第8章 齿轮传动与蜗杆传动 疲劳强度设计

> 8.1 齿轮传动的疲劳强度设计

> 8.2 蜗杆传动的疲劳强度设计





8.1 齿轮传动的疲劳强度设计

8.1.1 齿轮传动的失效形式及设计准则

8.1.1.1 失效形式

齿轮传动的失效形式多种多样,主要与工作条件及齿面硬度有关。根据工作条件,齿轮传动分为闭 式传动和开式传动两种。



齿轮传动分类

按齿面硬度分

硬齿面齿轮:HBS>350或HRC>38

软齿面齿轮:HBS≤350或HRC≤38

_



齿轮传动的失效多发生在轮齿。轮齿的失效分成两类

轮齿整体失效:轮齿折断

轮齿表面失效:齿面接触疲劳、胶合

磨损、齿面塑性变形

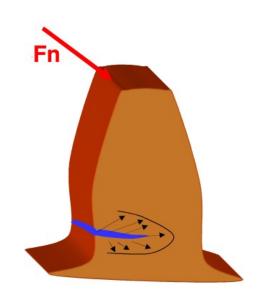
1、 轮齿折断 ——闭式硬齿面齿轮的主要失效形式

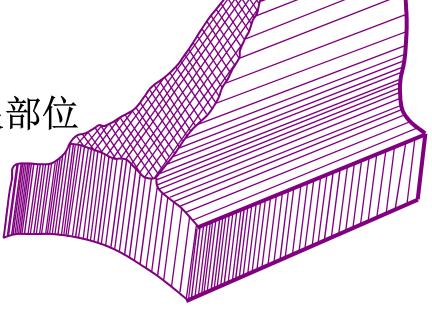
•产生原因:

✓齿根部位的弯曲应力大

✓齿根应力集中。

•发生部位: 受拉一侧的齿根部位



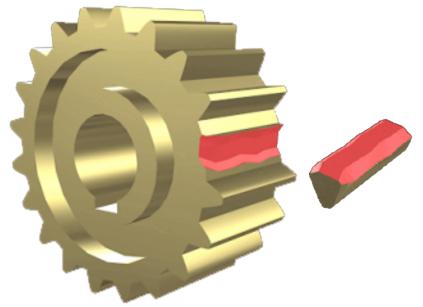




轮齿折断有两种: *疲劳折断*和 *过载折断*。在正常工作条件下,由于反复交变的齿根弯曲应力的作用,其失效形式为疲劳折断,而在短时过载及冲击载荷作用下会产生过载折断。

齿宽较小的直齿圆柱齿轮,一般是在受拉一侧的齿根

部位产生初始疲劳裂纹, 接着裂纹沿着齿宽方向 扩展,直至全齿折断。



M

斜齿圆柱齿轮因接触线是倾斜的,故疲劳裂纹是 从齿根斜向齿顶方向扩展,而发生局部折断。

齿宽较大的直齿圆柱齿轮也会因载荷沿齿向的分布不均而造成局部折断。





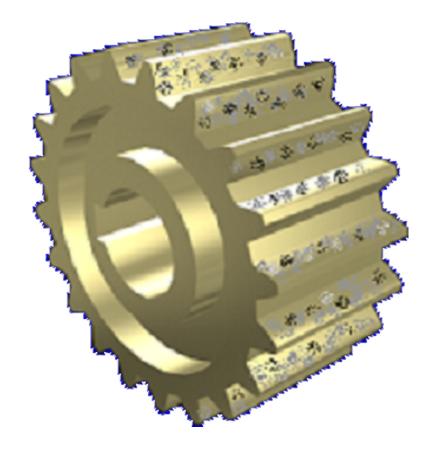
提高轮齿的抗折断能力措施如下:

- ① 采用合适的热处理方法提高齿芯材料的韧性;
- ②采用喷丸、辗压等工艺方法进行表面强化,防止初始疲劳裂纹的产生;
- ③增大齿根过渡圆弧半径,减轻加工刀痕,以降低应力集中的影响;
- ④ 增大轴及支承的刚性,减轻因轴变形而产生的载荷沿齿向分布不均现象。

2、齿面接触疲劳 ——闭式软齿面齿轮的主要失效形式

齿面接触疲劳,通常又称为点蚀,表现为齿面有麻点状微小物质脱落的现象。

齿轮工作时,齿面承受 脉动循环变化的接触应力, 在接触应力多次作用后,靠 近节线的齿根面处表层会出 现若干微小的裂纹,润滑油 被挤进裂纹中产生高压,使 裂纹进一步扩展, 在载荷作 用下最终导致表层金属呈小 片状脱落,在零件表面留下 微小的凹坑。





发生点蚀后,零件原有的光滑表面受到损坏、 实际接触面积减少,因而导致齿轮传动的承载能力 降低,并会引起振动和噪音。

点蚀是润滑良好的闭式传动最常见的失效形式。 开式传动没有点蚀现象,这是由于磨粒磨损比点蚀发 展得快的缘故。



提高齿面接触疲劳强度,防止或减轻点蚀的措施:

① 提高齿面硬度和降低粗糙度值;

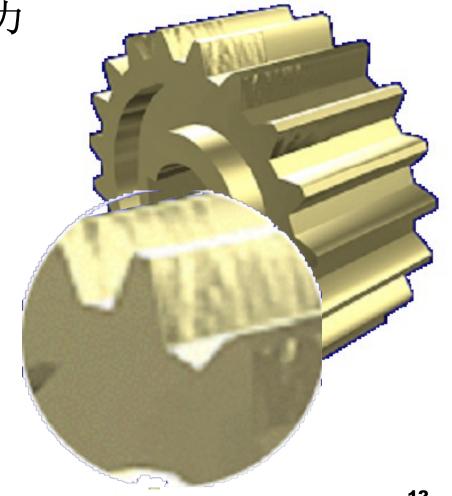
②采用粘度较高的润滑油;

③ 采用变位齿轮,增大两齿轮节圆处的曲率半径,以降低接触应力。

3、齿面胶合

胶合也称为粘着磨损。高速重载而润滑不良条件下的

齿轮传动,因为齿面间的压力 及相对滑动速度大,会造成 瞬时高温而使相啮合的两齿 面粘在一起, 当两齿面作相 对滑动时, 相粘结的部位被 撕脱,于是在齿面上沿着相 对滑动方向形成伤痕,这种 现象称为胶合。





低速重载下的齿轮传动也会发生胶合,因瞬时温度并不高,故称为冷胶合。

提高抗胶合能力的措施有:

- ① 提高齿面硬度和降低粗糙度值;
- ② 选用抗胶合性能好的材料作齿轮材料;
- ③采用抗胶合性能好的润滑油(如硫化油);
- ④ 减小模数和齿高,降低齿面间相对滑动速度。



齿面胶合——高速重载齿轮的主要失效形式



高速重载

压力大、滑动速度高



摩擦热大,产生高温



啮合齿面粘结(冷焊结点)

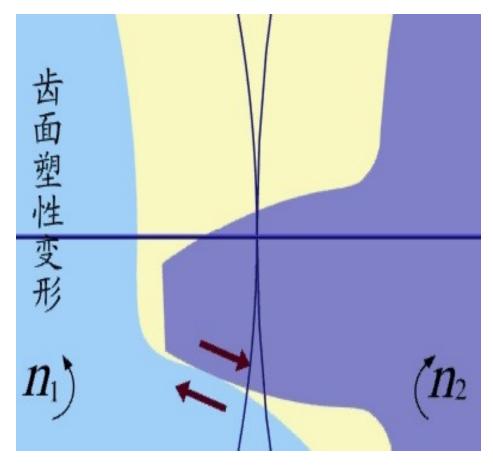


结点材料被剪切,形成剪切痕迹

形式 { 热胶合——高速重载 冷胶合——低速重载, 缺润滑油

4、齿面塑性变形

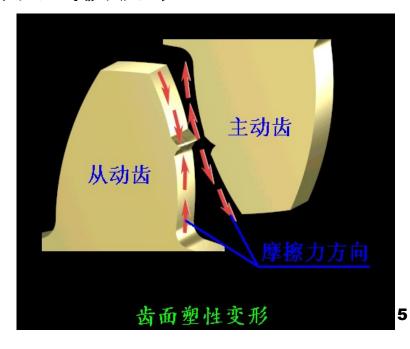
齿面塑性变形——低速重载齿轮的主要失效形式

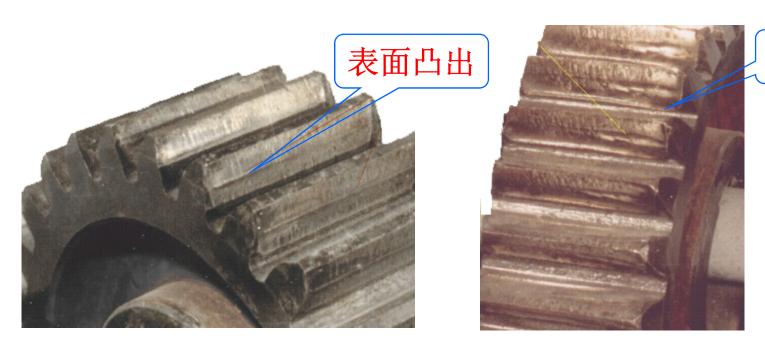


主动轮则因摩擦力方向相背,在节线附 近形成<mark>凹槽</mark>

从动轮则因摩擦力方向相对,而形成凸脊

齿面在过大的摩擦力作 用下处于屈服状态,产生沿 摩擦力方向的齿面材料的塑 性流动,从而使齿面正确轮 廓曲线被破坏。





表面凹陷

防止塑性变形措施:

- (1) 提高齿面硬度;
- (2) 采用高粘度的润滑油或加极压添加剂。

5、齿面磨粒磨损

齿面磨损——开式齿轮的主要失效形式



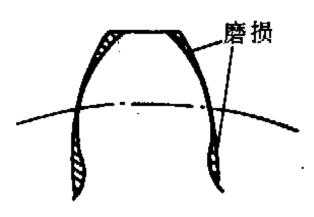


原因:灰尘、砂粒等硬颗粒进入齿面

类型: 齿面磨粒磨损

防止齿面磨损措施:

- (1) 提高齿面硬度
- (2) 降低表面粗糙度
- (3) 降低滑动系数
- (4) 润滑油清洁更换
- (5) 变开式为闭式





8.1.1.2 计算准则

闭式齿轮传动的失效形式主要有 点蚀、轮齿折断和 胶合。但目前一般只按齿面接触疲劳强度和齿根弯曲疲劳强度进行校核或设计,对高速大功率的齿轮传动,还需进行齿面抗胶合能力的校核或设计。

开式齿轮传动主要失效形式是 轮齿弯曲疲劳折断和 磨粒磨损。因为目前齿面抗磨损能力的计算尚不够完善,故采用弯曲疲劳强度进行校核或设计,并适当增大模数来考虑磨损的影响。

设计准则

1.闭式软齿面齿轮传动

主要失效形式: 齿面疲劳点蚀

设计准则:按齿面接触疲劳强度设计,按齿根弯曲疲劳

强度校核

2.闭式硬齿面齿轮传动

主要失效形式: 齿根弯曲疲劳折断或点蚀

设计准则:按齿根弯曲疲劳强度和齿面接触疲劳强度分别设计,分析比较后再确定方案

3.开式齿轮传动

主要失效形式:轮齿弯曲疲劳折断和磨粒磨损

设计准则: 按齿根弯曲疲劳强度设计,将设计出的模数

加大30%考虑磨损的影响

19

设计准则

闭式齿轮传动

硬齿面齿轮 软齿面齿轮 (HBS>350)(HBS≤350) 齿面疲劳点蚀 齿根弯曲疲劳折断 齿根弯曲疲劳强度准则 齿面接触疲劳强度准则 开式齿轮传动 齿面磨损

增大m和降低许用弯曲应力



8.1.2 标准直齿圆柱齿轮传动的强度计算

1. 受力分析

作齿轮强度计算时,首先需要求出作用于轮齿上的力,因齿面间摩擦力很小,故忽略不计。在理想情况下,作用力沿着接触线(直齿轮为齿宽)方向均匀分布,因而可简化为作用在齿宽中点处的集中力。另外,实际传动中接触线是沿齿高方向变动的,但为计算方便,一般假设力作用在节圆处。



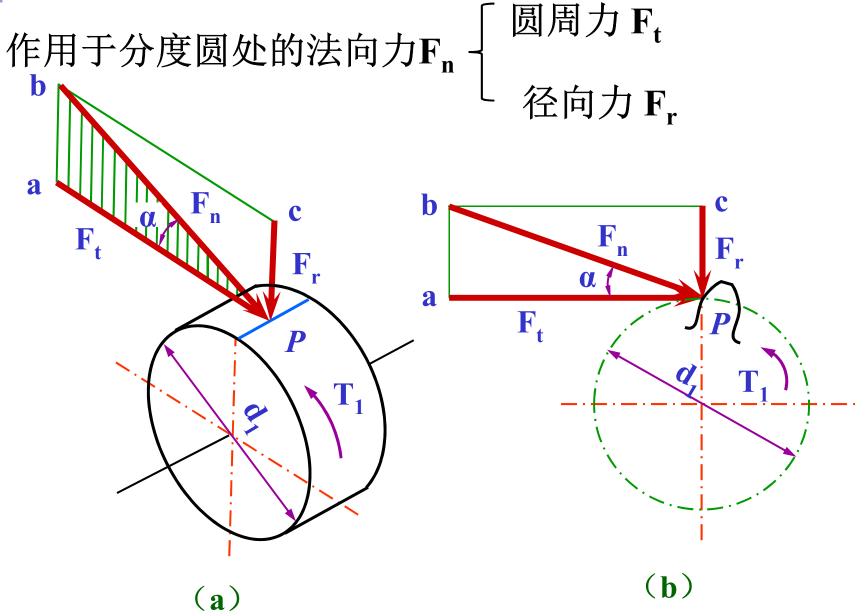


图8.6 齿轮受力示意图

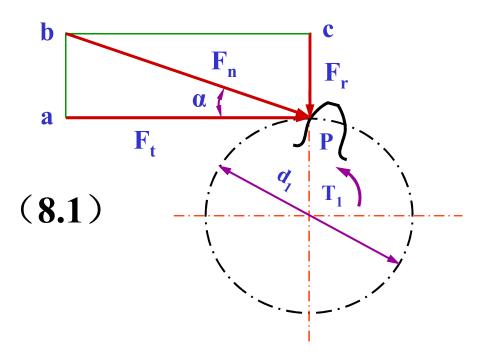


各力大小计算如下:

圆周力
$$F_t = \frac{2T_1}{d_1}$$

径向力
$$F_r = F_t \tan \alpha$$

法向力
$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha}$$



式中:
$$T_1$$
 —— 小齿轮传递的转矩 (N ·mm);

$$d_1$$
 — 小齿轮分度圆直径(mm);

$$\alpha$$
 — 分度圆压力角,标准齿轮 $\alpha=20^{\circ}$



各力方向的判定方法:

①主动轮上的圆周力F_t方向与力作用点处的速度方向相反,从动轮上圆周力方向与力作用点处的速度方向相同。

(主反从同)

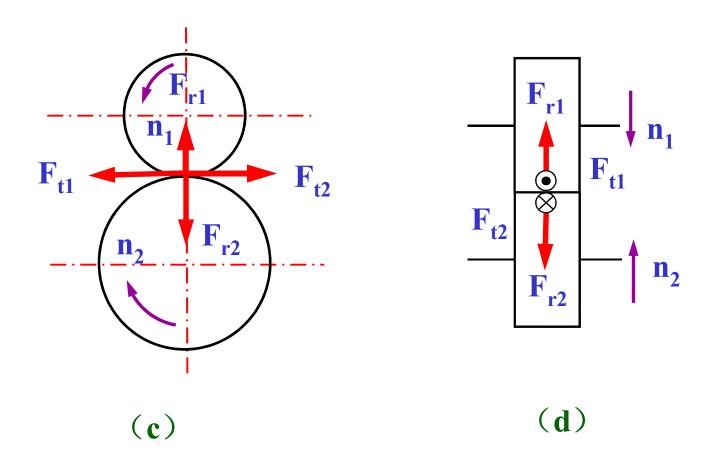
②径向力Fr则分别指向各自轮心。

主、从动轮上作用力的关系可用下式表示:

$$\mathbf{F}_{t2} = -\mathbf{F}_{t1}, \ \mathbf{F}_{r2} = -\mathbf{F}_{r1}$$



- 各力需标明在啮合点处
- •⊙表示垂直于纸面向外,⊗表示垂直于纸面向里。



25



2、计算载荷

- •齿轮工作时由于各种因素的影响,会引起附加动载荷,使实际所受的载荷比名义载荷大。
- •用载荷系数 K 来考虑这些因素的影响,如名义法向力为 F_n ,则其相应的计算载荷 F_c 。为:

$$\mathbf{F_{ca}} = \mathbf{K} \, \mathbf{F_{n}} \tag{8.2}$$



K由四个参数组成

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{\mathbf{A}} \mathbf{K}_{\mathbf{V}} \mathbf{K}_{\alpha} \mathbf{K}_{\beta} \tag{8.3}$$

式中: K_{A} — 使用系数;

 K_V — 动载系数;

 K_{α} —— 齿间载荷分配系数;

