

第5章 机械零件中的载荷、静应力和变形

- 5.1 机械零件的载荷
- 5.2 机械零件的应力
- 5.3 机械零件的变形



5.1 机械零件的载荷

5.1.1 载荷的简化和力学模型

如图a所示的滑轮轴，轴两端用滑动轴承支承。

图b所示钢丝绳受力使轴发生弯曲变形。

载荷在轮毂和轴承间的轴段呈曲线状分布，如图c所示。

通常可将载荷简化为直线分布，如图d所示，使计算得到简化。

进一步可将载荷简化为集中力，轴简化为一直线，即得如图e所示的力学模型

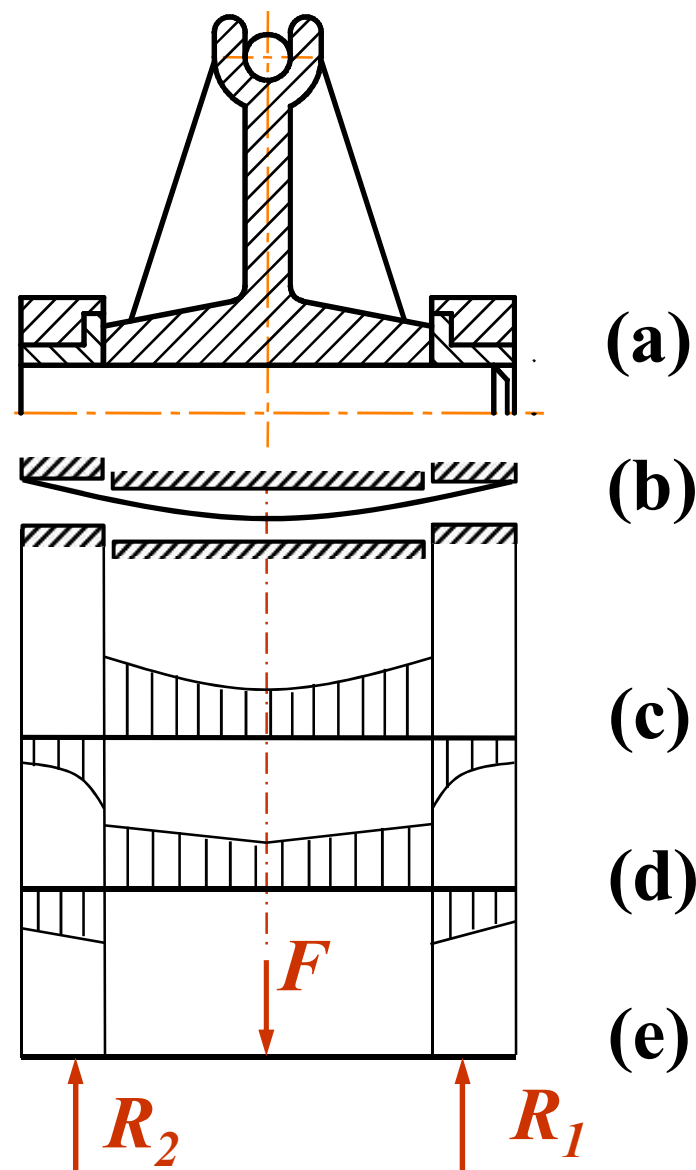


图5.1 轴受载的力学模型 ²



5.1.2 载荷的分类

1.静载荷和变载荷

载荷可根据其性质分为静载荷和变载荷。


静载荷:载荷的大小或方向不随时间变化或变化极缓慢

变载荷:载荷的大小或方向随时间有明显的变化

2.工作载荷、名义载荷和计算载荷

在机械设计计算中，载荷又有工作载荷、名义载荷和计算载荷之分。

工作载荷: 是机械正常工作时所受的实际载荷。



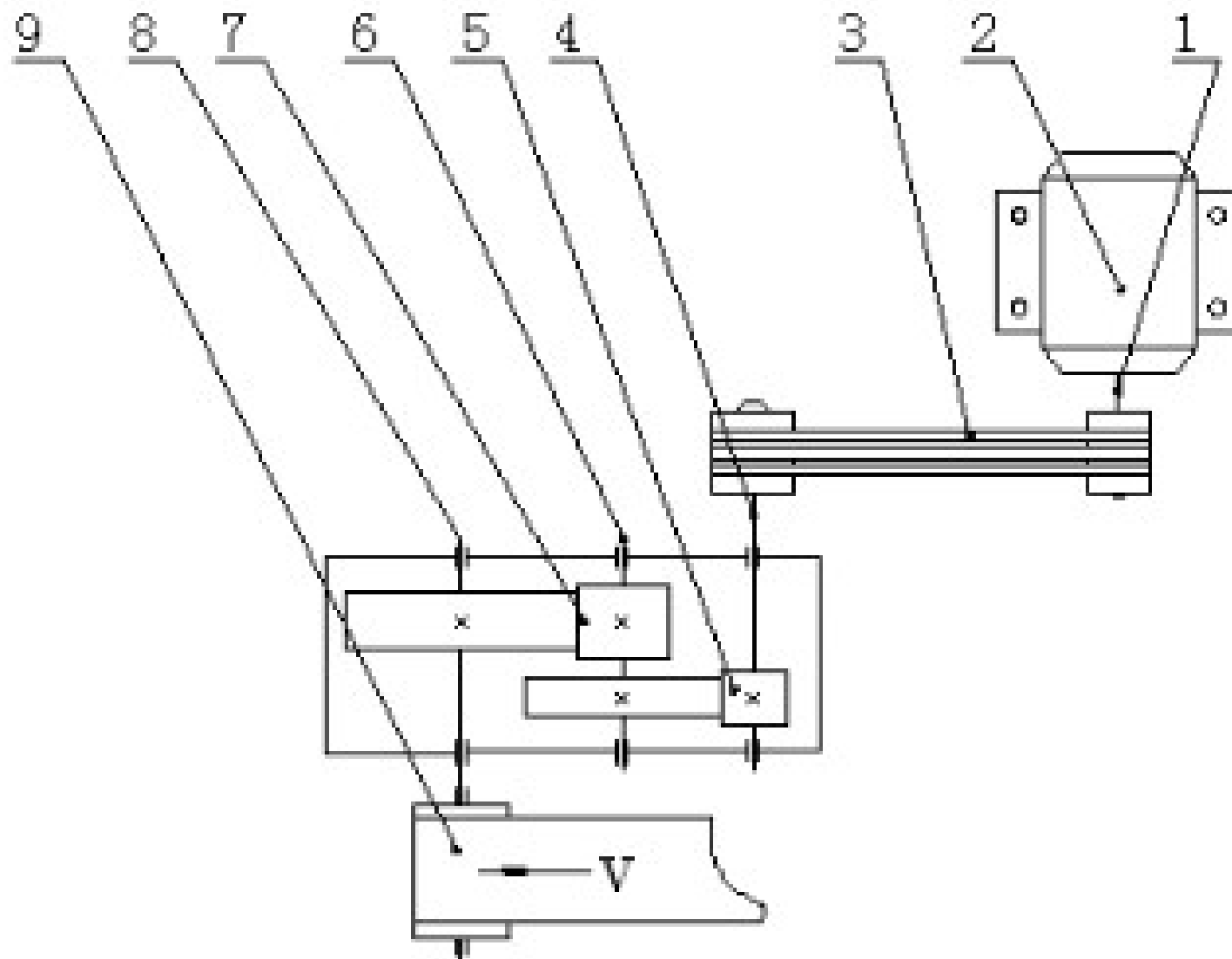
名义载荷：缺乏工作载荷的载荷谱，或难于确定工作载荷时，常用原动机的额定功率，或根据机器在稳定和理想工作条件下的工作阻力求出的作用在零件上的载荷。


用 F 和 T 分别表示力和转矩。若原动机的额定功率为 P (kW)、额定转速为 n (rpm) 时，传动零件上的**名义转矩 $T(\text{N}\cdot\text{m})$** 为

$$T = 9550 \frac{P}{n} \eta i \quad \text{N}\cdot\text{m} \quad (5.1)$$

式中： i — 由原动机到所计算零件之间的总传动比；

η — 由原动机到所计算零件之间传动链的总效率。





为了安全起见，计算用的载荷值应考虑零件在工作中受到的各种附加载荷，如由机械振动、工作阻力变动、载荷在零件上分布不均匀等因素引起的附加载荷。这些附加载荷可通过动力学分析或实测确定。如果缺乏这方面的资料，可用一个载荷系数 K 对名义载荷进行修正。

计算载荷 F_{ca} （力）或 T_{ca} （力矩）为载荷系数 K 与名义载荷的乘积，即：

$$\begin{aligned} F_{ca} &= KF \\ T_{ca} &= KT \end{aligned} \quad (5.2)$$

机械零件设计时常按计算载荷进行计算。

5.2 机械零件的应力

应力也可按其随时间变化的情况分为静应力和变应力。

静应力:不随时间而变化的应力

变应力:随时间不断变化的应力

受静载荷作用的零件也可以产生变应力

图5.1所示的滑轮轴，载荷不随时间变化，是静载荷。当轴不转动而滑轮转动时，轴所受的弯曲应力为静应力；但是，当轴与滑轮固定联接（例如用键联接）并随滑轮一起转动时，轴的弯曲应力则为变应力。因此，应力与载荷的性质并不全是对应的。当然变载荷必然产生变应力。



