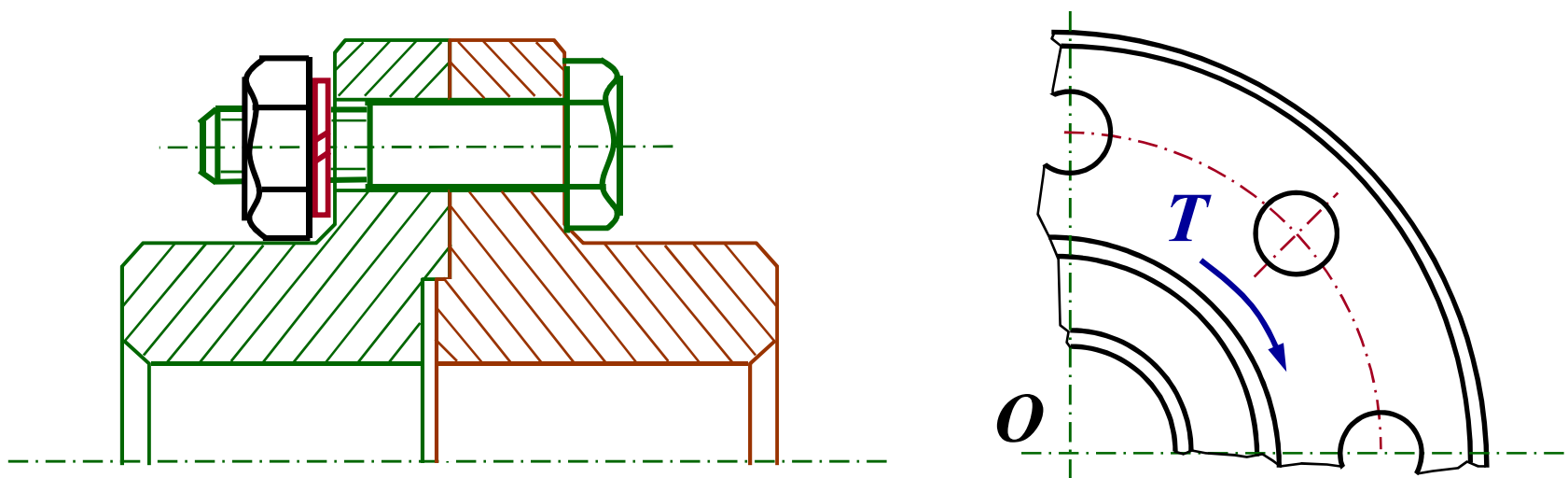


图6.10 凸缘联轴器

4. 翻转力矩

图中底板承受力矩前，由于螺栓已拧紧，在预紧力 F' 的作用下，螺栓均匀伸长，基座均匀压缩。当力矩 M 作用在通过x-x轴并垂直于连接接合面的对称平面内时，底板有绕对称轴线O-O翻转的趋势，轴线左侧的螺栓被进一步拉伸而轴向拉力增大，此侧基座被放松。相反，轴线右侧的螺栓被放松而使预紧力减小，这一侧的基座则被进一步压缩。

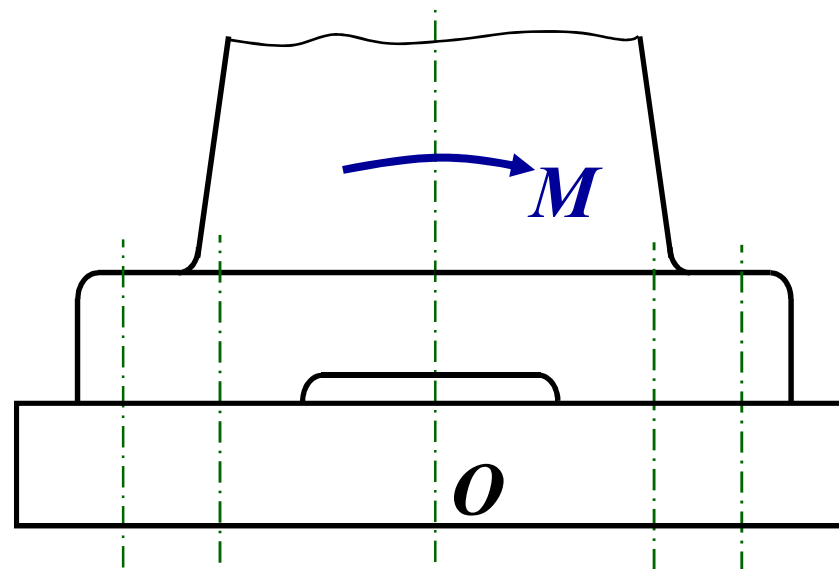
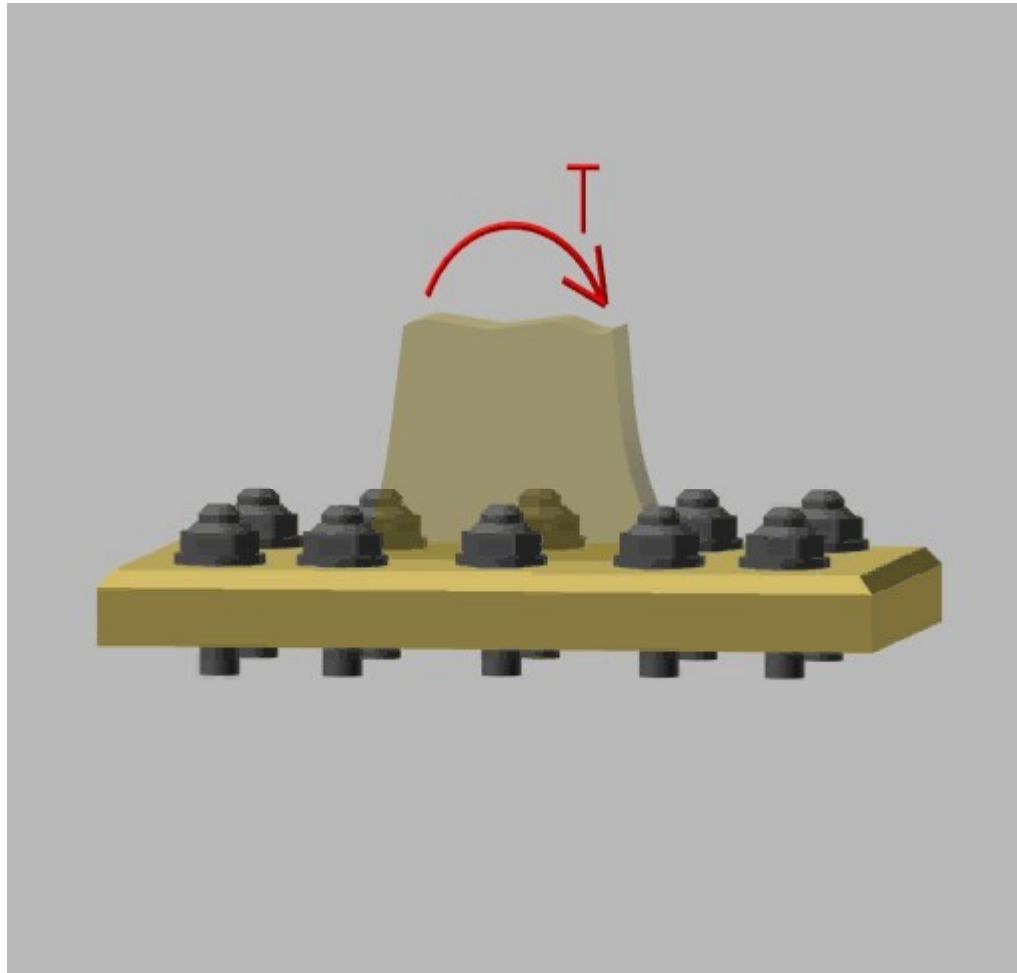


图6.11 受翻转力矩的螺栓组连接

作用在底板两侧的所有的力矩之和应与翻转力矩 M 平衡，即

$$F_1 L_1 + F_2 L_2 + \cdots + F_z L_z = M$$

式中： F_1 、 F_2 、...、 F_z 为各螺栓的工作拉力，其中最大值为 F_{\max} ； z 为螺栓数； L_1 、 L_2 、...、 L_z 为各螺栓的力臂，其中最大值为 L_{\max} 。



受翻转力矩的螺栓组连接

根据螺栓变形协调条件可知：
各螺栓的拉伸变形量与其轴线到螺
栓组形心的距离成正比。

因为各螺栓的拉伸刚度相同，
所以左边螺栓的工作载荷和右边基
座在螺栓处的压力也与这个距离成
正比，于是有

$$\frac{F_1}{L_1} = \frac{F_2}{L_2} = \dots = \frac{F_z}{L_z} = \frac{F_{\max}}{L_{\max}}$$

联解上两式可求得受力最大螺栓
所受的工作拉力为

$$F_{\max} = \frac{ML_{\max}}{L_1^2 + L_2^2 + \dots + L_z^2} \quad (6.31)$$

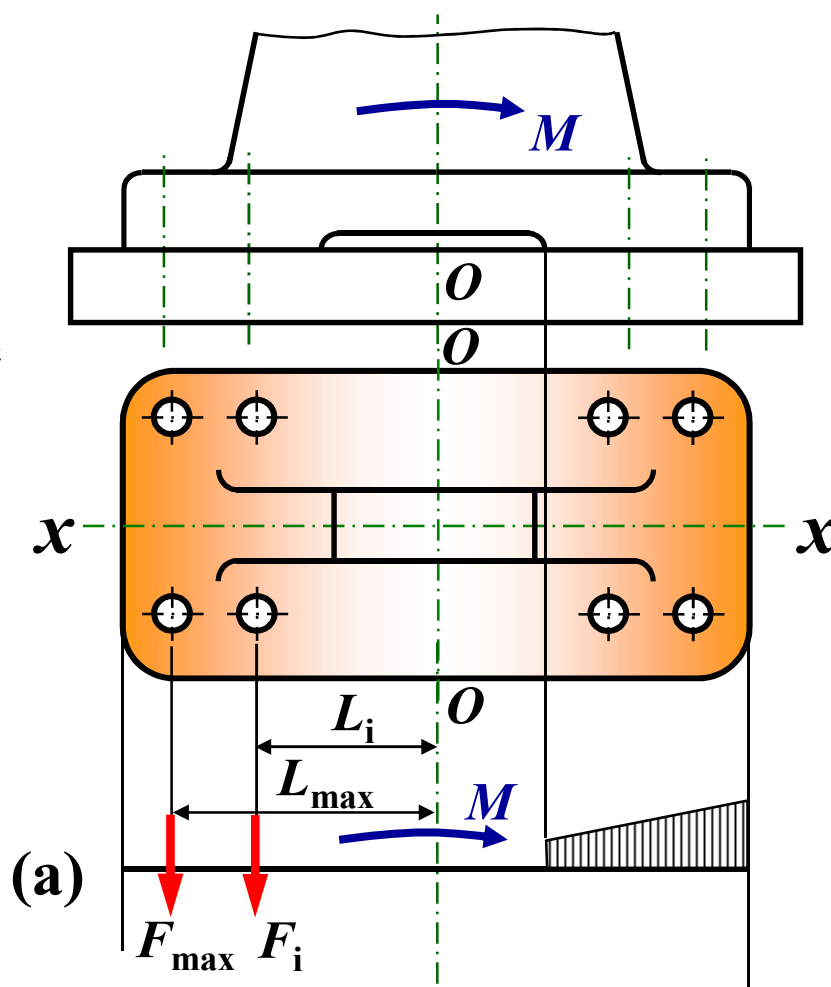


图6.11 受翻转力矩的螺栓组连接

对于这种螺栓组连接，不仅要
对单个螺栓进行强度计算，而且还要
防止接合面受力最大处被压溃或
受压最小处出现间隙，因此应该检
查受载后基座接合面压应力的最大
值不超过允许值，最小值大于零。

在预紧力 F' 作用下，接合面的
挤压应力分布如图 6.11b 所示，
即

$$\sigma_p = \frac{zF'}{A}$$

在翻转力矩 M 作用下，接合
面的压应力(弯曲应力)分布如图
6.11c 所示，

即

$$\sigma_p' = \frac{M}{W}$$

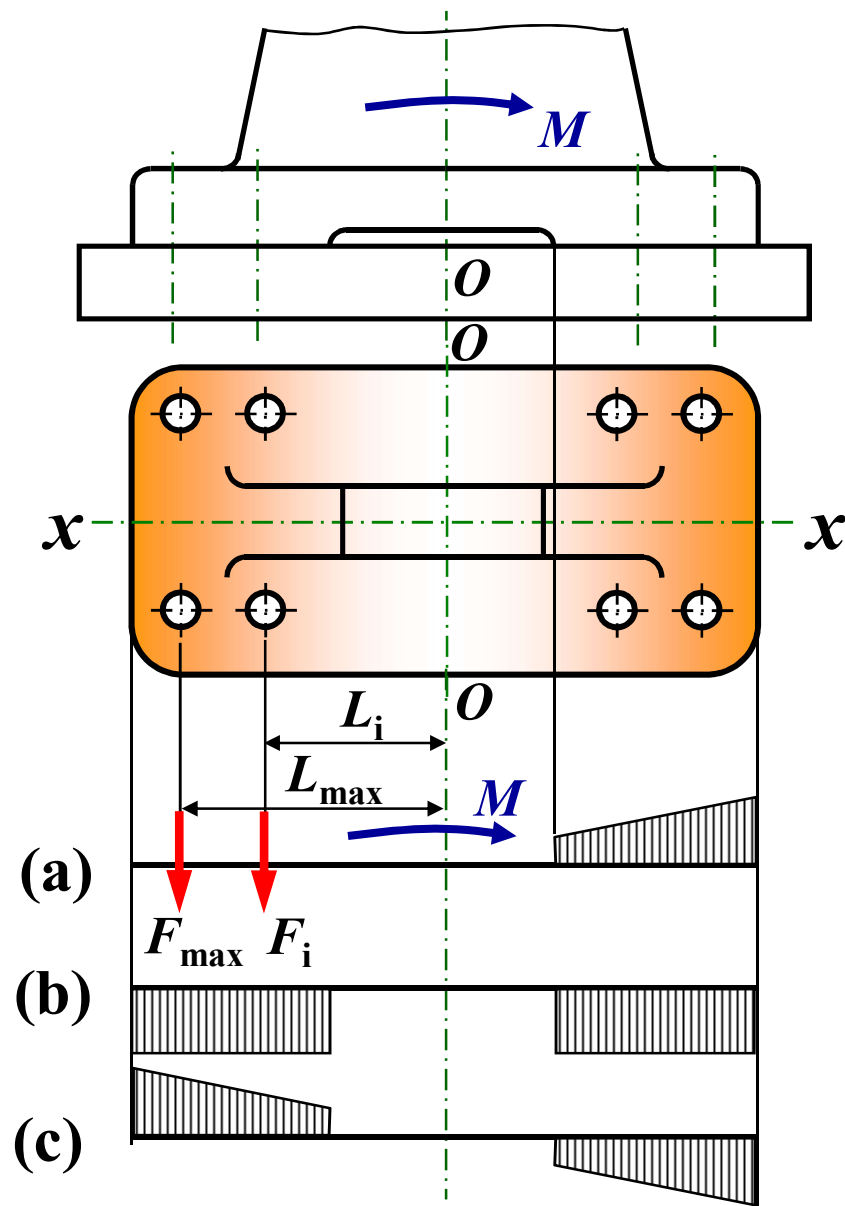


图6.11 受翻转力矩的螺栓组联接

显然，接合面左端边缘处的挤压应力最小，而右端边缘处的挤压应力最大。

保证接合面最大受压处
不压溃的条件为

$$\sigma_{p\max} \approx \frac{zF'}{A} + \frac{M}{W} \leq [\sigma_p] \quad (6.32)$$

保证接合面最小受压处
不分离的条件为

$$\sigma_{p\min} \approx \frac{zF'}{A} - \frac{M}{W} > 0 \quad (6.33)$$

式中： A —接合面的有效面积 mm^2 ；

W —接合面的抗弯截面模量， mm^3 ；

$[\sigma_p]$ —接合面材料的许用挤压应力 MPa

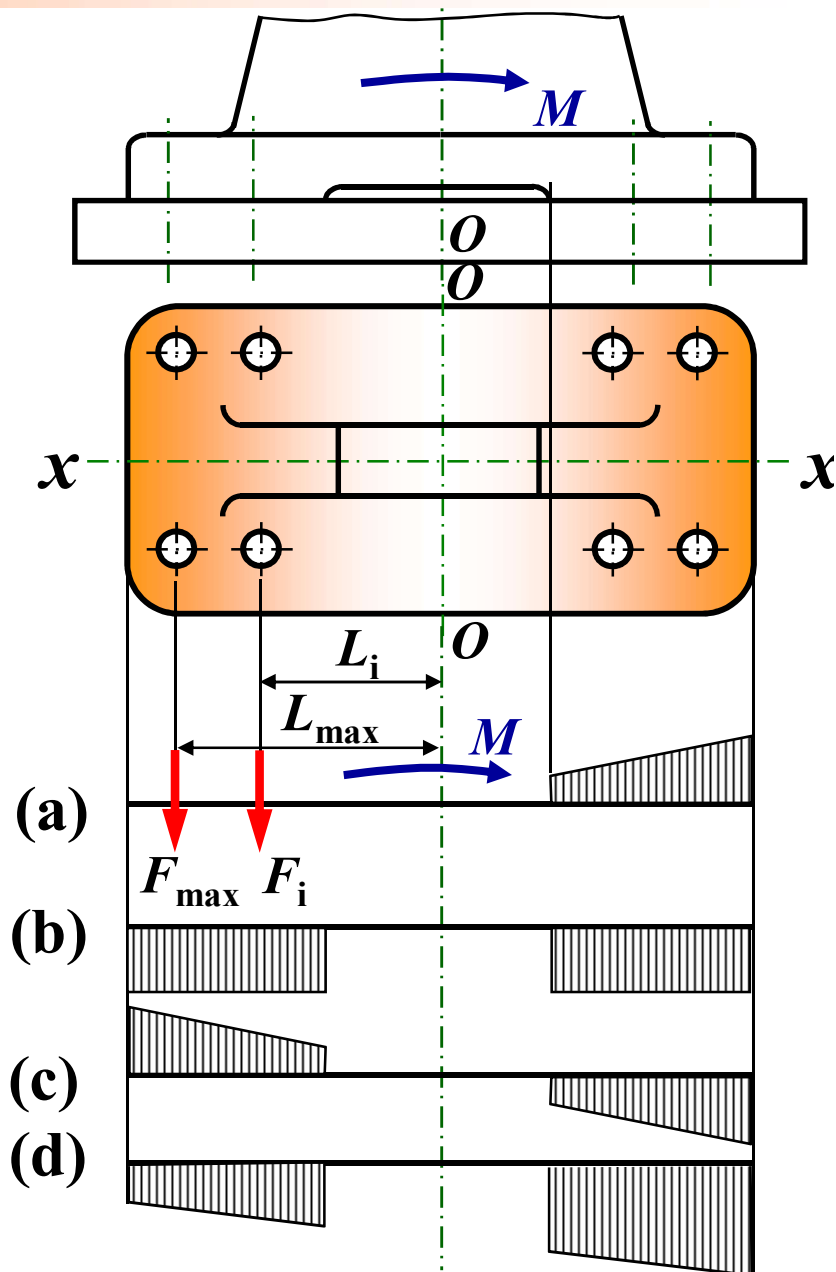



图6.11 受翻转力矩的螺栓组联接

附表7.6 连接接合面材料的许用挤压应力

材料	钢	铸铁	混凝土	砖（水泥 浆缝）	木材
$[\sigma_p]$ (MPa)	$0.8\sigma_s$	$(0.4\sim0.5)\sigma_B$	2.0~3.0	1.5~2.0	2.0~4.0

注：（1） σ_s 为材料屈服极限， σ_B 为材料强度极限MPa。
 （2）当联接接合面的材料不同时，应按强度较弱者选取。
 （3）联接承受静载荷时， $[\sigma_p]$ 应取表中较大值；承受变载荷时，则应取较小值。



在实际工作中，螺栓组连接所受的工作载荷常常是以上四种简单受力状态的不同组合。不论受力状态如何复杂，都可以利用**静力分析方法**将其简化成上述四种简单受力状态，再分别计算出每个螺栓的工作载荷，然后按**力的叠加原理**求出每个螺栓总的工作载荷。

一般来说，对普通螺栓可按轴向载荷或（和）翻转力矩确定螺栓的工作拉力，按横向载荷或（和）转矩确定联接所需的预紧力，然后求出螺栓的总拉力；对铰制孔用螺栓则按横向载荷或（和）转矩确定螺栓的工作剪力。

求出受力最大螺栓及其受力值后，即可进行单个螺栓连接的强度计算。

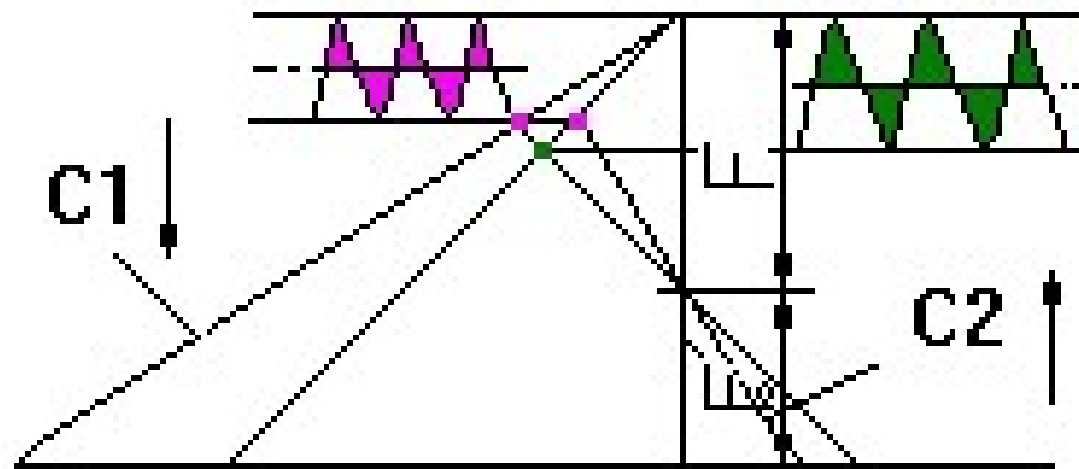


6.3.3 提高螺栓连接强度的途径

1. 降低应力增量
2. 改善螺纹牙间的载荷分布
3. 减少或避免附加应力、减少应力集中

1. 降低应力增量

受变载荷的紧螺栓连接，在最小应力不变的条件下，应力幅越小，则螺栓越不容易发生破坏。因此，在预紧力 F' 不变时，减小螺栓刚度 C_1 ，或增大被连接件刚度 C_2 ，都可以达到减小应力增量的目的。