 K_{β} —— 齿向载荷分布系数。



(1) 使用系数 K_A

考虑齿轮啮合时,外部因素引起的附加动载荷对传动的影响。

外部因素: 与原动机、工作机、联轴器等有关。

工作情况系数—— K_A

原动机工作特性	工作机工作特性				
	均匀平稳	轻微冲击	中等冲击	严重冲击	
均匀平稳	1.00	1.25	1.50	1.75	
轻微冲击	1.10	1.35	1.60	1.85	
中等冲击	1.25	1.50	1.75	2.0	
 严重冲击	1.50	1.75	2.0	2.25 或更大	



(2) 动载系数 K_V

考虑齿轮制造、安装误差及弹性变形等内部因素引起的附加动载荷的影响。

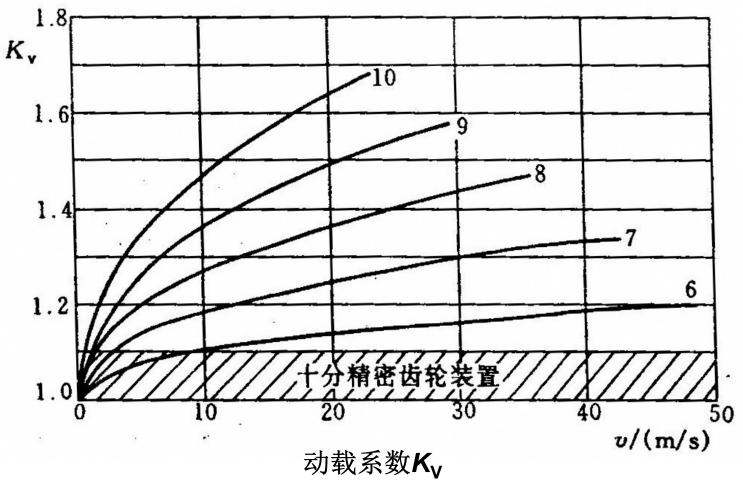
主要影响因素:

(1) 齿轮的制造精度 $P_{b1}\neq P_{b2}$ (基圆齿距应该相等)

(2) 圆周速度V

P_{b1}≠P_{b2},则ω₁=C
时,ω₂≠C,从而产
生附加动载荷

M



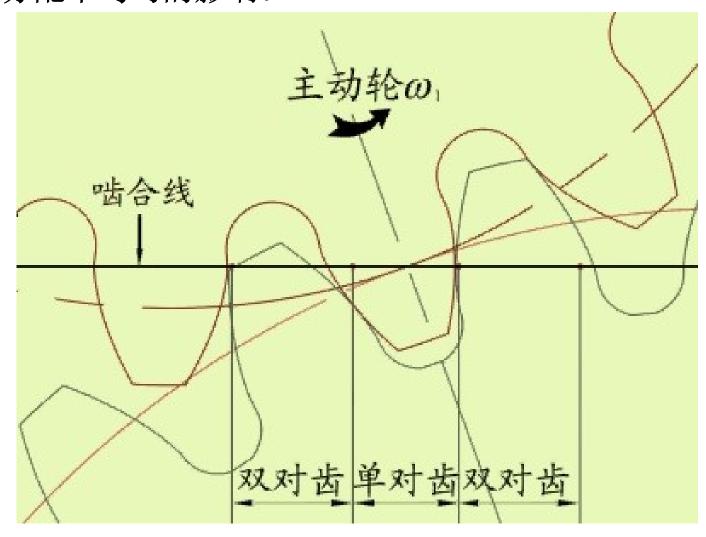
降低 K_V措施:

- 1) 提高齿轮制造安装精度
- 2) 减小V(减小齿轮直径d)
- 3) 齿顶适当修缘(高速和硬齿面齿轮)

ŊΑ

(3) 齿间载荷分配系数 K_{α}

考虑同时有多对齿啮合时,各对轮齿间载荷 分配不均匀的影响。





- •齿轮传动的端面重合度一般大于1。
- •工作时,单对齿啮合与双对齿啮合交替进行。这样,载荷有时由一对齿承担,有时由两对齿承担,两对齿承担时也并非是平均分配的。
- •齿间载荷分配系数 K_{α} 主要考虑这种影响,对一般传动用的齿轮,国家标准规定了精确的 K_{α} 的计算方法,其值可查附表12.2。



附表 12.2齿间载荷分配系数 K_{α}

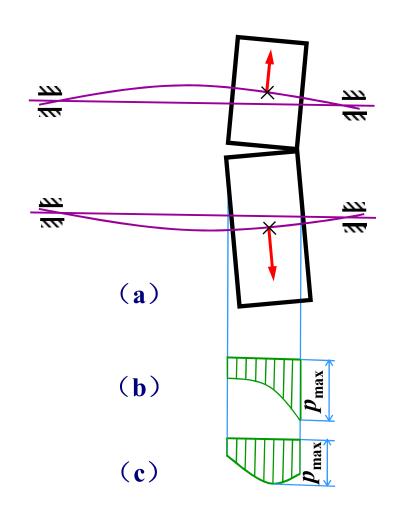
精度等级 II 组	5	6	7	8
经表面硬化的直齿轮	1.0		1.1	1.2
经表面硬化的斜齿轮	1.0	1.1	1.2	1.4
未经表面硬化的直齿轮		1.0	1.1	
未经表面硬化的斜齿轮	1.0	1.0	1.1	1.2



(4) 齿向载荷分布系数 K_β

齿向载荷分布系数 K_B用于考虑因载荷沿接触线分 布不均而引起的附加动载荷。在理想情况下,载荷沿 着轮齿接触线均匀分布。但实际上,由于轴的弯曲变 形(图 8.7)和扭转变形(图 8.8)会造成载荷分布不 均匀,产生应力集中,导致齿轮工作时引起附加动载 荷。另外,轴承、支座的弹性变形及制造、装配的误 差也会引起这种载荷分布不均现象。就齿轮本身来讲, 齿宽越大,这种影响越严重。





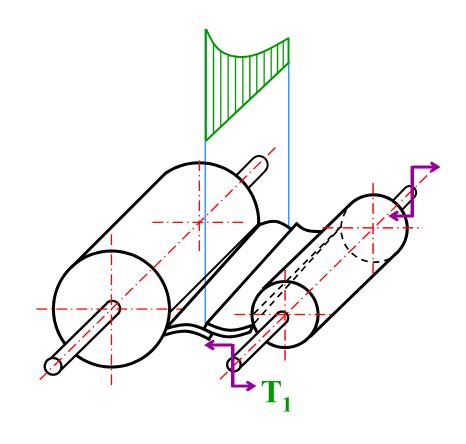


图8.7 轴的弯曲变形

图8.8 轴的扭转变形



为了减轻载荷沿接触 线分布不均的程度,采用 的措施有:

- ·增大轴、轴承及支座的 刚度
- ●适当减少齿轮宽度
- 降低齿轮相对于支承的不对称程度,尽可能避免齿轮作悬臂布置
- 对比较重要的齿轮,还可制成鼓形齿即对轮齿作 可制成鼓形齿即对轮齿作 适当的修形,减少轮齿两端的应力集中。

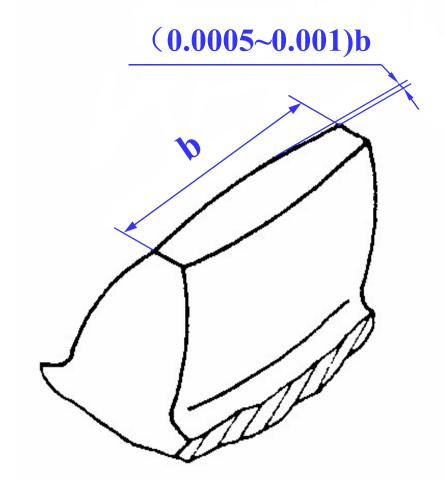


图8.9 鼓形齿

齿面接触疲劳计算用齿向载荷分布系数 K_{Hβ}

附表 12.3 接触疲劳强度计算用齿向载荷分布系数 KHB 的简化计算公式

			「算用齿回教」	简分布系数 KHβ 的简化计算公式				
	精度等级	小齿轮相对支承 的布置	K_{Heta}					
	6	对称 非对称	Ku∈	$K_{H\beta}=1.11+0.18 \phi_d^2+0.15\times10^{-3}b$ =1.11+0.18(1+0.6 ϕ_d^2) $\phi_d^2+0.15\times10^{-3}b$				
调质		悬臂	$K_{H\beta}$ =1.11+0.18(1+6.7 ϕ_d^2) ϕ_d^2 +0.15×10 ⁻³ b					
丛	(S.	对称	$K_{H\beta}=1.12+0.18 \phi_d^2+0.23\times10^{-3} b$					
轮	7	非对称	$K_{H\beta}=1.12+0.18(1+0.6\phi_d^2)\phi_d^2+0.23\times10^{-3}b$					
46		悬臂	$K_{H\beta}=1.12+0.18(1+6.7\phi_d^2)\phi_d^2+0.23\times10^{-3}b$					
		对称	$K_{H\beta}=1.15+0.18 \phi_d^2+0.31\times10^{-3}b$					
	8	非对称	$K_{H\beta}=1.15+0.18(1+0.6\phi_d^2) \phi_d^2+0.31\times10^{-3}b$					
		悬臂	$K_{H\beta}=1.15+0.18(1+6.7\phi_d^2)\phi_d^2+0.31\times10^{-3}b$					
	精度等级		小齿轮相					
		限制条件	对支承的	K_{Heta}				
		(0.000)(0.000)	布置	83/8/9				
	5	200 000 000	对称	$K_{H\beta}=1.05+0.26 \phi_d^2+0.10\times10^{-3}b$				
		<i>K</i> _{Hβ} ≤1.34	非对称	$K_{H\beta}=1.05+0.26(1+0.6\phi_d^2)\phi_d^2+0.10\times10^{-3}l$				
硬		Was collected to the collected to	悬臂	$K_{H\beta}=1.05+0.26(1+6.7\phi_d^2)\phi_d^2+0.10\times10^{-3}b$				
齿			对称	$K_{H\beta}=0.99+0.31\phi_d^2+0.12\times10^{-3}b$				
面		<i>K</i> _{Hβ} >1.34	非对称	$K_{H\beta}=0.99+0.31(1+0.6\phi_d^2)\phi_d^2+0.12\times10^{-3}b$				
齿			悬臂	$K_{H\beta} = 0.99 + 0.31(1 + 6.7 \phi_d^2) \phi_d^2 + 0.12 \times 10^{-3} b$				
轮	6		对称	$K_{H\beta}$ =1.05+0.26 ϕ_d^2 +0.16×10 ⁻³ b $K_{H\beta}$ =1.05+0.26(1+0.6 ϕ_d^2) ϕ_d^2 +0.16×10 ⁻³ b				
		<i>K</i> _{Hβ} ≤1.34	非对称					
			悬臂	$K_{H\beta}=1.05+0.26(1+6.7\phi_d^2)\phi_d^2+0.16\times10^{-3}b$				
	0		对称	$K_{H\beta}=1.0+0.31\phi_d^2+0.19\times10^{-3}b$				
		$K_{H\beta} > 1.34$	非对称	$K_{H\beta} = 1.0 + 0.31(1 + 0.6 \phi_d^2) \phi_d^2 + 0.19 \times 10^{-3} b$				
			悬臂	$K_{H\beta}=1.0+0.31(1+6.7\phi_d^2) \phi_d^2+0.19\times10^{-3}b$				

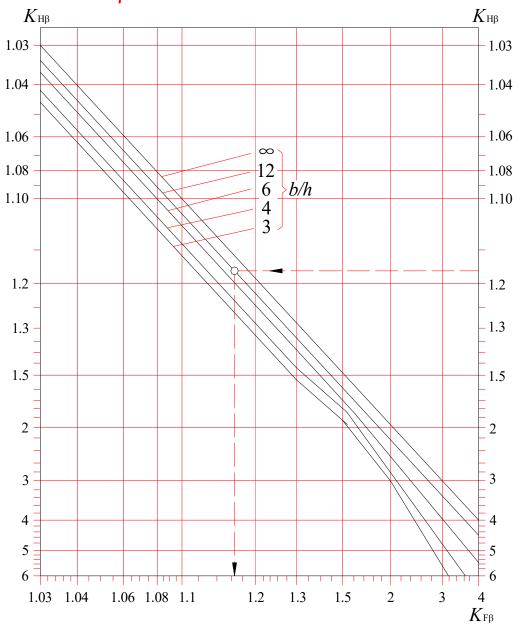
齿根弯曲疲劳计算用齿向载荷分布系数 K_{FB}

用于齿面接触疲劳强度。

Κ_{Fβ}-----

用于齿根弯曲疲劳强度, 按b/h之比值,查图。







3、齿面接触疲劳强度计算

齿面接触疲劳强度计算的目的是防止齿面出现点蚀。

(1) 强度计算公式

两圆柱体接触时,最大 Hertz 接触应力的基本公式为式 (7.27)。从而有

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{p}{\rho_{\Sigma}}} \leq [\sigma_H]$$

式中, p —— 单位接触线长度上的压力。



现以计算压力 $p_{ca} = Kp$ 代替名义压力 p,则

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{p_{ca}}{\rho_{\Sigma}}} \le [\sigma_H] \tag{8.4}$$

 $p_{\rm ca}$ 、 ρ_{Σ} 、 $Z_{\rm E}$ 等参数如下确定:

① 单位接触线长度上的计算压力 p_{ca}

$$p_{ca} = \frac{F_{ca}}{L} = \frac{KF_n}{b} = \frac{KF_t}{b\cos\alpha}$$

式中,b —— 工作齿宽。



②接触处的综合曲率半径 ρ_{Σ}

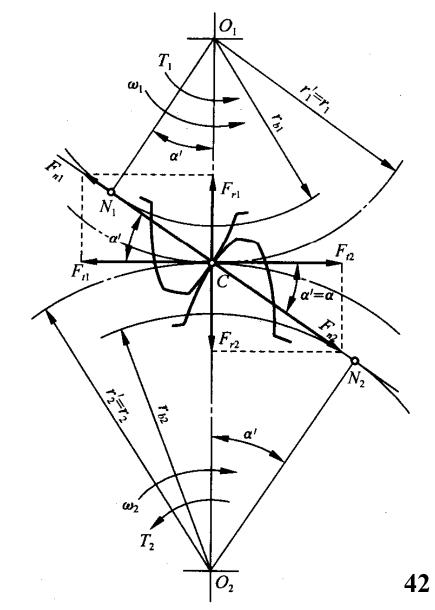
一对渐开线齿廓啮合时,在任一瞬时可视为在接 触点处两个当量圆柱体的接触传动,因为啮合点沿着 齿高方向是变动的,故两当量圆柱体的曲率半径 ρ_1 和 ρ, 也是变化的。不同接触点处齿轮受载不同。齿轮传 动工作时,重合度一般大于1,但在节点附近啮合时, 处于单齿对啮合区,则轮齿的受载较大,接触应力也 较大。另外, 在节点附近啮合时, 因齿面之间的相对 滑动速度较低,润滑油膜不易形成,也容易出现点蚀。 实践也证明, 点蚀一般在靠近节线的齿根面处先出现, 再向其他部位扩展。

实践证明,点蚀通常首先发生在齿根部分靠近节线处,故取节 点处的接触应力为计算依据。节点处的齿廓曲率半径分别为:

$$\rho_1 = N_1 C = \frac{d_1}{2} \sin \alpha$$

$$\rho_2 = N_2 C = \frac{d_2}{2} \sin \alpha$$

$$\rho_2 = N_2 C = \frac{d_2}{2} \sin \alpha$$



16:02

ÞΑ

所以以节点处为依据求ρε得

$$\frac{1}{\rho_{\Sigma}} = \frac{1}{\rho_{1}} \pm \frac{1}{\rho_{2}} = \frac{\rho_{2} \pm \rho_{1}}{\rho_{1}\rho_{2}} = \frac{\rho_{2}/\rho_{1} \pm 1}{\rho_{1}(\rho_{2}/\rho_{1})}$$

因节点处

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} = i$$

$$\rho_1 = \frac{d_1 \sin \alpha}{2}$$

式中,i——齿数比。故有

$$\frac{1}{\rho_{\Sigma}} = \frac{2}{d_1 \sin \alpha} \frac{i \pm 1}{i}$$

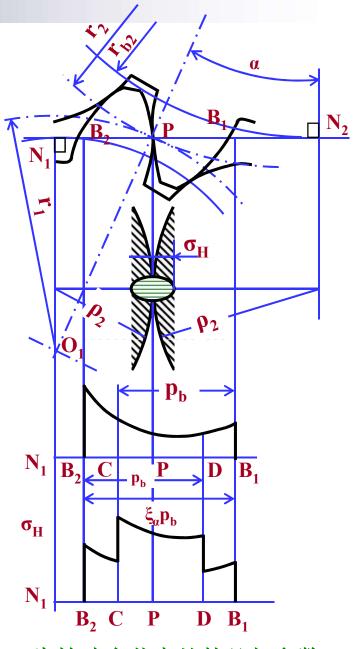


图8.10 齿轮啮合节点处的几何参数



将 p_{ca} 、 $1/\rho_{\Sigma}$ 代入式(8.4),得

$$\sigma_{H} = Z_{E} \sqrt{\frac{KF_{t}}{b\cos\alpha} \cdot \frac{2}{d_{1}\sin\alpha} \cdot \frac{i\pm 1}{i}} = Z_{E} \sqrt{\frac{KF_{t}}{bd_{1}} \cdot \frac{i\pm 1}{i}} \sqrt{\frac{2}{\sin\alpha\cos\alpha}} \leq [\sigma_{H}]$$

\$

$$Z_H = \sqrt{\frac{2}{\sin\alpha\cos\alpha}}$$

 $Z_{\rm H}$ 称为节点区域系数,是与节点区域的齿面形状有关的参数。对于标准直齿轮,由于压力角 $\alpha = 20^{\circ}$,因此 $Z_{\rm H} = 2.5$ 。

Ŋ.

