**(К)Лекция 11Общие свойства четырехполюсников**

**§ 1. Уравнения четырехполюсников**

Электротехническое устройство, служащее для передачи энергии (сигналов) и имеющие по два входных и выходных зажима, называется четырехполюсником.

Если внутри четырехполюсника нет источников энергии или они взаимно компенсируют друг друга, то такой четырехполюсник называют пассивным (рис. 8-1: а - идеальный трансформатор; б - частотный фильтр; в - мостовая схема).



Рис. 8-1

Рассмотрим свойства четырехполюсников в установившемся режиме при периодических синусоидальных токах и напряжениях. Это позволит в дальнейшем применить полученные результаты для анализа цепей при других формах сигналов.

Для анализа свойств четырехполюсника установим зависимость между входным напряжением  и токами  и входными  и  (рис. 8-2, где П - пассивная схема).



Рис. 8-2

При выборе направлений напряжений и токов, указанных на рисунке, энергия передается от входа (клемма a-b) к сопротивлению нагрузки  (клеммы c-d).

Составим уравнение цепи методом контурных токов. В первый контур включим входные зажимы, во второй контур включим сопротивление нагрузки .





|  |
| --- |
|  |

.

Обозначим ,

где  - часть сопротивления второго контура, входящая в состав четырехполюсника.

Учитывая, что :





|  |
| --- |
|  |

.

Все остальные уравнения содержат в правой части нули, что соответствует пассивному четырехполюснику.

Решение системы уравнений:

;

.

Отношения ,  имеют размерность проводимости.

Обозначим

; ; ; ,

тогда уравнения четырехполюсника принимают вид:

;

.

В матричной форме:

,

или

.

Для линейных уравнений, соответствующих линейным цепям , поэтому .

Указанные коэффициенты называются Y-параметрами, а матрица **Y**-матрицей четырехполюсника. Как видно из записи уравнений четырехполюсников в Y-параметрах с учетом уравнения , пассивный четырехполюсник характеризуется тремя независимыми параметрами. Физический смысл Y-параметров можно определить по режимам короткого замыкания на выходе  и на входе .

 - входная проводимость при коротком замыкании на выходе.

 - передаточная (взаимная) проводимость при коротком замыкании на входе.

 - передаточная проводимость при коротком замыкании на выходе.

 - выходная проводимость при коротком замыкании на входе.

Решим систему уравнений относительно напряжений:

,

где



Или в развернутом виде





Два из четырех параметров связаны между собой:



Физический смысл Z-параметров четырехполюсника можно определить по режимам холостого хода на выходе () и на входе ().

 - входное сопротивление в режиме холостого хода на выходе.

 - передаточное (взаимное) сопротивление в режиме холостого хода на входе.

 - передаточное сопротивление в режиме холостого хода на выходе.

 - выходное сопротивление зажимов 22’ в режиме холостого хода на входе.

Во многих практических случаях удобно когда система уравнений решена относительно выходных напряжений и тока:





Параметры A, B, C, D в общем случае комплексные. Их можно выразить, например, через Z-параметры.

Решая второе уравнение Z-параметров относительно тока , получим:



Сопоставив со вторым уравнением в A-параметрах, получаем:

; 

Подставим  в первое уравнение в Z-параметрах:



Таким образом

; 

Нетрудно убедиться, что AD-BC=1.

Физический смысл А-параметров:

 - передаточное отношение напряжений в режиме холостого хода на выходе.

 - передаточное сопротивление при коротком замыкании на выходе.

 - передаточная проводимость в режиме холостого хода на выходе.

 - передаточное отношение токов при коротком замыкании на выходе.

При обратном питании с учетом изменения знаков токов получим:



При этом сохраняется соотношение

AD-BC=1

Для формирования уравнений при смешанном соединении четырехполюсников применяются еще два уравнения в H-параметрах и G-параметрах:









Физический смысл предлагаем установить читателю.

**(К)Лекция 12§ 3. Эквивалентные схемы четырехполюсника**

Поскольку любая система уравнений, описывающая пассивный четырехполюсник, имеет три независимых параметра, то всякий четырехполюсник можно свести к любой из трех эквивалентных схем: Т-образной (рис. 8-3,а); П-образной (рис. 8-3,б); Х-образной (рис. 8-3,в), содержащих также три параметра: ; ; .