C_1 —螺栓刚度
 C_2 —被联接件刚度

为了减小螺栓的刚度，可适当增加螺栓的长度，或采用图6.13所示的腰状杆螺栓和空心螺栓。

如果在螺母下面安装上弹性元件（图6.13），其效果和采用腰状杆螺栓或空心螺栓时相似。

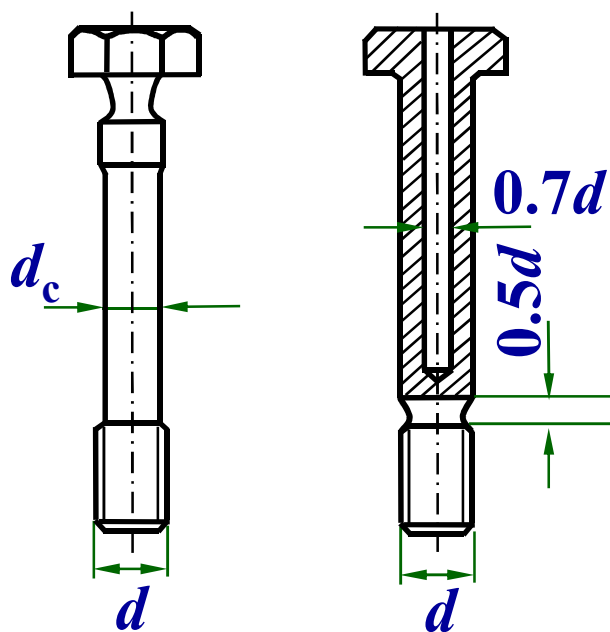


图6.12 腰状杆螺栓与空心螺栓

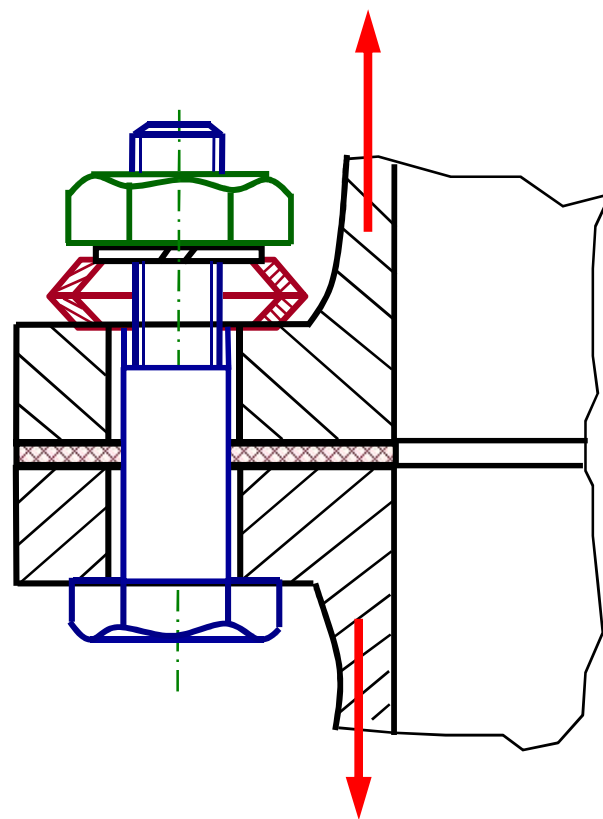
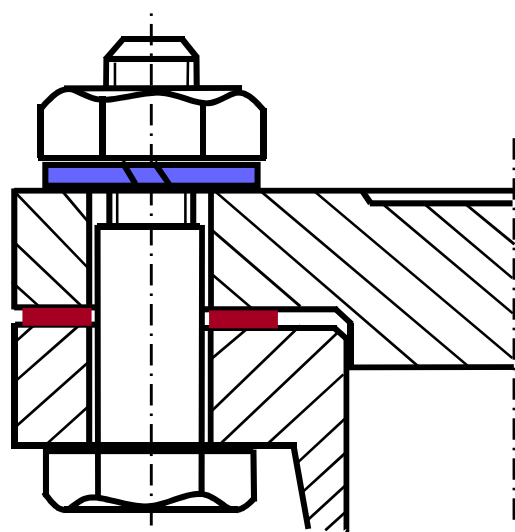
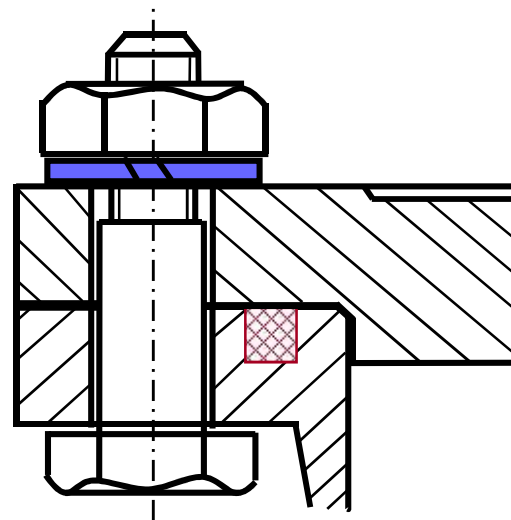


图6.13 弹性元件

为了增大被连接件的刚度，可以不用垫片或采用刚度较大的垫片。对于需要保持紧密性的连接，从增大被连接件的刚度的角度来看，采用较软的汽缸垫片（图6.14a）并不合适。此时以采用刚度较大的金属垫片或密封环较好（图6.14b）。



(a) 软垫片密封



(b) 密封环密封

图6.14 汽缸密封元件



2. 改善螺纹牙间的载荷分布

受拉的普通螺栓连接，其螺栓所受的总拉力是通过螺纹牙面间相接触来传递的。

如图6.15所示，当连接受载时，螺栓受拉，螺距增大，而螺母受压，螺距减小。因此，靠近支撑面的第一圈螺纹受到的载荷最大，第8~10圈以后，螺纹几乎不受载荷，各圈螺纹载荷分布见图6.16a，因此采用圈数过多的厚螺母并不能提高螺栓连接强度。

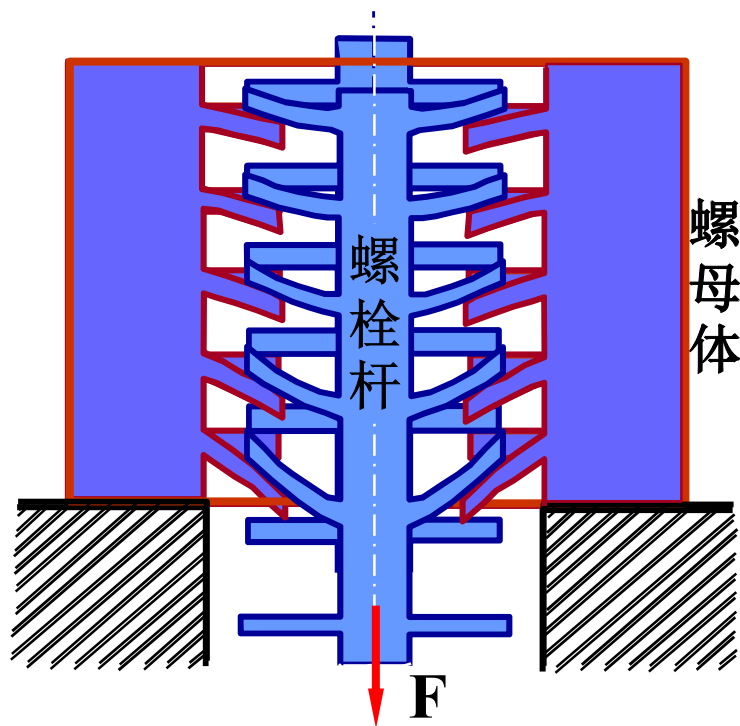


图6.15 不同位置螺纹的变形

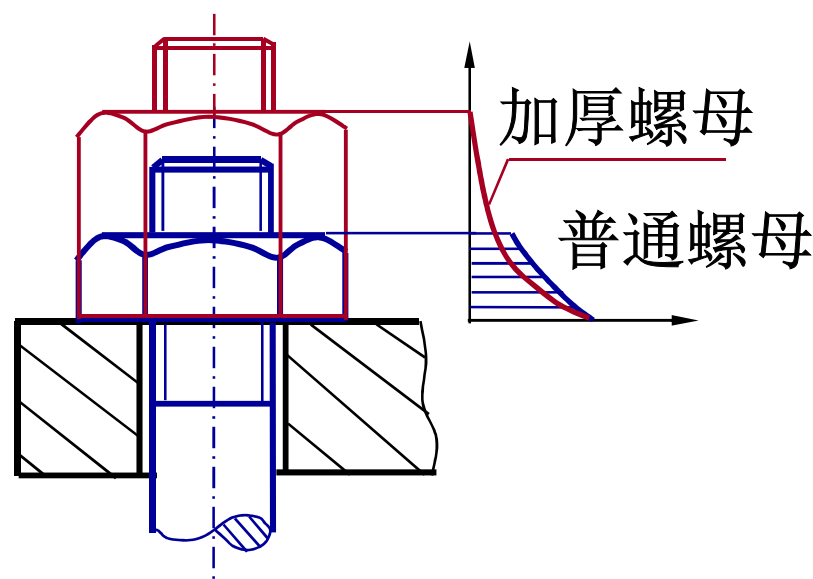


图6.16 螺纹受力与改善措施(a)

为改善螺纹牙上的载荷分布不均匀程度，可采用悬置螺母（图6.16b）或环槽螺母（图6.16c）。

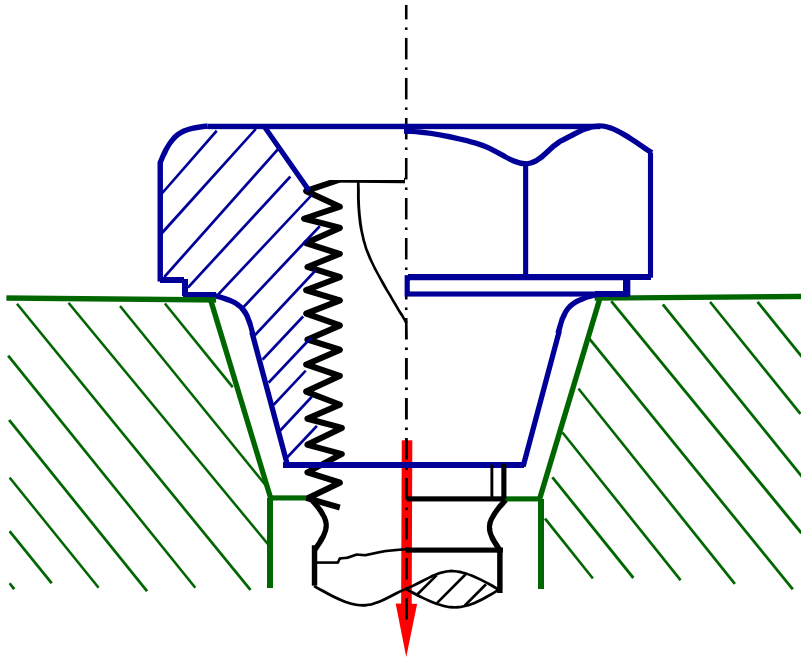


图6.16 螺纹受力与改善措施(b)

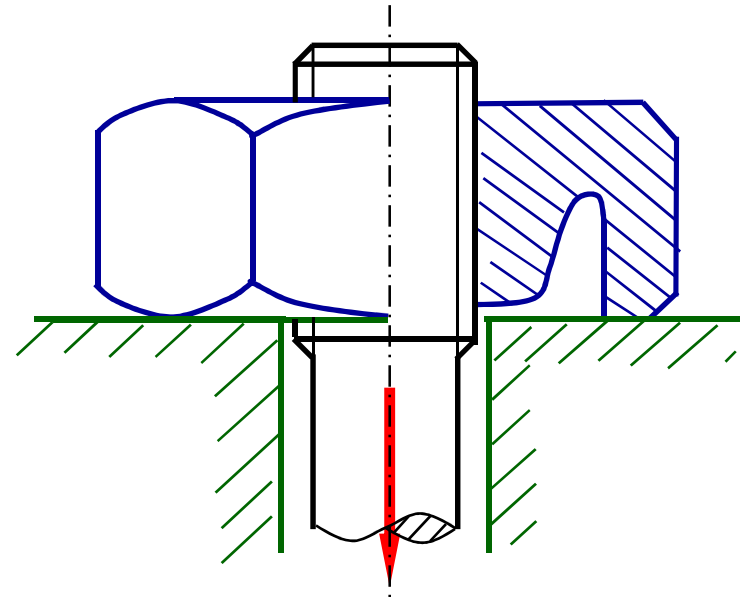


图6.16 螺纹受力与改善措施(c)

3. 减少或避免附加应力、减少应力集中

当被连接件、螺母或螺栓头部的支撑面粗糙（图6.17a）、被连接件因刚度不够而弯曲（图6.17b）、钩头螺栓（图6.17c）以及装配不良等都会使螺栓中产生附加弯曲应力。

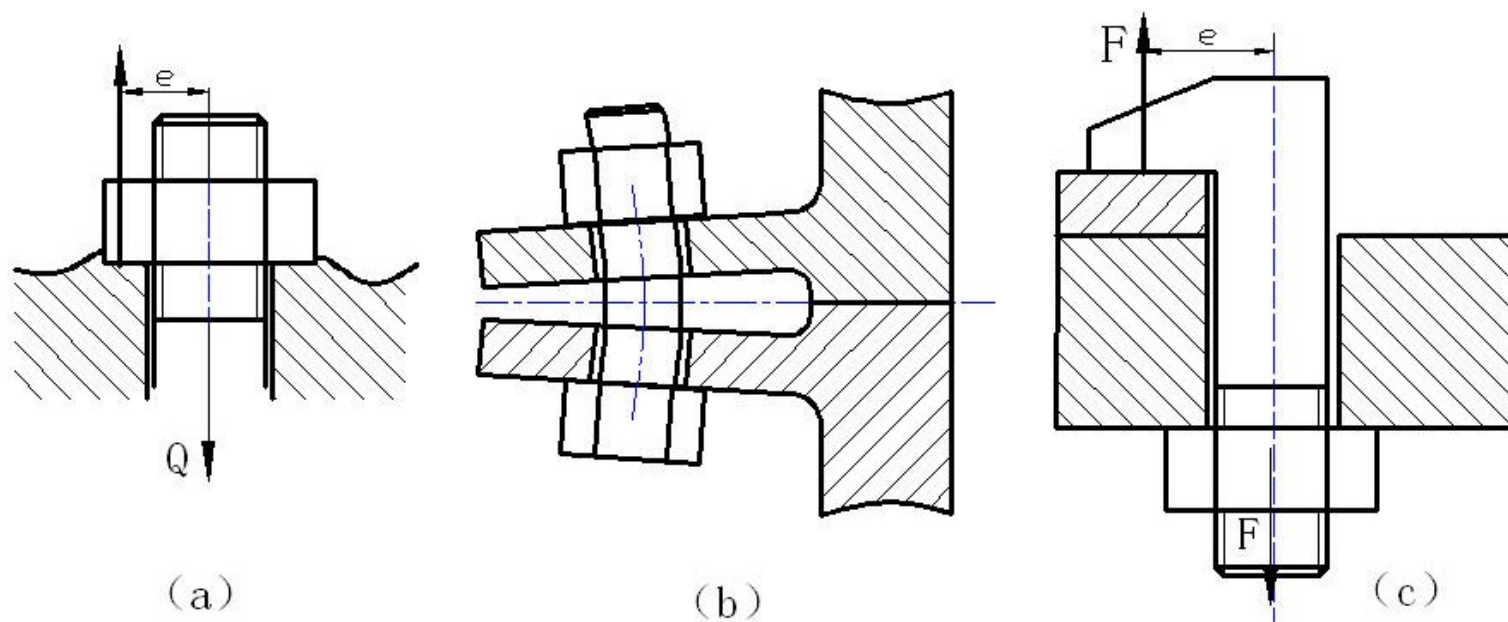


图6.17 减少附加应力的措施

对此，应从结构或工艺上采取措施，如规定螺纹紧固件与连接件支撑面的加工精度和要求；在粗糙表面上采用经切削加工的凸台（图6.18a）或沉头座（图6.18b）；采用球面垫圈（图6.18c）或斜垫圈（图6.18d）等。螺栓上的螺纹（特别是螺纹的收尾）、螺栓头和螺栓杆的过渡处以及螺栓横截面面积发生变化的部位都会产生应力集中。为减少应力集中，可采用较大的圆角（图6.18e）和卸载结构（图6.18f）等措施。

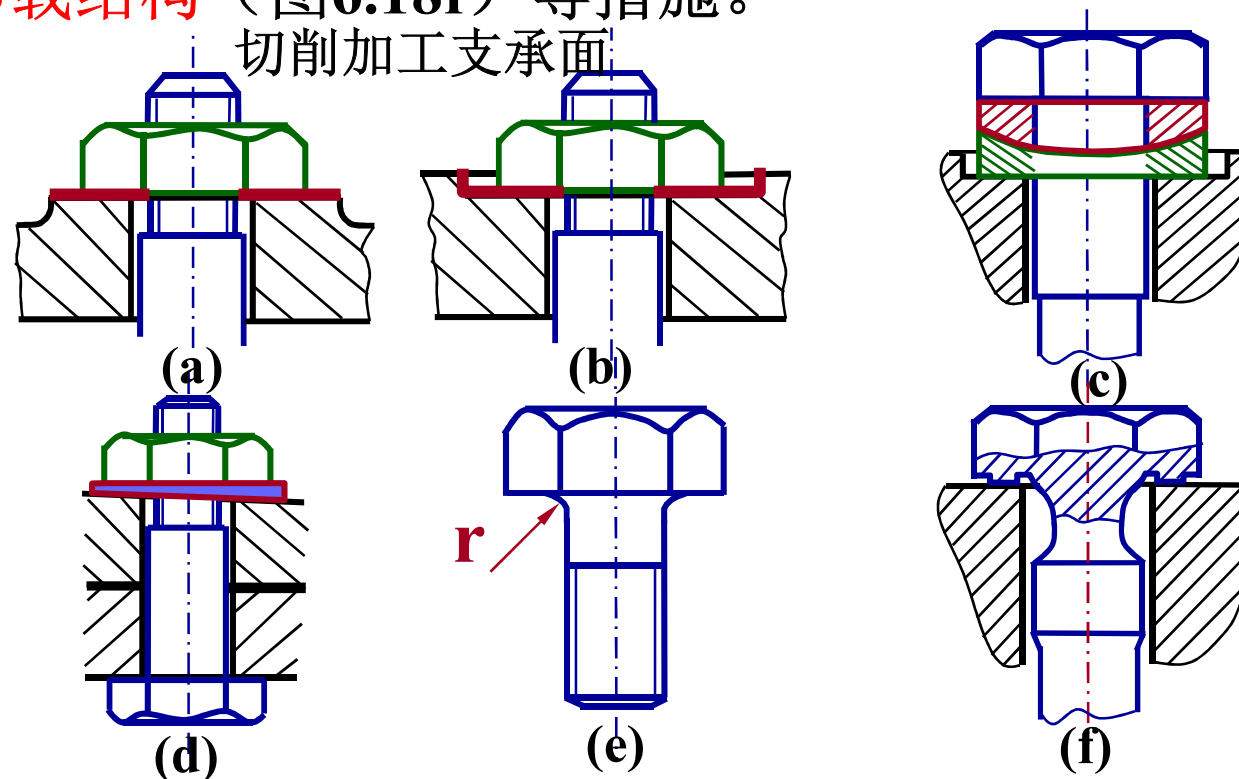


图6.18 减少应力集中的措施

6.4 键连接的静强度设计与计算

6.4.1 平键连接强度计算

平键连接一般用于相对静止的连接。平键的连接主要失效形式是工作面被压溃。当平键连接用于传递转矩时，连接中零件的受力情况见图6.20b。通常只需按工作面上的挤压应力进行强度校核计算，只有当严重过载时，才可能出现键沿a-a面被剪断。

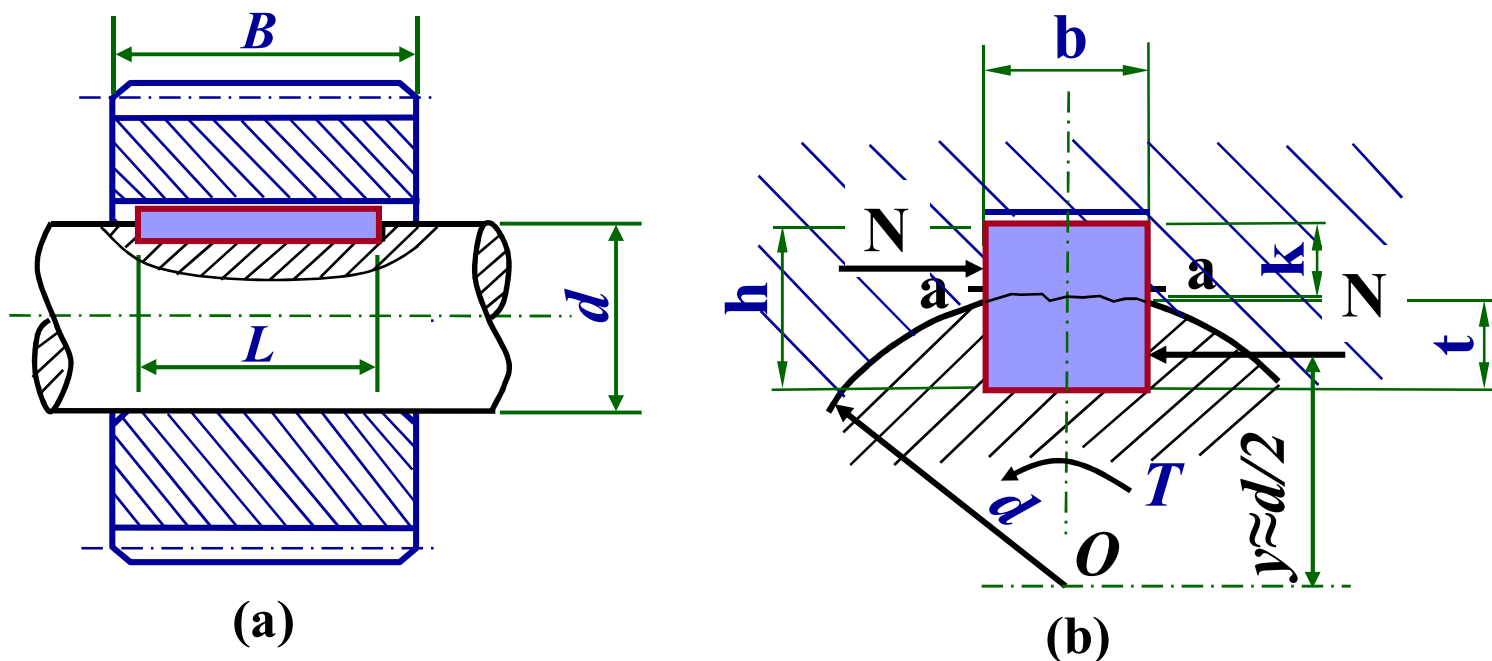
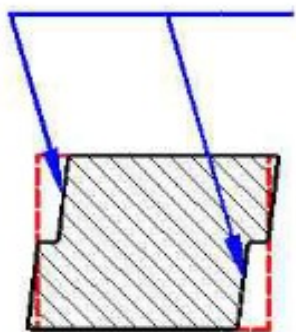