5.2.1 应力计算

机械零件工作时,在载荷作用下,零件内部和表面会产生应力。根据载荷作用的方式不同产生的应力包括拉伸、压缩、剪切、挤压、扭转、弯曲和接触应力。

1.拉伸: 图5.2为拉杆连接, 图5.2a为各部分的尺寸和受力情况。当连接杆受实线箭头拉力 F 作用时, 杆内将产生拉应力 σ , 其值为

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (5.3)$$

式中: A 为杆的截面面积, $A = \pi D^2/4$ 。

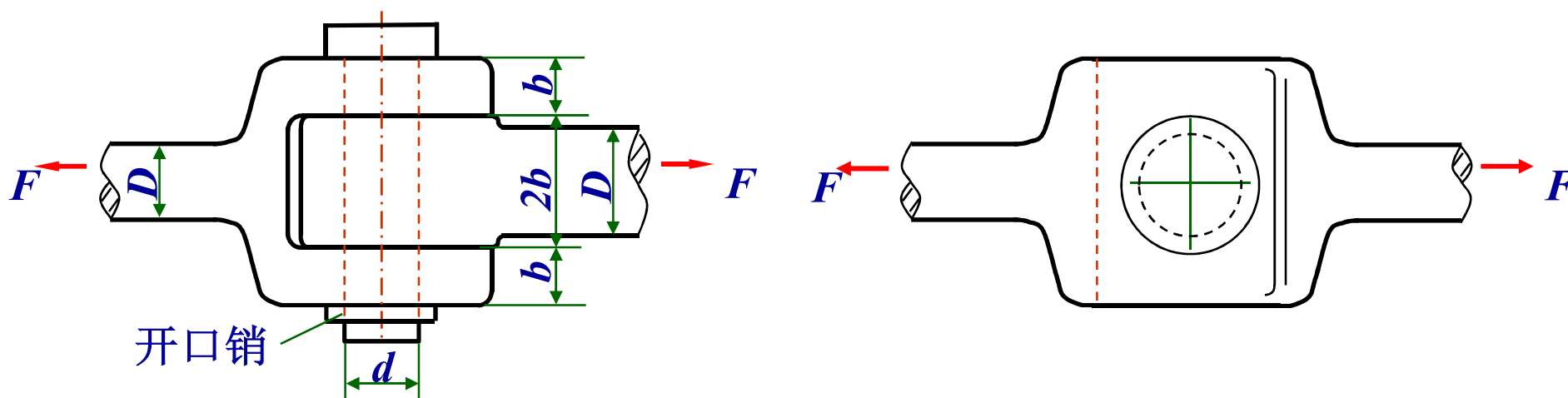


图5.2 (a) 拉杆连接

2.压缩:图5.2的杆连接受虚线箭头压力 F 作用时两连接杆将受压应力 σ_c , 其值为

$$\sigma_c = \frac{F}{A} \quad (5-4)$$

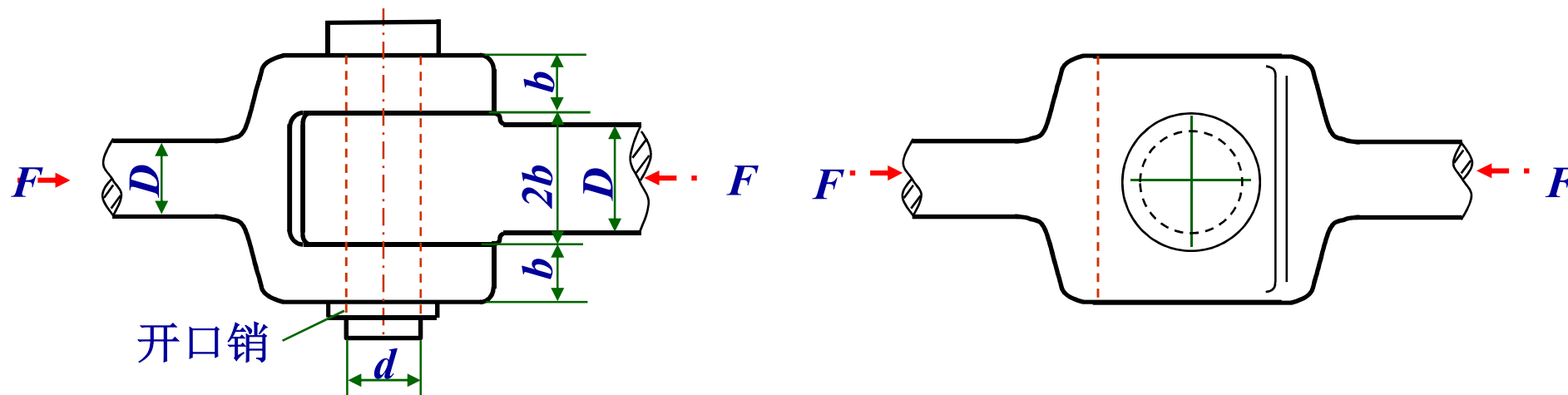


图5.2 (a) 拉杆连接

3.剪切:如图b所示, 在受拉力 F 作用下, 销钉的截面①、两杆的截面②和③均受到剪切。通常假定剪应力是均匀分布的, 则这些剪切面上的**剪应力 τ** 为

$$\tau = \frac{F}{A} \quad (3-5)$$

式中: A 为各个零件本身受剪切面积之和, 如销钉 $A=2\pi d^2/4$; 杆接头 $A=4cb$ 。

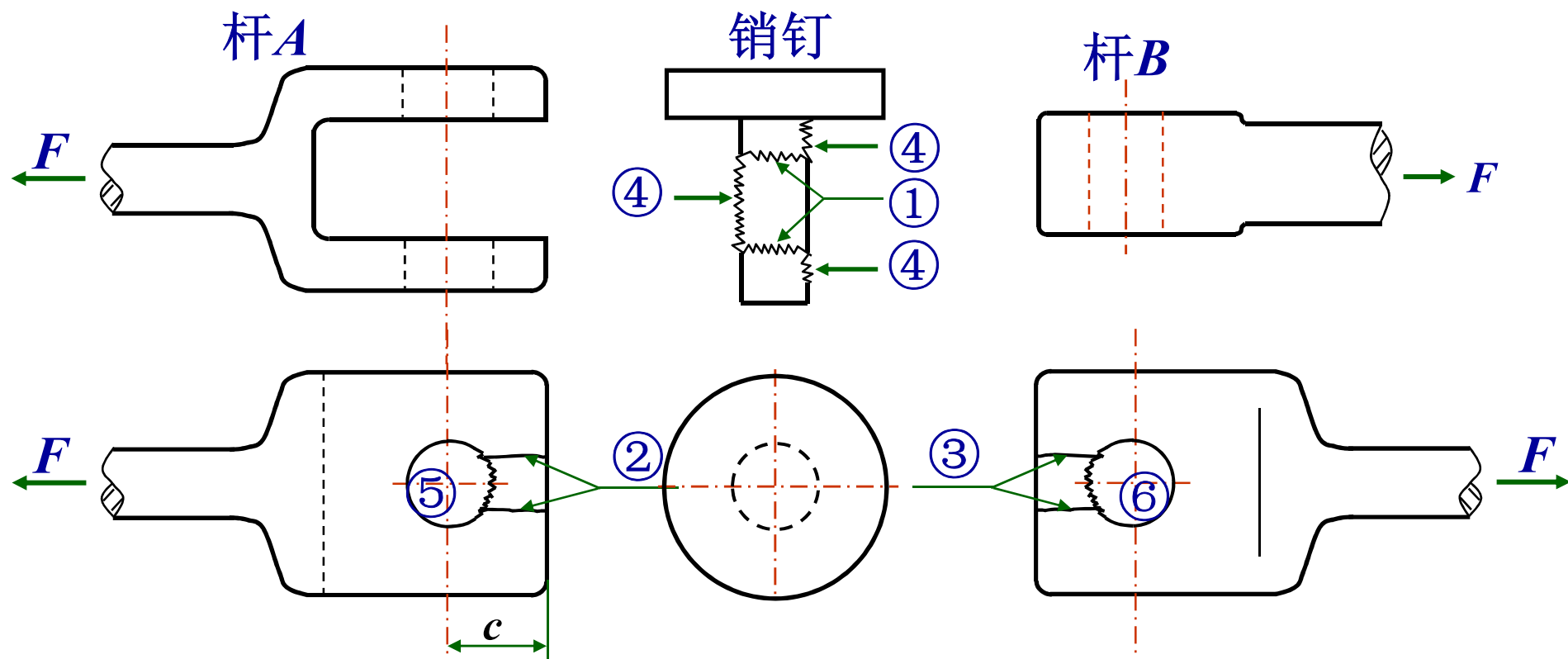
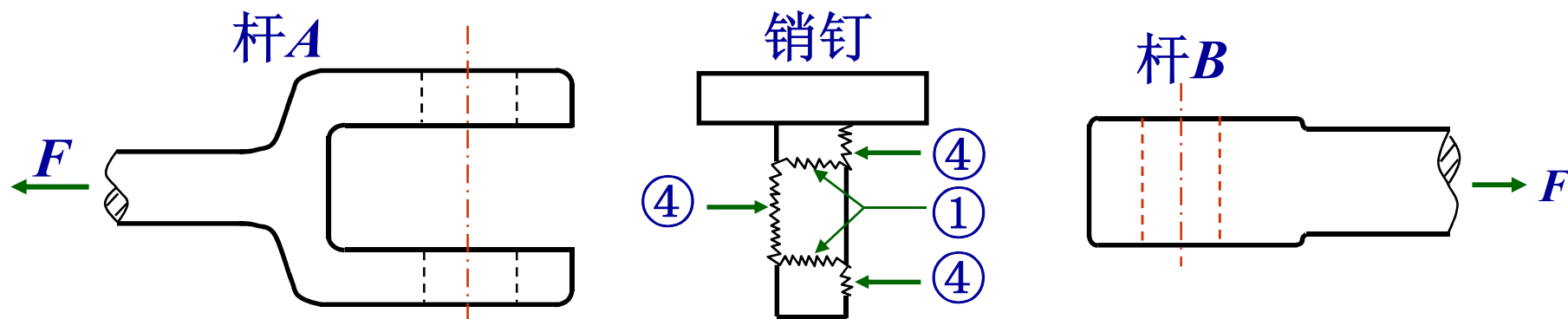