③弹性影响系数 Z_E

与配对齿轮材料有关,可查附表 12.4;

弹性影响系数 Z_{E} (MPa^{1/2})

弹性模量	配对齿轮材料							
E/MPa 齿轮	灰铸铁	球墨铸铁	铸钢	锻钢	夹布塑胶			
材料	11.8×10 ⁴	17.3×10 ⁴	20.2×10 ⁴	20.6×10 ⁴	0.785×10 ⁴			
锻钢	162.0	181.4	188.9	189.8	56.4			
铸钢	161.4	180.5	188.0					
球墨铸铁	156.6	173.9		_	_			
灰铸铁	143.7							

Ŋė.

将所得到的 p_{ca} 、 ρ_{Σ} 、 Z_{E} 代入式(8.4),则齿面接触疲劳强度条件为

$$\sigma_H = Z_H Z_E \sqrt{\frac{KF_t}{bd_1} \cdot \frac{i \pm 1}{i}} \le [\sigma_H]$$
 (8.5)

上式为齿面接触疲劳强度的校核公式。

由式(8.5)可看出:齿面接触疲劳强度取决于齿轮的直径 d_1 (或中心距 a)和齿宽 b,而与齿轮模数 m的大小无关。

考虑到使载荷分布均匀及尺寸协调两方面因素,齿宽 b 与小齿轮直径 d_1 之比值宜在许可的范围内。 ϕ_d 其值可按 附表 12.5 选取,则以小齿 ϕ_d = b/d_1 , ϕ_d 称为齿宽系数,则以小齿轮直径 d_1 作为唯一的设计变量来建立设计公式。

附表 12.5 圆柱齿轮的齿宽系数 øa

大坚置可	两支承相对小齿轮作对称布	两支承相对小齿轮作不对称	小齿轮作悬臂布
	置	布置	置
ϕ_d	0.9~1.4 (1.2~1.9)	0.7~1.15 (1.1~1.65)	0.4~0.6



以 $\mathbf{b} = \phi_{\mathbf{d}} \mathbf{d}_{1}$ 和 $\mathbf{F}_{t} = 2\mathbf{T}_{1}/\mathbf{d}_{1}$ 代入式(8.5)得 齿面接触疲劳强度的校核公式为:

$$\sigma_H = Z_H Z_E \sqrt{\frac{2KT_1}{\phi_d d_1^3} \cdot \frac{i \pm 1}{i}} \leq [\sigma_H]$$

于是得齿面接触疲劳强度的设计公式为:

$$d_1 \ge \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d} \cdot \frac{i \pm 1}{i} \left(\frac{Z_H Z_E}{[\sigma_H]}\right)^2} \tag{8.6}$$

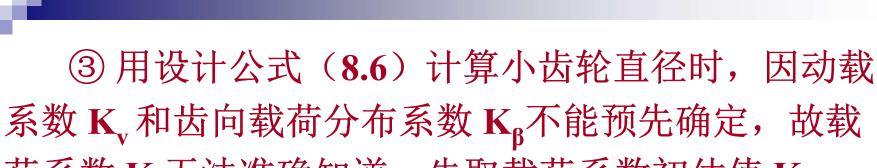


(2) 强度计算说明

- ① 按接触强度设计的步骤为,在给定转矩 T_1 和传动比i等工况条件下
 - a. 选择材料,选定小齿轮齿数 z_1 , 求大齿轮齿数 $z_2 = iz_1$;
- b. 通过计算或查表确定 K、 ϕ_d 、 $[\sigma_H]$ 、 Z_E 和 Z_H ,并按式(8.6)求 d_1 ;
 - c. 按 $\mathbf{m} = \mathbf{d}_1/\mathbf{z}_1$ 确定模数 \mathbf{m} ,并圆整为标准值;
- \mathbf{d} . 求其他几何参数,如小齿轮直径 \mathbf{d}_1 (按圆整后的模数重新计算)、大齿轮直径 \mathbf{d}_2 、中心距 \mathbf{a} 、齿宽 \mathbf{b} 等。



② 配对齿轮的工作接触应力相同,即 $\sigma_{H1} = \sigma_{H2}$;但许用应力不同,即 $[\sigma_{H1}] \neq [\sigma_{H2}]$,在应用式(8.5)进行校核或用式(8.6)进行设计时,式中的 $[\sigma_{H}]$ 取 $[\sigma_{H1}]$ 和 $[\sigma_{H2}]$ 中的较小者。关于许用应力的求法见 8.1.3 有关内容。



系数 K_v 和齿向载荷分布系数 K_p 不能预先确定,故载荷系数 K 无法准确知道,先取载荷系数初估值 K_t ,按设计公式求出小齿轮直径的初算值 d_{1t} ;然后按 d_{1t} 计算齿轮圆周速度,再查 K_v 值;按 d_{1t} 计算 b,用 b 及 $φ_d$ 计算出 $K_{Hβ}$; 再求 $K = K_A K_v K_\alpha K_{Hβ}$,若 K 与 K_t 相差不大,可不必修改原计算结果;若两者相差较大,可用下式修正小齿轮直径:

$$d_1 = d_{1t} \sqrt[3]{\frac{K}{K_t}}$$

按修正后相对准确的 d₁ 再确定其他参数。



4. 齿根弯曲疲劳强度计算

(1) 弯曲强度计算公式

轮齿受载时,齿根处的弯曲应力最大,因此折断的部位多发生在齿根。由于轮缘部分的刚度较大,可把轮齿简化成一悬臂矩形截面梁。弯曲强度条件的基本公式为

$$\sigma_F = \frac{M}{W} \le [\sigma_F]$$

式中, σ_{F} 、 $[\sigma_{F}]$ —— 工作弯曲应力和许用弯曲应力,MPa;

M —— 齿根处所受的弯矩;

W —— 齿根部位的抗弯截面模量。



计算假设:

1. 单对齿啮合。

- 2. 载荷作用于齿顶点。
- ┫ 3. 按悬臂梁计算。
 - 4. 只考虑弯曲应力。
 - 5. 危险截面用30°切线法。

只要弯矩 M 和抗弯截面模量 W 可确定,就能对齿轮 传动的弯曲强度进行校核或设计。

- •首先需确定准确的危险截面位置。危险截面用 30° 切线法确定。
- 作与轮齿对称中心线成 30° 角并与齿根圆相切的斜线, 两切点的连线即为危险截面位置, 实际断齿实例与 30° 切线法所确定的基本位置吻合。

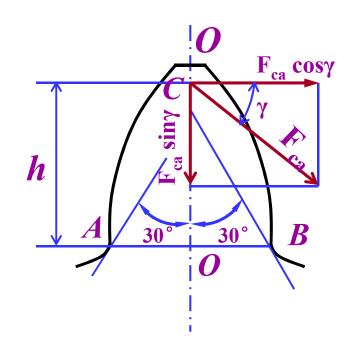


图8.11 用 30° 切线法确定危险截面



危险截面处齿厚为S,则

$$W = bS^2 / 6$$

弯矩 M 的计算比较复杂,需确定产生最大弯矩时的载荷作用点。当啮合点在齿顶时,虽然这时力臂较大,但因处于双对齿啮合区,轮齿所受力较小,这时 M 并非最大。在单齿对啮合时虽然力臂并非最大,但这时载荷较大。

M

不同啮合点时轮齿的受力如图所示。分析表明: 当啮合点在单齿对啮合区的上界点(D点)时,弯矩 最大。由于这种计算方法比较复杂,只用于高精度齿轮(如6级以上的齿轮)。

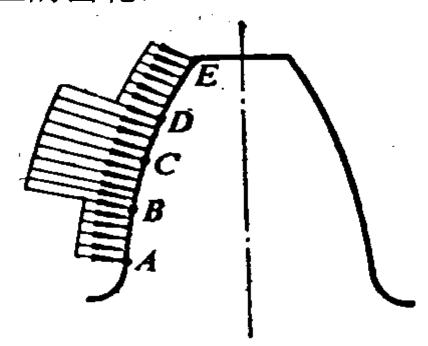


图8.12 齿轮截面受力情况

ķΑ

对 6 级以下精度的齿轮传动,由于啮合误差的影响,实际上载荷大部分由在齿顶啮合的轮齿承担。故求 M 时,按载荷作用于齿顶并仅由一对轮齿承担来计算。当然,这样处理偏于安全。

载荷完全作用于齿顶时, 齿根处危险截面的受力和应力 如图 8.11 所示。

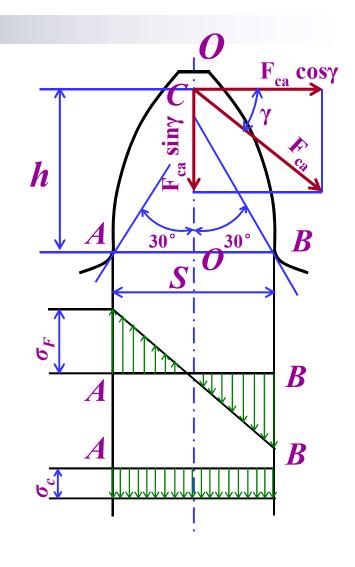


图8.11 用 30° 切线法确定危险截面



因 F_{ca} siny 引起的压应力 σ_{c} 很小,只有最大弯曲 应力 σ_{F} 的百分之几,故忽略不计,而由 F_{ca} cosy 引起的齿根危险截面的弯矩 M 为:

$$M = F_{ca}h\cos\gamma = KF_{n}h\cos\gamma = KF_{t}h\frac{\cos\gamma}{\cos\alpha}$$

则弯曲应力为:

$$\sigma_F = \frac{M}{W} = \frac{KF_t h \cos \gamma / \cos \alpha}{bS^2 / 6} = \frac{KF_t}{b} \cdot \frac{6h \cos \gamma}{S^2 \cos \alpha}$$

模数 m 越大,h 和 S 越大,h、S 与 m 有固定的比例 关系,令 h = $K_h m$, $S = K_S m$,代入上式得:

$$\sigma_F = \frac{KF_t}{b} \frac{6(K_h m)\cos\gamma}{(K_S m)^2 \cos\alpha} = \frac{KF_t}{bm} \frac{6K_h \cos\gamma}{K_S^2 \cos\alpha}$$

令:

有:

$$Y_{Fa} = \frac{6K_h \cos \gamma}{K_S^2 \cos \alpha} \qquad \qquad \sigma_F = \frac{KF_t}{bm} Y_{Fa}$$

式中, $Y_{F\alpha}$ 称为齿形系数是一无量纲参数,与模数m的大小无关。由《机械原理》可知,决定标准直齿轮的齿形有三个参数(模数m,齿数z 和压力角 α)。当压力角 α 一定时, $Y_{F\alpha}$ 只取决于齿数和变位系数,标准齿轮则完全取决于齿数。载荷作用于齿顶时的 $Y_{F\alpha}$ 可查附表12.6。



考虑到齿根危险截面处的应力集中,引入一系数Y_{sa},则齿根弯曲疲劳强度条件为

$$\sigma_F = \frac{KF_t}{bm} Y_{F\alpha} Y_{Sa} \le [\sigma_F]$$
 (8.7)

式中, Y_{sa} — 应力校正系数。

式 (8.7) 为齿根弯曲疲劳强度的校核公式。由此式可看出:齿根弯曲疲劳强度取决于模数 m 和齿宽 b 。

M

附表 12.6齿形系数 Y_{Fa} 及应力校正系数 Y_{Sa}

$Z(Z_{v})$	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Y_{Fa}	2.97	2.91	2.85	2.80	2.76	2.72	2.69	2.65	2.62	2.60	2.57	2.55	2.5
Y_{Sa}	1.52	1.53	1.54	1.55	1.56	1.57	1.575	1.58	1.59	1.595	1.60	1.61	1.6
$z(z_v)$	30	35	40	45	50	60	70	80	90	100	150	200	CX
Y_{Fa}	2.52	2.45	2.40	2.35	2.32	2.28	2.24	2.22	2.20	2.18	2.14	2.12	2.0
Y_{Sa}	1.625	1.65	1.67	1.68	1.70	1.73	1.75	1.77	1.78	1.79	1.83	1.865	1.9



以 $\mathbf{b} = \phi_{\mathbf{d}} \mathbf{d}_{1}$, $\mathbf{F}_{t} = 2\mathbf{T}_{1}/\mathbf{d}_{1}$, $\mathbf{d}_{1} = \mathbf{mz}_{1}$,代入式(8.7)得 齿根弯曲疲劳强度的校核公式为

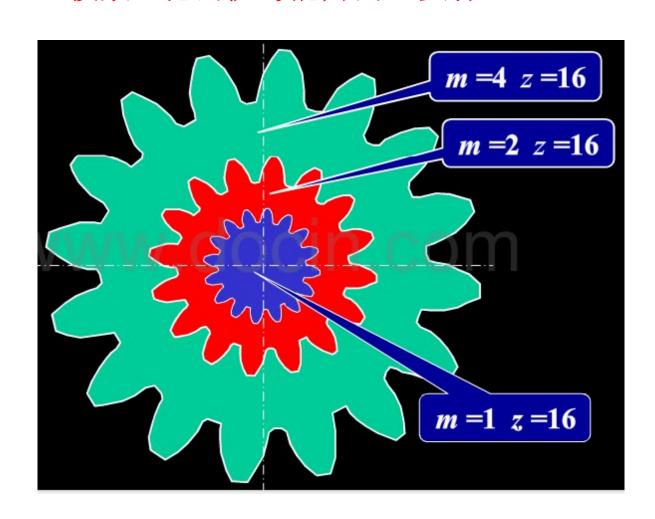
$$\sigma_F = \frac{2KT_1Y_{F\alpha}Y_{sa}}{\phi_d m^3 z_1^2} \le [\sigma_F]$$

则齿根弯曲疲劳强度的设计公式为

$$m \ge \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d z_1^2}} \frac{Y_{F\alpha} Y_{sa}}{[\sigma_F]} \qquad \mathbf{mm} \qquad (8.8)$$

齿数相同的齿轮,模数**m** ↑,齿距**p**↑,轮齿就越大,轮齿的抗弯能力就越强

模数m轮齿抗弯能力的重要标志





(2) 强度计算说明

- ① 按弯曲疲劳强度设计的步骤为,在给定转矩 T_1 和传动比i等工况条件下
 - a. 选择材料,选定小齿轮齿数 z₁;
- b. 通过计算或查表确定 $K \times \phi_d \times [\sigma_F] \times Y_{F\alpha}$ 和 Y_{sa} ,然后按式(8.8)求模数 m,并圆整为标准值;
 - c. 求其他几何参数,如 d_1 、 d_2 、a 和 b 等。



②一对齿轮啮合时,因 $Y_{F\alpha 1} \neq Y_{F\alpha 2}$, $Y_{sa1} \neq Y_{sa2}$, σ_F $1 \neq \sigma_{F2}$, $[\sigma_{F1}] \neq [\sigma_{F2}]$,应分别校核大小齿轮的弯曲应力

$$\sigma_{F1} = \frac{KF_t}{bm} Y_{F\alpha 1} Y_{sa1} \le [\sigma_{F1}]$$

$$\sigma_{F2} = \frac{KF_t}{bm} Y_{F\alpha 2} Y_{sa2} \le [\sigma_{F2}]$$

或
$$\sigma_{F2} = \sigma_{F1} \frac{Y_{F\alpha 2} Y_{sa2}}{Y_{F\alpha 1} Y_{sa1}} \leq [\sigma_{F2}]$$



- ③用设计公式(**8.8**)时,式中的($Y_{F\alpha}Y_{sa}/[\sigma_F]$)应取($Y_{F\alpha 1}Y_{sa 1}/[\sigma_{F 1}]$)与($Y_{F\alpha 2}Y_{sa 2}/[\sigma_{F 2}]$)中的较大者代入。
- ④ 用设计公式(8.8)时,可如前述先估取 K_t ,求得模数的初算值 m_t ,再确定 K_t ,若 K_t 与 K_t 差别很小,则无须修改计算结果;若差别较大,可用下式修正模数 m_t

$$m = m_t \sqrt[3]{\frac{K}{K_t}}$$

按修正后的模数确定其他设计参数。



5. 主要设计参数的合理选择

影响渐开线齿轮传动工作能力的主要设计参数有模数m,压力角α,齿数 z 和齿宽 b 等。合理选择这些参数,一方面可以充分发挥齿轮的工作能力,另一方面可以体现机械设计中非常重要的原则——等强度原则。



(1) 压力角α的选择

普通标准齿轮传动的分度圆压力角规定为 $\alpha = 20^{\circ}$ 。适当增大压力角 α ,可使节点处的 曲率半径增大,降低齿面接触应力,提高接触 强度。还可使齿厚增大,并且减小齿根弯曲应 力、提高弯曲强度。例如航空用齿轮,为增大 其接触强度和弯曲强度, 航空齿轮传动标准规 $c \alpha = 25^{\circ}$ 。然而,过大的压力角会降低齿轮传 动的效率和增加径向力。