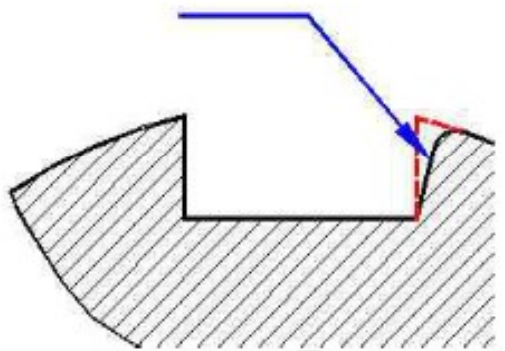
图6.20 普通平键连接受力图



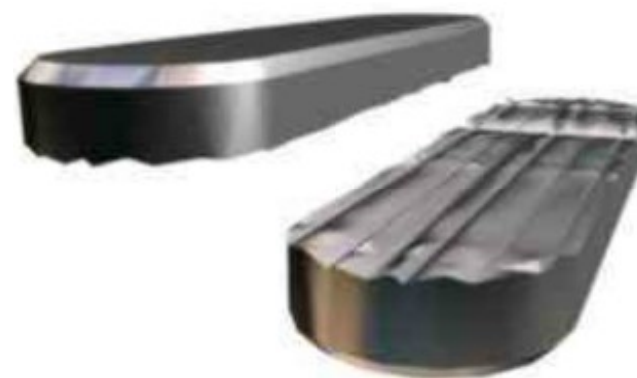
键表面压溃



键槽表面压溃



工作面被压溃



键被剪断

设键工作面上载荷均匀分布，**挤压应力**应满足下式

$$\sigma_p = \frac{2T}{kld} = \frac{4T}{hld} \leq [\sigma_p] \quad (6.34)$$

式中， T —传递的转矩N·mm；

k —键与轮毂键槽的接触高度， $k \approx 0.5h$ ，此处 h 为键的高度mm；

l —**键的工作长度**mm，**圆头平键** $l=L-b$ ，**平头平键** $l=L$ ，**半圆头平键** $l=L-b/2$ ， L 为键的公称长度mm；

b —键的宽度mm；

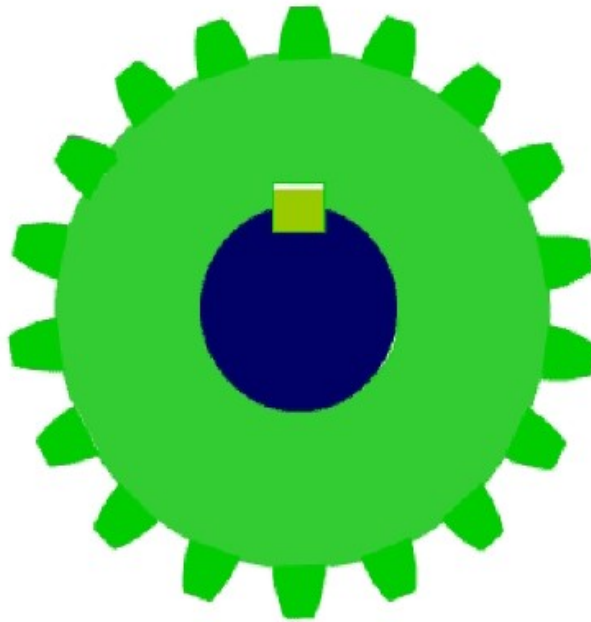
d —轴的直径mm；

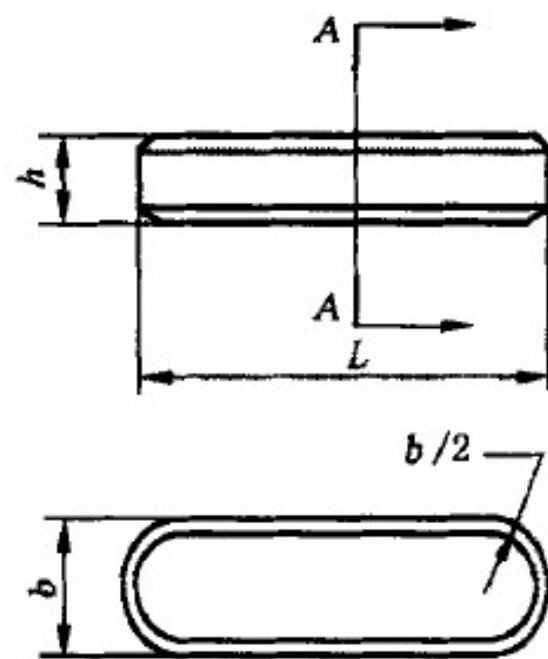
$[\sigma_p]$ —键、轴、轮毂三者中最弱材料的许用挤压应力MPa。

附表8.1 键连接的许用应力（MPa）

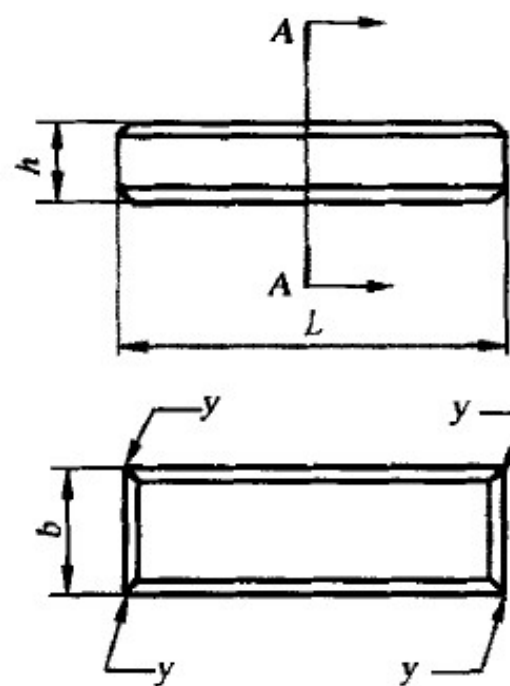
许用应力	联接方式	键、轴、 轮毂 材料	载荷性质		
			静载荷	轻微冲击	冲击
$[\sigma_p]$	静连接	钢	120~150	100~120	60~90
		铸铁	70~80	50~60	30~45
$[p]$	动连接	钢	50	40	30

注：如与键有相对滑动的被连接件表面经过淬火，则动连接出许用压力 $[p]$ 可提高2-3倍。

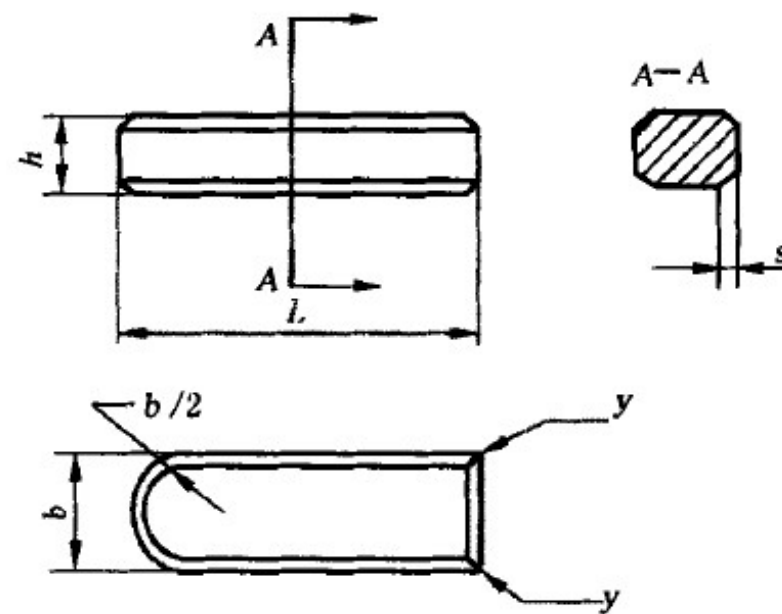




A型

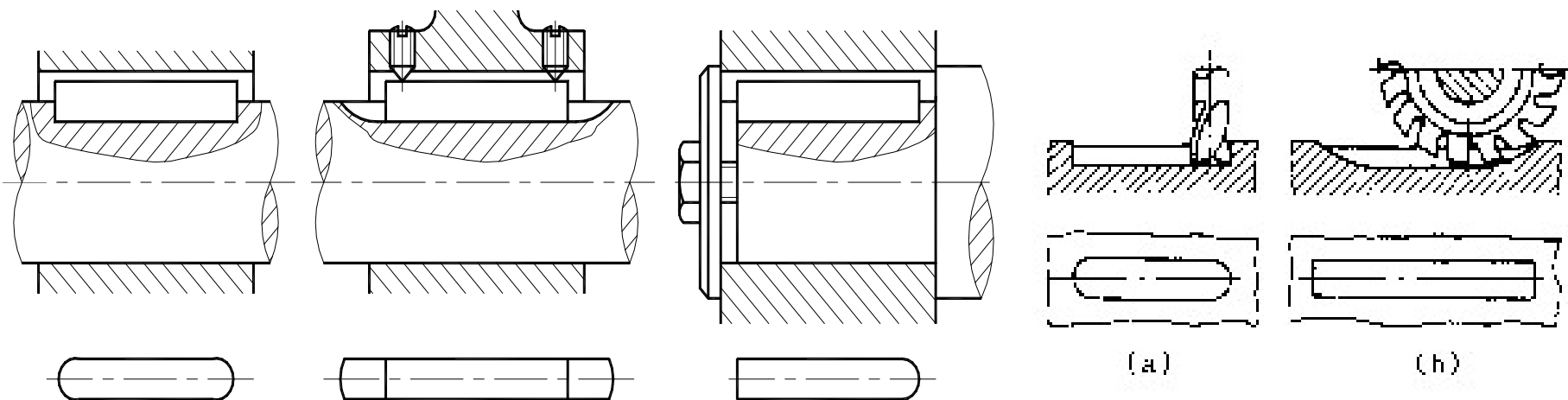


B型

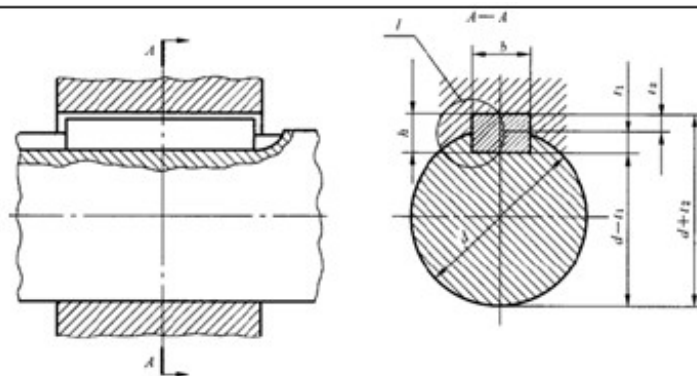


C型

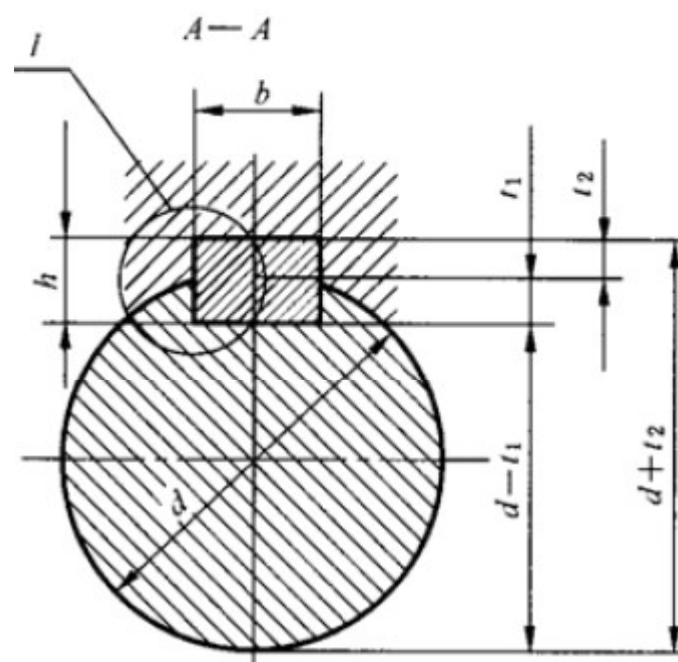
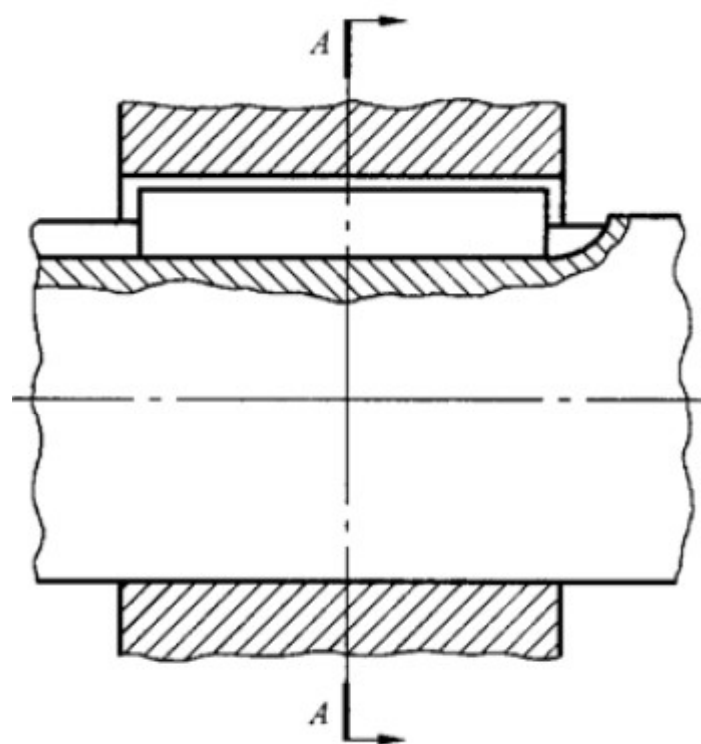
- 圆头键（A型）：轴上的键槽用端铣刀铣出（右下图a），轴上键槽端部的应力集中较大，但键的安装比较牢固。能传递较大力；
- 平头键（B型）：轴上的键槽用盆铣刀铣出（右下图b），应力集中小，键在键槽中固定较差，**常用在轴的中部**，对于尺寸大的键，宜用紧定螺钉固定在轴上；
- 单圆头键（C型）：轴上的键槽用端铣刀铣出，**常用在端部**。轮毂上的键槽一般用插刀或拉刀加工而成。



普通平键的尺寸和公差（摘自GB/T 1096-2003）



键尺寸 $b \times h$		键槽										
		宽度 b					深度				半径 r	
		极限偏差										
		基本 尺寸	松连接		正常连接		紧密连接	轴 t_1		毂 t_2		
			轴 H9	毂 D10	轴 N9	毂 Js9	轴和毂 P9	基本 尺寸	极限偏 差	基本 尺寸	极限偏 差	最小
2×2	2	+0.025	+0.060	-0.004	±0.0125	-0.006	1.2	+0.10 0	1	+0.10 0	0.08	0.16
3×3	3	0	+0.020	-0.029		-0.031	1.8		1.4			
4×4	4	+0.030 0	+0.078	0	±0.015	-0.012	2.5		1.8			
5×5	5		-0.030	-0.042		3.0	2.3		0.16		0.25	
6×6	6					3.5	2.8					
8×7	8	+0.036	+0.098	0	±0.018	-0.015	4.0		3.3		0.25	0.40
10×8	10	0	+0.040	-0.036		-0.051	5.0		3.3			
12×8	12	+0.043	+0.120	0	±0.0215	-0.018	5.0		3.3			
14×9	14						5.5		3.8			
16×10	16			0		+0.050	-0.043		-0.061			



普通平键键槽尺寸和公差

摘自GB/T 1095-2003

键尺寸 $b \times h$	键 槽										
	宽 度 b						深 度				半 min
	基本 尺寸	极 限 偏 差					轴 t_1		毂 t_2		
		正常联结		紧密联结	松联结		基本 尺寸	极限 偏差	基本 尺寸	极限 偏差	
		轴 N9	毂 JS9	轴和毂 P9	轴 H9	毂 D10					
2×2	2	-0.004	±0.012 5	-0.006	+0.025	+0.060	1.2	+0.1 0	1.0	+0.1 0	0.08
3×3	3	-0.029		-0.031	0	+0.020	1.8		1.4		
4×4	4	0 -0.030	±0.015	-0.012	+0.030	+0.078	2.5		1.8		
5×5	5			-0.042	0	+0.030	3.0		2.3		0.16
6×6	6						3.5		2.8		
8×7	8	0	±0.018	-0.015	+0.036	+0.098	4.0		3.3		
10×8	10	-0.036		-0.051	0	+0.040	5.0		3.3		



B 型

C 型

$b=16\text{mm}$ 、 $h=10\text{mm}$ 、 $L=100\text{mm}$ 的圆头普通平键 (A 型): 键 $16\times 10\times 100$ GB/T 1096-2003

$b=16\text{mm}$ 、 $h=10\text{mm}$ 、 $L=100\text{mm}$ 的单圆头普通平键 (C 型): 键 C16 \times 10 \times 100 GB/T 1096-2003

宽度 b	基本尺寸		2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22
	极限偏差 (h8)		0 -0.014		0 -0.018			0 -0.022		0 -0.027			0 -0.033		
高度 h	基本尺寸		2	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	14
	极限 偏差	矩形 (h11)	-		-			0 -0.090					0 -0.110		
		方形 (h8)	0 -0.014		0 -0.018			-					-		
倒角或倒圆 s			0.16~0.25			0.25~0.40			0.40~0.60					0.60~0.80	
键的长度系列			6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 28, 32, 36, 40, 45, 50, 56, 63, 70, 80, 90, 100, 110, 125, 140, 160, 180, 200, 220, 250, 280, 320, 360												

