De intervalos de confianza a dócima de hipótesis

Recordemos

- Usamos esta relación para derivar nuestras estimaciones por intervalo, basados en el TLC:

$$P\left(-z_{\alpha/2} < \frac{\hat{\theta}-\theta}{\sigma_{\hat{\theta}}} < z_{\alpha/2}\right) \approx 1-\alpha$$

  - θ es el parámetro de la población
  - $\hat{\theta}$ es un estimador insesgado de θ, obtenido desde una muestra (**estadístico muestral**)
  - Hablamos de "100·(1 – α)% de confianza"

Complemento

- Pero ahora pensemos en el complemento:
  - La probabilidad de que este **estadístico normalizado** esté fuera de estos rango es *α*

$$P\left(\frac{\hat{\theta}-\theta}{\sigma_{\hat{\theta}}} \leq -z_{\alpha/2}\right) + P\left(z_{\alpha/2} \leq \frac{\hat{\theta}-\theta}{\sigma_{\hat{\theta}}}\right) \approx \alpha$$

  - Pero como es usual, no conocemos la población y, por lo tanto, **desconocemos *θ***
  - Usaremos entonces un **valor hipotético para *θ***
  - Con esta mirada, el lenguaje se torna a **probar hipótesis**

Lenguaje

- Si sospechamos un valor poblacional $\theta = \theta_0$, podemos plantear dos hipótesis:
  - **H. nula (H_0)**: representa el *status quo*, i.e. mantenemos nuestra sospecha que $\theta = \theta_0$ (sin efecto, sin diferencia)
  - **H. alternativa (H_1 o H_A)**: representa una aseveración contradictoria a H_0 (cambio, efecto)
  - Concepto: H_0 será rechazada en favor de H_A solamente si la **evidencia muestral sugiere que H_0 es falsa**
  - Conclusiones posibles: **rechazar H_0** o **no rechazar H_0**

Lenguaje

- Rechazar o no rechazar, ¡he ahí el dilema!
  - Se dice: decidir, contrastar, docimar, probar dos hipótesis
  - Concepto: **rechazar** si el estimador muestral presenta un **valor improbable** si H_0 fuera verdadera
    - estos "valores improbables" definen la **región de rechazo** o **región crítica**
    - la regla entonces es: **rechazar** H_0 si el valor de $\hat{\theta}$ cae en la región crítica
    - notemos que la probabilidad de observar un valor estadístico improbable no es cero: **podemos cometer errores**

Lenguaje

- Rechazar o no rechazar, ¡he ahí el dilema!
  - De hecho dos tipos de posibles decisiones incorrectas:
    - **error de tipo I**, cuando el procedimiento lleva a rechazar H_0 siendo que en realidad es verdadera
    - **error de tipo II**, cuando el procedimiento lleva a no rechazar H_0 siendo que en realidad es falsa
    - los otros dos casos son **decisiones correctas**
    - se puede asociar probabilidades a cada tipo de error, calculadas desde la distribución muestral (**para *n* y *θ* fijos**)
    - denotadas ***α*** y ***β*** para tipos I y II respectivamente
    - normalmente α y β **se contraponen**

Significación

- Rechazar o no rechazar, ¡he ahí el dilema!
  - ¿Esta probabilidad α tiene algo que ver con el "100·(1 – α)% de confianza"?
    - sí... y no
    - aquí ***α* ~ nivel de significación**: máxima **probabilidad aceptable** de rechazar una hipótesis nula verdadera
    - una cota superior para ***α* ~ probabilidad de un error tipo I** dadas una población y una muestra
    - se prefieren **valores bajos** como 0.1, 0.05 y 0.01 (90%, 95% o 99% de confianza), a costa de un aumento en β
    - es un **estándar de evidencia**: entre más pequeña, mayor es la **evidencia requerida** para rechazar H_0

Significación

- Rechazar o no rechazar, ¡he ahí el dilema!
  - Antes de los computadores...
    - se usaban regiones de rechazo conocidas para unos cuantos valores de niveles de significación α (**en tablas**)
  - Actualmente se prefieren los **valores p**:
    - probabilidad de cometer un error tipo I si el **valor observado** del estadístico de prueba **se usa como límite** para la región crítica
    - menos afectado por pequeñas variaciones en el estadístico
    - se compara directamente con α
    - se puede **reportar el p-valor** solamente, y la decisión puede hacerla una persona distinta (y a posteriori)

Contraste de hipótesis

- En resumen, el procedimiento es:

1) Definir H_0, H_1 y α
2) Definir un estadístico de prueba y la región crítica para H_0
3) Obtener una muestra y calcular el estadístico muestral
4) Obtener el p-valor asociado al estadístico
5) Si el p-valor $< \alpha$, se rechaza H_0
6) Interpretar la decisión

Textos usados

Los conceptos expuestos aquí desde los siguientes textos, donde pueden encontrarse más detalles:

Jay L. Devore (2011). Probability and Statistics for Engineering and the Sciences; 8th Edition, Duxbury Press.

Rudolf J. Freund, William J. Wilson, Donna L. Mohr (2010). Statistical Methods; 3rd Edition, Academic Press.

David M. Diez, Christopher D. Barr, Mine Çetinkaya-Rundel (2015). OpenIntro Statistics; 3rd Edition. Disponible en www.openintro.org.