(2) 模数 m 和齿数 z₁ 的选择

•若保持齿轮传动中心距不变,齿数1,模数1

$$\sigma_{H} = Z_{H} Z_{E} \sqrt{\frac{KF_{t}}{bd_{1}} \cdot \frac{i \pm 1}{i}} \leq [\sigma_{H}]$$

- •在齿宽一定的前提下,接触应力取决于直径(或中心距)。
- •故只要中心距不变,模数和齿数的改变不影响接触应力的大小,所以通过改变模数和齿数主要考虑弯曲强度等 影响
- •一般在保证弯曲强度的条件下,尽可能选择小的模数。 模数小,齿数多,则重合度大,传动平稳性好

对闭式传动,为保证传动平稳性、减少噪音及振动,宜取多一些齿数,一般可取 $z_1 = 20 \sim 40$ 。对闭式软齿面传动(大小齿轮都是软齿面或小齿轮为硬齿面、大齿轮为软齿面),因承载能力主要取决于接触强度,故在保证弯曲强度的条件下,尽量取多一些的 z_1 。对闭式硬齿面齿轮传动,工作能力主要取决于弯曲强度,故 z_1 不宜取过多。

对开式传动,因其主要失效形式是磨损,模数小的齿轮不耐磨损,故模数 m 要取大些,相应齿数 z_1 宜取少些。对标准齿轮,应使 $z_1 \ge 17$,以免根切。

•为了使一对啮合齿轮磨损均匀,传动平稳, Z₁和Z₂ 一般应互为质数

(3) 齿宽系数 ♦ 的选择

- •齿轮接触强度和弯曲强度除分别取决于直径和模数外, 还取决于齿宽 b。
- •齿宽 b 越大, $\sigma_{\rm H}$ 和 $\sigma_{\rm F}$ 越小。
- •若齿宽 b太大,则载荷沿接触线分布不均匀现象越严重,提高了对轴及支承的加工和安装精度方面的要求。
- •若齿宽 b 太小,则为满足接触和弯曲强度,须增大直径,这必然使得整个传动装置的外廓尺寸增大



布置型式	两支承相对小齿轮作	两支承相对小齿轮作	小齿轮作
	对称布置	不对称布置	悬臂布置
ϕ_d	0.9~1.4 (1.2~1.9)	0.7~1.15 (1.1~1.65)	0.4~0.6

注:

- 1) 大小齿轮皆为硬齿面时, ϕ_d 取偏下限的数值;若皆为软齿面或仅大齿轮为软齿面时, ϕ_d 取偏上限的数值;
- 2) 括号内的数值用于人字齿轮,此时 b 为人字齿轮的总宽度;
- 3) 机床中的齿轮传动,若功率不大时, ϕ_a 可小到 0.2;
- 4) 非金属齿轮可取 $\phi_d = 0.5 \sim 1.2$ 。

- •计算齿宽($\mathbf{b} = \phi_d \mathbf{d}_1$)后,取大齿轮实际齿宽 $\mathbf{b}_2 \ge \mathbf{b}_1$ 并作圆整,小齿轮齿宽 $\mathbf{b}_1 = \mathbf{b}_2 + (5 \sim 10)$
- •以保证装配时因两齿轮错位或轴窜动时仍然有足够的有效接触宽度



8.1.3 齿轮材料与许用应力

1. 齿轮材料及热处理

对齿轮材料的要求为:齿面要硬,齿芯要韧。齿面有足够硬度,则有较高的抗齿面点蚀、胶合、磨损和塑性变形的能力。齿芯有足够韧性,则有较高的抗轮齿折断的能力。

最常用的齿轮材料是钢,钢的品种很多,且可通 过热处理方法提高其齿芯及齿面的机械性能,其次是 铸铁,还有非金属材料。



(1) 锻钢

除了尺寸过大或者结构形状复杂只宜铸造外,通常都用锻钢制造齿轮毛坯。一般用中碳钢(如 45 钢)或中碳合金钢(如 40Cr)。用锻钢制造的齿轮按齿面硬度不同分为软齿面齿轮(HBS≤350 或 HRC≤38)和硬齿面齿轮(HBS>350 或 HRC>38)。软齿面齿轮和硬齿面齿轮的制造工艺不同。

软齿面齿轮:其制造工艺过程为"齿坯→加工外圆和端面→调质或常化→切齿→成品"。加工工艺过程简单,但齿轮精度较低,一般可达8级精度,精切时可达7级。软齿面齿轮用于速度、载荷均不大的场合。

M

硬齿面齿轮:其制造工艺过程为"齿坯→加工外圆和端面→调质或常化→切齿→表面强化热处理→齿面精加工(如磨齿)→成品"。工艺过程复杂,但加工出来的齿轮精度较高,可达5级或4级精度。硬齿面齿轮多用于高速重载,且要求重量轻、结构紧凑的场合。如航空用的齿轮,是用高强度合金钢制成的硬齿面齿轮。表面强化热处理方法有:整体淬火、表面淬火、渗碳淬火、氮化和碳氮共渗等。

需要说明,以前传统的看法认为,硬齿面齿轮因工艺过程复杂,成本较高,价格较贵。随着制造水平的提高,硬齿面齿轮的制造成本大大降低,所以采用硬齿面齿轮是发展的趋势。



(2) 铸钢

直径较大(齿顶圆直径 d_a≥400 mm)的齿轮或外形复杂的齿轮采用铸钢,其毛坯应经退火或常化处理以消除残余应力和硬度不均匀现象。

(3) 铸铁

普通灰铸铁的铸造性能和切削性能好,价廉,抗点蚀和胶合能力强,但弯曲强度较低,抗冲击性能也差。一般用于低速、无冲击和大尺寸的场合。铸铁中的石墨有自润滑作用,尤其适用于开式传动。由于铸铁很脆,容易由于应力集中而引起轮齿折断,故设计时齿宽系数官取小些。



(4) 非金属材料

非金属材料的弹性模量小,可减轻因制造和安装 不准确所引起的不利影响,传动时噪音低,可用于高速、轻载和精度要求不高的场合。由于非金属导热性 较差,故与其配对的齿轮应采用金属,以利散热。

选择齿轮材料时,除了考虑载荷、速度、精度和材料本身的特性等因素外,还须尽可能体现机械设计中的重要原则——等强度原则。如金属制的软齿面齿轮,应保持HBS₁≥HBS₂+(30~50),因闭式软齿面齿轮传动,其失效形式主要为点蚀,抗点蚀能力与齿面硬度密切相关,而小齿轮的应力循环次数多,工作情况恶劣,齿面宜硬些,这样可使两齿轮的齿面接触疲劳强度较为接近。

附表 12.8 常用齿轮材料及其力学特性

	附表 12.8	吊用这	了轮材料及具力]字符性	THE STATE OF THE S		
++业1時 早	44 50 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14 14	强度极限	屈服极限	硬度/HBS			
材料牌号	热处理方法	σ_B/MPa	σ _S / MPa	齿芯部	齿面		
HT250		250		170	~241		
HT300		300	1 [187~255			
HT350		350	1 [197~296			
QT500-5		500		147~241			
QT600-2	常化	600] [229~302			
ZG310-570		580	320	156~217			
ZG340-640	W-01000	650	350	169~229			
45	si .	580	290	162~217			
ZG340-640		700	380	241~269			
45	THE EL	650	360	217~255			
30CrMnSi		1100	900	310~360			
35SiMn	调质	750	450	217~269			
38SiMnMo		700	550	217~269			
40Cr	15	700	500	241~286			
45	调度与丰富流步			217~255	40~50HRC		
40Cr	调质后表面淬火			241~286	48~55HRC		
20Cr		650	400	200			
20CrMnTi	冷型口流 走	1100	850	300	so compo		
12Cr2Ni4	渗碳后淬火	1100	850	320	58~62HRC		
20Cr2Ni4	100	1200	1100	350	1		
35CrAlA	调质后氮化(氮化层	950	750	255 221	. 050177		
38CrMoAlA	厚δ≥0.3~0.5mm)	1000	850	255~321	>850HV		
夹布塑胶		100	25	25~35			

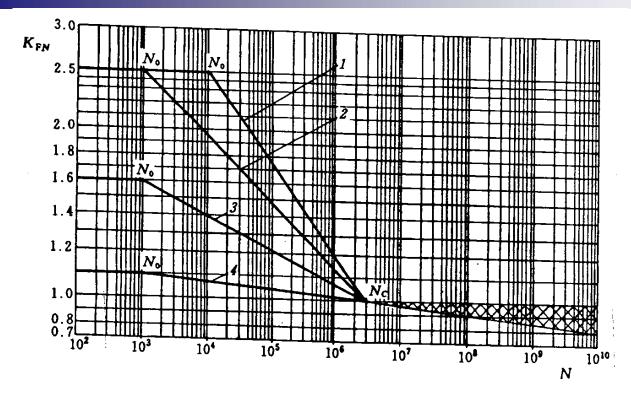


2. 许用应力

齿轮的许用应力与材料及应力循环次数有关,可按下式计算:

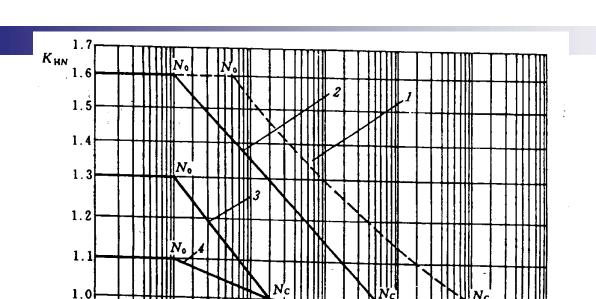
$$[\sigma] = K_N \sigma_{lim} / S$$

- 式中,S —— 许用安全系数。作接触强度计算时,由于点蚀后并不会立刻导致严重后果,一般取 $S=S_H=1$;作弯曲疲劳强度计算时,一旦断齿,后果严重,一般取 $S=S_F=1.25\sim1.5$ 。
 - K_N ——寿命系数,与应力循环次数有关。弯曲疲劳寿命系数 K_{FN} 查附图12.3,接触疲劳寿命系数 K_{HN} 查附图 12.4。



- 1一调质钢; 球墨铸铁(珠光体、贝氏体); 珠光体可锻铸铁
- 2一渗碳淬火的渗碳钢;全齿廓火焰或感应淬火的钢、球墨铸铁
- 3一渗氮的渗氮钢; 球墨铸铁(铁素体); 灰铸铁; 结构钢
- 4一氮碳共渗的调质钢、渗碳钢

附图12.3 弯曲疲劳寿命系数 K_{FN}



- 1—允许一定点蚀时的结构钢;调质钢;球墨铸铁(珠光体、贝氏体);珠光体可锻铸铁;渗碳淬火的渗碳钢
- 2一结构钢;调质钢;渗碳淬火钢;火焰或感应淬火的钢、球墨铸铁;球墨铸铁(珠光体、贝氏体);珠光体可锻铸铁
- 3—灰铸铁; 球墨铸铁(铁素体); 渗氮的渗氮钢; 调质钢、渗碳钢
- 4—氮碳共渗的调质钢、渗碳钢

0.9

附图12.4 接触疲劳寿命系数 K_{FN}



两图中应力循环次数N的计算方法如下:

$N = 60 \text{njL}_{h}$

式中, n —— 齿轮的转速(r/min); j —— 齿轮每转一圈单齿侧啮合次数; L_h —— 工作小时数(h); σ_{lim} —— 齿轮的(持久)疲劳极限; σ_{Flim} —— 弯曲疲劳极限,查附图12.5; σ_{Hlim} —— 接触疲劳极限,查附图12.6。



附图 12.5 和附图 12.6 中每种材料共给出三条线 (ME、MQ、ML),分别代表三种等级,其中 ME 代表材料品质和热处理质量很高时的极限应力线: MQ 代表中等; ML 代表达到最低要求。若没有特别说 明材质状况和热处理质量,为安全起见,一般在 MQ 和 ML 之间取值。若齿面硬度超过图中表示范围,可 按外插法查取。附图 12.5 中 σ_{Flim} 为脉动循环时的极限 应力,若实际弯曲应力按对称循环变化,则极限应力 取为图中查取值的70%。

【例题8.1】 图8.13所示为带式输送机运动简图,两级减速器中高速级采用斜齿圆柱齿轮,低速级采用直齿圆柱齿轮。试设计低速级齿轮传动。已知电动机输出功率 $P_0 = 5.5$ kW,输出转速 $n_0 = 960$ r/min,高速级传动比 $i_1 = 4.15$,低速级传动比 $i_2 = 3.15$ 。

带式输送机工作平稳,转向不变,工作寿命 10年(设每年工作 300 天),两班制工作。

- 1一电动机; 2,4一联轴器;
- 3一两级圆柱齿轮减速器;
- 5一传动滚筒; 6一输送带

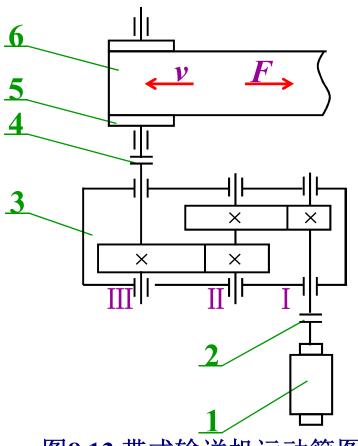


图8.13 带式输送机运动简图



解一 采用软齿面

- 1. 选定齿轮类型、精度等级、材料及齿数
- (1) 按图所示的传动方案,选用直齿圆柱齿轮传动。
- (2) 考虑传递的功率不大,故大、小齿轮都选用软齿面。由附表 12.8选大、小齿轮的材料均为45号钢,小齿轮调质,齿面硬度为 HBS_1 = 230,大齿轮常化,齿面硬度为 HBS_2 = 190。
- (3)选取精度等级。初选7级精度(GB/T 10095.1-2008)。
- (4) 选小齿轮齿数 z_1 = 26, 大齿轮齿数 z_2 = iz_1 = 3.15×26=81.9, 取82。

(注:小齿轮齿数 z_1 和大齿轮齿数 z_2 尽量互质)



考虑到<mark>闭式软齿面齿轮传动最主要失效为点蚀</mark>,故按接触强度设计,再按弯曲强度校核。

2. 按齿面接触强度设计

由设计计算公式(8.6)进行试算,即

$$d_1 \ge \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d} \cdot \frac{i \pm 1}{i} \left(\frac{Z_H Z_E}{[\sigma_H]}\right)^2}$$

(1) 确定公式内的各计算数值

① 载荷系数 K: 试选 K,=1.5。



② 小齿轮传递的转矩 T_1 : 若忽略功率损失(实际计算时不能忽略),则

$$T_1 = 9.55 \times 10^6 P_1/n_1 = 9.55 \times 10^6 \times 5.5 / (960/4.15)$$

= 2.2704×10⁵ N.mm

- ③ 齿宽系数 ϕ_d : 由附表 12.5 选取 ϕ_d =1
- ④ 弹性影响系数 Z_E : 由附表12.4查得 Z_E =189.8MPa^{1/2}
- ⑤ 节点区域系数 $Z_{\rm H}$: 标准直齿轮 α =20° 时, $Z_{\rm H}$ =2.5
- ⑥ 接触疲劳强度极限 σ_{Hlim} : 由附图12.6按齿面硬度查得 σ_{Hlim1} = 560 MPa, σ_{Hlim2} = 390 MPa

M

⑦应力循环次数

$$N_1 = 60 n_1 j L_h = 60 \times (960/4.15) \times 1 \times (2 \times 8 \times 300 \times 10) = 6.662 \times 10^8$$

$$N_2 = N_1 / i_2 = 6.662 \times 10^8 / 3.15 = 2.115 \times 10^8$$

- ⑧ 接触疲劳寿命系数 K_{HN} : 由图 12.4 查得 K_{HN1} = 0.92, K_{HN2} = 0.96
- ⑨接触疲劳许用应力 $[\sigma_H]$: 取失效概率为1%,安全系数 $S_H = 1$,得

$$[\sigma_{\rm H1}] = K_{\rm HN1}\sigma_{\rm H\,lim1}/S_{\rm H} = 0.92 \times 560/1 = 515$$
 MPa

$$[\sigma_{\rm H2}] = K_{\rm HN2}\sigma_{\rm H\,lim2}/S_{\rm H} = 0.96 \times 390/1 = 375$$
 MPa

取
$$[\sigma_{H}] = [\sigma_{H2}] = 375 \text{ MPa}$$



(2) 计算

① 试算小齿轮分度圆直径 d1

$$d_{1t} \ge \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d} \cdot \frac{i \pm 1}{i} \left(\frac{Z_H Z_E}{[\sigma_H]}\right)^2} =$$

$$\sqrt[3]{\frac{2 \times 1.5 \times 2.2704 \times 10^5}{1}} \frac{3.15 + 1}{3.15} \left(\frac{2.5 \times 189.8}{375}\right)^2 = 112.839 \text{ mm}$$

② 计算圆周速度 v

$$v = \frac{\pi d_{1t} n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 112.839 \times (960/4.15)}{60000} = 1.367 \text{ m/s}$$