导向平键连接和滑键连接（图6.21）常用于动连接。

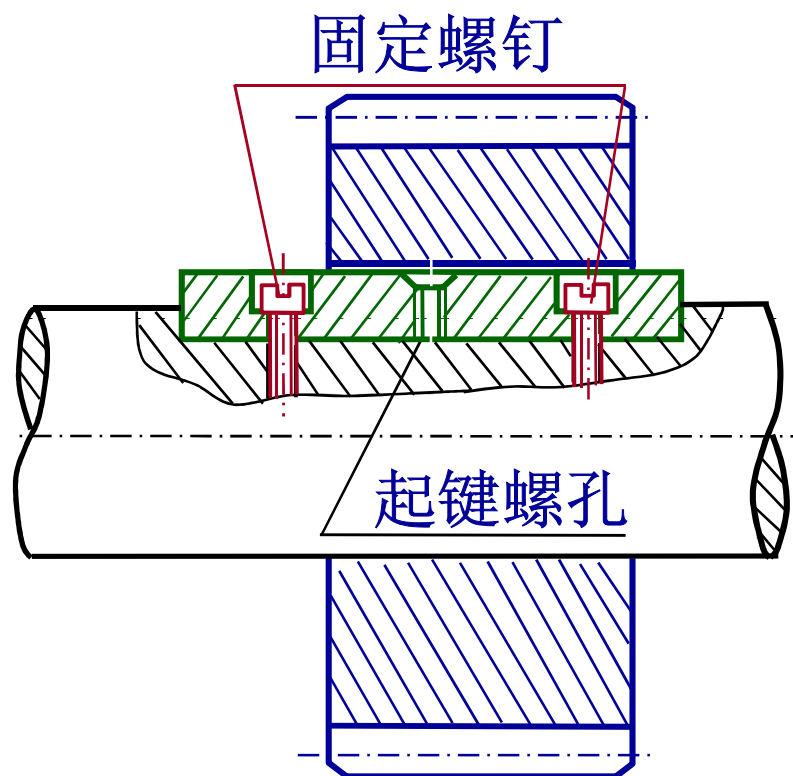


图6.21 导向平键连接

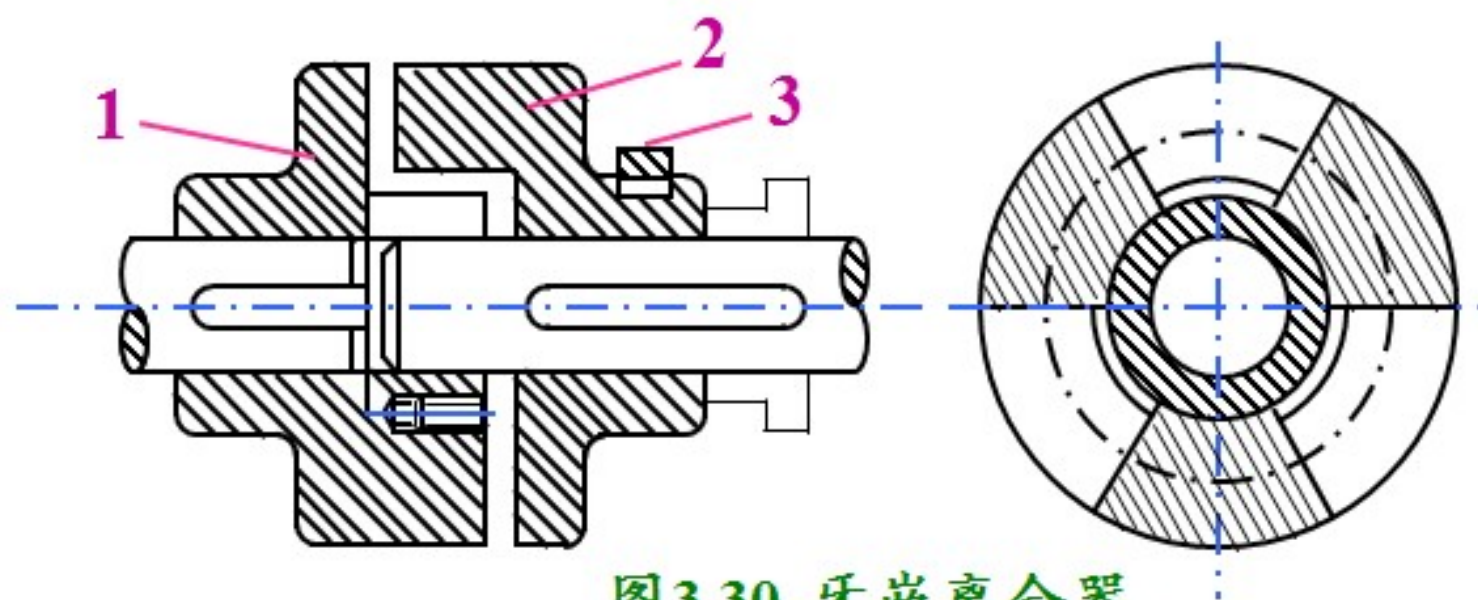



图3.30 牙嵌离合器
1、2—半离合器；3—滑环



其主要失效形式是工作面的过度磨损。因此应限制其工作面上的压强。按工作面上的压力进行条件性的强度校核计算，应满足下式：

$$p = \frac{2T}{kld} = \frac{4T}{hld} \leq [p] \quad (6.35)$$

式中， $[p]$ —键、轴、轮毂三者中最弱材料的许用压力，MPa，键的材料一般采用抗拉强度不小于600MPa的钢，通常为45号钢。

6.4.2 半圆键连接强度计算

半圆键常用于锥形轴端与轮毂的辅助连接，

半圆键主要失效形式是工作面被压溃。

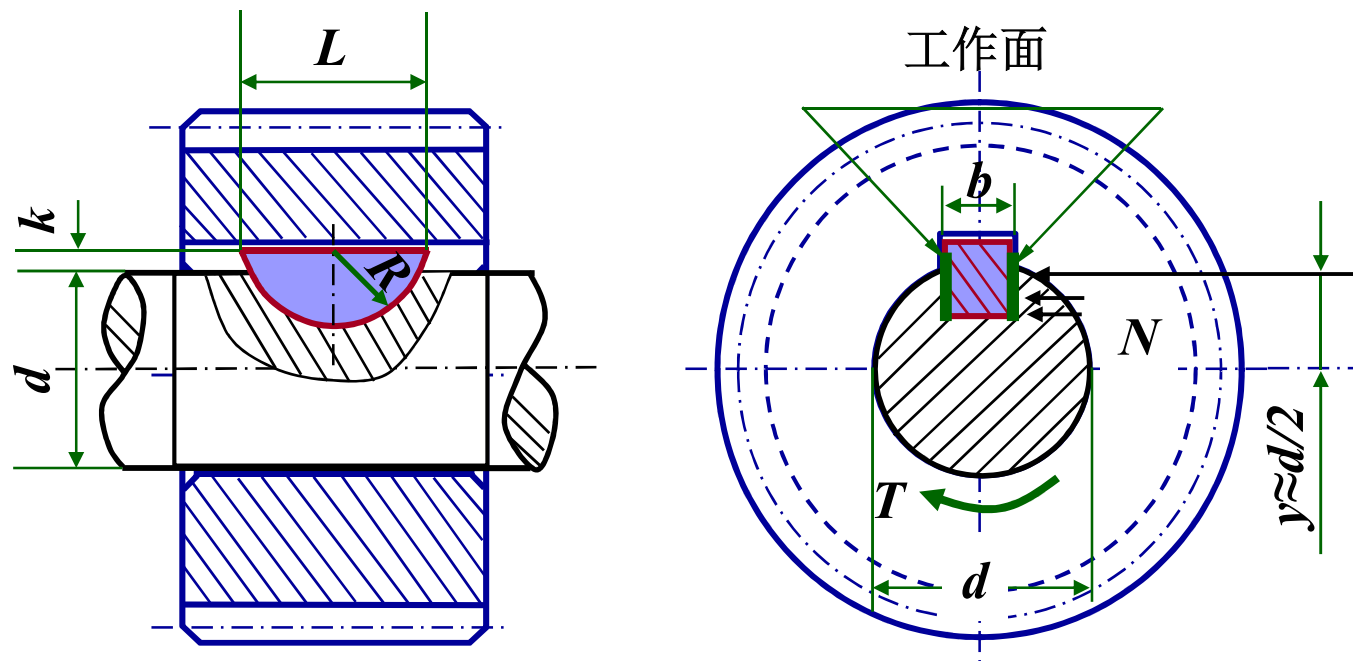


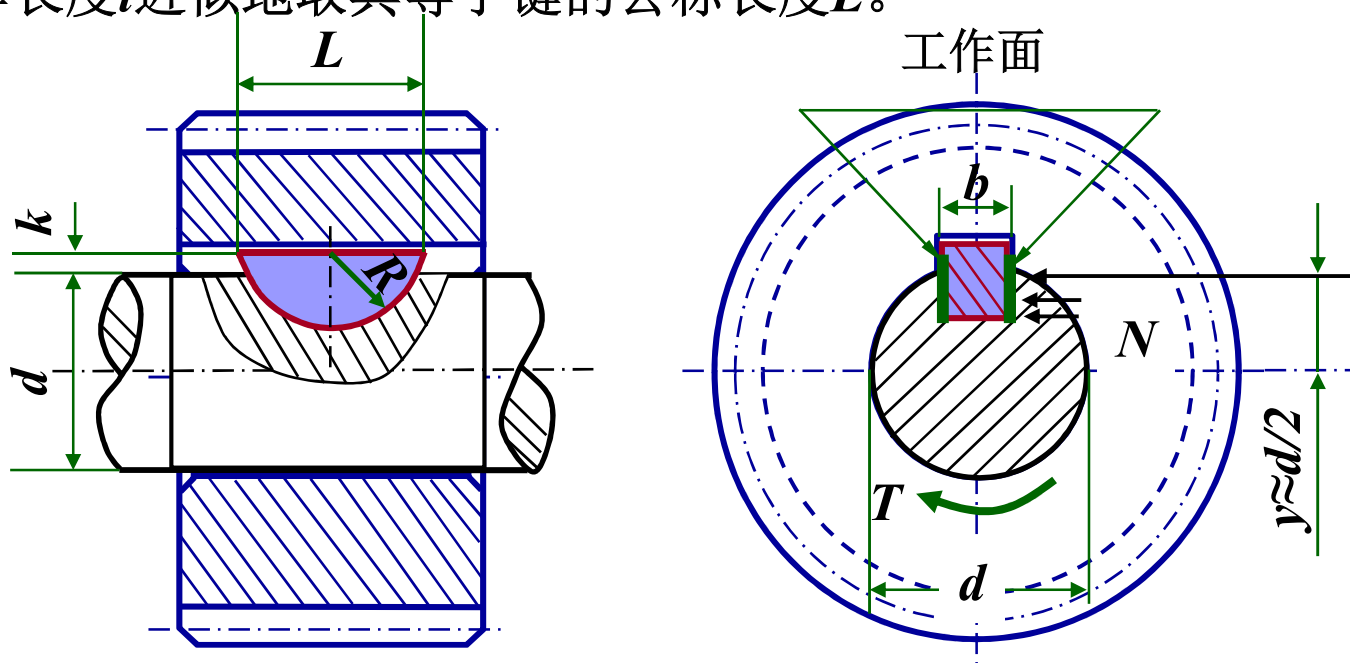
图6.22 半圆键连接的受力情况

6.4.2 半圆键连接强度计算

通常按工作面的**挤压应力**进行强度校核计算，强度条件同式

$$\sigma_p = \frac{2T}{kld} = \frac{4T}{hld} \leq [\sigma_p]$$

所应注意的是：半圆键的接触高度 k 应根据键的尺寸从标准中查取；半圆键的工作长度 l 近似地取其等于键的公称长度 L 。



半圆键连接的受力情况

6.4.3 楔键连接强度计算

楔键连接上、下两面为工作面

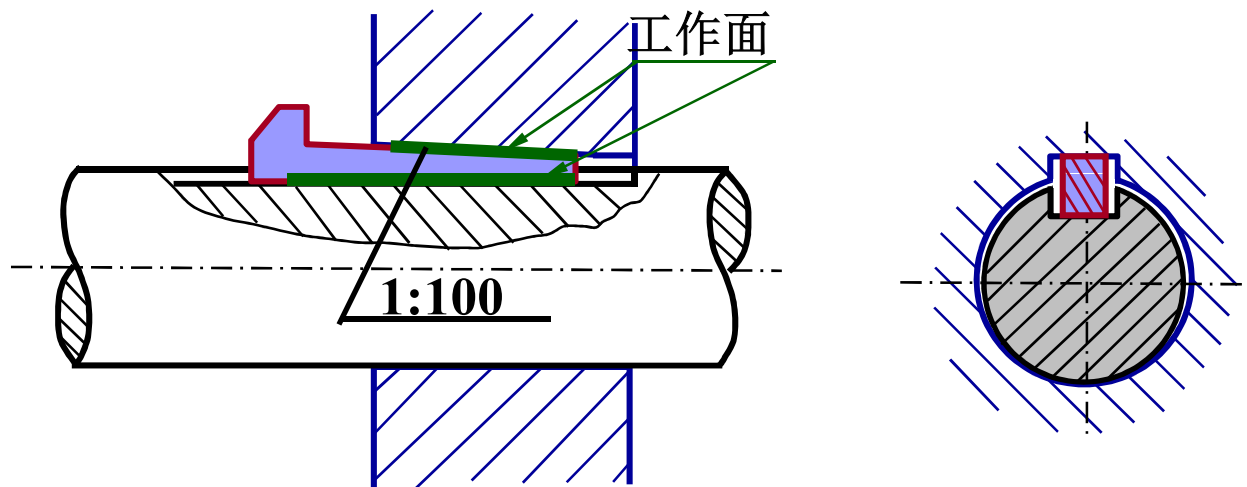


图6.23 楔键连接 (a)

未工作时，可以认为键的上下表面的压力是均匀分布的，当传递转矩时，由于这时轴与轮毂有相对转动的趋势，轴与轮毂也将产生微小的扭转变形，故沿键的工作长度 l 及沿宽度 b 上的压力分布情况均较以前发生了变化，压力的合力 F_N 不再通过轴心。为了简化，把键和轴视为一体，并将下方分布在半圆柱面上的径向压力用集中力 F_N 代替。

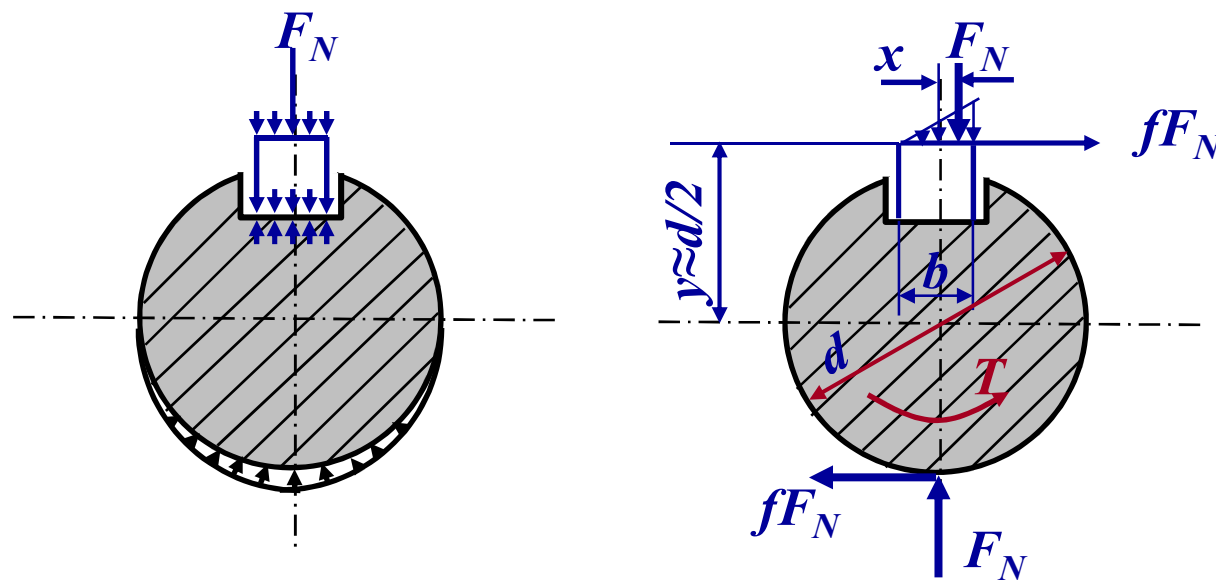



图6.23 楔键连接 (b)



计算时假设压力沿键长均匀分布，沿键宽为三角形分布，取 $x \approx b/6$ ， $y \approx d/2$ ，由键和轴一体对轴心的受力平衡条件：

$$T = F_N x + f F_N y + f F_N d / 2$$

可得到工作面上压力的合力为：

$$F_N = \frac{T}{x + f y + f d / 2} = \frac{6T}{b + 6 f d}$$

楔键的主要失效形式是相互楔紧的工作面被压溃，故应校核各工作面的抗挤压强度。则楔键连接的挤压强度条件为：

$$\sigma_p = \frac{2F_N}{bl} = \frac{12T}{bl(b+6fd)} \leq [\sigma_p] \quad (6.36)$$

式中， T —传递的转矩， $\text{N}\cdot\text{mm}$ ；

d —轴的直径， mm ；

b —键的宽度， mm ；

l —键的工作长度， mm ；

f —摩擦系数，一般取 $f=0.12\sim0.17$ ；

$[\sigma_p]$ —键、轴、轮毂中最弱材料的许用挤压应力， MPa ，见附表8.1。

6.4.4 切向键连接强度计算

切向键由一对楔键组成，其主要失效形式是工作面被压溃。

若把键和轴看成一体，则当键连接传递转矩时，受力情况如图6.24所示。

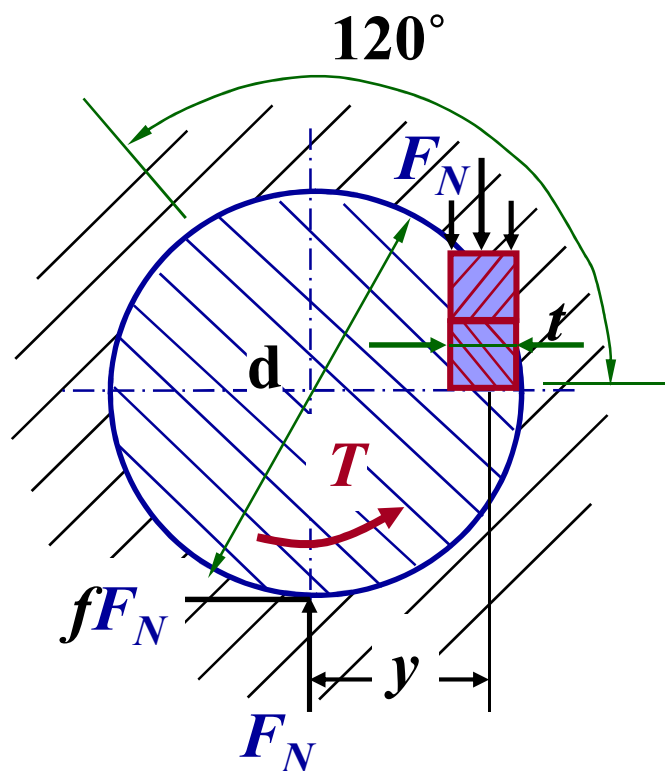


图6.24 切向键连接受力情况

设压力在键的工作面上均匀分布，取 $y=(d-t)/2$ ， $t=d/10$ ，按一个切向键计算，由键和轴一体对轴心的受力平衡条件

$$T = fF_N d / 2 + F_N y$$

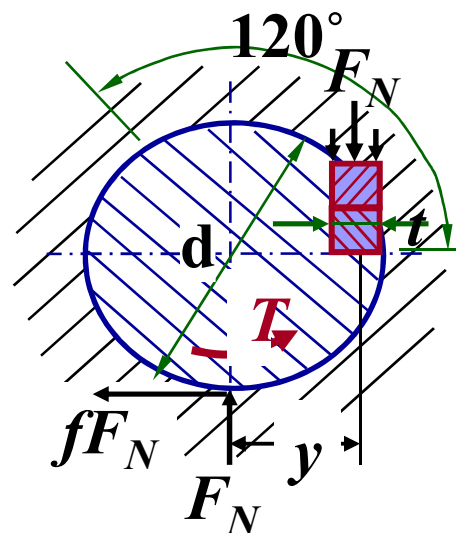
得到工作面上压力的合力为

$$F_N = \frac{T}{fd / 2 + y} = \frac{T}{(0.5f + 0.45)d}$$

则切向键连接的挤压强度条件为

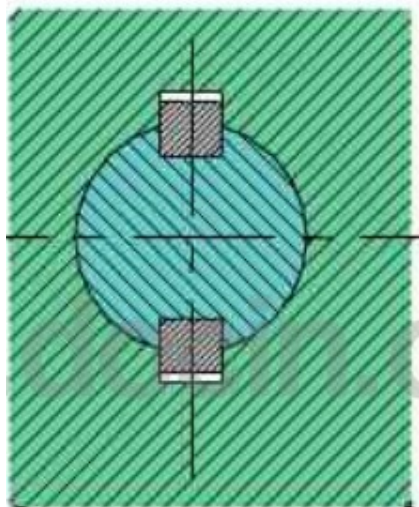
$$\sigma_p = \frac{F_N}{(t-C)l} = \frac{T}{(t-C)(0.5f + 0.45)dl} \leq [\sigma_p] \quad (6.37)$$

式中， T 为传递的转矩， $\text{N}\cdot\text{mm}$ ； d 为轴的直径， mm ； l 为键的工作长度， mm ； t 为键槽的深度， mm ； C 为键的倒角， mm ； f 为摩擦系数，一般取 $f=0.12-0.17$ ； $[\sigma_p]$ 为键、轴、轮毂三者中最弱材料的许用挤压应力， MPa ，见附表8.1。

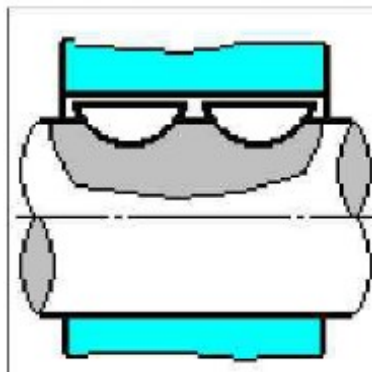


如果强度不够时，可采用双键。

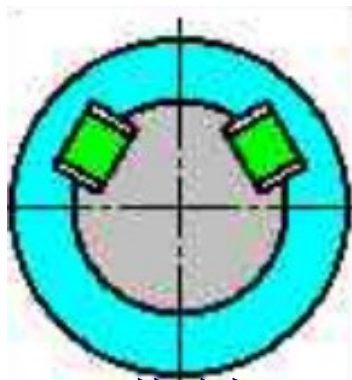
- 两个平键最好布置在沿周向相隔 180° ；
- 两个半圆键应布置在轴的同一条母线上；
- 两个楔键则应布置在沿周向相隔 $90^\circ \sim 120^\circ$ ；
- 两个切向键则应布置在沿周向相隔 $120^\circ \sim 130^\circ$