Рис. 8-3

Заметим, что переход от Ï-îáðàçíîé ñõåìû ê Ò-îáðàçíîé îñóùåñòâëÿåòñÿ êàê ïåðåõîä îò òðåóãîëüíèêà ê çâåçäå. Íàïðèìåð,

.

Выразим элементы эквивалентных схем через параметры четырехполюсника. Например, для Т-образной схемы непосредственно из уравнений Кирхгофа следует



,

где



или



.

Сравнивая полученные уравнения в Z-параметрах для Т-образной эквивалентной схемы, получим

; ; .

Используя уравнения связи между А-параметрами и Z-параметрами четырехполюсника, выразим А-параметры эквивалентной Т-образной схемы:

; ; ; .

Откуда

; ;

; .

При решении обратной задачи, т.е. по заданным А-параметрам определить сопротивления Т-образной схемы, воспользуемся следующими формулами:

; ; .

Для П-образной схемы справедливы соотношения:

; ; ; ; ; ; .

**§ 3. Экспериментальное определение параметров четырехполюсника**

Поскольку все параметры четырехполюсника связаны между собой, то достаточно для каждого четырехполюсника найти одну из систем параметров. Существует два способа определения параметров: расчетный, использующий схему электрической цепи и экспериментальный, рассматривающий четырехполюсник как «черный ящик» с четырьмя выводами. В первом случае не существует принципиальных различий между анализом свойств четырехполюсника на постоянном и переменном токе. Однако при экспериментальном определении параметров такие различия отмечаются.

Поскольку в каждой системе параметров только три независимых параметра, необходимо составить три уравнения для их вычисления. С этой целью используют эксперименты в режимах холостого хода (ХХ) и короткого замыкания (КЗ).

В режиме холостого хода (рис. 8-4,а) на выходе



Рис. 8-4

ток равен нулю .

При обратном питании в режиме холостого хода на входе четырехполюсника .

При коротком замыкании на выходе или входе соответственно напряжения равны нулю ;  (рис. 8-5, а - режим короткого замыкания на входе, б - то же на выходе).



Рис. 8-5

Указанные опыты представляют частные случаи состояния четырехполюсника, которые не нарушают справедливости уравнений четырехполюсника. Этот факт позволяет достаточно просто определить параметры четырехполюсника.

Запишем уравнения в А-параметрах:

;

;

В режиме короткого замыкания на выходе четырехполюсника напряжения , тогда

;

.

Откуда

, .

В режиме холостого хода на выходе четырехполюсника ток , тогда уравнения принимают вид:

,

,

откуда

; .

Любой из А-параметров четырехполюсника можно вычислить по трем другим из соотношения .

Аналогично, проводя три эксперимента в режимах холостого хода и короткого замыкания можно определить параметры Z, Y или Н. При этом необходимо помнить, что для линейных цепей  - в режиме холостого хода и  - в режиме короткого замыкания выбираются произвольными по величине, которая определяется мощностью рассеяния элементов. Однако, чтобы не допустить повреждений элементов и не нарушить линейный режим, в режиме холостого хода  выбирают таким, чтобы , т.е. номинальному напряжению; в режиме короткого замыкания  выбирают таким, чтобы , т.е. номинальному току. Под номинальными значениями тока или напряжения понимают такие величины, на которые рассчитано устройство, представленное в виде четырехполюсника. Например, для трансформатора - это напряжение сети, в которую он включается, и номинальный ток нагрузки.

*Пример*:

Определить Z-параметры четырехполюсника, представленного на  
рис. 8-6. в режимах холостого хода на выходе (а) и входе (б)



Рис. 8-6

Запишем систему уравнений



Учитывая, что , имеем

; .

Вычислим ток , предполагая, что на входе схем действует напряжение :

,

откуда



 определяем из выражения для , считая что на входе протекает ток 

,

откуда

.

Для нахождения  проведем расчет в режиме холостого хода на входе (рис. 8-6,б) и из второго уравнения имеем, полагая :

.

Если к выходу четырехполюсника приложено напряжение , ток определяется выражением

,

откуда

.

Таким образом, принимая во внимание , определили все Z-параметры четырехполюсника.

Для экспериментального определения параметров четырехполюсника используются: амперметр, вольтметр, омметр, ваттметр или фазометр.

Рассмотрим сначала определение параметров четырехполюсника в режиме холостого хода на выходе и входе представлена на рис. 8-7,а,б.



Рис. 8-7

При проведении экспериментов на постоянном токе достаточно измерить напряжение и ток.