图5.2 (b) 拉杆连接各零件受剪切和挤压部位

4.挤压:如图b所示,在销钉和杆的钉孔互相接触压紧的表面④、⑤、⑥处受到挤压的作用。



图c所示为杆A钉孔受挤压的情况。

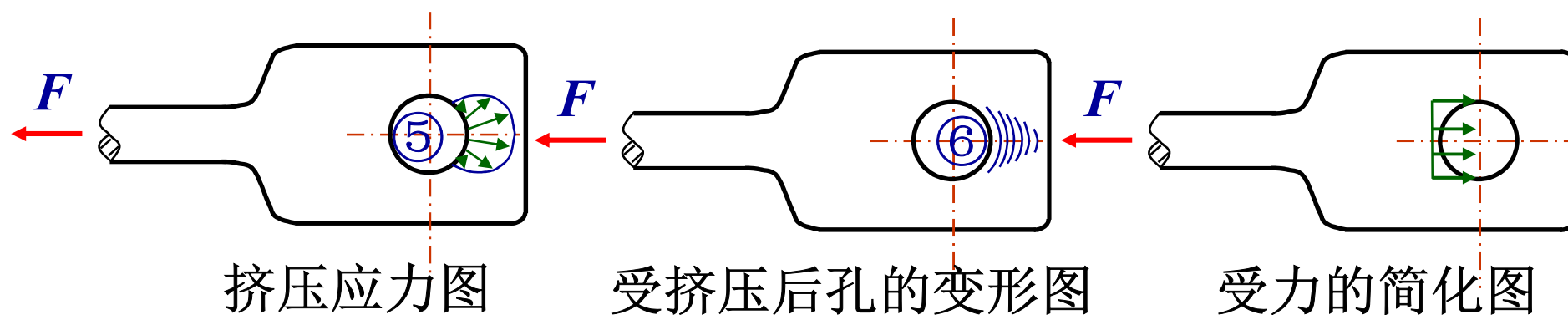
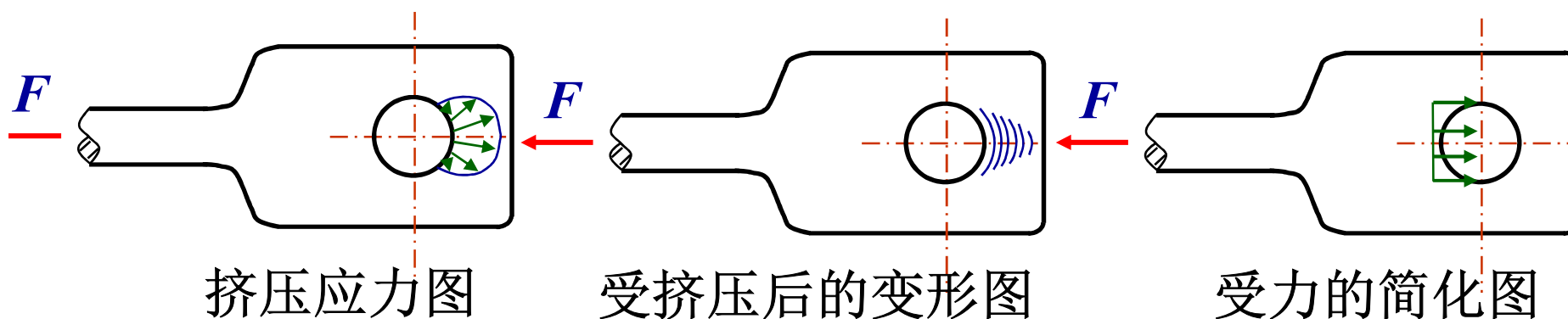



图5.2 (c) 杆A受挤压的情况



挤压问题的条件性计算:假定挤压应力是均匀分布在钉孔的有效挤压面上,有效挤压面积就是实际受挤压面积在钉孔直径上的**投影面积** $A'=2bd$ 。钉孔表面的**挤压应力**为

$$\sigma_p = \frac{F}{A'}$$



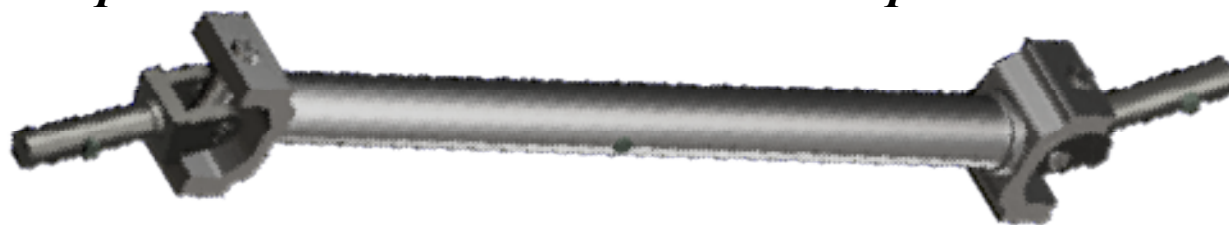
接触表面之间有相对滑动时，常常用单位面积上的压力来控制磨损。这种压力称为压应力，例如滑动轴承的轴颈和轴瓦间的情况。压应力一般用 p 表示，其值为

$$p = \frac{F}{A'}$$

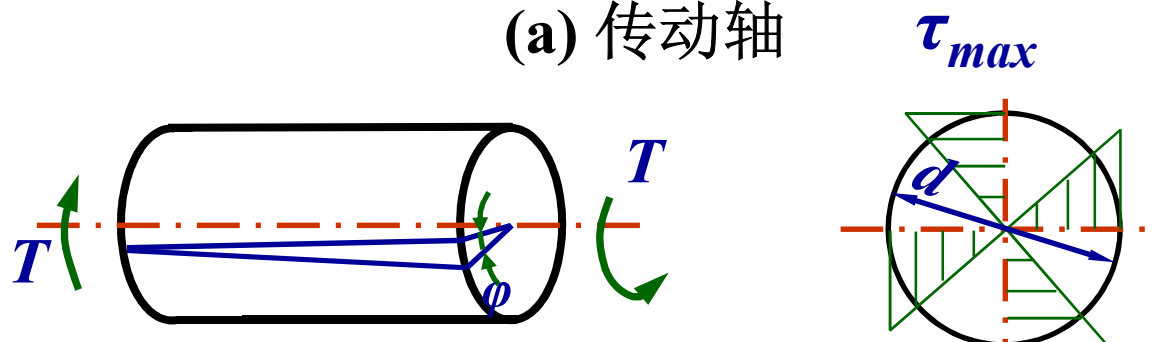
5.扭转 当受到转矩 T 作用时，轴受扭转，扭转剪应力是不均匀分布的（图5.3b）圆轴截面的**扭转剪应力**最大值为

$$\tau = \frac{T}{W_T} \quad (5.8)$$

式中： W_T —抗扭截面系数，圆截面 $W_T = \pi d^3 / 16 \approx 0.2d^3$ 。



(a) 传动轴



(b) 轴的扭转剪应力

图5.3 传动轴的扭转

6.弯曲

车轮轴的受力情况

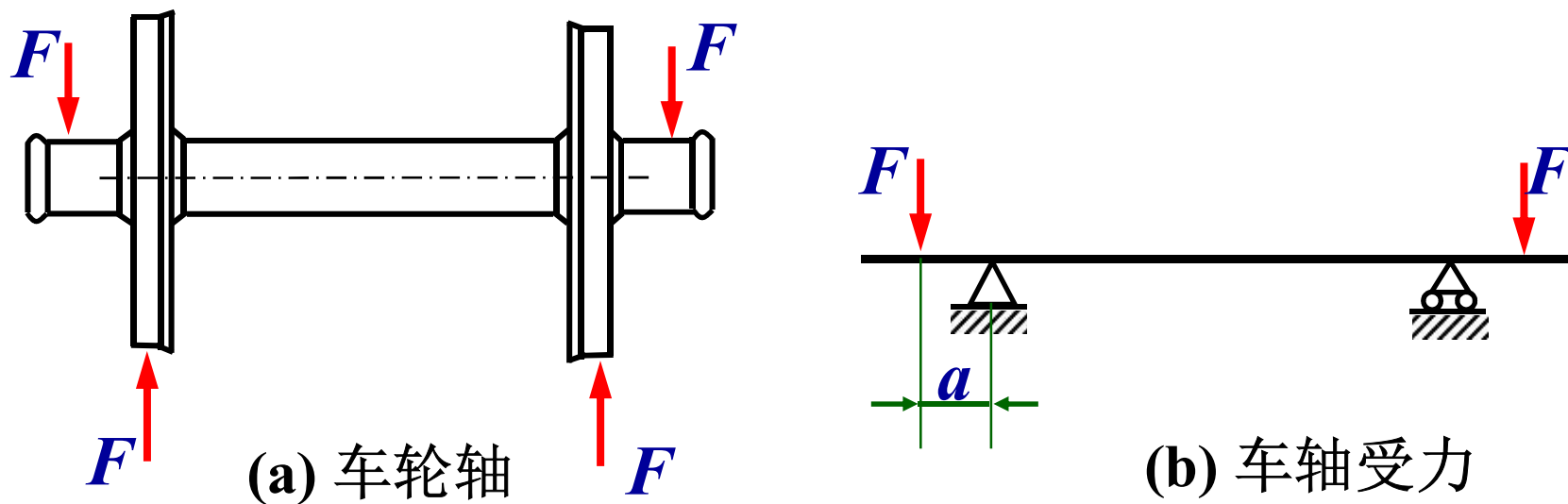


图5.4 车轴的弯曲

6.弯曲:

车轴轮受的弯矩 M ，轴的横截面上的应力分布。

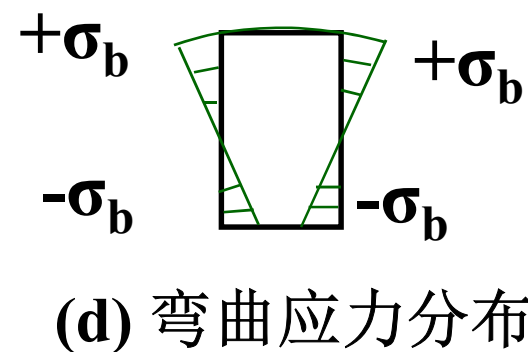
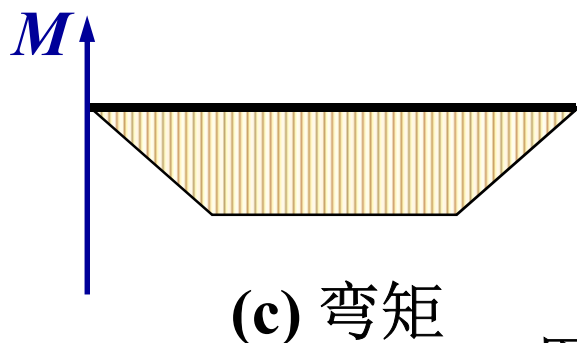
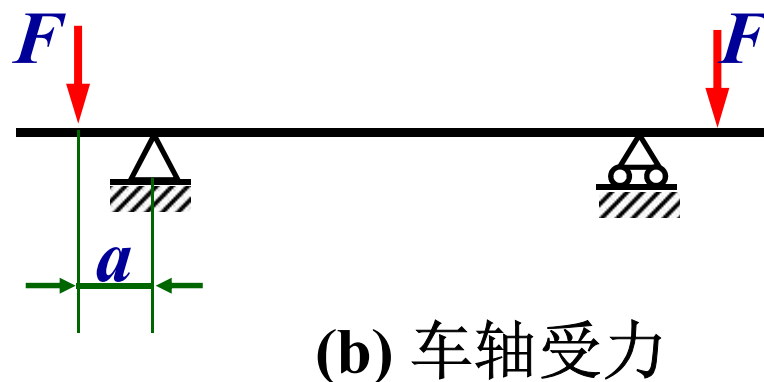
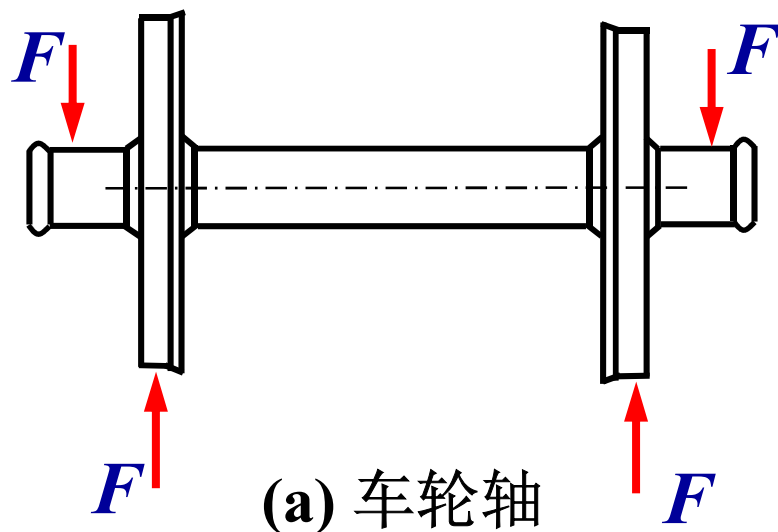



图5.4 车轴的弯曲

从图可看出弯曲应力不是均匀分布的，在中性面上为零，中性面一侧受拉伸，另一侧受压缩。



轴表面上的应力 σ_b 达到最大，其值为


$$\sigma_b = \frac{M}{W} \quad (5.9a)$$

式中， W —抗弯截面系数，对于轴， $W=\pi d^3/32 \approx 0.1d^3$ 。

各种形状的截面系数 W_T 和 W 可由设计手册查得。

轴的中段所受最大弯矩 $M=Fa$ ，此段的最大弯曲应力为

$$\sigma_b = \frac{Fa}{0.1d^3} \quad (5.9b)$$



从上面分析可以看出，由于拉伸、压缩、挤压和剪应力是沿受力截面近似均匀分布的；而弯曲和扭转剪应力沿受力截面非均匀分布，只有表层最大。因此，在截面上最大应力相同时，材料拉伸强度低于弯曲强度，剪切强度低于扭切强度。

在设计受扭转和弯曲作用的机械零件时，为充分发挥材料的作用，可采用空心轴工字梁和槽梁等，与同样截面积的实心轴和矩形梁比较，其抗扭和抗弯截面系数 W_T 和 W 将增大，从而降低扭转剪应力和弯曲应力。



7.接触应力

有些零件在受载荷前是点接触（球轴承、圆弧齿轮）或线接触（摩擦轮、直齿及斜齿渐开线齿轮、滚子轴承等），受载后在接触表面产生局部弹性变形，形成小面积接触。这时虽然接触面积很小，但表层产生的局部压应力却很大，该应力称为接触应力，在接触应力作用下的零件强度称为接触强度。

图5.5表示曲率半径各为 ρ_1 和 ρ_2 、长为 b 的两个圆柱体接触，载荷为 F ，由于接触表面局部弹性变形，形成一个 $2a \times b$ 的矩形接触面积，该面上的接触应力分布是不均匀的，最大应力位于接触面宽中线处。

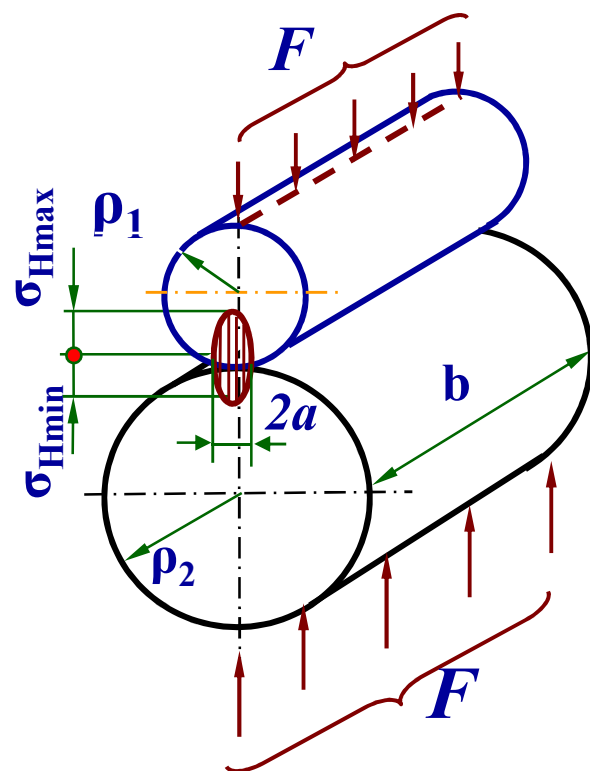


图5.5 两圆柱体接触应力分布

由弹性力学的赫兹（Hertz）公式可得最大接触应力为

$$\sigma_{H \max} = \sqrt{\frac{F}{\pi b} \left(\frac{\frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2}}{\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}} \right)} \quad (5.10)$$

式中， μ_1 、 μ_2 —为两接触体材料的泊松比

E_1 、 E_2 —为两接触体材料的弹性模量

ρ_1 、 ρ_2 —两圆柱体接触处的曲率半径,外接触取正号，内接触取负号,平面与圆柱或球接触，取平面曲率半径 $\rho_2=\infty$ 。

综合曲率半径 ρ

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2}$$

综合弹性模量 E

$$\frac{1}{E} = \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}$$

则

$$\sigma_{H \max} = 0.564 \sqrt{\frac{FE}{b\rho}} \quad (5.11)$$

当接触点（或线）连续改变位置时，零件上任一点处的接触应力将在0到 $\sigma_{H \max}$ 之间变动，因此，这时的接触变应力是一个脉动循环变应力，这时零件的破坏则属于疲劳破坏，这将在7.6节做进一步介绍。