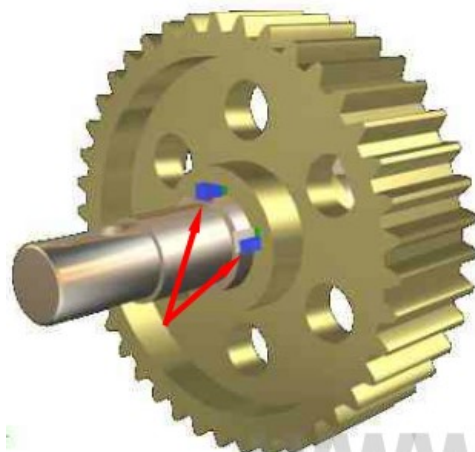
平键



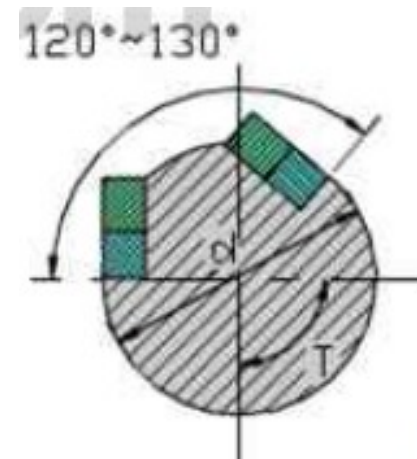
半圆键




楔键



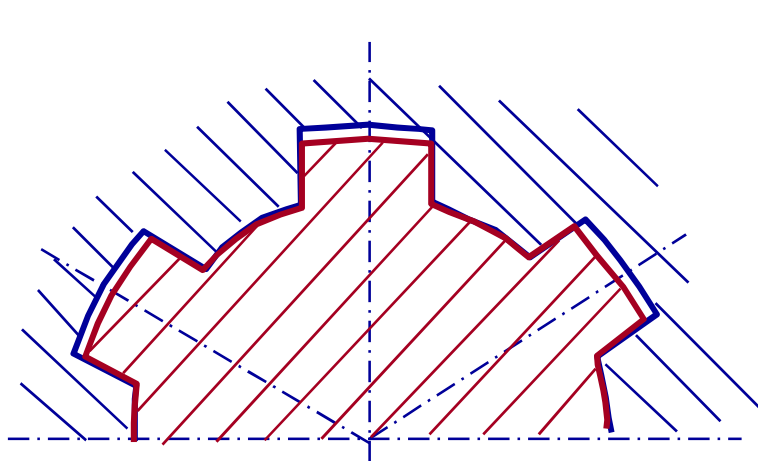
切向键



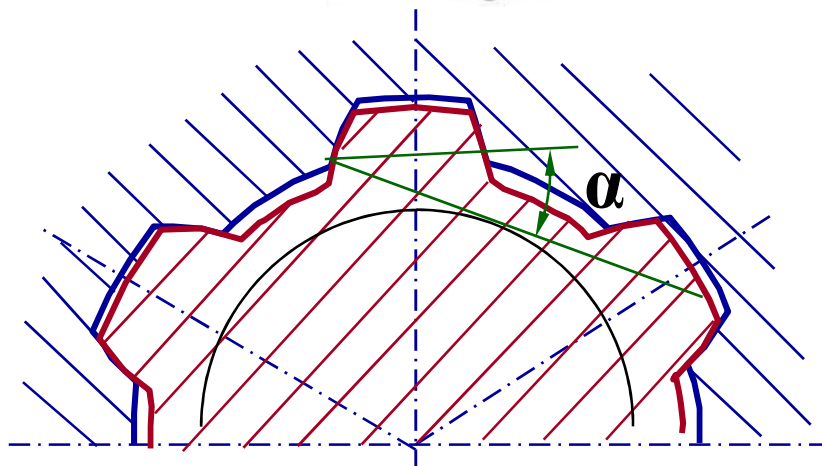
- 
- 考虑到两键上载荷分配的不均匀性，在强度校核中只按1.5个键计算。
 - 如果轮毂允许适当加长，也可相应地增加键的长度，以提高单键连接的承载能力。
 - 由于传递转矩时键上载荷沿其长度分布不均，故键不宜过长。
 - 当键的长度大于 $2.25d$ 时，其多出的长度实际上被认为并不承受载荷，故一般键长不宜超过 $(1.6\sim 1.8)d$ 。

6.4.5 花键连接的强度计算

由轴和毂孔上的多个键齿组成的连接叫花键连接。花键有矩形花键、渐开线花键等。



矩形花键



渐开线花键

1. 矩形花键连接

矩形花键已标准化，对大径为 $\Phi 14 \sim \Phi 125$ mm的矩形花键连接，**GB/T 1144-2001**规定以小径定心（图6.25a）。它的优点是能通过磨削消除热处理变形，定心精度高。矩形花键键齿的工作高度 h_g 和平均直径 D_m 按下式计算：

$$D_m = \frac{D + d}{2}$$

$$h_g = \frac{D - d}{2} - 2c$$

式中， c —倒角尺寸，mm；
 D —花键外径，mm；
 d —花键内径，mm。

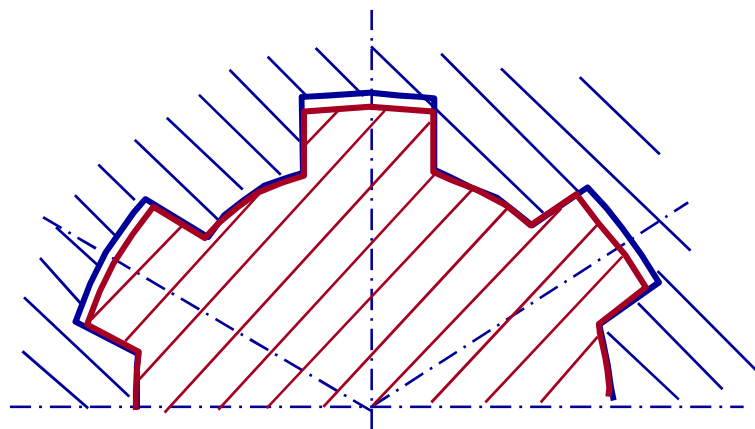


图6.25 花键连接定心方式（a）矩形花键

2. 渐开线花键连接

渐开线花键两侧曲线为渐开线，其压力角规定有30°、37.5°和45°三种。

渐开线花键根部强度大，应力集中小，承载能力大。

渐开线花键键齿的工作高度 h_g 和平均直径 D_m 按下式计算：

$$D_m = D_f$$

$$h_g = m$$

式中， m —模数，mm；
 D_f —花键分度圆直径，mm。

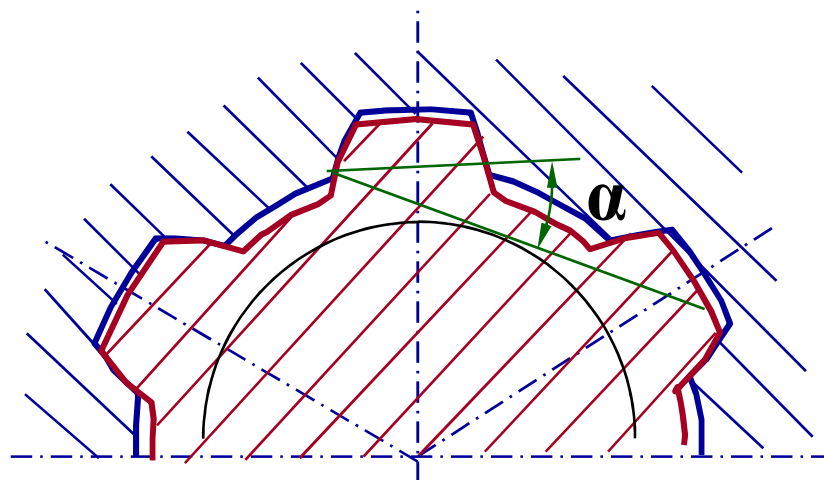


图6.25 花键连接定心方式 (b) 渐开线花键

3. 强度计算

花键连接是标准零件，它的设计计算与键连接相似，先选定类型及尺寸，然后校核强度。

花键静连接的强度计算公式：

$$\sigma_p = \frac{2T}{\psi z h_g l_g D_m} \leq [\sigma_p] \quad (6.38)$$

式中， T 为传递的转矩， $\text{N}\cdot\text{mm}$ ；

ψ 为各键齿间载荷不均匀系数，常取0.7~0.8；

z 为齿数；

h_g 为键齿的工作高度， mm ；

l_g 为键齿的工作长度， mm ；

D_m 为平均直径， mm ；

$[\sigma_p]$ 为键、轴、轮毂三者中最弱材料的许用挤压应力， MPa ，见附表8.2。




花键动连接的强度计算公式：

$$p = \frac{2T}{\psi z h_g l_g D_m} \leq [p] \quad (6.39)$$

式中， $[p]$ —键、轴、轮毂三者中最弱材料的许用压力，MPa，见附表8.2。

附表8.2 花键连接的许用压力（MPa）

许用应力	连接方式	使用和制造情况	未热处理	热处理
$[\sigma_p]$	静连接	不良	35~50	40~70
		中等	60~100	100~140
		良好	80~120	120~200
$[p]$	不移动的 动连接	不良	15~20	20~35
		中等	20~30	30~60
		良好	25~40	40~70
	移动的 动连接	不良		3~10
		中等		5~15
		良好		10~20



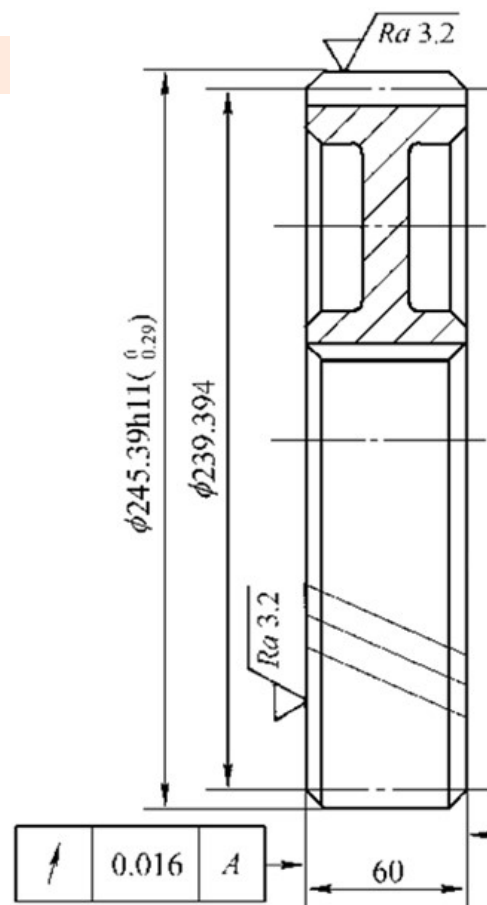
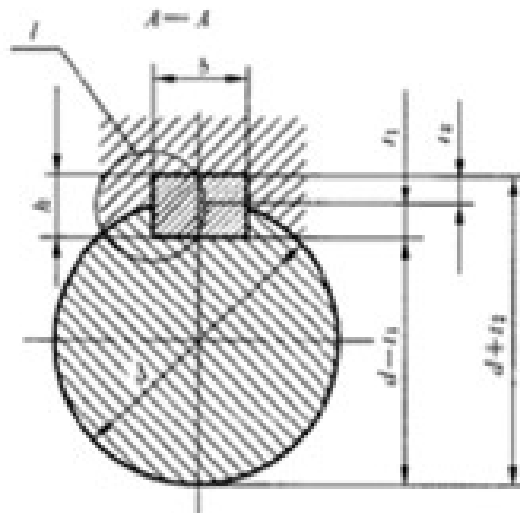
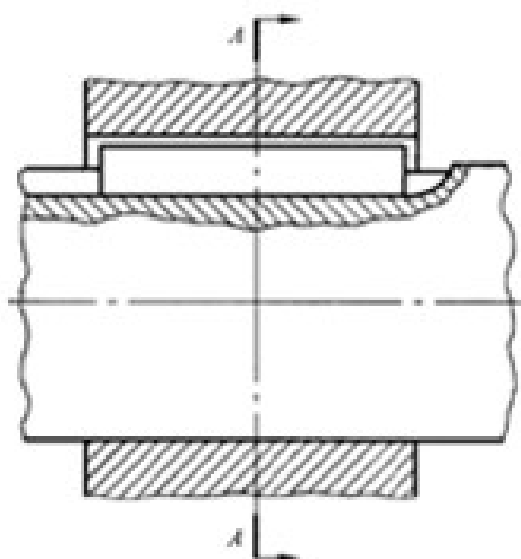
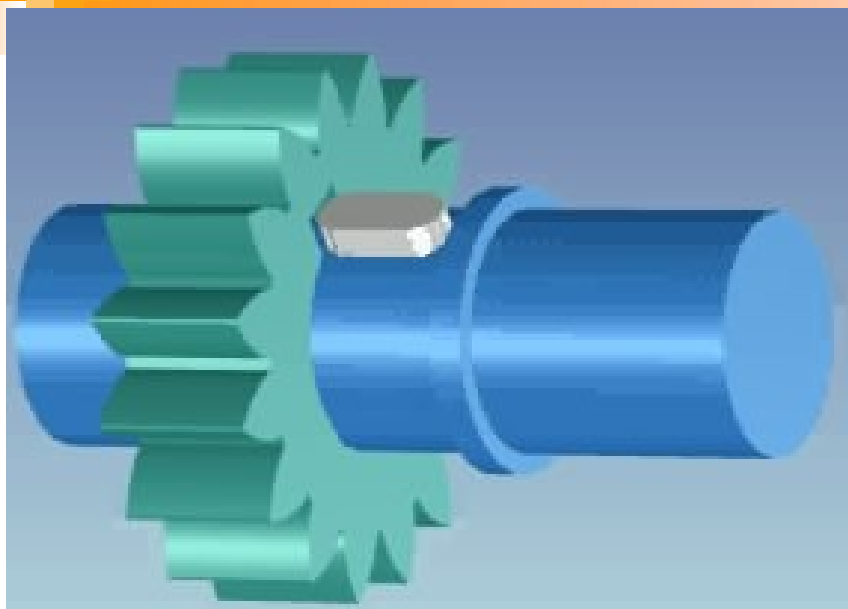
例题 已知减速器中某直齿圆柱齿轮安装在轴的两个支承点间，齿轮和轴的材料都是锻钢，用键构成静连接。齿轮的精度为7级，装齿轮处的轴径 $d=70\text{mm}$ ，齿轮轮毂宽度为 100mm ，需传递的转矩 $T=2200\text{Nm}$ 。载荷有轻微冲击。试设计此键连接。

解：

1. 选择键连接的类型和尺寸

一般8级以上精度的齿轮有定心精度要求，应采用平键联接。由于齿轮不在轴端，故选用圆头普通平键（A型）。

根据 $d=70\text{mm}$ 从标准中查得键的截面尺寸为：宽度 $b=20\text{mm}$ ，高度 $h=12\text{mm}$ 。由轮毂宽度并参考键的长度系列，取键长 $L=90\text{mm}$ (比轮毂宽度小些)。



轴直径与键尺寸的推荐值

轴直径	自 6~8	>8~10	>10~12	>12~17
键 b×h	2×2	3×3	4×4	5×5
轴直径	>44~50	>50~58	>58~65	>65~75
键 b×h	14×9	16×10	18×11	20×12
轴直径	>17~22	>22~30	>30~38	>38~44
键 b×h	6×6	8×7	10×8	12×8
轴直径	>75~85	>85~95	>95~110	>110~130
键 b×h	22×14	25×14	28×16	32×18



B 型

C 型

$b=16\text{mm}$ 、 $h=10\text{mm}$ 、 $L=100\text{mm}$ 的圆头普通平键 (A 型): 键 $16\times 10\times 100$ GB/T 1096-2003

$b=16\text{mm}$ 、 $h=10\text{mm}$ 、 $L=100\text{mm}$ 的单圆头普通平键 (C 型): 键 C16 \times 10 \times 100 GB/T 1096-2003

宽度 b	基本尺寸		2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22
	极限偏差 (h8)		0 -0.014		0 -0.018			0 -0.022		0 -0.027			0 -0.033		
高度 h	基本尺寸		2	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	14
	极限 偏差	矩形 (h11)	-		-			0 -0.090					0 -0.110		
		方形 (h8)	0 -0.014		0 -0.018			-					-		
倒角或倒圆 s			0.16~0.25			0.25~0.40			0.40~0.60					0.60~0.80	
键的长度系列			6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 25, 28, 32, 36, 40, 45, 50, 56, 63, 70, 80, 90, 100, 110, 125, 140, 160, 180, 200, 220, 250, 280, 320, 360												

2. 校核键连接的强度

键、轴和轮毂的材料都是钢，由附表8.1查得许用挤压应力 $[\sigma_p]=100\sim 120\text{MPa}$ 。取平均值


$$[\sigma_p]=110\text{MPa}$$

键的工作长度

$$l=L-b=90-20=70\text{mm}$$

键与轮毂键槽的接触高度

$$k=0.5h=0.5\times 12=6\text{mm}$$



由式 (6.34) $\sigma_p = \frac{2T}{kld} = \frac{4T}{hld} \leq [\sigma_p]$ 可得

$$\sigma_p = 149.7 \text{MPa} > [\sigma_p] = 110 \text{MPa}$$

可见连接的挤压强度不够。考虑到相差较大，因此改用双键，相隔 180° 布置。双键的工作长度
 $l = 1.5 \times 70 = 105 \text{mm}$ 。由式 (6.34) 可得

$$\sigma_p = 99.8 \text{MPa} < [\sigma_p] \quad (\text{合适})$$

6.5 链传动的静强度计算

如果不考虑动载荷，链在传动中的主要作用力有工作拉力、离心拉力和悬垂拉力。

- 工作拉力 F_e 取决于传递的功率 P (kw) 和链速 v (m/s) , 可按下式计算

$$F_e = \frac{1000 P}{v} \quad (6.40)$$

- 离心拉力 F_c 与单位长度链条的质量 q (kg/m) 和链速 v (m/s) 有关

$$F_c = qv^2 \quad (6.41)$$

当 $v < 4\text{m/s}$ 时， F_c 可忽略不计。式中 q 可查附表3.3。

- 悬垂拉力 F_y 主要取决于传动的布置方式及链条松边的垂度，见图6.26。计算如下

$$F_y = K_y q g a \quad (6.42)$$

式中： a —链传动的中心距，近似等于链悬空下垂部分的长度，**m**；

g —重力加速度，
 $g=9.81 \text{ m/s}^2$ ；

K_y —垂度系数，即当链条松边一定下垂度 y 时的拉力系数， K_y 值可查附表3.2。表中 β 为两轮中心连线与水平线的倾斜角。

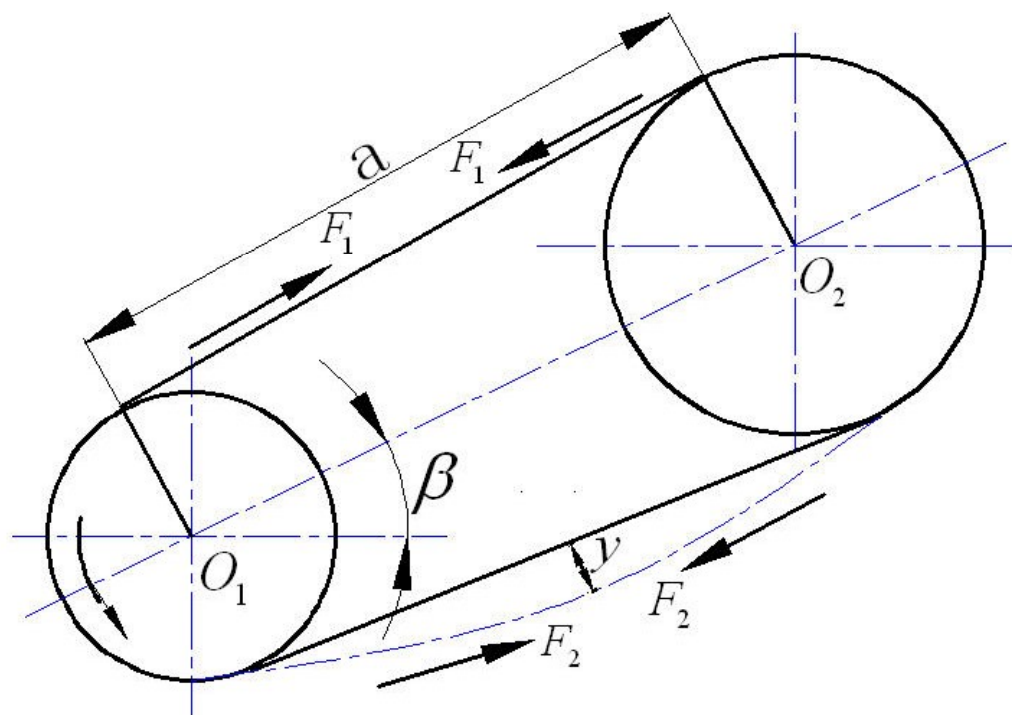


图6.26 链的布置方式及松边的垂度



由此得链的紧边拉力 F_1 和松边拉力 F_2 分别为：


$$F_1 = F_e + F_c + F_y \quad (6.43)$$

$$F_2 = F_c + F_y$$

作用在轴上的力（简称压轴力） F_Q 可近似地取为紧边和松边总拉力之和。故近似取

$$F_Q \approx K_A (F_1 + F_2) \approx 1.2 K_A F_e$$

式中， K_A —工作情况系数，查附表3.1。



当链速 $v < 0.6 \text{ m/s}$ 时，传动的主要失效形式是链条受静力拉断，故应进行静强度校核。静强度安全系数 S 应满足下式要求：

$$S = \frac{Qn}{K_A F_1} \geq 4 \sim 8 \quad (6.44)$$

式中， S —链的抗拉静力强度的计算安全系数；

Q —单排链的极限拉伸载荷， kN ，查附表3.3；

n —链的排数； K_A 为工作情况系数，查附表3.1；

F_1 —链的紧边工作拉力， kN 。

6.6 滚动轴承静强度计算

1. 滚动轴承的基本额定静载荷

滚动轴承的基本额定静载荷是对工作在静载荷下不旋转的滚动轴承的界限，通常用 C_0 表示。当外载荷不超过这一基本额定值时，静载荷下的滚动轴承因接触应力所产生的表面塑性变形不足以对轴承造成明显的影响。

当静载荷过大时，在轴承的接触区将会产生明显的凹坑影响滚动轴承正常工作，乃至导致滚动轴承失效。因此对工作在静载荷下不旋转的滚动轴承需要对其进行静强度设计。

2. 滚动轴承的额定静载荷


滚动轴承的额定静载荷是在一定条件下确定的。

径向额定静载荷 C_{0r} 是指轴承最大载荷滚动体与滚道接触中心处引起一定接触应力时所相当的假想径向静载荷

轴向额定静载荷 C_{0a} 是指轴承最大载荷滚动体与滚道接触中心处引起一定接触应力时所相当的假想中心轴向静载荷

角接触球轴承 (GB/T 292-2007)