В случае синусоидального возмущающего воздействия (на переменном токе), используя амперметр и вольтметр, можно найти только действующие значения. Для установления разности фаз между различными комплексами применяют фазометр или ваттметр.

Фазометры имеют общую точку между входом и выходом. Поэтому при их присоединении к четырехполюснику надо соблюдать правила регулярности (см. ниже).

Включить фазометр между входом и выходом, не нарушая структуры четырехполюсника, не всегда возможно. Поэтому, при экспериментальном определении параметров, исходной информацией являются входные сопротивления четырехполюсника, измеренные при холостом ходе и коротком замыкании на входе и выходе:

; ; ;

; ; ;

; ; ;

; ; .

Знаки фаз устанавливают по схеме или из результатов измерений. Запишем систему уравнений в А-параметрах:



Из указанной системы найдем выражения для входного и выходного сопротивления в режимах холостого хода и короткого замыкания через А-параметры

; ;

; .

Или



Для определения параметра А запишем тождество

,

откуда

.

После соответствующих математических преобразований получаем

; ; .

Аналогичным образом, используя амперметр, вольтметр и ваттметр, можно определить другие параметры четырехполюсника. Если, например, известны показания приборов:

, ,

, ,

, ,

, ; ;

, ,

то можно определить

; ; ; ;

; ;

; ;

; ;

; ;

; ;

,

откуда



; ;

.

Вспомнив, что для Т-образной эквивалентной схемы:

; ; 

получим:

; ; 

Такой четырехполюсник изображен на рис. 8-8.



Рис. 8-8

**(К)Лекция 13 § 4. Соединения четырехполюсников**

Теория четырехполюсников позволяет представить сложную схему в виде комбинаций четырехполюсников и анализировать свойства общей схемы на основе свойств составляющих четырехполюсников.

При соединении четырехполюсников в общую схему иногда нарушаются индивидуальные свойства (регулярность) составляющих четырехполюсника, например на рис. 8-9 сопротивление  четырехполюсника закорачивается при соединении в общую схему, что приводит к изменению его свойств.



Рис. 8-9

Рассмотрим свойства схем при различных способах соединения четырехполюсников. Задача нахождения четырехполюсника, эквивалентного сложному четырехполюснику, сводится к определению параметров этого эквивалентного четырехполюсника по заданным параметрам соединенных четырехполюсников. Способы соединения четырехполюсников рассмотрим на примерах объединения двух четырехполюсников в один:

1. Последовательное соединение двух четырехполюсников (рис. 8-10)



Рис.8-10

При таком соединении должны выполняться следующие соотношения (уравнения связи):

; 

Используем запись уравнений четырехполюсника в Z-параметрах:

для четырехполюсника П1

;

;

для четырехполюсника П2

;

.

Исключим внутренние переменные ; ; ;  в соответствии с уравнениями связи:

;

;

Откуда параметры общего четырехполюсника выразятся через параметры составляющих четырехполюсников:

; ; ; .

В матричной форме



или .

Итак, при последовательном соединении двух четырехполюсников матрица Z-параметров эквивалентного четырехполюсника равна сумме матриц Z-параметров отдельных четырехполюсников.

1. Параллельное соединение четырехполюсников (рис. 8-11)



Рис. 8-11

Уравнения связи

;

;

;

.

Запишем уравнения четырехполюсников П1 и П2 в Y-параметрах:

для П1



Для П2



Учтя уравнения связи:



В матричной форме:



Поскольку для всего четырехполюсника (рис. 8-11) справедливо уравнение , то можно заключить, что .

Таким образом, матрица результирующего четырехполюсника равна сумме Y-матриц параллельно соединенных четырехполюсников.

1. Каскадное соединение (цепное соединение) рис. 8-12



Рис. 8-12

Уравнение связи для этого соединения:

; .

Используя запись уравнений четырехполюсника в А-параметрах для четырехполюсника П1

;

;

для четырехполюсника П2

;

.

Исключая внутренние переменные, получаем

;

;

или

;

;

откуда

; ;

; .

Учитывая матричную форму записи для исходных четырехполюсников в соответствии с уравнениями связи, имеем



Принимая во внимание



получаем



Внешние переменные сложного четырехполюсника при каскадном соединении связаны следующим уравнением:



Раскрывая произведение матриц, получаем значения А-параметров:



Матрица А-параметров двух и более каскадно-соединенных четырехполюсников равна произведению матриц А-параметров отдельных четырехполюсников.

4. Смешанное последовательно-параллельное соединение (рис. 8-13).