③ 计算齿宽b

$$b = \phi_{\rm d} d_{1t} = 1 \times 112.839 = 112.839 \text{ mm}$$

④ 计算齿宽与齿高之比 b/h

$$b/h = \phi_{\rm d} d_{1t} / 2.25 m = \phi_{\rm d} m z_1 / 2.25 m$$
$$= \phi_{\rm d} z_1 / 2.25 = 1 \times 26 / 2.25 = 11.56$$

⑤ 计算载荷系数 K 根据 v = 1.367 m/s, 7级精度,

由附图 12.1查得动载系数 $K_V = 1.07$;

由附表12.1查得使用系数 $K_{\Lambda}=1$;

由附表 12.2查得 $K_{\alpha} = 1.0$;

由附表 12.3 查得 $K_{\text{H}\beta}$ = 1.12 +0.18(1+0.6 ϕ_{d}^{2}) ϕ_{d}^{2} + 0.23 × 10⁻³b = 1.433;

由附图 12.2 查得齿向载荷分布系数 $K_{FB} = 1.35$;

载荷系数为

$$K = K_A K_V K_{\alpha} K_{H\beta} = 1.0 \times 1.07 \times 1.0 \times 1.433 = 1.533$$



⑥按实际的载荷系数修正分度圆直径

$$d_1 = d_{1t} \sqrt[3]{\frac{K}{K_t}} = 112.839 \times \sqrt[3]{\frac{1.533}{1.5}} = 113.685$$

⑦ 计算模数 m

$$m = d_1/z_1 = 113.685/26 = 4.373$$

查标准模数系列表



标准模数系列(GB1357-1987)

	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	10
第一 系列	12	16	20	25	32	40	50				
<i>系列</i>											
***	1.75	2.25	2.75	(3.25)	3.5	(3.75)	4.5				
第二 系列											
7417.3	5.5	(6.5)	7	9	(11)	14	18	22	28	36	45

注: ①本表适用于渐开线圆柱齿轮,对斜齿轮是指法面模数;

②优先采用第一系列,括号内的模数尽可能不用。



3. 几何尺寸计算

(1) 分度圆直径

$$d_1 = mz_1 = 4.5 \times 26 \text{ mm} = 117 \text{ mm}$$

 $d_2 = mz_2 = 4.5 \times 82 \text{ mm} = 369 \text{ mm}$

(2) 中心距

$$a = (d_1 + d_2) / 2 = (117 + 369) / 2 \text{ mm} = 243 \text{ mm}$$



(3) 齿宽

$$b = \phi_{\rm d} d_1 = 1 \times 117 \text{ mm} = 117 \text{ mm}$$

取 B₂=120,则

$$B_1 = B_2 + 5 = 125$$

4. 按齿根弯曲疲劳强度校核,校核公式为

$$\sigma_F = \frac{KF_t}{bm} Y_{F\alpha} Y_{Sa} \le [\sigma_F]$$



(1) 确定公式中的各参数

① 载荷系数 K

$$K_{A} = 1$$
; $K_{\alpha} = 1$; $K_{F\beta} = 1.35$

$$v = \frac{\pi d_{1t} n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 117 \times (960/4.15)}{60000} = 1.417 \quad \text{m/s}$$

查附图 12.1, $K_v = 1.07$,有

$$K = K_A K_V K_{\alpha} K_{F\beta} = 1 \times 1.07 \times 1 \times 1.35 = 1.445$$



② 圆周力 F_{t}

$$F_t = 2T_1/d_1 = 2 \times 2.2704 \times 10^5/117 = 3881$$
 N

③ 齿形系数 Y_{Fa} 和应力校正系数 Y_{sa}

查附表 12.6, $Y_{\text{Fal}} = 2.60$, $Y_{\text{sal}} = 1.595$

$$Y_{F\alpha 2} = 2.22 + (2.20 - 2.22) \times \frac{82 - 80}{90 - 80} = 2.216$$

$$Y_{S\alpha 2} = 1.77 + (1.78 - 1.77) \times \frac{82 - 80}{90 - 80} = 1.772$$



附表 12.6齿形系数 Y_{Fa} 及应力校正系数 Y_{Sa}

$Z(Z_{\nu})$	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Y_{Fa}	2.97	2.91	2.85	2.80	2.76	2.72	2.69	2.65	2.62	2.60	2.57	2.55	2.53
Y_{Sa}	1.52	1.53	1.54	1.55	1.56	1.57	1.575	1.58	1.59	1.595	1.60	1.61	1.62
$Z(Z_{v})$	30	35	40	45	50	60	70	80	90	100	150	200	00
Y_{Fa}	2.52	2.45	2.40	2.35	2.32	2.28	2.24	2.22	2.20	2.18	2.14	2.12	2.06
Y_{Sa}	1.625	1.65	1.67	1.68	1.70	1.73	1.75	1.77	1.78	1.79	1.83	1.865	1.97



④ 许用弯曲应力 $[\sigma_F]$

查附图 12.3 得 $K_{\text{FN1}} = 0.86$, $K_{\text{FN2}} = 0.88$;

查附图 12.5 得 σ_{Flim1} = 400 MPa, σ_{Flim2} = 310 MPa;取安全系数 S_{F} =1.4。则

$$[\sigma_{\rm F1}] = K_{\rm FN1}\sigma_{\rm Flim1}/S_{\rm F} = 0.86 \times 310/1.4 = 246 \text{ MPa}$$

$$[\sigma_{F2}] = K_{FN2}\sigma_{Flim2}/S_F = 0.88 \times 310/1.4 = 195 \text{ MPa}$$



(2) 计算

$$\sigma_{F1} = \frac{KF_t Y_{F\alpha 1} Y_{Sa1}}{bm} = \frac{1.445 \times 3881}{120 \times 4.5} \times 2.60 \times 1.595 = 43.06 \text{MPa} < [\sigma_{F1}]$$

$$\sigma_{F2} = \sigma_{F1} \frac{Y_{F\alpha 2} Y_{Sa2}}{Y_{F\alpha 1} Y_{Sa1}} = \frac{43.06 \times 2.216 \times 1.772}{2.60 \times 1.595} = 40.77 \text{MPa} < [\sigma_{F2}]$$

大小齿轮齿根弯曲疲劳强度均满足。

由上述结果可见软齿面齿轮传动的弯曲强度有相当大的余量。故通常是按接触强度设计,确定方案后,再按弯曲强度核校,这样计算比较简单。当然也可分别按两种强度设计,分析对比,确定方案。



解二 采用硬齿面

- 1. 选定齿轮类型、精度等级、材料及齿数
- (1) 按图所示的传动方案,选用直齿圆柱齿轮传动。
- (2) 大、小齿轮都选用硬齿面。由附表 12.8 选大、小齿轮的材料均为 45 号钢,并经调质后表面淬火,齿面硬度为 $HRC_1 = HRC_2 = 45$ 。
- (3)选取精度等级。初选7级精度(GB/T 10095.1-2008)。



(4) 选小齿轮齿数 $z_1 = 26$,大齿轮齿数 $z_2 = iz_1 = 3.15 \times 26 = 81.9$,取 $z_2 = 82$ 。

考虑到闭式硬齿面齿轮传动失效可能为点蚀,也可能 为疲劳折断,故分别按接触强度和弯曲强度设计,分析对 比,再确定方案。

2. 按齿面接触强度设计

由设计计算公式(8.6)进行试算,即

$$d_{1t} \ge \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d} \cdot \frac{i \pm 1}{i} \left(\frac{Z_H Z_E}{[\sigma_H]}\right)^2}$$



(1) 确定公式内的各计算数值

- ① 载荷系数 K: 试选 $K_t = 1.5$
- ② 小齿轮传递的转矩 T_1 : 若忽略功率损失,则

$$T_1 = 9.55 \times 10^6 P_1/n_1 = 9.55 \times 10^6 \times 5.5/$$
 (960/4.15)
= 2.2704×10⁵ N·mm

- ③ 齿宽系数 ϕ_d : 由附表 12.5 选取 $\phi_d = 1$
- ④ 弹性影响系数 Z_E : 由附表12.4查得 Z_E = 189.8MPa^{1/2}



- ⑤ 节点区域系数 $Z_{\rm H}$: 标准直齿轮 $\alpha=20^{\circ}$ 时, $Z_{\rm H}=2.5$
- ⑥ 接触疲劳强度极限 σ_{Hlim} : 由附图 12.6 按齿面硬度查得 σ_{Hlim} = σ_{Hlim} = 1000 MPa
 - ⑦应力循环次数

$$N_1 = 60n_1 j L_h = 60 \times (960/4.15) \times 1 \times (2 \times 8 \times 300 \times 10)$$

= 6.662×10^8

$$N_2 = N_1/i_2 = 6.662 \times 10^8/3.15 = 2.115 \times 10^8$$

⑧ 接触疲劳寿命系数 $K_{\rm HN}$: 由附图 12.4 查得 $K_{\rm HN1}$ = 0.92, $K_{\rm HN2}$ = 0.96



⑨ 接触疲劳许用应力 $[\sigma_{H}]$:

取失效概率为1%,安全系数 $S_{H}=1$,得

$$[\sigma_{H1}] = K_{HN1}\sigma_{Hlim1}/S_H = 0.92 \times 1000/1 = 920 \text{ MPa}$$

$$[\sigma_{H2}] = K_{HN2}\sigma_{Hlim2}/S_H = 0.96 \times 1000/1 = 960 \text{ MPa}$$

取
$$[\sigma_H] = [\sigma_{H1}] = 920 \text{ MPa}$$



(2) 计算

① 试算小齿轮分度圆直径 d_{1t}

$$d_{1t} \ge \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d} \cdot \frac{i \pm 1}{i} \left(\frac{Z_H Z_E}{[\sigma_H]}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 1.5 \times 2.2704 \times 10^5}{1} \cdot \frac{3.15 + 1}{3.15} \left(\frac{2.5 \times 189.8}{920}\right)^2}$$

$$= 62.364 \text{ mm}$$

② 计算圆周速度 v

$$v = \frac{\pi d_{1t} n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 62.364 \times (960/4.15)}{60000} = 0.755 \quad m/s$$



③ 计算齿宽b

$$b = \phi_{\rm d} d_{11} = 1 \times 62.364 = 62.364$$
 mm

④ 计算齿宽与齿高之比 b/h

$$b/h = \phi_d d_1/2.25 \quad m = \phi_d m z_1/2.25 \quad m = \phi_d z_1/2.25$$

= 1 \times 26/2.25 = 11.56

⑤ 计算载荷系数 K 根据 v = 0.755 m/s, 7级精度,

由附图 12.1 查得动载系数 $K_V=1.04$;

由附表 12.2 查得 $K_a = 1.0$;

由附表 12.1 查得使用系数 $K_A = 1$;

 $K_{H\beta}$ 参考附表 12.3 中 6 级精度公式并略有增大,估计 $K_{H\beta}$ >1.34;

 $K_{H\beta} = 1.0 + 0.31 \ (1 + 0.6 \phi_d^{\ 2}) \ \phi_d^{\ 2} + 0.19 \times 10^{-3} b = 1.508$ $K_{H\beta} = 1.55$

由附图 12.2 查得齿向载荷分布系数 $K_{F\beta} = 1.38$

载荷系数 $K = K_A K_v K_\alpha K_{H\beta} = 1.0 \times 1.04 \times 1.0 \times 1.55 = 1.612$



⑥按实际的载荷系数修正分度圆直径

$$d_1 = d_{1t} \sqrt[3]{\frac{K}{K_t}} = 62.364 \times \sqrt[3]{\frac{1.612}{1.5}} = 63.879$$
 mm

⑦ 计算模数 m

$$m = d_1/z_1 = 63.879/26 = 2.457$$

3. 按齿根弯曲疲劳强度设计

$$m \ge \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d z_1^2} \left(\frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{[\sigma_F]}\right)}$$



(1) 确定公式中的各参数

① 载荷系数 K

$$K_A=1$$
; $K_V=1.04$; $K_\alpha=1$; $K_{F\beta}=1.38$
 $K=K_AK_vK_\alpha K_{F\beta}=1\times 1.04\times 1\times 1.38=1.435$

② 齿形系数 $Y_{F\alpha}$ 和应力校正系数 Y_{sa}

$$Y_{F\alpha 1} = 2.60, \qquad Y_{Sa1} = 1.595$$

$$Y_{F\alpha 2} = 2.216, Y_{sa2} = 1.772$$



③ 许用弯曲应力 $[\sigma_F]$

$$K_{\text{FN1}} = 0.86$$
, $K_{\text{FN2}} = 0.88$

查附图 12.5 得
$$\sigma_{Flim1} = \sigma_{Flim2} = 500$$
 MPa

取安全系数 $S_F=1.4$

则
$$[\sigma_{F1}] = K_{FN1}\sigma_{Flim1}/S_F = 0.86 \times 500/1.4 = 307 \text{ MPa}$$

$$[\sigma_{F2}] = K_{FN2}\sigma_{Flim2}/S_F = 0.88 \times 500/1.4 = 314 \text{ MPa}$$



④ 确定 $Y_{F\alpha}Y_{sa}/[\sigma_F]$

$$Y_{F_{01}}Y_{S_{01}}/[\sigma_{F_{1}}] = 2.60 \times 1.595/307 = 0.013508$$

$$Y_{F\alpha 2}Y_{Sa2}/[\sigma_{F2}] = 2.216 \times 1.772/314 = 0.012506$$

以 $Y_{Fa1}Y_{sa1}/[\sigma_{F1}]$ 代入公式计算

(2) 计算模数 m

$$m \ge \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d z_1^2} \left(\frac{Y_{F\alpha} Y_{Sa}}{[\sigma_F]}\right)} = \sqrt[3]{\frac{2 \times 1.435 \times 2.2704 \times 10^5 \times 0.013508}{1 \times 26^2}} \quad mm$$

 $= 2.353 \, mm$

接接触计算 $m = d_1/z_1 = 63.879/26 = 2.457$

比较两种强度的计算结果,确定模数为 m = 2.5。



4. 几何尺寸计算

(1) 分度圆直径:

$$d_1 = mz_1 = 2.5 \times 26 = 65 \text{ mm}$$

 $d_2 = mz_2 = 2.5 \times 82 = 205 \text{ mm}$

(2) 中心距

$$a = (d_1+d_2) /2 = (65+205) /2 = 135 \text{ mm}$$



(3) 齿宽

$$\mathbf{b} = \phi_{\mathbf{d}} \mathbf{d}_{1} = 1 \times 65 = 65 \text{ mm}$$

$$\mathbb{R} B_2 = 65 \text{ mm}, B_1 = B_2 + 5 = 70 \text{ mm}$$

对比上述两种解法,可见采用硬齿面传动方案的几何尺寸明显小于软齿面传动方案,现在采用硬齿面齿轮传动是发展趋势。

M

8.1.4 标准斜齿圆柱齿轮传动的强度计算

1. 受力分析

作用于轮齿上的力可简化为作用在齿宽中点的节点P处的法向力 F_n 。

F.: 圆周力

F_r: 径向力

F_a: 轴向力

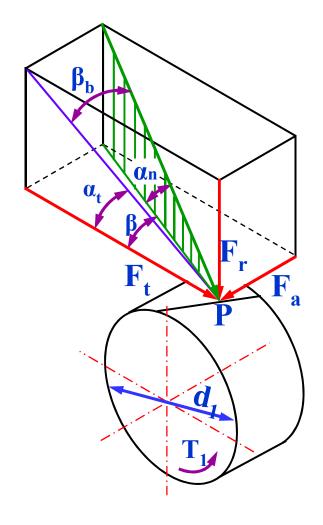


图8.14 斜齿轮受力分析 115

M

力的大小

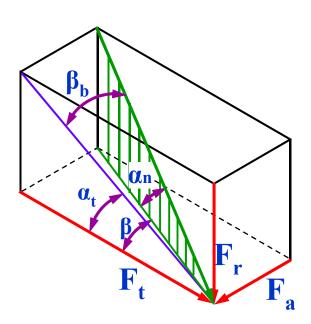
圆周力:
$$F_t = 2T_1/d_1$$

轴向力:
$$F_a = F_t \tan \beta$$

$$F' = \frac{F_t}{\cos \beta}$$

径向力

$$F_r = F' \tan \alpha_n = \frac{F_t \tan \alpha_n}{\cos \beta}$$





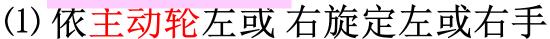
力的方向

圆周力 F_{i} : 主反从同

径向力 F_r : 指向轮心

轴向力F。的判断

左右手定则:

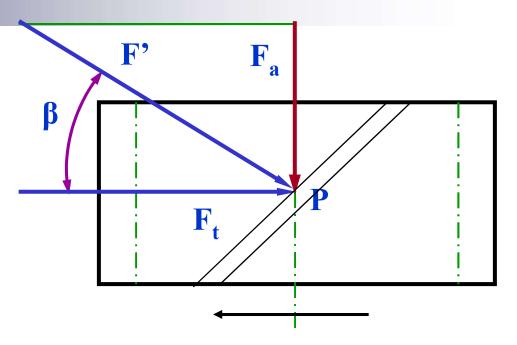


(2) 四手指代表轮 转向,握拳大拇指指向为方向

(★ 不能用在从动轮上)