基本尺寸 /mm			基本额定 载荷/kN		极限转速 /r · min ⁻¹		质量 /kg	轴承代号	其他尺寸 /mm					安装尺寸 /mm		
<i>d</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>C_r</i>	<i>C_{0r}</i>	脂	油	<i>W</i> ≈	70000 C (AC,B)型	<i>d</i> ₂ ≈	<i>D</i> ₂ ≈	<i>a</i>	<i>r</i> min	<i>r</i> ₁ min	<i>d</i> _a min	<i>D</i> _a max	<i>r</i> _a max
15	35	11	8.35	4.40	16000	22000	0.043	7202 AC	21.6	29.4	11.4	0.6	0.15	20	30	0.6
17	35	10	6.60	3.85	16000	22000	0.036	7003 C	22.9	29.1	8.5	0.3	0.15	19.4	32.6	0.3
	35	10	6.30	3.68	16000	22000	0.036	7003 AC	22.9	29.1	11.1	0.3	0.15	19.4	32.6	0.3
	40	12	10.8	5.95	15000	20000	0.062	7203 C	24.6	33.4	9.9	0.6	0.3	22	35	0.6
	40	12	10.5	5.65	15000	20000	0.062	7203 AC	24.6	33.4	12.8	0.6	0.3	22	35	0.6
20	42	12	10.5	6.08	14000	19000	0.064	7004 C	26.9	35.1	10.2	0.6	0.15	25	37	0.6
	42	12	10.0	5.78	14000	19000	0.064	7004 AC	26.9	35.1	13.2	0.6	0.15	25	37	0.6
	47	14	14.5	8.22	13000	18000	0.1	7204 C	29.3	39.7	11.5	1	0.3	26	41	1
	47	14	14.0	7.82	13000	18000	0.1	7204 AC	29.3	39.7	14.9	1	0.3	26	41	1
	47	14	14.0	7.85	13000	18000	0.11	7204 B	30.5	37	21.1	1	0.3	26	41	1
25	47	12	11.5	7.45	12000	17000	0.074	7005 C	31.9	40.1	10.8	0.6	0.15	30	42	0.6
	47	12	11.2	7.08	12000	17000	0.074	7005 AC	31.9	40.1	14.4	0.6	0.15	30	42	0.6
	52	15	16.5	10.5	11000	16000	0.12	7205 C	33.8	44.2	12.7	1	0.3	31	46	1
	52	15	15.8	9.88	11000	16000	0.12	7205 AC	33.8	44.2	16.4	1	0.3	31	46	1
	52	15	15.8	9.45	9500	14000	0.13	7205 B	35.4	42.1	23.7	1	0.3	31	46	1
30	62	17	26.2	15.2	8500	12000	0.3	7305 B	39.2	48.4	26.8	1.1	0.6	32	55	1
	55	13	15.2	10.2	9500	14000	0.11	7006 C	38.4	47.7	12.2	1	0.3	36	49	1
	55	13	14.5	9.85	9500	14000	0.11	7006 AC	38.4	47.7	16.4	1	0.3	36	49	1
	62	16	23.0	15.0	9000	13000	0.19	7206 C	40.8	52.2	14.2	1	0.3	36	56	1
	62	16	22.0	14.2	9000	13000	0.19	7206 AC	40.8	52.2	18.7	1	0.3	36	56	1



对既承受径向载荷又承受轴向载荷的滚动轴承，则须将实际载荷换算为当量静载荷。若用 F_R 和 F_A 分别表示滚动轴承所受的径向和轴向载荷，则当量静载荷 P_0 为

$$P_0 = X_0 F_R + Y_0 F_A \quad (6.45)$$

式中， X_0 和 Y_0 —当量静载荷的径向和轴向系数，其数值可参考有关机械零件设计手册。

F_R —径向载荷；

F_A —轴向载荷。

3. 静强度校核

为限制滚动轴承在过载和冲击载荷下产生的永久变形，应按静载荷作校核计算。按静载荷进行校核的公式如下：

$$\frac{C_{0r}}{P_{0r}} \geq S_0 \quad \text{或} \quad \frac{C_{0a}}{P_{0a}} \geq S_0 \quad (6.46)$$

式中， S_0 —静载荷安全系数（见附表9.6）；

C_0 —额定静载荷（查机械零件设计手册）；

P_0 —当量静载荷；下标 r 为径向载荷；下标 a 为轴向载荷。

附表9.6 滚动轴承静强度安全系数 S_0

旋转条件	载荷条件	S_0	使用条件	S_0
连续旋转	普通载荷	1~2	高精度旋转场合	1.5~2.5
	冲击载荷	2~3	振动冲击场合	1.2~2.5
不常旋转或摆动	普通载荷	0.5	普通精度旋转场合	1.0~1.2
	冲击及不均匀载荷	1~1.5	允许有变形	0.3~1.0



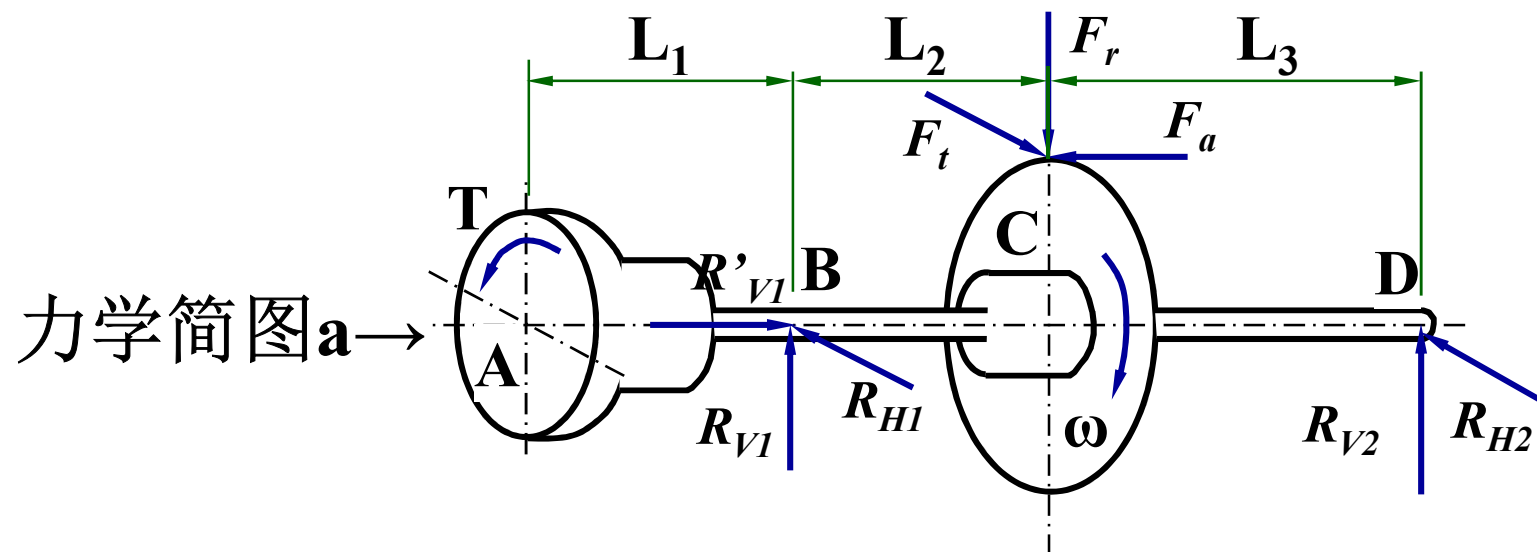
6.7 轴的静强度和刚度计算


通常轴所受的载荷是变化的，因此以疲劳强度分析为主。但是，当载荷的变化很小时，则应按静强度进行分析。另外，在轴较细或较长的情况下，要考虑轴的刚度问题。

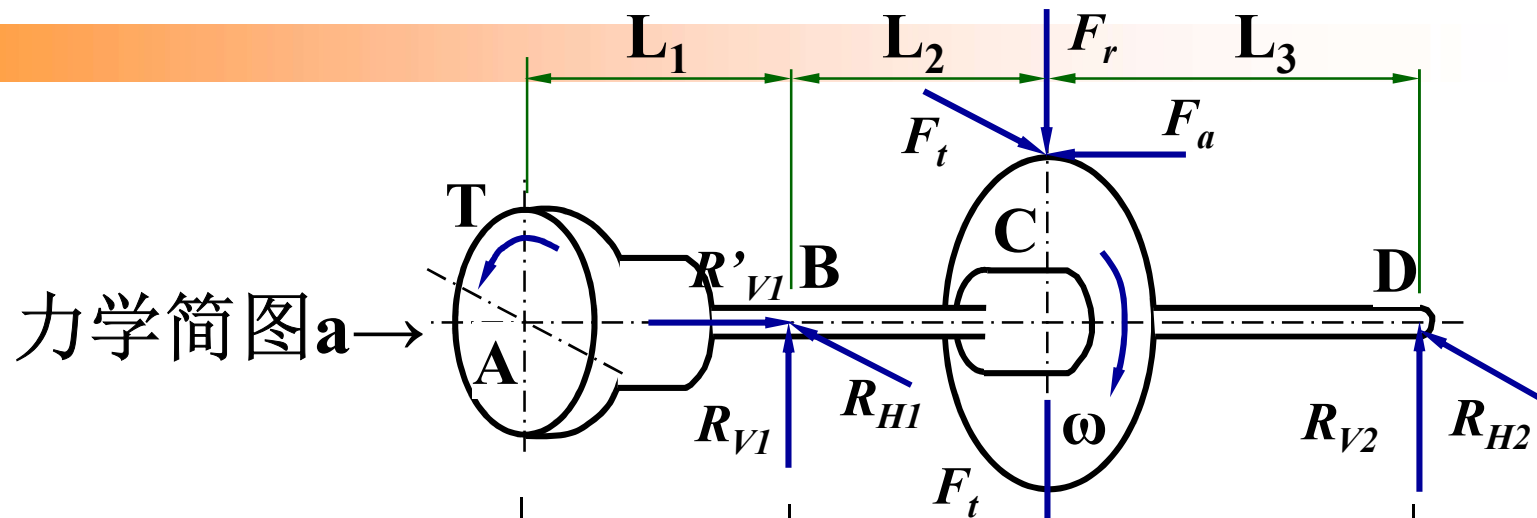
6.7.1 轴的受力分析

通过轴的结构设计，轴的主要结构尺寸、轴上零件的位置、外载荷和支反力的作用位置均已确定，轴上的弯矩和扭矩可以求得，因而可按弯扭组合强度条件对轴进行强度校核和计算。其计算步骤如下：

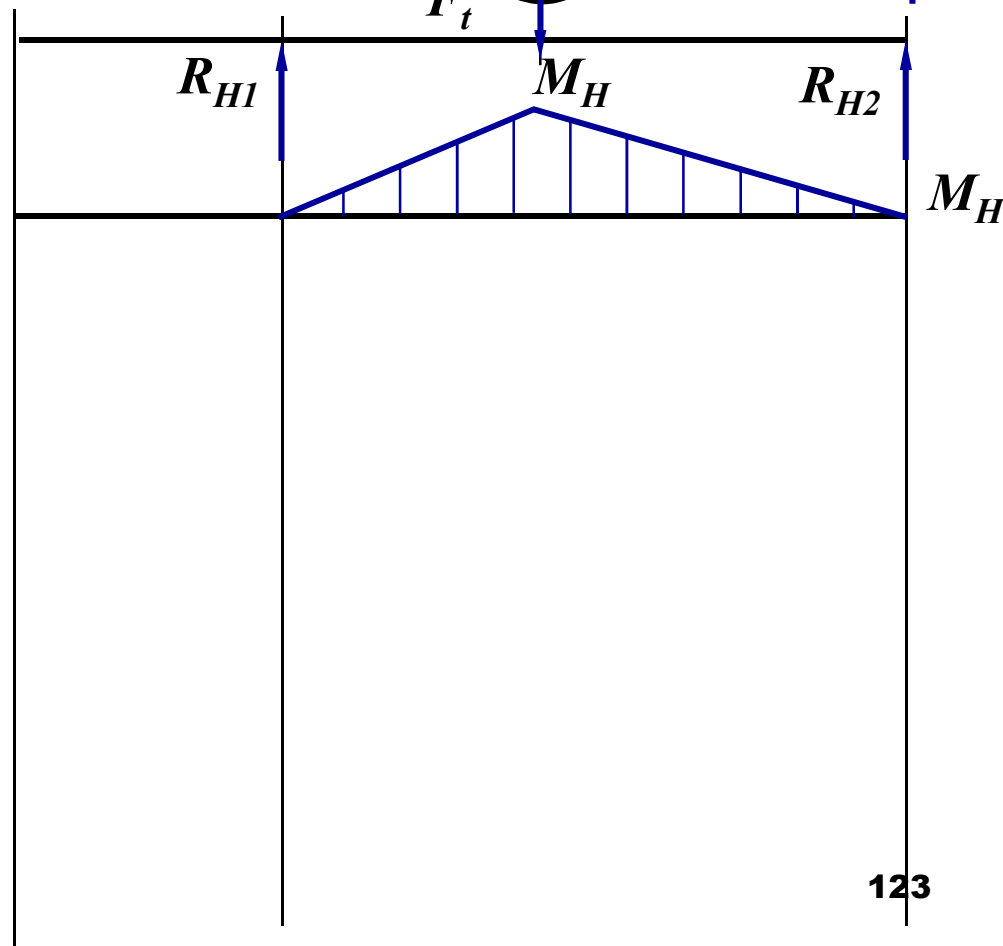
(1) 作出轴的力学简图，如图6.27a所示。



- 
- (1) 作出轴的力学简图，如图**6.27a**所示。
 - (2) 画出水平面的受力图，并求出水平面上的支反力，再作出水平面上的弯矩图 M_H ，如图**6.27b**所示。



水平面受力及弯矩图b→

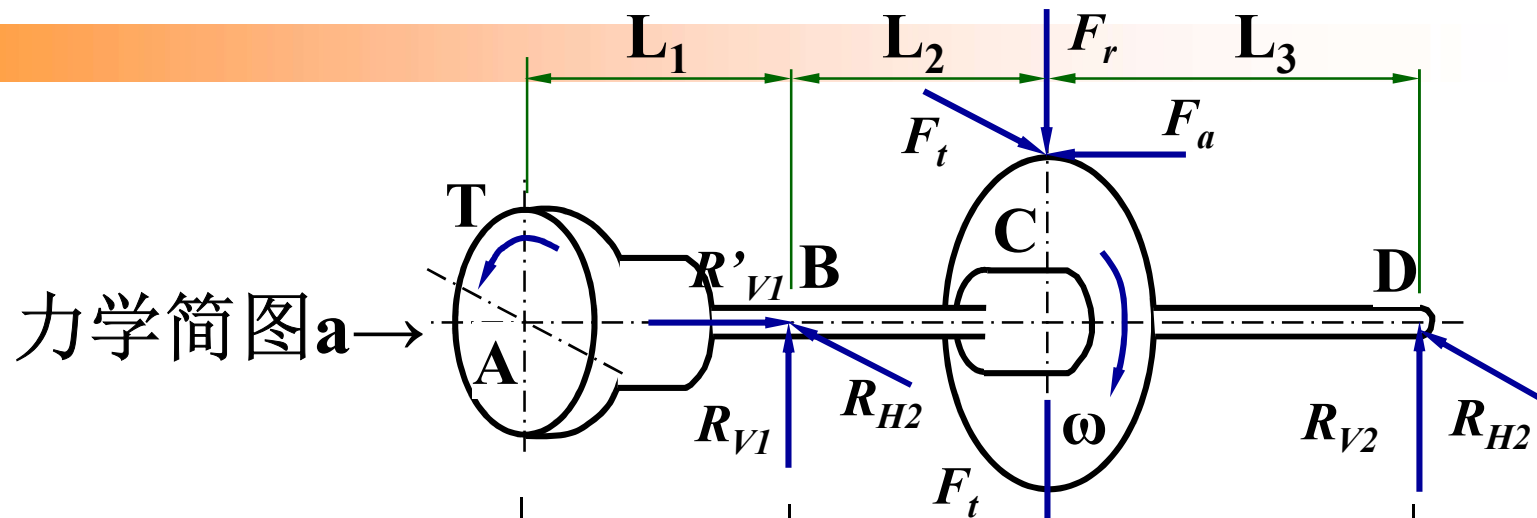




(1) 作出轴的力学简图，如图6.27a所示。

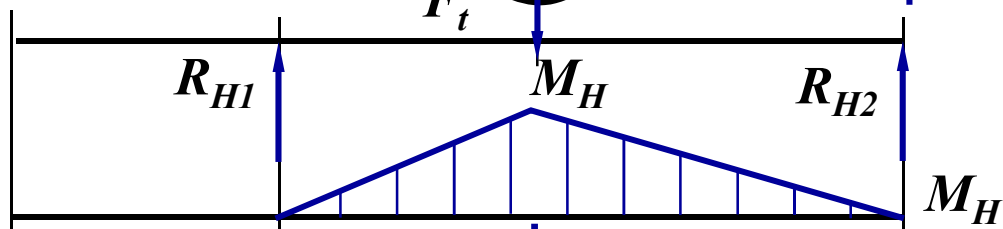
(2) 画出水平面的受力图，并求出水平面上的支反力，再作出水平面上的弯矩图 M_H ，如图6.27b所示。

(3) 画出垂直面的受力图，求出垂直面上的支反力，再作出垂直面上的弯矩图 M_V ，如图6.27c所示。

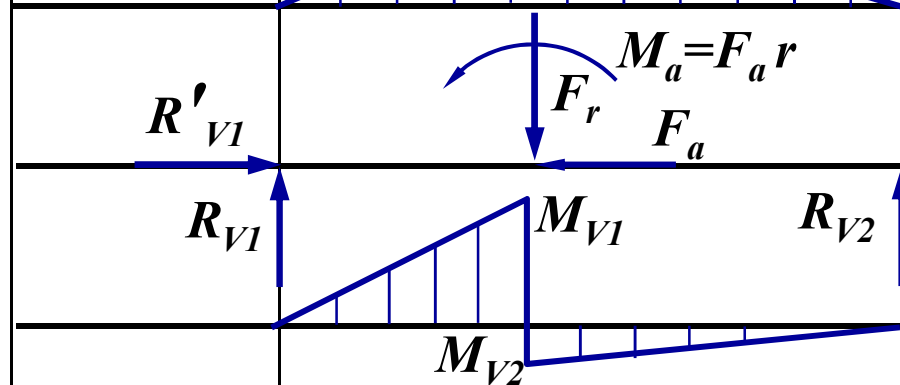


力学简图a→

水平面受力及弯矩图b→



铅垂面受力及弯矩图c→



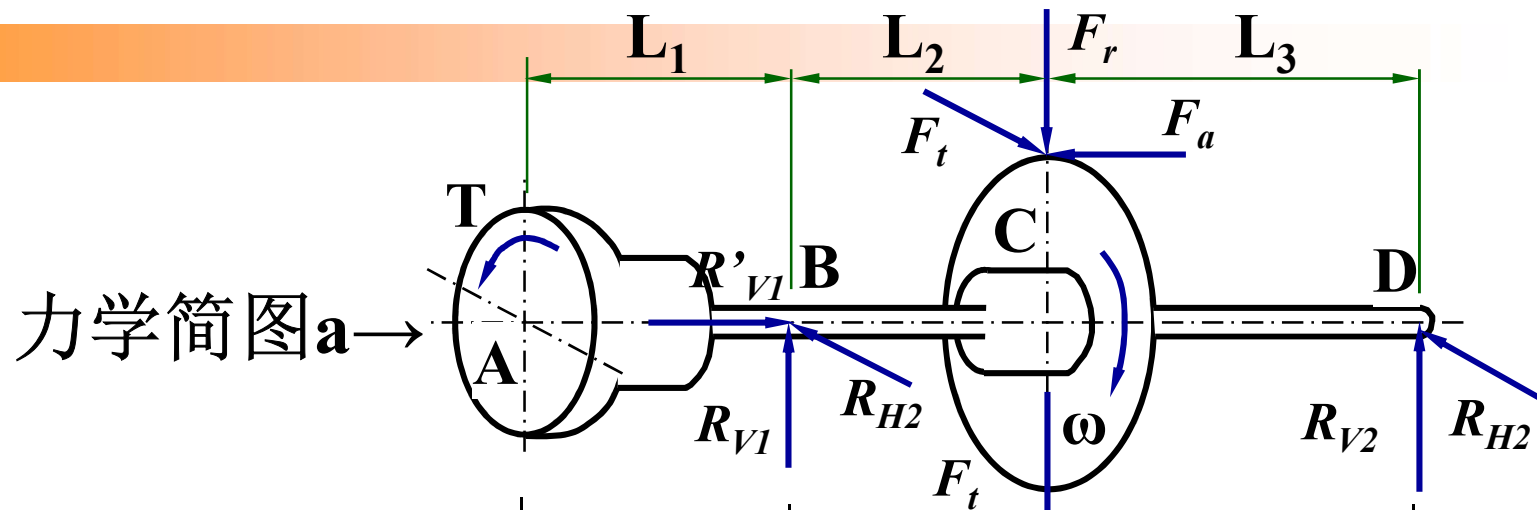


(1) 作出轴的力学简图，如图6.27a所示。

(2) 画出水平面的受力图，并求出水平面上的支反力，再作出水平面上的弯矩图 M_H ，如图6.27b所示。

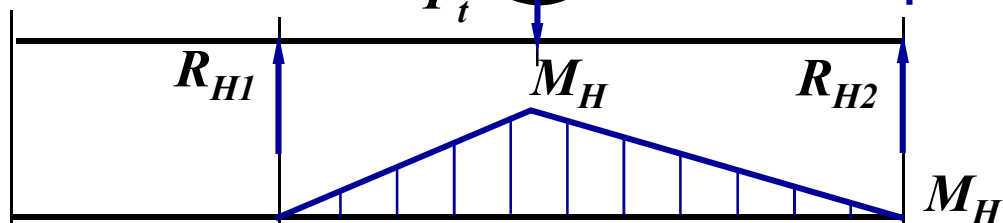
(3) 画出垂直面的受力图，求出垂直面上的支反力，再作出垂直面上的弯矩图 M_V ，如图6.27c所示。