5.2.2 强度理论及其应用范围

若零件的计算应力为 σ_{ca} 、极限应力为 σ_{lim} 、安全系数为 S ，则零件强度校核的一般表达式为

$$\sigma_{ca} \leq \frac{\sigma_{lim}}{S} \quad (5.12)$$

在作静强度计算时，根据零件材料是塑性的或脆性的，分别采用屈服极限 σ_s 或强度极限 σ_b 作为零件的极限应力。

零件剖面上的应力如为单向应力状态，则危险剖面上的最大工作应力即为计算应力；对于复杂应力状态，则应按一定的强度理论来求计算应力。

在通用零件的设计中，常用到以下三种强度理论：

1.最大主应力理论（第一强度理论）

这种理论认为，危险状态的折断都是由于单元体上最大拉应力（即主应力 σ_1 ）引起的，其它斜面上的应力对破坏没有影响。根据实践，这只适用于脆性材料（例如灰铸铁）的强度理论。脆性材料的抗压缩能力一般远大于抗拉伸能力，即压缩强度极限远大于拉伸强度极限。

当已知零件危险剖面上的主应力 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 时，按此理论所得的拉伸或弯曲计算应力为

$$\sigma_{ca} = \sigma_1 \quad \text{或} \quad \sigma_{ca} = |\sigma_3| \quad (5.13)$$

取上两式中绝对值较大的一个。

机械零件的应力状态为双向应力状态时，其应力状态如图5.6所示。

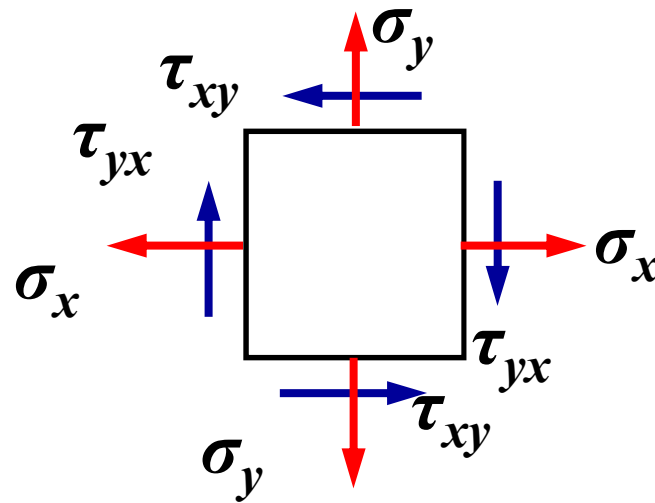


图5.6 平面应力状态

最大主应力为 σ_1 ；亦即计算应力 σ_{ca} 为

$$\sigma_{ca} = \sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (5.14)$$

或

$$\sigma_{ca} = \sigma_3 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (5.15)$$

对于已知弯曲应力 σ_b 及扭转剪应力 τ 的状况，令式(5.14)中的 $\sigma_x = \sigma_b$ ， $\sigma_y = 0$ ， $\tau_{xy} = \tau$ ，则该式变为

$$\sigma_{ca} = \sigma_1 = \frac{\sigma_b}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_b}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (5.16)$$


2.最大剪应力理论（第三强度理论）

此理论认为危险状态的屈服是由于单元体中最大的剪应力引起的，其他斜面上的剪应力对屈服没有影响。是适用于塑性材料（例如钢材）的强度理论。

当已知零件危险剖面上的主应力 $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ 时，计算应力为

$$\sigma_{ca} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (5.17)$$

当已知如图5.6所示的平面应力，在求计算应力时，可先按式（5.14）及（5.15）求出主应力 σ_1 和 σ_3 ，然后代入式（5.17）求得计算应力为


$$\sigma_{ca} = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (5.18)$$


对于通常已知弯曲应力 σ_b 和扭转剪应力 τ 的情况，计算应力为

$$\sigma_{ca} = \sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau^2} \quad (5.19)$$




3.统计平均剪应力理论（第四强度理论，又称最大形变能理论）

此理论认为虽然最大剪应力是危险状态材料屈服的主要原因，但其他斜面上的剪应力也对屈服有影响，所以应该用一个既反映主要因素、又考虑次要因素的物理量来表示材料的屈服强度，这个量叫做统计平均剪应力。这是与最大剪应力理论同样适用于塑性材料的强度理论。在复杂应力、二向应力和弯扭组合状态条件下，其计算式分别为


$$\sigma_{ca} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (5.20)$$

$$\sigma_{ca} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + 3\left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2\right]} \quad (5.21)$$

$$\sigma_{ca} = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau^2} \quad (5.22)$$



对比式（5.19）及（5.22）：

$$\sigma_{ca} = \sqrt{\sigma_b^2 + 4\tau^2} \quad (5.19)$$

$$\sigma_{ca} = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau^2} \quad (5.22)$$

可以看出按第四强度理论求出的计算应力比按第三强度理论要小一些。

因此在同样材料和安全系数相等的条件下，可以得到较为轻小的结构。不过在设计实践中，对于塑性材料制成的零件，往往是根据使用经验应用不同的强度理论，并给出相应的许用应力值。

上述强度理论并没有考虑温度、动载等影响，因而只能用来计算零件或构件在常温、静载下的强度。

5.3 机械零件的变形

5.3.1 材料的变形

1. 变形曲线

图5.7表示Q345钢拉伸试验时的应力—应变曲线，即 σ - ε 曲线。

其弹性阶段为 $o \sim a$ 。

屈服阶段为 $a \sim b$ 、强化阶段为 $b \sim c$ 、局部变形阶段为 $c \sim d$ 。

a 、 b 、 c 三点的高度分别代表比例极限 σ_p 、屈服极限 σ_s 、强度极限 σ_B 。

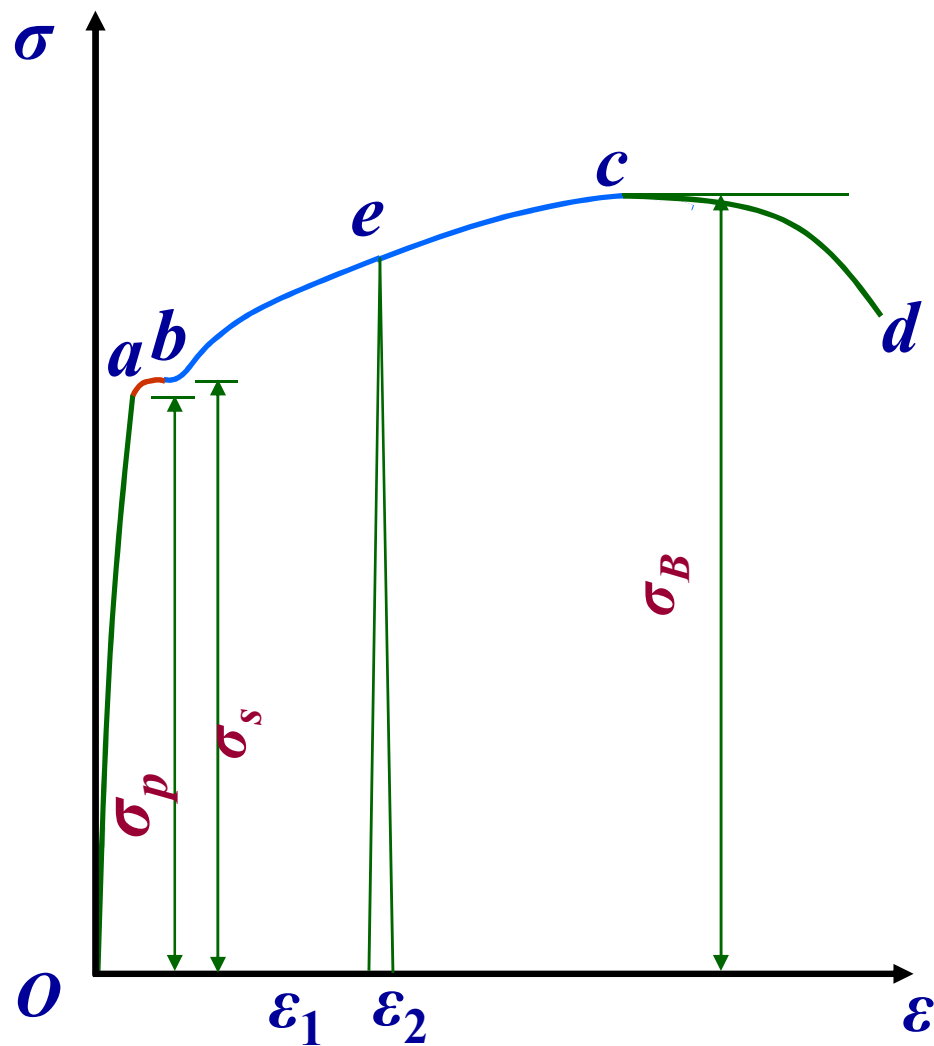


图5.7 Q345钢的应力—应变曲线 33

图5.8为五种不同材料的 σ - ε 曲线的比较，其中16Mn钢的上述四个阶段都很明显；铝合金和球墨铸铁没有屈服阶段，但其余三个阶段较明显；锰矾钢只有弹性阶段和强化阶段，没有屈服阶段和局部变形阶段；塑料则没有弹性阶段。