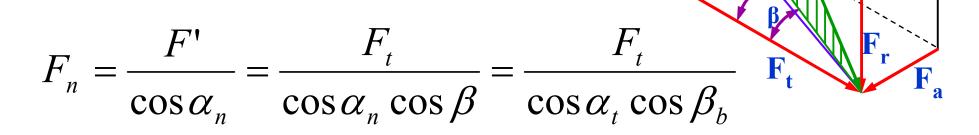
齿轮左/右旋的判定

沿着轴线方向看 左低右高是右旋 左高右低是左旋





而法向力与分力间的关系为



式中, β — 节圆螺旋角(对标准齿轮,即分度圆螺旋角), $\beta = 8^{\circ} \sim 20^{\circ}$;

 $β_b$ — 基圆螺旋角, $tanβ_b$ = $tanβcosα_t$;

 α_n —— 法面压力角, $\alpha_n = 20^\circ$;

 α_t — 端面压力角, $\tan \alpha_t = \tan \alpha_n / \cos \beta$ 。

$$\mathbf{F}_{t2} = -\mathbf{F}_{t1}; \quad \mathbf{F}_{r2} = -\mathbf{F}_{r1}; \quad \mathbf{F}_{a2} = -\mathbf{F}_{a1}$$

为方便分析,常采用受力简图的平面图表示方法。

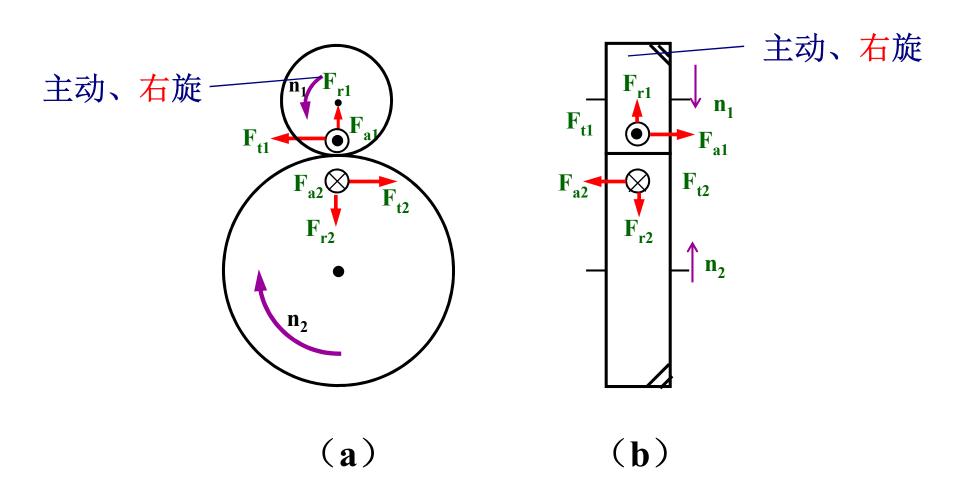


图8.15 受力简图的平面表示方法

2. 齿面接触疲劳强度

圆柱斜齿轮传动的齿面接触疲劳强度公式与直齿圆柱齿轮传动相似,但有以下两点区别:

- ① 斜齿圆柱齿轮的端面齿廓为渐开线,综合曲率半径 ρ_{Σ} 应在法向求取;
- ② 斜齿圆柱齿轮传动由于接触线的倾斜及重合度的增大,使接触线长度加大,但接触线长度随啮合点不同而变化,且受重合度的影响。所以实际接触线长度 L的计算较复杂。

斜齿轮传动工作时其接触应力比直齿轮传动的低,故强度比直齿轮传动的好。由此可推导斜齿轮传动的接触强度条件。



齿面接触疲劳强度的基本公式为:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{p_{ca}}{\rho_{\Sigma}}} \cdot Z_E \leq [\sigma_H]$$
 MPa

(1) 单位接触线长度上的计算压力 p_{ca}

$$p_{ca} = \frac{KF_n}{L}$$
 N/mm

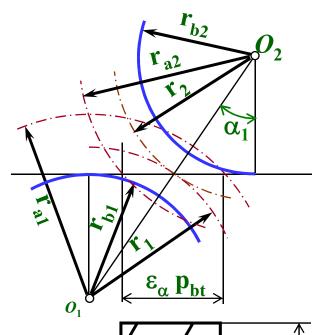
每一条全齿宽的接触线长为 $\mathbf{b}/\cos\beta_b$,接触线总长为啮合区内所有接触线长度之和。

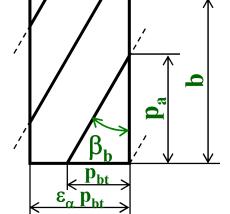
在啮合过程中,啮合线 总长是变动的。可近似按下式计算 L

$$L = \frac{b\varepsilon_a}{\cos\beta_b}$$

式中, ϵ_{α} ——端面重合度。

故 $p_{ca} = \frac{KF_n}{L} = \frac{KF_t}{\cos\alpha_t \cos\beta_b \cdot \frac{b\varepsilon_a}{\cos\beta}} = \frac{KF_t}{b\varepsilon_a \cos\alpha_t}$







(2) 综合曲率半径 ρ_{Σ}

斜齿轮节点在法面的曲率半径 $\rho_n = \rho_t \cos \beta_b$,斜齿轮节点在端面的曲率半径 $\rho_t = d \sin \alpha_t/2$ 。因此综合曲率半径 ρ_{Σ} 为

$$\frac{1}{\rho_{\Sigma}} = \frac{1}{\rho_{n1}} \pm \frac{1}{\rho_{n2}} = \frac{2\cos\beta_b}{d_1\sin\alpha_t} \left(\frac{i\pm 1}{i}\right)$$

将 p_{ca} 和 $1/\rho_{\Sigma}$ 代入接触应力的基本公式(7.27)得:

$$\sigma_{H} = \sqrt{\frac{p_{ca}}{\rho_{\Sigma}}} \cdot Z_{E} = \sqrt{\frac{KF_{t}}{b\varepsilon_{\alpha}\cos\alpha_{t}}} \sqrt{\frac{2\cos\beta_{b}}{d_{1}\sin\alpha_{t}}} \left(\frac{i\pm1}{i}\right) \cdot Z_{E}$$

$$= \sqrt{\frac{KF_{t}}{bd_{1}\varepsilon_{\alpha}}} \left(\frac{i\pm1}{i}\right) \cdot \frac{2\cos\beta_{b}}{\sin\alpha_{t}\cos\alpha_{t}}} Z_{E} \leq [\sigma_{H}]$$

则斜齿轮传动齿面接触疲劳强度的校核公式为:

$$\sigma_{H} = Z_{H} Z_{E} \sqrt{\frac{KF_{t}}{bd_{1} \varepsilon_{\alpha}} \left(\frac{i \pm 1}{i}\right)} \leq [\sigma_{H}]$$
 (8.10)

若取 ϕ_d = \mathbf{b}/\mathbf{d}_1 , \mathbf{F}_t = $2\mathbf{T}_1/\mathbf{d}_1$,则斜齿轮传动接触疲劳强度的设计公式为

$$d_1 \ge \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d \varepsilon_\alpha} \frac{i \pm 1}{i} \left(\frac{Z_H Z_E}{[\sigma_H]}\right)^2}$$
 (8.11)



下面就式(8.10)和(8.11)中参数的取值及计算方法作几点说明:

- ① 载荷系数 K,齿宽系数 ϕ_d ,弹性影响系数 Z_E 的取法及求法与直齿轮传动相同。
 - ② 许用接触应力 [σ_H] 的取法:

斜齿轮传动,因接触线是倾斜的,如图 8.17 所示,在同一齿面上就有齿顶面部分(图中 e_1 p 线段)和齿根面部分(图中 e_2 p 线段)同时参与啮合,它和直齿轮传动与轴线平行的情况是不同的。

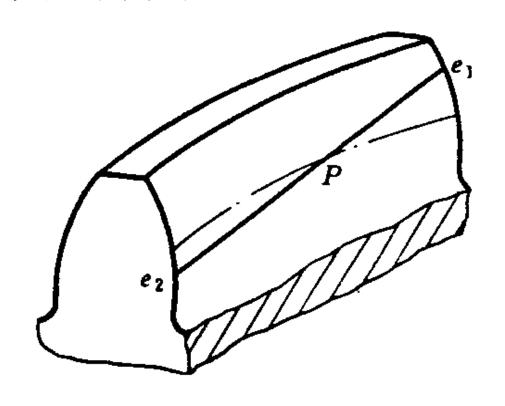
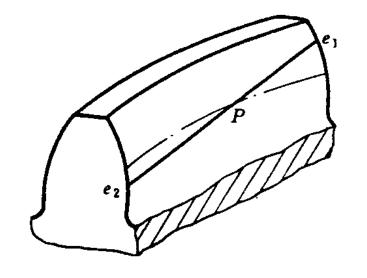


图8.17 斜齿轮齿面上的接触线



由于齿顶面各点的曲 率半径较大,所以齿顶面 有较高的接触疲劳强度。



因小齿轮材料比大齿轮好,而且其齿面硬度较高,所以小齿轮的齿面接触疲劳强度较大齿轮高,当大齿轮齿根面产生点蚀后, e_2P 段接触线已无法承受原来所承担的载荷,而要转移给齿顶面上的接触线段 e_1P 来承担,由于 e_1P 段强度较高,因此即使承担的载荷有所增加,只要未超过其承载能力,则大齿轮的齿顶面仍然不会出现点蚀。



另外,因小齿轮的齿面接触疲劳强度较大,因此与大齿轮齿顶面相啮合的小齿轮齿根面,也不会因载荷有所增大而发生点蚀;因此,斜齿轮传动的齿面接触疲劳强度应同时取决于大、小齿轮。

所以确定 [σ_H] 时,实际中可取为[σ_H] = 0.5([σ_H]₁+[σ_H]₂) 当[σ_H]>1.23[σ_H]₂时,应取[σ_H]= 1.23[σ_H]₂。 [σ_H]₂为较软 货面的许用接触应力。



(3) 节点区域系数 Z_H

$$Z_H = \sqrt{\frac{2\cos\beta_b}{\sin\alpha_t\cos\alpha_t}}$$

先求出端面压力角 α_t 和基圆螺旋角 β_b ,再求 Z_H 公式如下:

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta}$$
$$\tan \beta_b = \tan \beta \cos \alpha_t$$

如己知 α_n =20°, β =15°,则可求得 α_t = 20.64690°, β_b = 14.07610°, Z_H = 2.425



(4) 端面重合度 ε_{α} ,按《机械原理》的公式:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\left[z_1(\tan\alpha_{at1} - \tan\alpha_t) + z_2(\tan\alpha_{at2} - \tan\alpha_t)\right]}{2\pi}$$

式中, α_{at1} 、 α_{at2} ——小齿轮和大齿轮的齿顶圆端面压力角,计算公式为

$$\cos\alpha_{at1} = \frac{d_b}{d_a} = \frac{d\cos\alpha}{d + 2h_a} = \frac{(m_n z/\cos\beta)\cos\alpha}{m_n z/\cos\beta + 2h_{an}^* m_n} = \frac{z\cos\alpha}{z + 2h_{an}^*\cos\beta}$$

正常齿制的齿轮其 $h_{an}^* = 1$



2. 齿根弯曲疲劳强度

斜齿轮传动的接触线是倾斜的,故轮齿的折断往往是局部折断,齿根弯曲应力比较复杂,很难精确计算,考虑到重合度大及接触线倾斜对弯曲强度的有利影响,其强度公式比直齿轮传动时多了两个参数:端面重合度 ε_{α} 和螺旋角影响系数 Y_{β} 。

校核公式为:

$$\sigma_{F} = \frac{KF_{t}Y_{F\alpha}Y_{S\alpha}Y_{\beta}}{bm_{n}\varepsilon_{\alpha}} \leq [\sigma_{F}]$$
 (8.12)



设计公式为:

$$m_n \ge \sqrt[3]{\frac{2KT_1Y_{\beta}\cos^2\beta}{\phi_d z_1^2 \varepsilon_{\alpha}} \left(\frac{Y_{Fa}Y_{Sa}}{[\sigma_F]}\right)}$$
(8.13)

式中, $Y_{F\alpha}$ —— 齿形系数;

 Y_{sa} —— 应力校正系数;

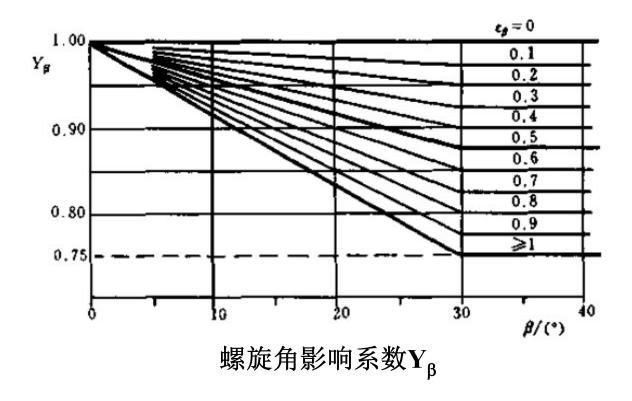
 $Y_{F\alpha}$ 和 Y_{sa} 应按当量齿数 $z_v = z/\cos^3 \beta$ 查附表12.6。

 Y_{β} 为螺旋角影响系数,按下式计算:

$$Y_{\beta} = 1 - \varepsilon_{\beta} \frac{\beta^{\circ}}{120^{\circ}}$$

式中, ϵ_{β} —— 斜齿轮传动的轴面重合度, ϵ_{β} =bsin $\beta/(\pi m_n)$;初步计算时按 ϵ_{β} =0.318 $\phi_d z_1 tan$ β计算; ϵ_{β} ≥1时,按 ϵ_{β} =1计算; Y_{β} ≤0.75时,取 Y_{β} =0.75。





【例题8.2】 如图所示为带式输送机运动简图,两级减速器都采用 斜齿圆柱齿轮。试设计低速级齿轮传动。已知电动机输出功率 P_0 = 5.5 kW,输出转速 n_0 = 960 r/min,高速级传动比 i_1 = 4.15,低速

级传动比 i_2 = 3.15。带式输送机工作平稳,转向不变,工作寿命 10 年(设每年工作 300 天),两班制工作。

1-电动机; 2, 4-联轴器;

3一两级圆柱齿轮减速器;

5-传动滚筒; 6-输送带

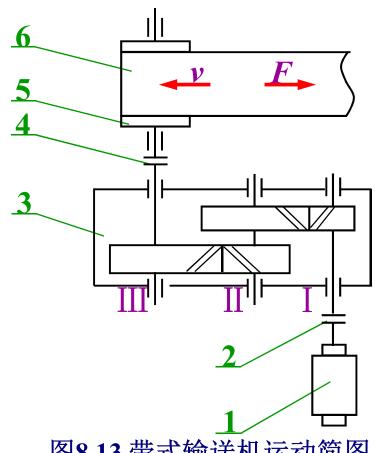


图8.13 带式输送机运动简图



解:

- 1. 选定齿轮类型、精度等级、材料及齿数
- (1) 大、小齿轮都选用硬齿面。由附表 12.8 选大、小齿轮的材料均为 45 钢,并经调质后表面淬火,齿面硬度为 $HRC_1 = HRC_2 = 45$ 。
- (2)选取精度等级。初选7级精度(GB10095.1-2008)。
- (3) 选小齿轮齿数 z_1 = 26, 大齿轮齿数 z_2 = iz_1 = 3.15×26 = 81.9, 取 z_2 = 82。

(注: 小齿轮齿数z₁和大齿轮齿数 z₂尽量互质)



(4) 初选螺旋角 β = 15°

考虑到闭式硬齿面齿轮传动失效可能为点蚀,也可能 为疲劳折断,故分别按接触强度和弯曲强度设计,分析对 比,再确定方案。

2. 按齿面接触强度设计

由设计计算公式(8.11)进行试算,即

$$d_1 \ge \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d \varepsilon_\alpha} \cdot \frac{i \pm 1}{i} \left(\frac{Z_H Z_E}{[\sigma_H]}\right)^2}$$



- (1) 确定公式内的各计算数值
- ① 载荷系数 K: 试选 K,=1.5。
- ② 小齿轮传递的转矩 T₁:

$$T_1 = 9.55 \times 10^6 P_1/n_1 = 9.55 \times 10^6 \times 5.5/$$
 (960/4.15) N·mm
=2.2704×10⁵ N·mm

- ③ 齿宽系数 ϕ_d : 由附表 12.5 选取 $\phi_d = 1$
- ④ 弹性影响系数 Z_E : 由附表12.4查得 Z_E =189.8MPa^{1/2}



⑤ 节点区域系数 Z_H:

$$Z_H = \sqrt{\frac{2\cos\beta_b}{\sin\alpha_t\cos\alpha_t}}$$

曲
$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta}$$
, $\tan \beta_b = \tan \beta \cos \alpha_t$ 得

$$\alpha_t = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\tan 20^\circ}{\cos 15^\circ} \right) = 20.64690^\circ$$

$$\beta_b = \tan^{-1}(\tan \beta \cos \alpha_t) = \tan^{-1}(\tan 15^\circ \cos 20.64690^\circ) = 14.07610^\circ$$

$$Z_H = \sqrt{\frac{2\cos 14.07610^{\circ}}{\sin 20.64690^{\circ}\cos 20.64690^{\circ}}} = 2.425$$



⑥ 端面重合度 ϵ_{α} :