(4) 求出总弯矩并作出总弯矩图 M ，如图6.27d所示。

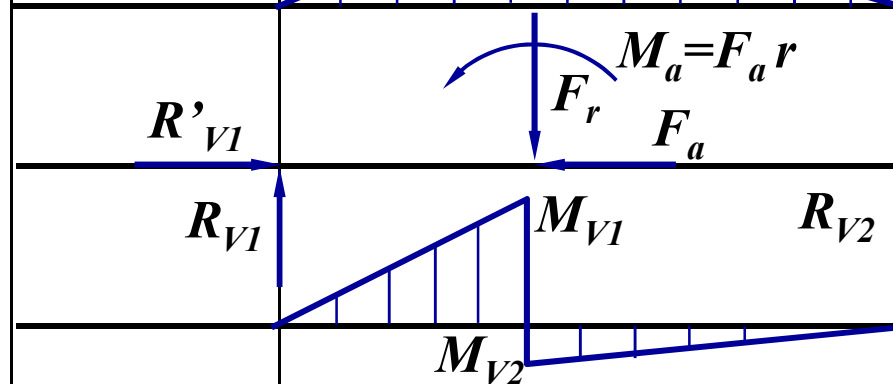


力学简图a→

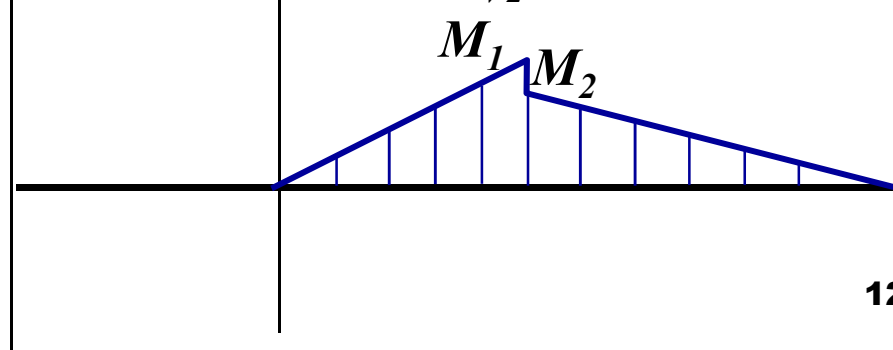
水平面受力及弯矩图b→



铅垂面受力及弯矩图c→



水平铅垂弯矩合成图d→





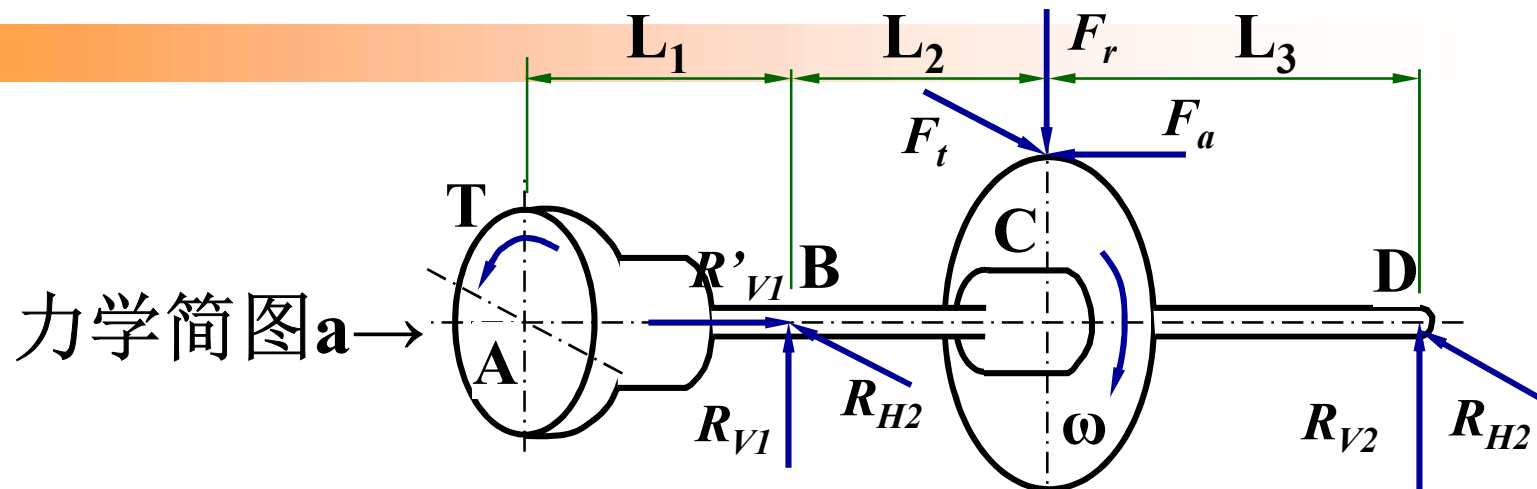
(1) 作出轴的力学简图，如图6.27a所示。

(2) 画出水平面的受力图，并求出水平面上的支反力，再作出水平面上的弯矩图 M_H ，如图6.27b所示。

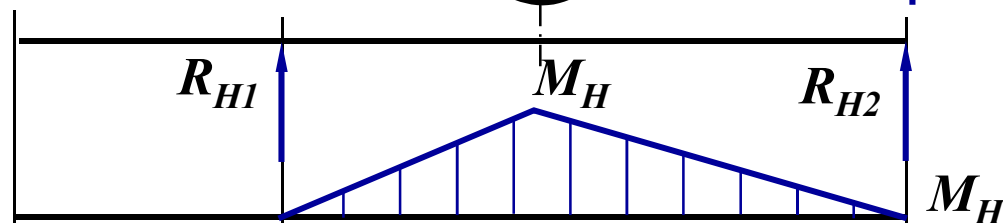
(3) 画出垂直面的受力图，求出垂直面上的支反力，再作出垂直面上的弯矩图 M_V ，如图6.27c所示。

(4) 求出总弯矩并作出总弯矩图 M ，如图6.27d所示。

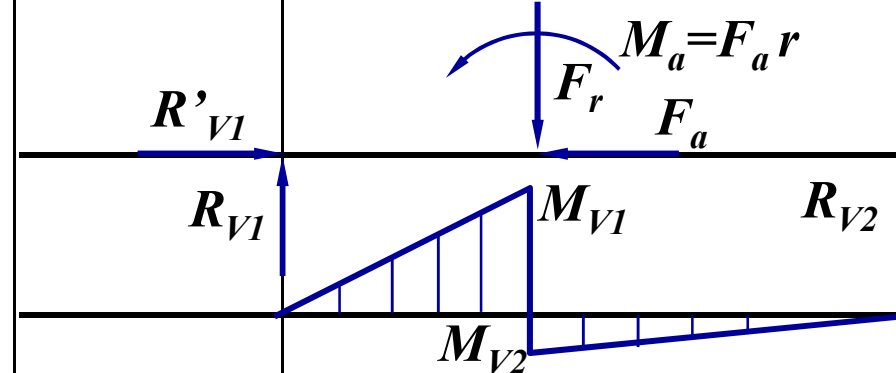
(5) 作出扭矩图 T ，如图6.27e所示。



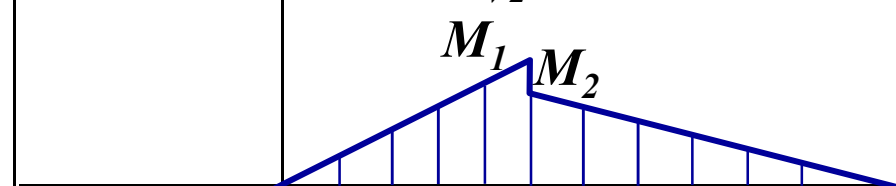
水平面受力及弯矩图 **b** →



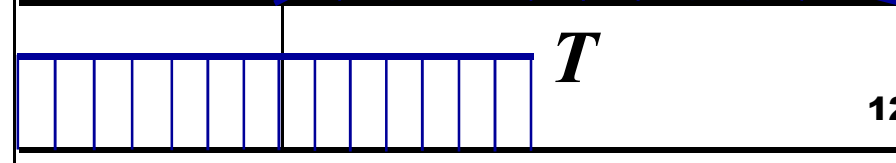
铅垂面受力及弯矩图 **c** →



水平铅垂弯矩合成图 **d** →

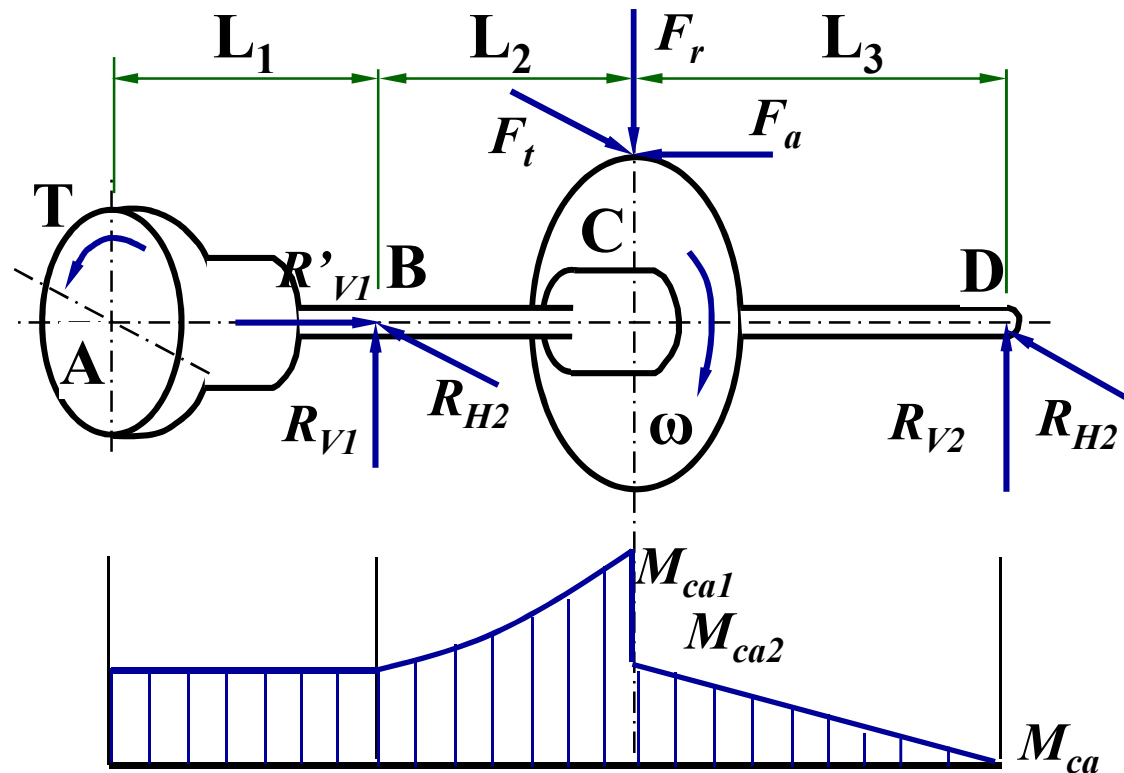


扭矩图 **e** →





- (1) 作出轴的力学简图，如图6.27a所示。
- (2) 画出水平面的受力图，并求出水平面上的支反力，再作出水平面上的弯矩图 M_H ，如图6.27b所示。
- (3) 画出垂直面的受力图，求出垂直面上的支反力，再作出垂直面上的弯矩图 M_V ，如图6.27c所示。
- (4) 求出总弯矩并作出总弯矩图 M ，如图6.27d所示。
- (5) 作出扭矩图 T ，如图6.27e所示。
- (6) 作出计算弯矩图。



计算弯矩图f→

$$M_{ca} = \sqrt{M^2 + (\alpha T)^2}$$

对不变的转矩 $\alpha \approx 0.3$;

当转矩脉动变化时, $\alpha \approx 0.6$;

对于频繁正反转的轴, τ 可看为对称循环变应力, $\alpha = 1$ 。

若转矩的变化规律不清楚, 一般也按脉动循环处理。

6.7.2 按静强度精确校核

静强度校核的目的在于检查轴对塑性变形的能力。有时轴所受的瞬时过载即使作用的时间很短和出现次数很少，虽不至于引起疲劳，但却能使轴产生塑性变形。

静强度校核的强度条件为

$$S_{Sca} = \frac{S_{S\sigma} S_{S\tau}}{\sqrt{S_{S\sigma}^2 + S_{S\tau}^2}} \geq S_S \quad (6.47)$$

式中， S_{Sca} —危险截面静强度的计算安全系数；

S_S —按屈服强度的设计安全系数（见附表10.4）

$S_{S\sigma}$ —弯曲安全系数，按下式计算

附表10.4 轴的安全系数的选取

按疲劳强度精确校核		按静强度精确校核	
材料、载荷与轴径情况	S	材料情况	S
材料均匀、载荷与应力计算精确、 $d < 200\text{mm}$	1.3~1.5	高塑性钢轴 ($\sigma_s/\sigma_B \leq 0.6$)	1.2~1.4
材料不够均匀、计算精确度较低、 $d < 200\text{mm}$	1.5~1.8	中等塑性钢轴 ($\sigma_s/\sigma_B = 0.6 \sim 0.8$)	1.4~1.8
材料均匀性差、计算精确度很低、 $d < 200\text{mm}$	1.8~2.5	低塑性钢轴	1.8~2
轴的直径 $d > 200\text{mm}$	1.8~2.5	铸造轴	2~3



$S_{S\sigma}$ —弯曲安全系数，按下式计算

$$S_{S\sigma} = \frac{\sigma_S}{\left(\frac{M_{\max}}{W} + \frac{F_{a\max}}{A} \right)} \quad (6.48)$$

$S_{S\tau}$ 为扭转安全系数，按下式计算

$$S_{S\tau} = \frac{\tau_S}{T_{\max}/W_T} \quad (6.49)$$



式中， σ_s 、 τ_s —材料的抗弯和抗扭屈服极限，MPa；

$$\tau_s = (0.55 \sim 0.62) \sigma_s;$$

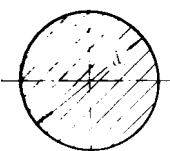
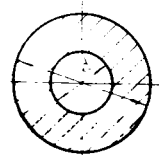
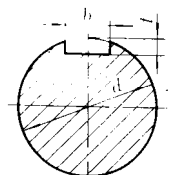
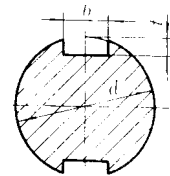
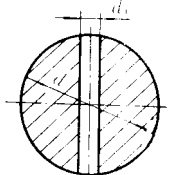
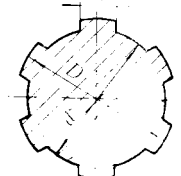
M_{\max} 、 T_{\max} —轴的危險截面上所受的最大弯矩和最大扭矩，N·m；

F_{\max} —轴的危險截面上所受的最大轴向力，N；

A —轴的危險截面的面积，mm²；

W 、 W_T —分别为危險截面的抗弯和抗扭截面系数，mm³，见附表10.3。

附表10.3 轴的抗弯、抗扭截面系数计算公式

截面	W	W_T
	$\frac{\pi d^3}{32} \approx 0.1d^3$	$\frac{\pi d^3}{16} \approx 0.2d^3$
	$\frac{\pi d^3}{32}(1-\beta^4) \approx 0.1d^3(1-\beta^4)$ $\beta = \frac{d_1}{d}$	$\frac{\pi d^3}{16}(1-\beta^4) \approx 0.2d^3(1-\beta^4)$ $\beta = \frac{d_1}{d}$
	$\frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}$	$\frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}$
	$\frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{d}$	$\frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{d}$
	$\frac{\pi d^3}{32} \left(1 - 1.54 \frac{d_1}{d} \right)$	$\frac{\pi d^3}{16} \left(1 - 1.54 \frac{d_1}{d} \right)$
	$\frac{\pi d^4 + (D-d)(D+d)^2 zb}{32D}$ z ——花键齿数	$\frac{\pi d^4 + (D-d)(D+d)^2 zb}{16D}$ z ——花键齿数

6.7.3 轴的刚度计算

如果轴的刚度不足，在工作中就会产生过大的变形，从而影响轴上零件的正常工作。对于一般的轴颈，如果由于弯矩所产生的偏转角过大，就会引起轴承上的载荷集中，造成不均匀的磨损和过度发热；轴上安装齿轮的地方如有过大的偏转角或扭转角，也会使轮齿啮合发生偏载。因此，在设计有刚度要求的轴时，必须进行刚度的校核计算。

轴的扭转刚度以扭转角来量度；弯曲刚度以挠度或偏转角来量度。轴的刚度校核计算通常是计算出轴在受载时的变形量，并控制其不大于允许值。

1. 轴的弯曲刚度

当轴受弯矩作用时，会发生弯曲变形，产生挠度 y 和偏角，如图6.28所示。

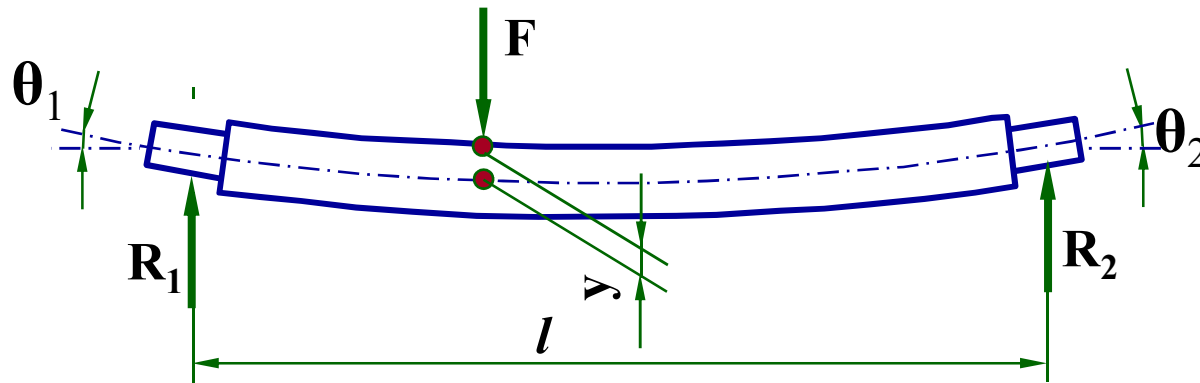



图6.28 轴的弯曲变形

圆光轴的挠度或偏转角可直接用材料力学中的公式计算。对阶梯圆轴，可利用当量直径法把阶梯转轴化成当量直径为 d_v 的光轴，然后再计算其挠度或偏转角。



当量直径的计算如下：

$$d_v = \sqrt[4]{\frac{L}{\sum_{i=1}^z (l_i / d_i^4)}} \quad \text{mm} \quad (6.50)$$

式中， l_i —阶梯轴第*i*段的长度，mm；

d_i —阶梯轴第*i*段的直径，mm；

L —阶梯轴计算长度，mm；

z —阶梯轴计算长度内的轴段数。



轴的弯曲刚度条件为:

挠度

$$y \leq [y] \quad \text{mm} \quad (6.51)$$

偏转角

$$\theta \leq [\theta] \quad \text{rad} \quad (6.52)$$

式中, $[y]$ —轴的允许挠度, mm, 见附表10.5;
 $[\theta]$ —轴的允许偏转角, rad, 见附表10.5。

附表10.5轴的许用挠度 $[y]$ 、偏转角 $[\theta]$ 和扭转角 $[\phi]$

轴的弯曲变形				轴的扭转变形	
轴的使用场合	许用挠度 $[y]$ mm	轴的部位	许用偏转角 $[\theta]$ rad	传动轴	许用扭转角 $[\phi]$ (°) /m
一般用途的轴	$\leq(0.0003\sim0.0005)\frac{l}{l}$	滑动轴承	≤0.001	要求不高的传动轴	≥1
刚度要求高的轴	$\leq0.0002l$	向心球轴承	≤0.005	一般传动轴	$\approx0.5\sim1$
齿轮轴	$\leq(0.01\sim0.05)m_n$	调心球轴承	≤0.05	精密传动轴	$\approx0.25\sim0.5$
蜗轮轴	$\leq(0.02\sim0.05)m_t$	圆柱滚子轴承	≤0.0025		
蜗杆轴	$\leq(0.01\sim0.02)m_t$	圆锥滚子轴承	≤0.0016		
电机轴	$\leq0.1\Delta$	安装齿轮处	$\leq(0.001\sim0.002)$		

注： l ——支承间跨距（mm）； m_n ——齿轮法向模数（mm）； m_t ——蜗轮、蜗杆端面模数（mm）； Δ ——电机定子、转子间气隙（mm）。

2. 轴的扭转刚度

如图所示，与轴线平行的轴表面的直线在扭转后变成螺旋线 ab' 。从轴端面看，夹角 $\angle bOb'$ 称为扭转角，用 φ 来表示。

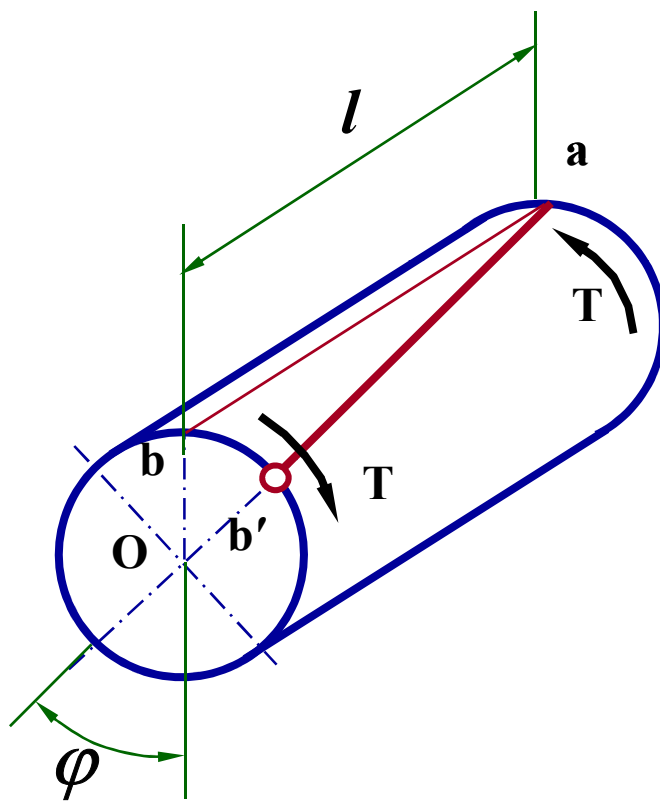


图6.29 轴的扭转变形

从材料力学可知，对***n***段阶梯圆轴，其单位长度扭转角 φ 的计算公式为：

$$\varphi = 5.73 \times 10^4 \frac{1}{LG} \sum_{i=1}^n \frac{T_i L_i}{I_{\rho i}} \quad (6.53)$$

式中， T_i —第*i*段轴上所受的扭矩，**N·mm**；

G —轴的材料剪切弹性模量，**MPa**，对于钢材， $G=8.1 \times 10^4$ **MPa**；

$I_{\rho i}$ —第*i*段轴—切面的极惯性矩，**mm⁴**，对于圆轴， $I_p = (\pi d^4/32)$ ；

L_i —阶梯轴受扭矩作用的长度，**mm**；

n —阶梯轴受扭矩作用的轴段数。



轴的扭转刚度条件为

$$\varphi \leq [\varphi] \quad (6.54)$$

式中， $[\varphi]$ —轴每米长的允许扭转角，与轴的使用场合有关，见附表10.5。

6.8 弹簧的受力、变形与刚度计算

6.6.1 螺旋弹簧中的应力

图6.30a所示为一承受轴向力 F 的圆柱压缩螺旋弹簧。设 D 为弹簧中径， d 为簧丝直径。现在假想沿弹簧某点切开，移去其中一部分，而以内力来代替移去部分的影响（图 6.30b）。如图所示，移去的部分将对弹簧留下的部分施加一直接剪切力 F 和扭矩 T 。