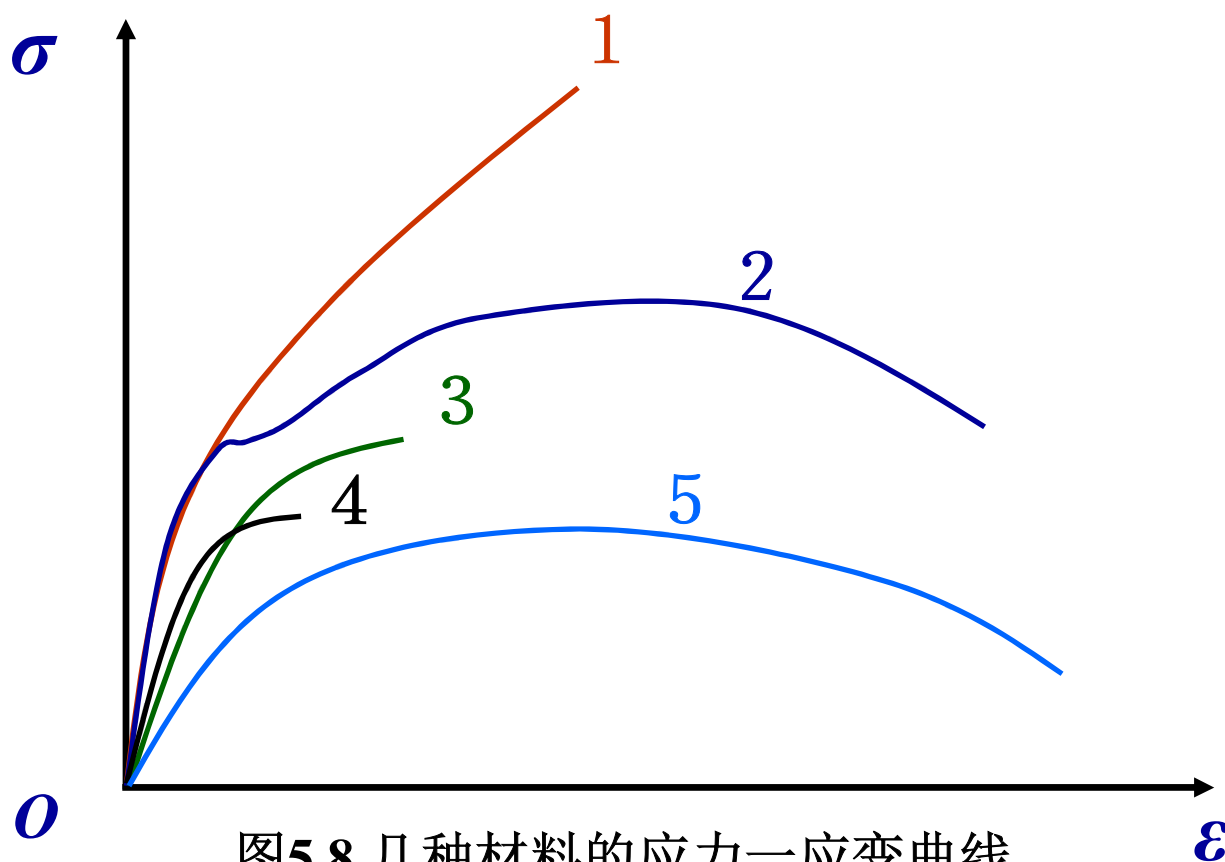



图5.8 几种材料的应力—应变曲线

1—锰矾钢； 2—Q345钢； 3—铝合金； 4—球墨铸铁； 5—塑料



以Q345钢为例，在拉伸试验时，当拉力较小时，在弹性阶段卸载，变形按原来加载时的 σ - ϵ 直线下降，变形完全消失，恢复原来尺寸。但当拉力较大时，如超过弹性阶段后，变形将无法完全恢复。

例如在图5.7上的 e 点处卸载时， σ - ε 的关系从卸载时新的屈服极限 e 开始沿着与弹性阶段同样斜率的直线下降，不能完全恢复原来尺寸。其恢复的部分（ $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ ）为弹性变形，不能恢复的部分（ ε_1 ）为塑性变形。重复加载时，则沿卸载时的 σ - ε 关系的直线上升到新的屈服极限，这种现象叫冷作硬化，它提高了材料的屈服极限，降低了其塑性而使其变脆。有些零件利用冷作硬化原理提高强度，如弹簧的强压处理，轴的滚压强化等。

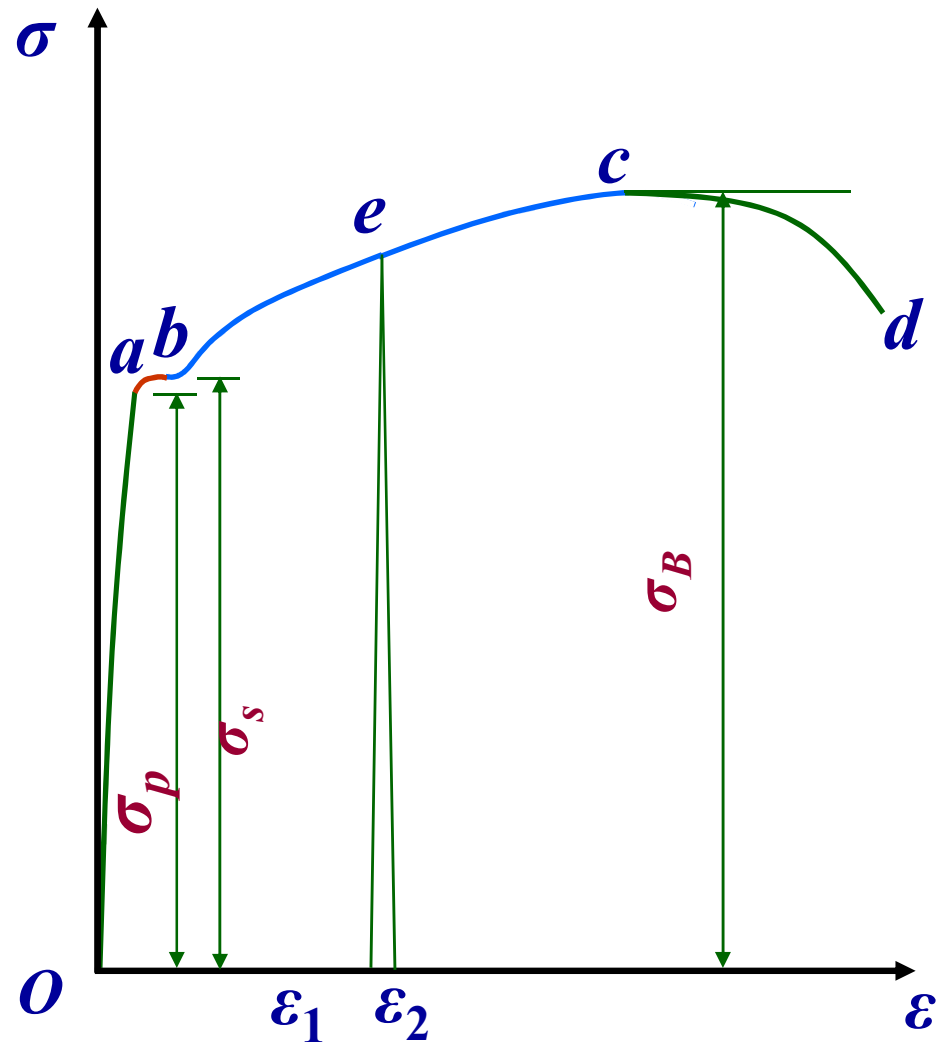



图5.7 Q345钢的应力—应变曲线 36



在强度设计时，多数零件不允许有塑性变形。但是，有些零件允许在局部有塑性变形的条件下工作。

2. 变形量计算

(1) 拉伸或压缩变形

如图3.9所示，杆件拉伸时的伸长为

$$\Delta l = \frac{Fl}{AE} \quad (5.23a)$$

或

$$\Delta l = \frac{\sigma l}{E} \quad (5.23b)$$

式中， Δl —伸长量或压缩量mm；
 F —载荷N；
 l —杆长mm；
 A —杆截面面积mm²；
 E —材料的弹性模量N/mm²。

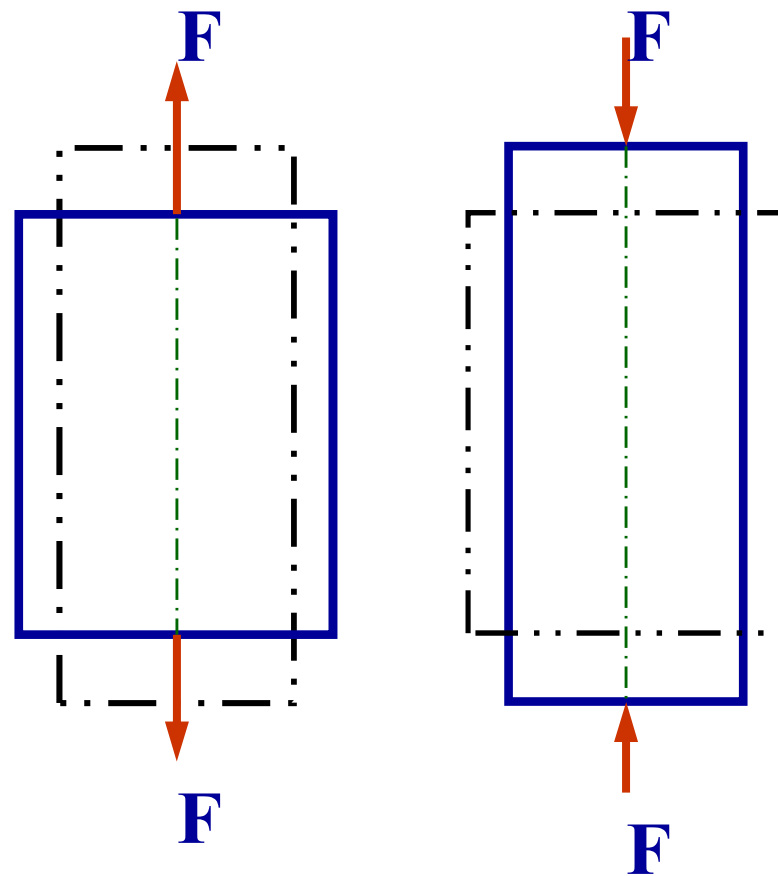


图3.9 拉伸和压缩变形

(2) 扭转变形

如图5.10所示，圆杆扭转时的转角为

$$\varphi = \frac{TL}{GJ}$$

(5.24)