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{z_{1}(\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha_{t}) + z_{2}(\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha_{t})}{2\pi}$$

$$\alpha_{at1} = \cos^{-1}\left(\frac{z_{1}\cos \alpha_{t}}{z_{1} + 2h_{an}^{*}\cos \beta}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{26\cos 20.64690^{\circ}}{26 + 2 \times 1 \times \cos 15^{\circ}}\right) = 29.41906^{\circ}$$

$$\alpha_{at2} = \cos^{-1}\left(\frac{z_{2}\cos \alpha_{t}}{z_{2} + 2h_{an}^{*}\cos \beta}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{82\cos 20.64690^{\circ}}{82 + 2 \times 1 \times \cos 15^{\circ}}\right) = 23.90301^{\circ}$$

代入上式得 $\epsilon_{\alpha} = 1.641$

⑦ 接触疲劳强度极限 σ_{Hlim} : 由附图 12.6 按齿面硬度 查得 σ_{Hlim} 1 = σ_{Hlim} 2 = 1000 MPa



⑧ 应力循环次数

$$N_1 = 60n_1 j L_h = 60 \times (960/4.15) \times 1 \times (2 \times 8 \times 300 \times 10)$$

= 6.662×10^8

$$N_2 = N_1/i_2 = 6.662 \times 10^8/3.15 = 2.115 \times 10^8$$

⑨ 接触疲劳寿命系数 K_{HN} : 由附图 12.4 查得 K_{HN1} = 0.92, K_{HN2} = 0.96



⑩ 接触疲劳许用应力 $[\sigma_H]$: 取失效概率为 1%,安全系数 $S_H = 1$,得

$$[\sigma_{H1}] = K_{HN1}\sigma_{Hlim1}/S_H = 0.92 \times 1000/1 = 920$$
 MPa;

$$[\sigma_{H2}] = K_{HN2}\sigma_{Hlim2}/S_H = 0.96 \times 1000/1 = 960$$
 MPa

因($[\sigma_{H1}]+[\sigma_{H2}]$)/2= 940 MPa < 1.23 $[\sigma_{H1}]$ = 1131.6 MPa,故取 $[\sigma_{H}]$ = 940 MPa



(2) 计算

① 试算小齿轮分度圆直径 d_{1t}

$$d_{1t} \ge \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d \varepsilon_\alpha} \cdot \frac{i \pm 1}{i} \left(\frac{Z_H Z_E}{[\sigma_H]}\right)^2}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{2 \times 1.5 \times 2.2704 \times 10^5}{1 \times 1.641}} \frac{3.15 + 1}{3.15} \left(\frac{2.425 \times 189.8}{940}\right)^2$$

$$=50.797$$
 mm



② 计算圆周速度 v

$$v = \frac{\pi d_{1t} n_1}{60 \times 1000} = \frac{\pi \times 50.797 \times (960/4.15)}{60000} = 0.615 \quad \text{m/s}$$

③ 计算齿宽b

$$b = \phi_{\rm d} d_{1t} = 1 \times 50.797 = 50.797$$
 m/s

④ 计算齿宽与齿高之比 b/h

b/h =
$$\phi_d d_{1t} / 2.25 m_n = \phi_d m_n z_1 / 2.25 m_n = \phi_d z_1 / (2.25 \cos \beta)$$

= $\phi_d z_1 / (2.25 \cos \beta) = 1 \times 26 / (2.25 \cos 15^\circ) = 11.96$

M

⑤ 计算载荷系数 K

根据 v = 0.615 m/s,7级精度,由附图 12.1 查得动载系数 $K_V = 1.04$ 。

由附表 12.2 查得 $K_{\alpha} = 1.2$

由附表 12.1 查得使用系数 $K_A = 1$

 $K_{H\beta}$ 参考附表 12.3 中 6 级精度公式,估计 $K_{H\beta}$ >1.34;

 $K_{H\beta} = 1.0 + 0.31(1 + 0.6\phi_d^2)\phi_d^2 + 0.19 \times 10^{-3}b = 1.508$

取 K_{Hβ}= 1.55

由附图 12.2 查得径向载荷分布系数 $K_{F\beta} = 1.38$

载荷系数 $K = K_A K_v K_\alpha K_{H\beta} = 1.0 \times 1.04 \times 1.0 \times 1.55 = 1.612$



⑥按实际的载荷系数修正分度圆直径

$$d_1 = d_{1t}(K/K_t)^{1/3} = 50.797 \times (1.612/1.5)^{-1/3} = 52.031$$

⑦ 计算模数 m_n

$$m_n = d_1 \cos \beta / z_1 = 52.031 \cos 15^{\circ} / 26 = 1.933$$

3. 按齿根弯曲疲劳强度设计

$$m_n \ge \sqrt[3]{\frac{2KT_1Y_{\beta}\cos^2\beta}{\phi_d\varepsilon_{\alpha}z_1^2} \left(\frac{Y_{F\alpha}Y_{Sa}}{[\sigma_F]}\right)}$$



(1) 确定公式中的各参数

① 载荷系数 K

$$K_A = 1;$$
 $K_V = 1.04;$ $K_{\alpha} = 1;$ $K_{F\beta} = 1.38$
 $K = K_A K_V K_{\alpha} K_{F\beta} = 1 \times 1.04 \times 1 \times 1.38 = 1.435$

② 齿形系数 $Y_{F\alpha}$ 和应力校正系数 Y_{sa} 当量齿数 z_{v1} = $z_1/\cos^3\beta$ = 26/ \cos^315° = 28.8, z_{v2} = $z_2/\cos^3\beta$ = 82/ \cos^315° = 91.0

$$Y_{F\alpha 1} = 2.53, Y_{sa1} = 1.62$$

$$Y_{F\alpha 2} = 2.216, Y_{Sa2} = 1.772$$



③螺旋角影响系数 Y_β

轴面重合度 $ε_{\beta}$ = 0.318 ϕ_{d} z_{1} tan β = 0.318×1×26×tan15°

= 2.215,以
$$ε_β$$
 = 1 得

$$Y_{\beta} = 1 - \epsilon_{\beta} \times \beta/120^{\circ} = 1 - 1 \times 15^{\circ}/120^{\circ} = 0.875$$

④ 许用弯曲应力 $[\sigma_F]$

$$K_{FN1} = 0.86, K_{FN2} = 0.88$$

查附图 12.5 得 σ_{Flim1} = σ_{Flim2} = 500 MPa,取安全系数 S_F = 1.4,则

$$[\sigma_F]_1 = K_{FN1}\sigma_{Flim1}/S_F = 0.86 \times 500/1.4 = 307 \text{ MPa}$$

$$[\sigma_F]_2 = K_{FN2}\sigma_{Flim2}/S_F = 0.88 \times 500/1.4 = 314 \text{ MPa}$$



⑤ 确定 $Y_{Fa}Y_{sa}/[\sigma_F]$

$$Y_{Fa1}Y_{Sa1}/[\sigma_{F1}] = 2.53 \times 1.62/307 = 0.01335$$

$$Y_{Fa2}Y_{Sa2}/[\sigma_{F2}] = 2.22 \times 1.78/314 = 0.01258$$

以 $Y_{Fa1}Y_{Sa1}/[\sigma_{F1}]$ 代入公式计算

(2) 计算模数 m

$$m_n \ge \sqrt[3]{\frac{2KT_1Y_{\beta}\cos^2\beta}{\phi_d\varepsilon_{\alpha}z_1^2}\left(\frac{Y_{F\alpha}Y_{Sa}}{[\sigma_F]}\right)}$$

$$=\sqrt[3]{\frac{2\times1.435\times2.2704\times10^5\times0.875\times\cos^215^\circ\times0.01335}{1\times26^2\times1.641}}=1.852$$

按接触疲劳强度计算 $m_n = 1.933$

比较两种强度的计算结果,确定模数为 m_n= 2 148



4. 几何尺寸计算

- (1) 中心距: $a=m_n(z_1+z_2)/(2\cos\beta)=2\times(26+82)/(2\cos15^\circ)$ = 111.8,取 a=112
- (2) 修正螺旋角: $\beta = \cos^{-1}[m_n(z_1+z_2)/(2a)] = \cos^{-1}[2\times(26+82)/(2\times112)] = 15.35888^\circ = 15^\circ21'32''$

(3) 分度圆直径:

$$d_1 = m_n z_1/\cos\beta = 2 \times 26/\cos 15^{\circ}21'32'' = 53.926 \text{ mm}$$

 $d_2 = m_n z_2/\cos\beta = 2 \times 82/\cos 15^{\circ}21'32'' = 170.074 \text{ mm}$



(4) 齿宽

$$b = \phi_d d_1 = 1 \times 53.926 = 53.926$$
 mm

$$\mathbb{R}$$
 $B_2 = 55 \text{ mm}$, $B_1 = B_2 + 5 = 60 \text{ mm}$

与例题 8.1 采用直齿轮传动相比较,可见由于斜齿轮传动承载能力较大,其几何尺寸较小。



8.1.5 标准锥齿轮传动的强度计算

锥齿轮用于传递两相交轴之间的运动和动力,有直齿、斜齿、曲线齿之分。两轴交角 Σ 可为任意角度,最常用的是 90°。

下面介绍应用最多的两轴交角 $\Sigma = 90^{\circ}$ 的直齿锥齿轮传动的强度计算。

锥齿轮沿着齿宽方向的齿廓大小不同。距锥顶(两轴交点)越远,齿廓越大。因齿廓大小是变化的,故其强度计算比较复杂。一般采用简化的计算方法:将一对直齿锥齿轮传动看作齿宽中点处一对当量直齿圆柱齿轮传动来计算,这样就可直接利用前述直齿圆柱齿轮传动的强度公式。



国家标准规定锥齿轮大端参数(如大端模数 m)为标准值,故强度公式中的几何参数应为大端参数。这样,在推导强度公式之前,就必须解决如下三种几何参数的换算关系:

链齿轮大端参数 链齿轮齿宽中点处参数 当量直齿圆柱齿轮参数

三者关系?

大端分度圆直径 d

如 平均分度圆直径 d_m

当量直齿圆柱齿轮分度圆直径 d_v

三者关系?



1. 几何计算

如图 8.18 所示, $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$, δ_1 、 δ_2 分别为两锥

齿轮的锥角。

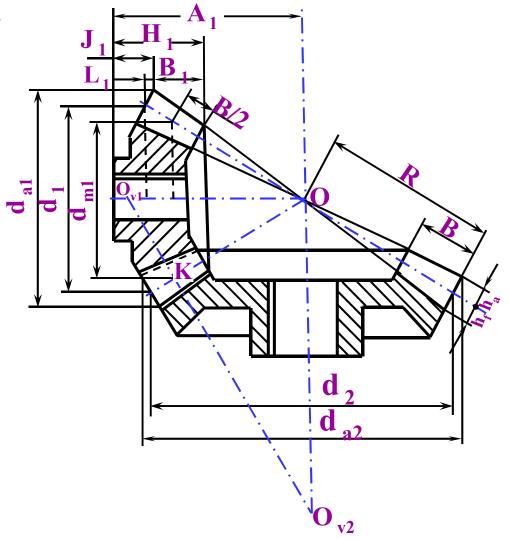


图8.18 直齿圆锥齿轮传动的几何参数



$$R = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2} = \frac{d_1\sqrt{\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 + 1}}{2} = \frac{d_1\sqrt{i^2 + 1}}{2}$$
 (a)

$$\tan \delta_1 = \frac{d_1/2}{d_2/2} = \frac{z_1}{z_2} = \frac{1}{i}, \quad \cos \delta_1 = \frac{i}{\sqrt{i^2 + 1}}$$
(b)

$$\tan \delta_2 = \frac{d_2/2}{d_1/2} = \frac{z_2}{z_1} = i \quad \cos \delta_2 = \frac{1}{\sqrt{i^2 + 1}}$$
(c)

$$d_{v1} = \frac{d_{m1}}{\cos \delta_1} = d_{m1} \frac{\sqrt{i^2 + 1}}{i} \quad , \quad d_{v2} = d_{m2} \sqrt{i^2 + 1} \quad (\mathbf{d})$$



$$\frac{d_{m1}}{d_1} = \frac{d_{m2}}{d_2} = \frac{R - 0.5b}{R} = 1 - \frac{0.5b}{R}$$
 (e)

式中, b —— 齿宽; R —— 锥距。

 $\phi_R = b/R$, ϕ_R 称为锥齿轮的齿宽系数,一般取 $\phi_R = 0.25 \sim 0.35$,最常用的值为 $\phi_R = 1/3$,则

$$d_{m1} = d_1(1 - 0.5\phi_R)$$
, $d_{m2} = d_2(1 - 0.5\phi_R)$ (f)

由(f)式得

$$\frac{d_{m1}}{z_1} = \frac{d_1(1 - 0.5\phi_R)}{z_1}$$

$$m_{\rm m} = m(1 - 0.5\phi_{\rm R})$$
 (g)



当量直齿圆柱齿轮的模数 \mathbf{m}_{v} = \mathbf{m}_{m} = $\mathbf{m}(1-0.5\phi_{R})$,当量齿轮的齿数

$$z_{v1} = \frac{d_{v1}}{m_v} = \frac{d_{m1}/\cos\delta_1}{m_m} = \frac{m_m z_1/\cos\delta_1}{m_m} = z_1/\cos\delta_1$$

同理

$$\mathbf{z}_{\mathbf{v}2} = \mathbf{z}_2 / \cos \delta_2 \tag{h}$$

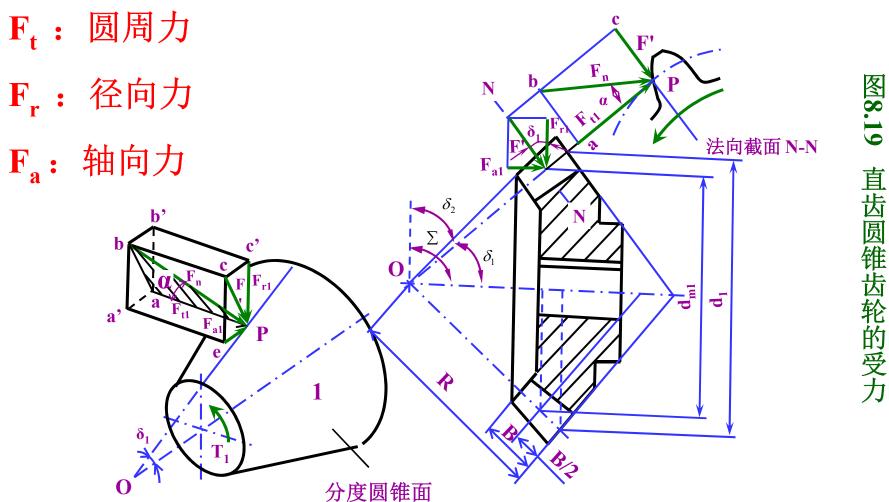
当量齿轮的齿数比

$$i_{v} = \frac{z_{v2}}{z_{v1}} = \frac{z_{2}\cos\delta_{1}}{z_{1}\cos\delta_{2}} = \frac{z_{2}}{z_{1}}\tan\delta_{2} = i^{2}$$
 (i)





直齿圆锥齿轮所受的法向力作用在平均分度圆上,Fn作用在 Pabc 平面内



各力大小:

$$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_{m1}} = F_{t2}$$

$$F' = F_{t1} \tan \alpha$$

$$F_{r1} = F'\cos\delta_1 = F_{t1}\tan\alpha\cos\delta_1 = F_{a2} \qquad (8.15)$$

$$F_{a1} = F'\sin \delta_1 = F_{t1} \tan \alpha \sin \delta_1 = F_{r2}$$

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha}$$

各力方向:

圆周力 F_{i} : 主反从同

径向力 F_r : 指向轮心

轴向力:由小端指向大端

主动轮与从动轮各力关系可用下式表示:

$$F_{t2} = -F_{t1}; F_{r2} = -F_{a1}; F_{a2} = -F_{r1}$$

为方便分析,常用受力简图的平面图表示方法。

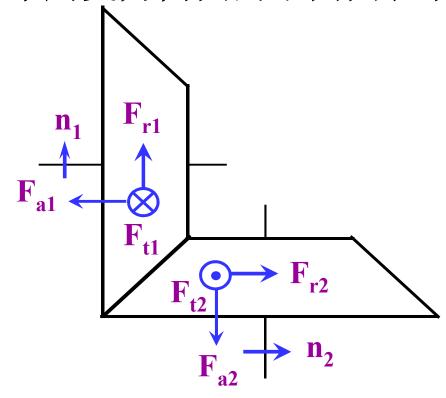


图8.20 圆锥齿轮受力简图



3. 齿面接触疲劳强度

推导接触疲劳强度公式可以从基本公式 $\sigma_H = \sqrt{P_{ca}/\rho_{\Sigma}}Z_E \leq [\sigma_H]$ 开始,确定式中各值。或者直接套 用直齿圆柱齿轮传动的公式(8.5),因是当量直齿轮, 把公式中 $\mathbf{d_1}$ 、 \mathbf{i} 分别用 $\mathbf{d_{v1}}$ 、 \mathbf{i} 。替换,则成为:

$$\sigma_{H} = Z_{E} Z_{H} \sqrt{\frac{KF_{t}}{bd_{v1}}} \frac{i_{v} + 1}{i_{v}} \leq [\sigma_{H}]$$