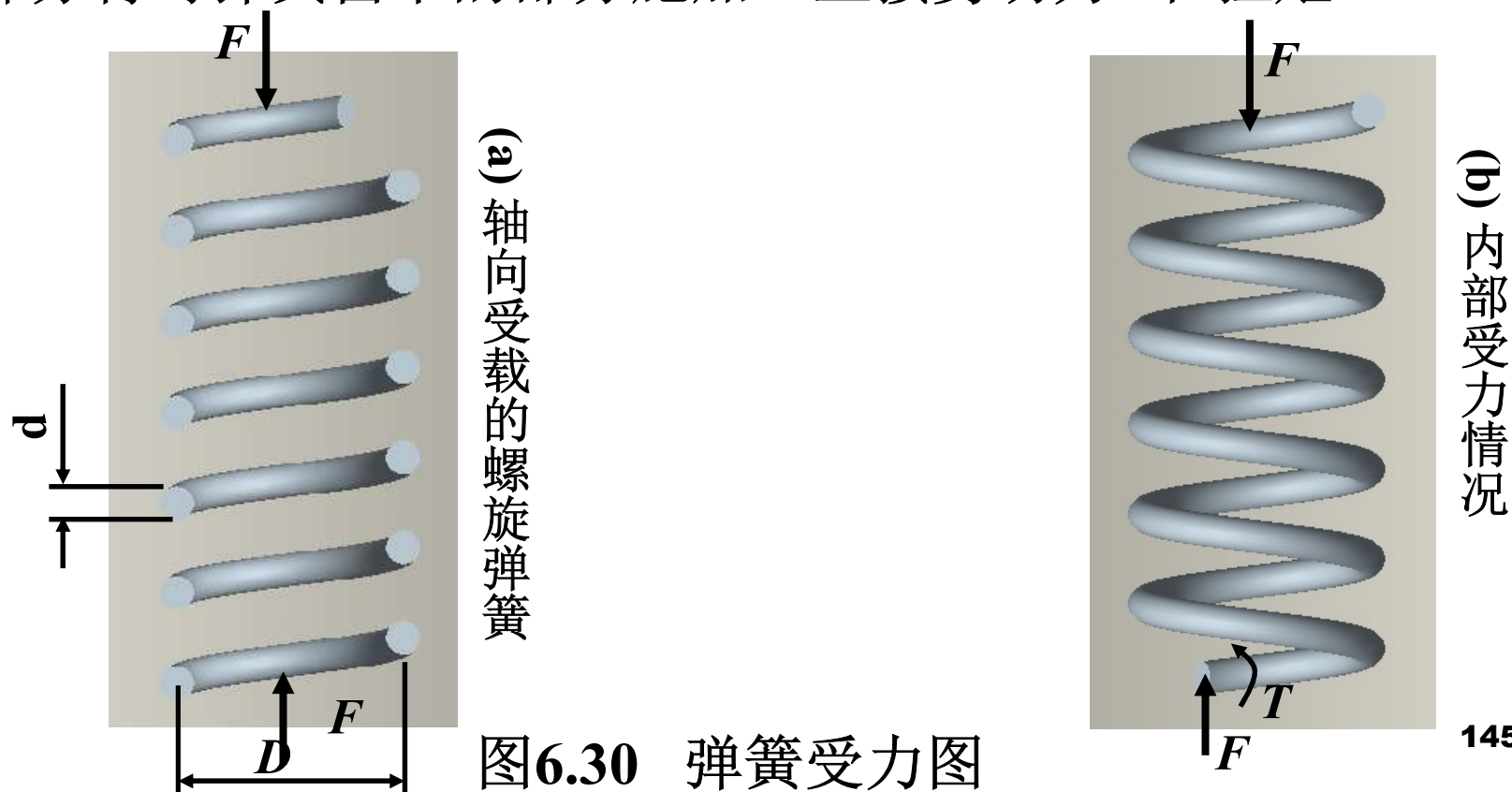



图6.30 弹簧受力图



应用叠加原理，可以用下式计算簧丝的最大应力：

$$\tau_{\max} = \pm \frac{Tr}{J} + \frac{F}{A} \quad (6.55)$$

式中， $T=FD/2$ 为力 F 产生的力矩； D 为弹簧中径； r 为簧丝半径， $r=d/2$ ， d 为簧丝直径； J 为簧丝的极惯性矩， $J=\pi d^4/32$ ； A 为簧丝的面积， $A=\pi d^2/4$ 。

从而得

$$\tau = \frac{8FD}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2} \quad (6.56)$$

式中表示最大剪应力的角标由于不需要而删去。保留式（6.55）的正号，因此式（6.56）给出的是弹簧内侧纤维的剪应力。



现在定义弹簧指数（或旋绕比）C为

$$C = \frac{D}{d} \quad (6.57)$$

将式（6.49）代入式（6.48）整理，可得

$$\tau = \frac{8FD}{\pi d^3} \left(1 + \frac{0.5}{C} \right) \quad (6.58)$$

若令

$$K_s = 1 + \frac{0.5}{C} \quad (6.59)$$

则

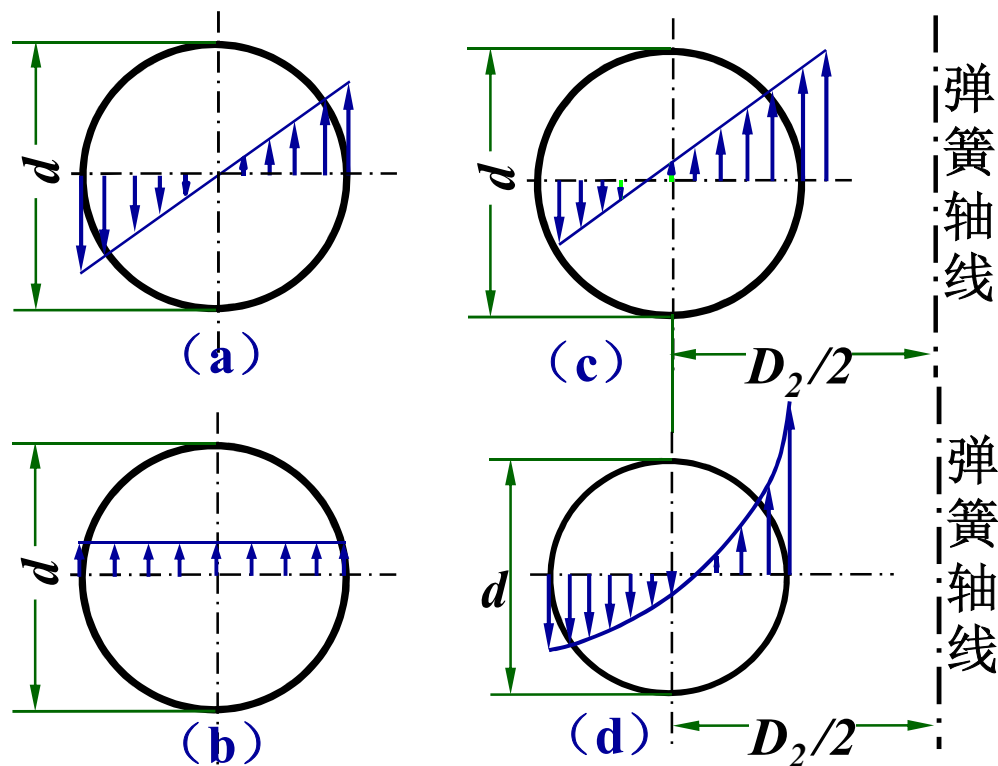
$$\tau = K_s \frac{8FD}{\pi d^3} \quad (6.60)$$

式中， K_s 称为剪应力倍增系数。对于常用的C值，可以从附图8.1查得 K_s 值。

另外，也可以利用如下的应力公式

$$\tau = K \frac{8FD}{\pi d^3} \quad (6.61)$$

式中，**K**称为**瓦尔（Wahl）修正系数**。这个系数既考虑了直接剪切力的影响，又考虑了曲率的影响。如图6.31所示



(a) 纯扭转剪应力

(b) 直接剪应力;

(c) 直接剪应力和扭转剪应力的合成应力;

(d) 直接剪应力、扭转剪应力和曲率剪应力的合成应力



K 值可由下式求得或从附图8.1查得。

$$K = \frac{4C-1}{4C-4} + \frac{0.615}{C} \quad (6.62)$$

利用式（6.52）或（6.53），弹簧的强度校核公式可写为：

$$\tau = K_s \frac{8FD}{\pi d^3} \leq [\tau] \quad (6.63)$$

$$\text{或} \quad \tau = K \frac{8FD}{\pi d^3} \leq [\tau] \quad (6.64)$$

式中， $[\tau]$ —弹簧材料的许用剪应力。

利用式（6.63）或（6.64），也可以对弹簧的直径 D 或簧丝直径 d 进行设计。

6.8.2 螺旋弹簧的变形

为了得到螺旋弹簧的变形公式，将研究由两个相邻横剖面所组成的簧丝单元体。图6.32所示为从直径 d 的簧丝上截取的长度为 dx 的单元体。

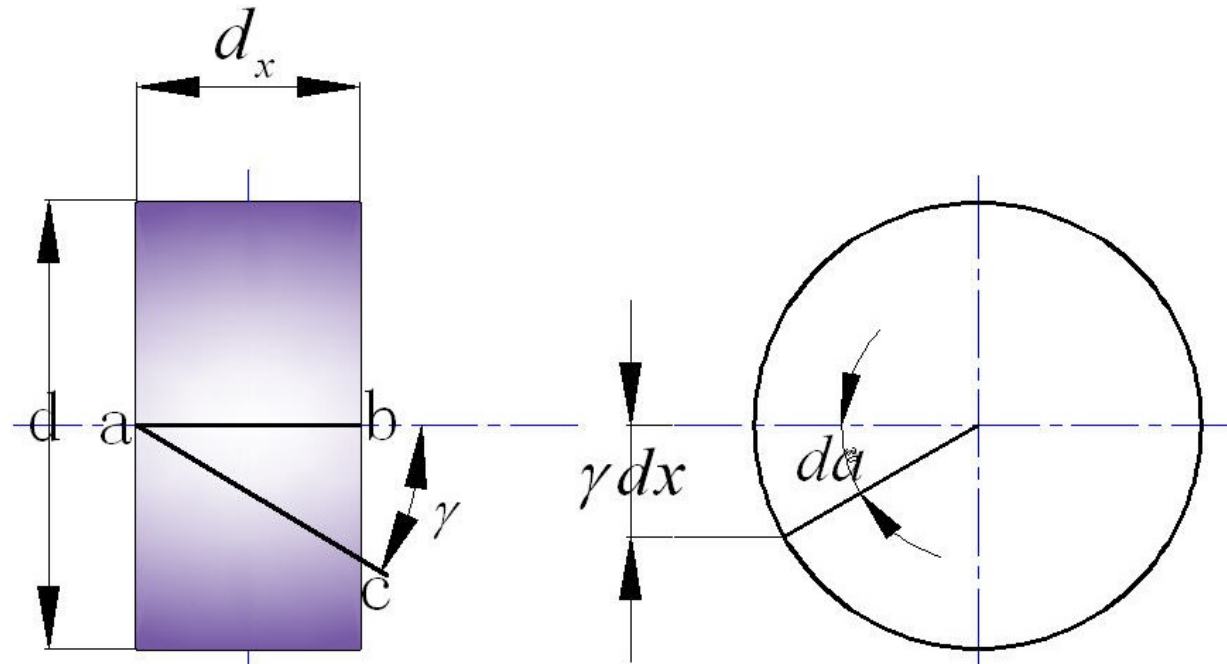
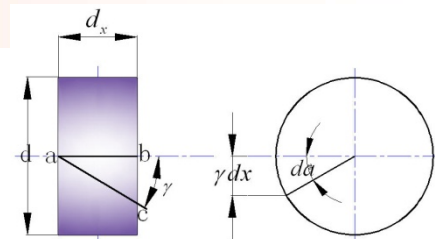


图6.32 单位长度螺旋弹簧的变形

现在研究一下簧丝表面上与弹簧丝轴线平行的线段 ab 变形后， ab 转过了角度 γ 达到新的位置 ac 。

根据扭转虎克定律，得

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{8FD}{\pi d^3 G} \quad (6.65)$$



式中， τ 值由式（6.65）求出，取瓦尔修正系数 $K=1$ 。距离 bc 等于 γdx ，一个剖面相对于另一个剖面转过的角度 $d\alpha$ 为

$$d\alpha = \frac{2\gamma dx}{d} \quad (6.66)$$

若弹簧的有效圈数为 n ，则簧丝的总长度为 πDn 。将式（6.65）的 γ 代入式（6.66）并积分，则簧丝的一端相对于另一端的角变形为

$$\alpha = \int_0^{\pi Dn} \frac{2\gamma}{d} dx = \int_0^{\pi Dn} \frac{16FD}{\pi d^4 G} dx = \frac{16FD^2 n}{d^4 G} \quad (6.67)$$

载荷 F 的力臂是 $D/2$ ，所以变形为

$$y = \frac{\alpha D}{2} = \frac{8FD^3 n}{d^4 G} \quad (6.68)$$



6.8.3 弹簧刚度

利用式（6.68）可得：

$$F = \frac{d^4 G}{8D^3 n} y = ky \quad (6.69a)$$

式中， k 称为弹簧刚度。

$$k = \frac{d^4 G}{8D^3 n} = \frac{dG}{8C^3 n} \quad (6.69b)$$



刚度表示使弹簧产生单位变形时所需的力。弹簧的刚度愈大，使其变形的力愈大，则弹簧的弹力亦愈大。从式（6.69b）可知， k 与 C 的三次方成反比，因此 C 值对 k 的影响很大。所以，合理地选择 C 值就能控制弹簧的弹力。

另外， k 还和材料剪切模量 G 、簧丝直径 d 、圈数 n 有关。弹簧刚度 k 是弹簧性能的最重要参数和设计的主要指标。因此，对弹簧刚度 k 进行设计时，要综合考虑这些因素。



6.8.4 圆柱螺旋弹簧的特性曲线

弹簧应在弹性极限内工作，不允许有塑性变形，**弹簧所受载荷与其变形之间的关系曲线称为弹簧的特性曲线。**

压缩螺旋弹簧的特性曲线如图6.33所示，弹簧丝应力达到了材料的弹性极限； $h = \lambda_{max} - \lambda_{min}$ 为弹簧的工作行程。

拉伸螺旋弹簧的特性曲线如图6.34所示，按卷绕方法的不同，拉伸弹簧分为无初应力和有初应力两种

图中： H_0 为弹簧未受载时的自由高度， F_{min} 为最小工作载荷，它是使弹簧处于安装位置的初始载荷。在 F_{min} 的作用下，弹簧从自由高度 H_0 被压缩到 H_1 ，相应的弹簧压缩变形量为 λ_{min} ；在弹簧的最大工作载荷 F_{max} 作用下，弹簧的压缩变形量增至 λ_{max} ；在弹簧的极限载荷 F_{lim} 作用下，弹簧高度为 H_{lim} ，变形量为 λ_{lim} ，弹簧丝应力达到了材料的弹性极限； $h = \lambda_{max} - \lambda_{min}$ 为弹簧的工作行程。

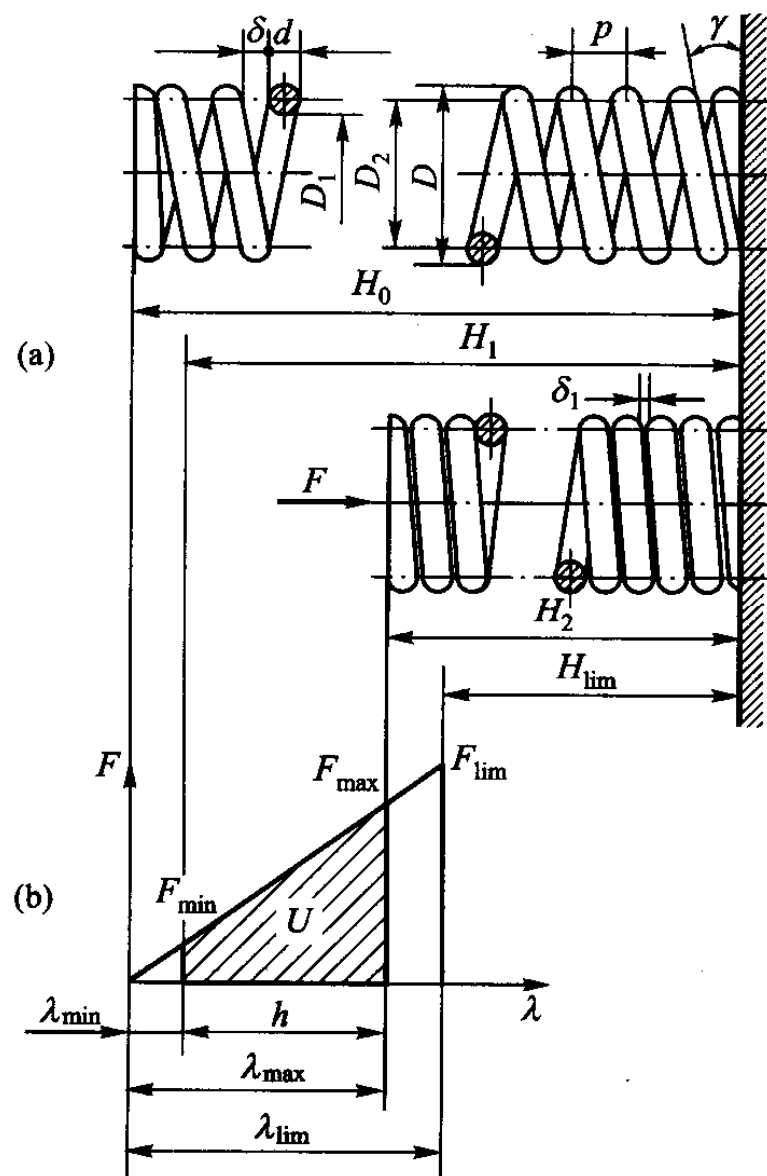


图6.33圆柱螺旋压缩弹簧的特性曲线图

无初应力的拉伸弹簧
其特性曲线与压缩弹簧
的特性曲线相同，如图
6.34b所示；

有初应力的拉伸弹簧
的特性曲线，如图6.34c
所示，有一段初始变形
量，相应的有 F_0 为克服
这段假想变形量使弹簧
开始变形所需的初拉力，
当工作载荷大于 F_0 时，
弹簧才开始伸长。

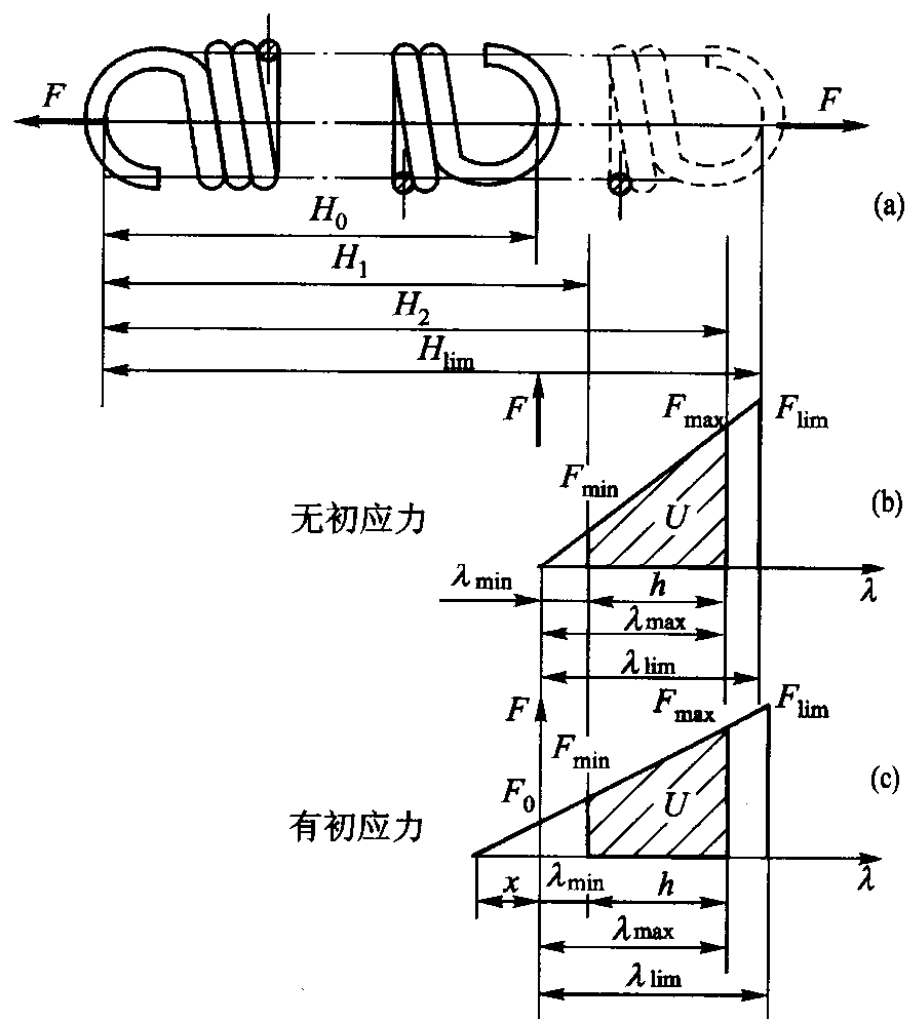



图6.34 圆柱螺旋拉伸弹簧的特性曲线



压缩螺旋弹簧、无初应力拉伸螺旋弹簧的最小工作载荷通常取为 $F_{\min} \geq 0.2F_{\lim}$ ，有初应力的拉伸螺旋弹簧 $F_{\min} > F_0$ ；弹簧的工作载荷应小于极限载荷，通常取 $F_{\max} \leq 0.8F_{\lim}$ 。因此，为保持弹簧的线性特性，弹簧的工作变形量应取在 $(0.2 \sim 0.8)\lambda_{\lim}$ 范围。