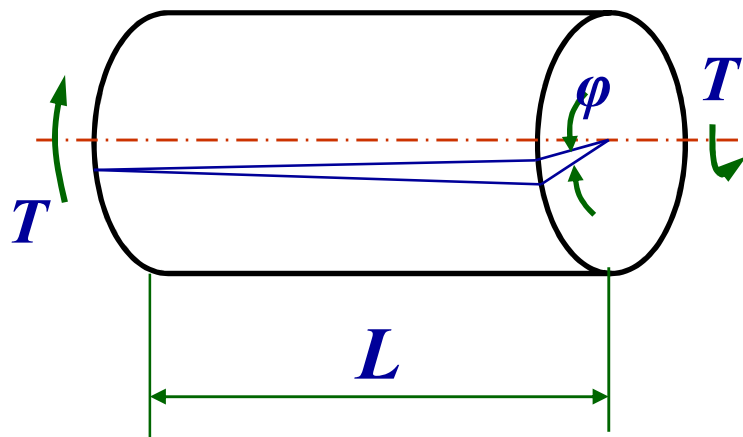


图5.10 扭转变形

式中：

φ —扭转角，rad；

J —圆形截面的极惯性矩 m^4 ；

$J = \pi d^4 / 32 \approx 0.1 d^4$ ， d 为轴径；

G —材料的剪切弹性模量Pa；

T —转矩 $\text{N} \cdot \text{m}$ ；

L —轴长m。

由式 (5.24) 可得单位长度扭角为

$$\theta = \frac{\varphi}{L} = \frac{T}{GJ}$$

(5.25)

(3) 弯曲变形

常用的弯曲变形计算方法有莫尔图解分析法（又称虚梁法）和叠加法。

莫尔图解分析法 结构与受力情况如图5.11。

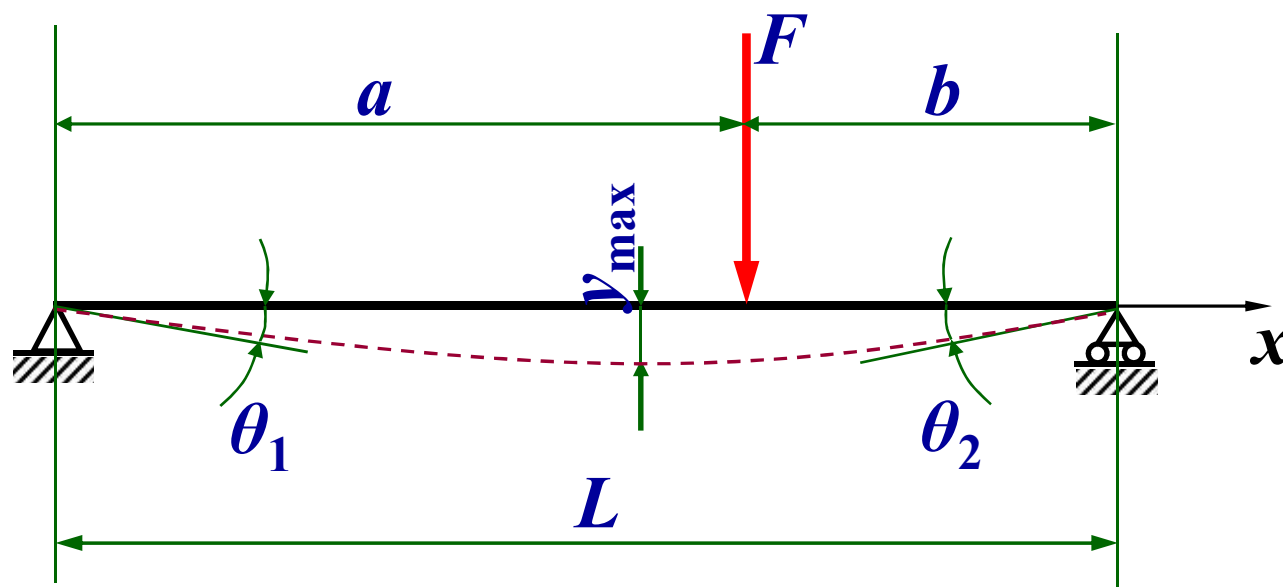


图5.11 弯曲变形示意图

可查得端点转角 θ 的公式为:

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \frac{Fb (L^2 - b^2)}{6 EI_y L} \\ \theta_2 &= \frac{Fb (L^2 - a^2)}{6 EI_y L}\end{aligned}\quad (5.26)$$

最大挠度 y_{\max} 的公式为

$$y_{\max} = \frac{-Fb (L^2 - b^2)^{3/2}}{9 \sqrt{3} EI_y L} \quad (5.27)$$

式中, E —材料的弹性模量;

I_y —截面对中性轴的惯性矩。最大挠度位于 $x = \sqrt{(L^2 - b^2)}/3$ 处。



如果载荷比较复杂，往往不能直接从表上查得转角和挠度的公式。则需用叠加法计算。

当同时作用有几个载荷，可以把载荷分开考虑，然后将每种载荷所得的变形相加。当载荷不是作用在一个平面内，则只需将各载荷分解为垂直和水平平面上的分力，分别求出两个方向上的变形，然后求出其几何和。用叠加法计算轴弯曲变形的实例见第9章。

5.3.2 温度应力和蠕变

1. 温度对材料力学性能的影响

材料在受热或受冷时都要变形，变形是向三个方向均匀进行的。有一定厚度的机械零件在冷却时，由于表面先冷却收缩，内部后冷却收缩，因此在温度变化过程中，其表面将受拉应力，内部则受压应力，如图5.12a所示。

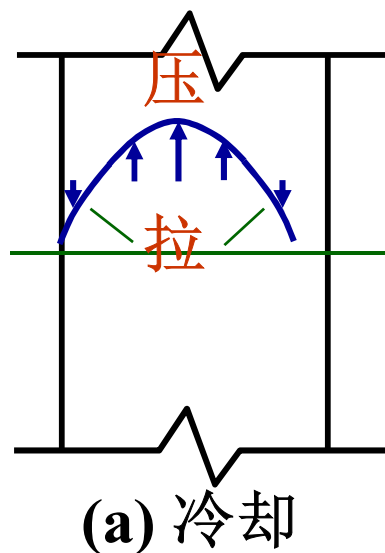


图5.12 温度变形和应力

当零件被加热时，情况则相反，表面先受热膨胀，而内部则受热膨胀较慢，因此表面将受压应力而内部则受拉应力。这就是由于温度的变化引起的机械零件的变形及附加的温度应力。

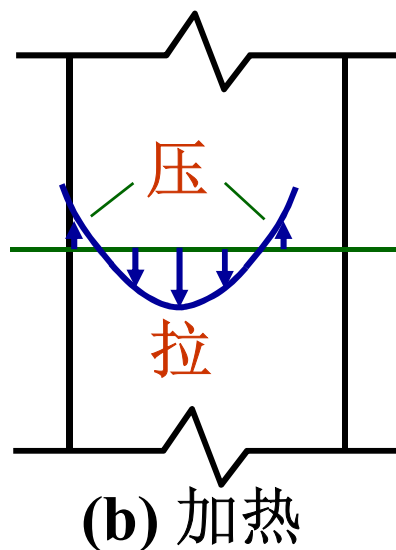



图5.12 温度变形和应力



温度的变化还使材料的机械性能发生变化。材料的机械性能一般是指室温条件下试验得到的数值，如弹性模量、屈服极限等。金属一般在温度超过某一数值（钢为**300~400℃**，轻合金为**100~150℃**）后，其强度将急剧下降，因此在必要时应采用耐高温材料，如耐热合金钢、金属陶瓷等。

图5.13表示35号钢在高温时机械性能的变化情况。

试验证明，碳钢在300℃时的抗拉强度极限 σ_B 比常温时高，若在超过300℃以后，其 σ_B 值逐渐降低，屈服强度 $\sigma_{0.2}$ 随温度的升高而趋于下降。在低温时钢的强度有所提高，但韧性显著降低，应力集中敏感性增大。有色金属如铝、铜等在低温下一般无冷脆性，且强度及塑性均有提高，所以低温设备常用有色金属制造。