用

$$F_{t} = \frac{2T_{1}}{d_{m1}} = \frac{2T_{1}}{d_{1}(1 - 0.5\phi_{R})}$$



$$b = \phi_R R = \frac{\phi_R d_1 \sqrt{i^2 + 1}}{2}$$

$$d_{v1} = \frac{d_{m1}\sqrt{i^2 + 1}}{i} = \frac{d_1\sqrt{i^2 + 1}}{i}(1 - 0.5\phi_R)$$

$$i_v = i^2$$

代入上式,可得

$$\sigma_{H} = Z_{E} Z_{H} \sqrt{\frac{4KT_{1}}{\phi_{R} (1 - 0.5\phi_{R})^{2} d_{1}^{3} i}} \leq [\sigma_{H}]$$



对 $\alpha=20^{\circ}$ 的直齿圆锥齿轮, $Z_{H}=2.5$,由上式得圆锥齿轮的接触疲劳强度校核公式为

$$\sigma_{H} = 5Z_{E} \sqrt{\frac{KT_{1}}{\phi_{R} (1 - 0.5\phi_{R})^{2} d_{1}^{3} i}} \leq [\sigma_{H}]$$
 (8.16)

接触疲劳强度设计公式为

$$d_1 \ge 2.92\sqrt[3]{\frac{KT_1}{\phi_R (1 - 0.5\phi_R)^2 i} \left(\frac{Z_E}{[\sigma_H]}\right)^2}$$
 (8.17)



4. 齿根弯曲疲劳强度

同上述处理方法,直接套用公式(8.7),用 m_v = m_m = m (1-0.5 ϕ_R) 替换式中的 m,齿根弯曲疲劳强度校

核公式

$$\sigma_F = \frac{KF_t}{bm(1 - 0.5\phi_R)} Y_{F\alpha} Y_{Sa} \le [\sigma_F]$$
 (8.18)

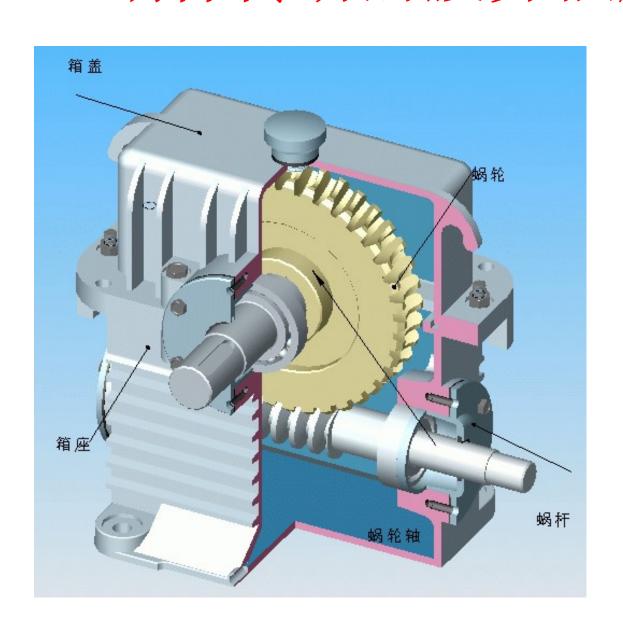
齿根弯曲疲劳强度设计公式

$$m \ge \sqrt[3]{\frac{4KT_1}{\phi_R (1 - 0.5\phi_R)^2 z_1^2 \sqrt{i^2 + 1}} \left[\frac{Y_{F\alpha} Y_{sa}}{[\sigma_F]} \right]}$$
 (8.19)

式中, $Y_{F\alpha}$, Y_{sa} 按 $z_v = z/\cos\delta$ 查附表12.6;

K — 载荷系数, $K = K_A K_v K_\alpha K_\beta K_A$ 查附表12.1; K_v 按 v_m 查 附图12.1中低一级的精度线; K_α 取1; K_β 按附表12.9查取。

8.2 蜗杆传动的疲劳强度设计







8.2.1 蜗杆传动的失效形式

1. 失效形式

蜗杆传动的主要失效形式有:点蚀(齿面接触疲劳破坏)、齿根折断(轮齿弯曲疲劳)、齿面胶合及过度磨损等。

由于材料和结构上的原因,蜗杆螺旋齿部分的强度总是高于蜗轮轮齿的强度,所以失效经常发生 在蜗轮轮齿上。因此,一般只对蜗轮轮齿进行承载 能力计算。



(1) 点蚀 在闭式传动中,多因齿面胶合或点蚀而失效。因此,通常是按齿面接触疲劳强度进行设计,而按齿根弯曲疲劳强度进行校核。

(2) 折断 而在开式传动中,多发生轮齿折断或齿面磨损,因此应以保证齿根弯曲疲劳强度作为开式传动的主要设计准则。



- (3) 胶合 由于蜗杆与蜗轮齿面间有较大的相对滑动,从而增加了产生胶合和磨损失效的可能性,因此,蜗杆传动的承载能力往往受到抗胶合能力的限制。尤其在润滑不良等条件下,蜗杆传动因齿面胶合而失效的可能性更大。在闭式传动中,由于散热较为困难,通常应作热平衡核算。
- (4)磨损 由上述蜗杆传动的失效形式可知,蜗杆、蜗轮的材料不仅要求具有足够的强度,更重要的是要具有良好的磨合和耐磨性能。因此,必须选用适当的材料。



2. 蜗杆、蜗轮的材料

蜗杆一般是用碳钢或合金钢制成。高速重载蜗杆常用15Cr或20Cr,并经渗碳淬火;也可用40、45号钢或40Cr并经淬火。这样可以提高表面硬度,增加耐磨性。通常要求蜗杆淬火后的硬度为40~55 HRC,经氮化处理后的硬度为55~62 HRC。一般不太重要的低速中载的蜗杆,可采用40或45号钢,并经调质处理,其硬度为220~300 HBS。

M

常用的蜗轮材料为铸造锡青铜(ZCuSn10P1,ZCuSn5Pb5Zn5)、铸造铝铁青铜(ZCuAll0Fe3)及灰铸铁(HT150、HT200)等。锡青铜耐磨性最好,但价格较高,用于滑动速度 v_s >3m/s 的重要传动;铝铁青铜的耐磨性较锡青铜差一些,但价格便宜,一般用于滑动速度 v_s <4m/s 的传动;如果滑动速度不高(v_s <2m/s),对效率要求也不高时,可采用灰铸铁。为了防止变形,常对蜗轮进行时效处理。



8.2.2 蜗杆传动的疲劳强度设计

1. 作用力分析

蜗杆传动的受力分析和斜齿圆柱齿轮传动相似。 在进行蜗杆传动的受力分析时,通常不考虑摩擦力的 影响。



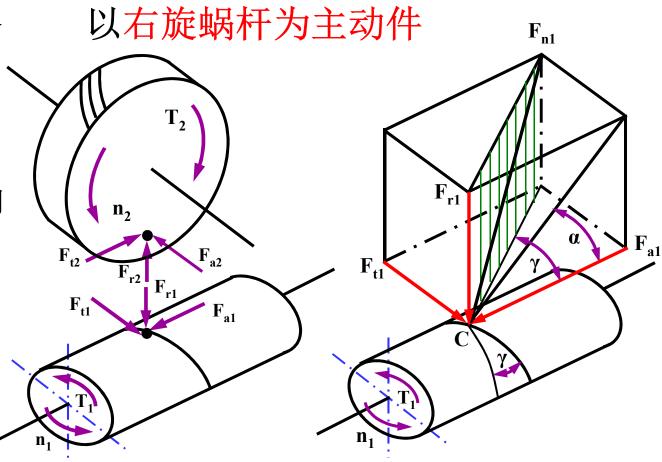
各力的方向

齿面上的法向力 F_n 可分解为三个相互垂直的分力:

圆周力 F_t : 主反从同

径向力 F_r : 指向轮心

 $轴向力F_a$: 左右手定则



注意:蜗杆、蜗轮的旋向相同



当不计摩擦力的影响时,各力的大小可按下列各式计算:

$$F_{t1} = F_{a2} = \frac{2T_1}{d_1}$$

$$F_{a1} = F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2}$$

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \tan \alpha$$

$$F_n = \frac{F_{a1}}{\cos \alpha_n \cos \gamma} = \frac{F_{t2}}{\cos \alpha_n \cos \gamma} = \frac{2T_2}{d_2 \cos \alpha_n \cos \gamma}$$

式中, T_1 、 T_2 — 蜗杆及蜗轮上的公称转矩; d_1 、 d_2 — 蜗杆及蜗轮的分度圆直径。



蜗杆传动的失效形式和设计准则

失效形式 (发生在蜗轮上)		设计准则
闭式传动	轮齿齿 面点蚀 和胶合	控制点蚀和胶合: 齿面接触强度条件 $\sigma_H \leq [\sigma_H]$ 控制折断 $(Z_2 > 80)$: 轮齿弯曲强度条件 $\sigma_F \leq [\sigma_F]$ 控制温升: 热平衡计算
开式 传动	轮齿 折断	控制折断:轮齿弯曲强度条件 $\sigma_F \leq [\sigma_F]$

蜗杆属于细长杆件,如果蜗杆受力后产生较大弯曲变形要是控制轴的变形



2. 应力计算与强度设计

(1) 蜗轮齿面接触应力计算与疲劳强度设计

蜗轮齿面接触应力采用 Hertz 公式计算。接触应力为

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{KF_n}{L_0 \rho_{\Sigma}}}$$
 (8.21)

式中, F_n —— 啮合齿面上的法向载荷;

 L_0 ——接触线总长;

K —— 载荷系数;

 ρ_{Σ} ——接触点的当量曲率半径;

 Z_E — 材料的弹性影响系数,各种不同材料配对的 Z_E 按 附表5.4查取。



将以上公式中的法向载荷 F_n 换算成蜗轮分度圆直 Cd_2 与蜗轮转矩 T_2 的表达式,再将 d_2 、 L_0 、 ρ_Σ 等换 算成中心距 a 的函数后,即得蜗轮齿面接触疲劳强度 的校核公式为

$$\sigma_H = Z_E Z_\rho \sqrt{KT_2/a^3} \le [\sigma_H] \tag{8.22}$$

式中, Z_{ρ} — 蜗杆传动的接触线长度和曲率半径对接触强度的影响系数,从附图5-1中查取;

 $[\sigma_H]$ — 蜗轮齿面的许用应力。

K — 载荷系数,按下式计算



$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{\mathbf{A}} \mathbf{K}_{\mathbf{\beta}} \mathbf{K}_{\mathbf{v}} \tag{8.23}$$

其中, K_{Λ} ——使用系数,

 K_{B} —— 齿向载荷分布系数,

 K_v — 动载系数,它们的取值见附表5.5。

当蜗轮材料为灰铸铁或高强度青铜($\sigma_B \geq 300 MPa$)时,蜗杆传动的承载能力主要取决于齿面胶合强度。

但因目前尚无完善的胶合强度计算公式,故采用接触强度计算代替。

由于胶合不属于疲劳失效, $[\sigma_H]$ 的值与应力循环次数 N 无关,因而可直接从附表5.6中查出许用接触应力 $[\sigma_H]$ 的值。



若蜗轮材料为强度极限 σ_{HB} <300 MPa 的锡青铜,因蜗轮主要为接触疲劳失效,故应先从附表 5.7 中查出蜗轮的基本许用接触应力 $[\sigma_{H}]$, 按 $[\sigma_{H}]$ = $K_{HN}[\sigma_{H}]$, 算出许用接触应力的值。这里, K_{HN} 为接触强度的寿命系数,按下式计算

$$K_{HN} = \sqrt[8]{10^7 / N}$$

式中,应力循环次数 $N = 60 jn_2 L_h$,此处 n_2 为蜗轮转速,r/min; $L_h - T$ 作寿命,h;

j —— 蜗轮每转一转,每个轮齿啮合的次数。



从式(**8.22**)中可得到按蜗轮接触疲劳强度条件的设计公式为

$$a \ge \sqrt[3]{KT_2 \left(\frac{Z_E Z_\rho}{[\sigma_H]}\right)^2} \tag{8.24}$$

从上式算出蜗杆传动的中心距 a 后,从附表5.1中选择一合适的 a 值,以及相应的蜗杆、蜗轮的参数。

小结:蜗轮齿面接触疲劳强度

利用赫兹公式、考虑蜗杆传动特点

校核公式

$$\sigma_{H} = Z_{E}Z_{\rho}\sqrt{KT_{2}/a^{3}} \leq [\sigma_{H}]$$

设计公式
$$a \ge \sqrt[3]{KT_2\left(\frac{Z_E Z_\rho}{[\sigma_H]}\right)^2}$$



(2) 蜗轮齿根弯曲应力计算与疲劳强度设计

蜗轮轮齿因弯曲强度不足而失效的情况,多发生在蜗轮齿数较多(如 $z_2>90$ 时)或开式传动中。因此,对闭式蜗杆传动通常只作弯曲强度的校核,但这种计算是必须进行的。

由于蜗轮轮齿的齿形比较复杂,要精确计算齿根的弯曲应力是比较难的,通常是把蜗轮近似地当做斜齿圆柱齿轮来考虑,用齿根弯曲疲劳强度计算。从而得蜗轮齿根的弯曲应力为

$$\sigma_F = \frac{KF_{t2}}{\hat{b}_2 m_n} Y_{F\alpha 2} Y_{Sa2} Y_{\varepsilon} Y_{\beta}$$
 (8.25)



式中, $\hat{b_2}$ ——蜗轮轮齿弧长, $\hat{b_2} = \frac{\pi d_1 \theta}{360^\circ \cos \gamma}$,其中 θ 为蜗轮齿宽角;

m_n — 法向模数,m_n= mcosγ,mm;

 $Y_{F\alpha 2}$ — 蜗轮齿形系数,可由蜗轮的当量齿数 $z_{v2} = z_2/\cos^3 \gamma$ 及蜗轮的变位系数 x_2 从附图 5.2 中查得;

 Y_{Sa2} —— 齿根应力校正系数,放在 $[\sigma_F]$ 中考虑;

 $Y_ε$ — 弯曲疲劳强度的重合度系数,取 $Y_ε$ = 0.667;

$$Y_{\beta}$$
 —— 螺旋角影响系数, $Y_{\beta} = 1 - \frac{\gamma}{120^{\circ}}$ 。



将以上参数代入上式,并将圆周力 F_{t2} 由转矩 T_2 和轴径 d,代替,得校核公式

$$\sigma_F = \frac{1.53KT_2}{d_1 d_2 m \cos \gamma} Y_{F\alpha 2} Y_{\beta} \le [\sigma_F]$$
 (8.26)

式中, $[\sigma_F]$ — 蜗轮的许用弯曲应力, $[\sigma_F] = K_{FN}[\sigma_F]$ ',其中 $[\sigma_F]$ '为计入齿根应力校正系数 $Y_{S\alpha 2}$ 后,蜗轮的弯 曲基本许用应力,由附表 5.7 中选取;

$$\mathbf{K}_{FN}$$
 —— 寿命系数, $K_{FN} = \sqrt[9]{\frac{10^6}{N}}$ 其中应力循环次数 N 的计算与接触疲劳时的做法相同。



式(8.26)为蜗轮弯曲疲劳强度的校核公式,经整理后可得蜗轮轮齿按弯曲疲劳强度条件的设计公式为

$$m^2 d_1 \ge \frac{1.53KT_2}{z_2 \cos \gamma [\sigma_F]} Y_{F\alpha 2} Y_{\beta}$$
 (8.27)

计算出 m²d₁ 后,从附表5.1查出相应的参数值。

小结:蜗轮齿面弯曲疲劳强度

借用斜齿轮弯曲强度公式、考虑蜗杆传动特点

校核公式

$$\sigma_F = \frac{1.53KT_2}{d_1 d_2 m \cos \gamma} Y_{F\alpha 2} Y_{\beta} \le [\sigma_F]$$

设计公式

$$m^2 d_1 \ge \frac{1.53KT_2}{z_2 \cos \gamma [\sigma_F]} Y_{F\alpha 2} Y_{\beta}$$

计出值 m^2d_1 、按表选准值m和 d_1



(3) 蜗杆的刚度设计

由于蜗杆属于细长杆件,如果蜗杆受力后产生较大弯曲变形,就可能造成轮齿上的载荷分配不均,从而影响蜗杆与蜗轮的正确啮合。因此,蜗杆必要时还须进行刚度校核。

校核时,通常是把蜗杆螺旋部分看作以蜗杆齿根圆直径为直径的轴段,其最大挠度y可按下式作近似计算,并要求刚度满足如下条件:

$$y = \frac{\sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2}}{48EI} L^{3} \le [y]$$
 (8.28)



- 式中, F_{tl} —— 蜗杆所受的圆周力; F_{rl} —— 蜗杆所受的径向力;
 - E 蜗杆材料的弹性模量;
 - I 蜗杆危险截面的惯性矩, $I = \frac{\pi d_{f1}^4}{64}$ (其中 $\mathbf{d_{f1}}$ 为蜗杆齿根圆直径);
 - L'——蜗杆两端支承间的跨距,视具体结构要求而定,初步计算时可取 L'= $0.9 d_2$, d_2 为蜗轮分度圆直径;
 - [y] —— 许用最大挠度, $[y] = \frac{d_1}{1000}$,这里 $\mathbf{d_l}$ 为蜗杆分度圆直径。