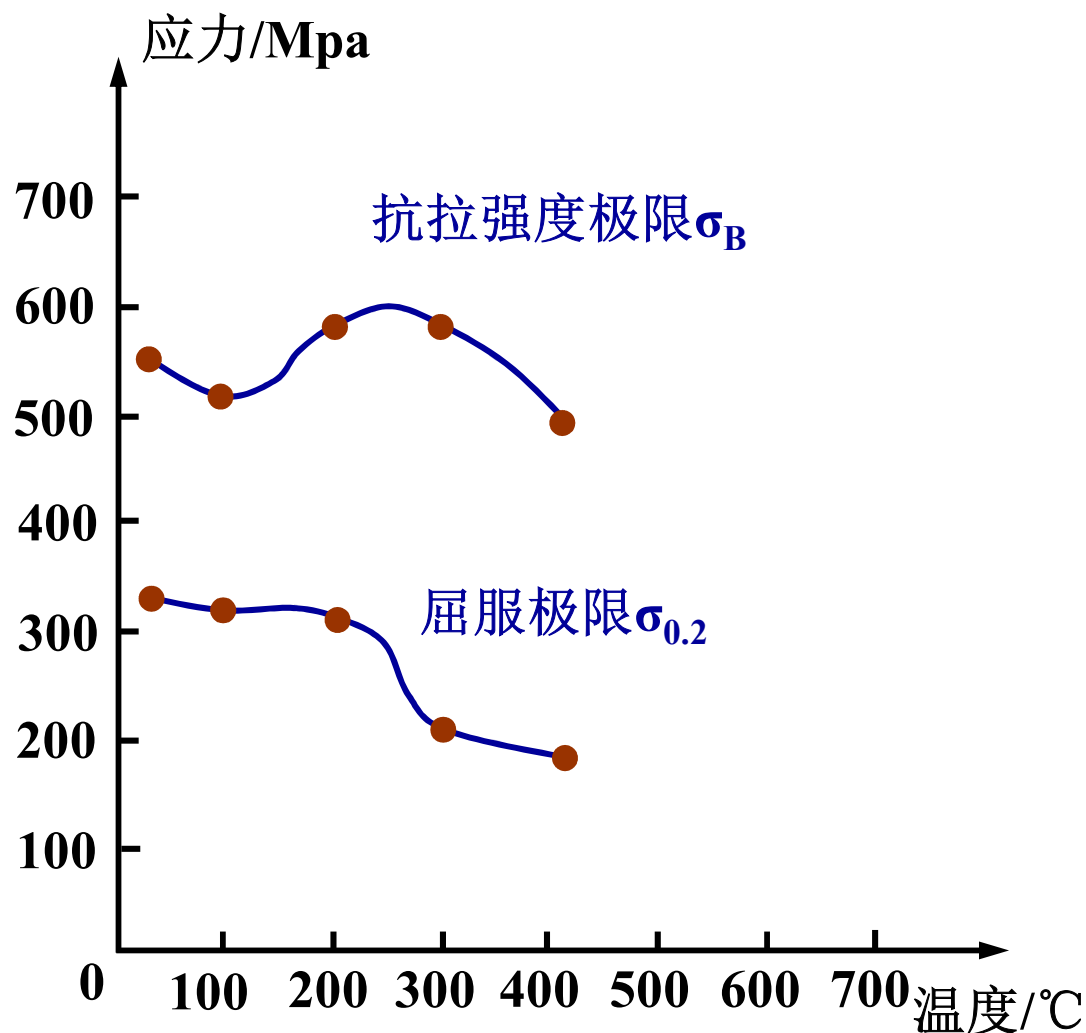


图5.13 35钢在高温时机械性能的变化



2. 蠕变和松弛

在温度升高或高温时，金属材料将会出现蠕变和松弛现象。

在一定工作温度和压力下，零件塑性变形缓慢而连续增长的现象，称为蠕变。高温条件下工作的某些零件，要计算有效寿命期间的蠕变量。例如高温高压蒸汽管由于蠕变使管壁不断减薄，直径增大，最后会因强度不足引起管壁破裂。又如汽轮机叶片，当它在高温和离心力作用下长期工作，蠕变会使它碰到机壳，发生故障。碳钢和铸铁超过 $300\sim 350^{\circ}\text{C}$ 、合金钢超过 $350\sim 400^{\circ}\text{C}$ 、轻合金超过 $50\sim 150^{\circ}\text{C}$ 时便会产生蠕变，即在室温下也会发生微小蠕变。

蠕变曲线见图5.14，应力 σ 越大、温度 T 越高、时间 t 越长，则蠕变量 ε 越大。

高温下工作的零件允许有微小的蠕变速率（ $v=d\varepsilon/dt$ ）存在，只要在一定的工作期限内蠕变量不超过允许值即可，如汽轮机螺栓的许用蠕变速率为 10^{-8} mm/(mm·h)。工程中，常规定在工作温度下，蠕变速率达到某一值时的极限应力称为蠕变极限。蠕变计算是以零件的应力不超过材料的蠕变极限为准则的。若零件处于交变应力和蠕变的工作情况下，应按两者中较小的许用应力进行计算。

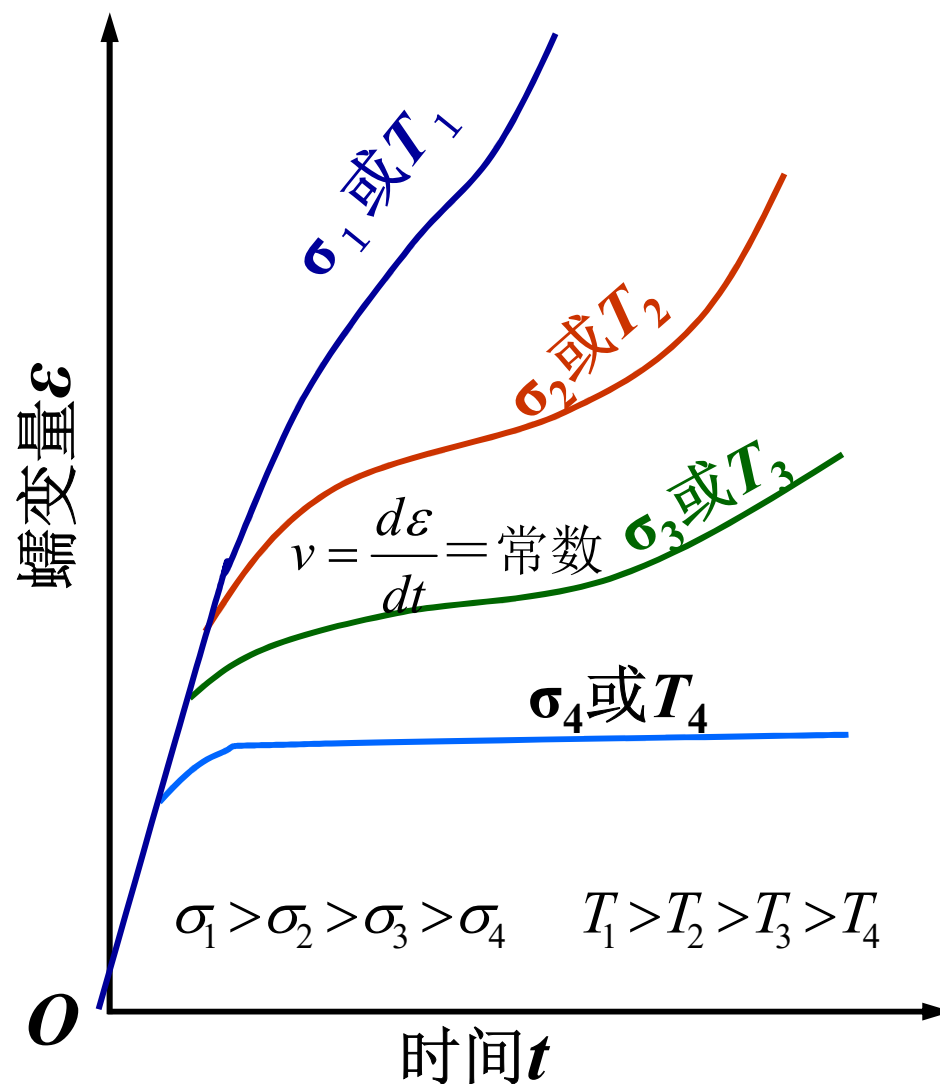


图5.14 蠕变曲线




改善蠕变可采取的措施有：

（1）高温工作的零件要采用蠕变小的材料制造，如耐热钢等；

（2）对有蠕变的零件进行冷却或隔热；

（3）防止零件向可能损害设备功能或造成拆卸困难的方向蠕变。



在预紧情况（如紧螺栓连接、过盈配合等）下工作的零件总变形量不变，而其弹性变形随时间逐渐转化为塑性变形，引起应力逐渐降低的现象称为**松弛**。

改善松弛可采取的措施有：

- （1）选择满足工作温度要求的材料；
- （2）尽量采用少而加工良好的接合面；
- （3）对于输送煤气、蒸汽等管道凸缘的紧螺栓连接，为了防止由于松弛引起泄漏，需要定期补充拧紧或另用防松装置。