Рис. 8-13

Уравнения связи

,

,

,

,

Уравнения в Н-параметрах четырехполюсника П1

,

четырехполюсника П2

.

Складывая эти уравнения, согласно уравнениям связи получаем

.

При смешанном соединении четырехполюсников матрица Н-параметров равна сумме матриц Н-параметров исходных четырехполюсников.

При параллельно-последовательном соединении четырехполюсников используется система G-параметров.

Заметим еще раз, что все вышеизложенное справедливо, если удовлетворяются уравнения связи, т.е. четырехполюсники регулярны.

Каскадные соединения всегда регулярны.

Рассмотрим несколько примеров формирования уравнений четырехполюсников

1. Одноэлементный (последовательный) четырехполюсник (рис. 8-14).



Рис. 8-14

На основе рассмотрения режимов холостого хода и короткого замыкания получим соотношения:

, ,

, .

В этом случае матрица А-параметров запишется:

.

1. Для четырехполюсника рис. 8-15



Рис. 8-15

матрица А-параметров:



1. Составим Г-образный четырехполюсник, соединив каскадно два предыдущие четырехполюсника (рис. 8-16).



Рис. 8-16

Матрица А-параметров результирующего четырехполюсника



1. Присоединим каскадно еще один одноэлементный четырехполюсник, тогда получим схему рис. 8-17.



Рис. 8-17

А-матрица результирующего Т-образного четырехполюсника.



5. Аналогично можно получить А-матрицу П-образного четырехполюсника, соединив каскадно четырехполюсники рис. 8-14 и рис. 8-15, тогда имеем схему рис. 8-18.



Рис. 8-18

А-матрица результирующего П-образного четырехполюсника



Те же самые результаты можно получить, исследуя общий четырехполюсник в режимах холостого хода и короткого замыкания.

**§ 5. Активный четырехполюсник**

Активным называют четырехполюсник, содержащий источники электрической энергии, причем их действия взаимно не компенсируются внутри четырехполюсника.

На рис. 8-19 изображен такой четырехполюсник. Его характерной особенностью является то, что при отсутствии внешних источников на входных и выходных зажимах будут не нулевые напряжения  и .



Рис. 8-19

Очевидно, что этот четырехполюсник можно заменить эквивалентным, если на входе и выходе включить соответственно по паре одинаковых источников ЭДС  и , направленных встречно, как показано на рис. 8-19,б. При соответствующем выборе направлений, пара напряжений  и  уравновесят внутренние источники ЭДС, поэтому часть четырехполюсника, обведенная на рис. 8-19, б пунктирной линией, может быть заменена пассивным четырехполюсником, т.е. получим пассивный четырехполюсник, эквивалентный исходному, если на входе его включены соответственно источники  и  (рис. 8-20).



Рис. 8-20

Теорему об активном четырехполюснике можно сформулировать:

Активный четырехполюсник можно заменить пассивным четырехполюсником, который получают из данного путем удаления всех источников с сохранением их внутренних сопротивлений, с введенными во входную и выходную цепи дополнительными источниками. ЭДС последних равны напряжению на разомкнутых зажимах данного активного четырехполюсника.

Из схемы рис. 8-20 следует, что

,

,

где

, .

Уравнения активного четырехполюсника в Z-параметрах с учетом  и :



.

**§ 6. Характеристические параметры четырехполюсника**

На практике четырехполюсники используют для анализа передачи мощности от источника к нагрузке.

Для упрощения анализа согласованности четырехполюсников вводятся характеристические параметры.

Рассмотрим входное сопротивление четырехполюсника, нагруженного на сопротивление  (рис. 8-21).



Рис. 8-21



Если учесть, что , то

.

Если на вход четырехполюсника включить нагрузку , изменить направление передачи мощности, внешнее напряжение  подать со вторичных зажимов, как показано на рис. 8-22.



Рис. 8-22

С учетом указанных направлений токов и напряжений





При обратном питании получаем, что коэффициенты A и D основной системы уравнений взаимно заменяются, откуда

.

Выберем сопротивления  и  с величинами:

, если ,

, если .

Входное сопротивление четырехполюсника , нагруженного сопротивлением , равно  (рис. 8-23).



Рис. 8-23

и входное сопротивление  равно , если четырехполюсник при обратном питании нагружен сопротивлением  (рис. 8-24).



Рис. 8-24

Указанные сопротивления называются характеристическими сопротивлениями.

Условие, когда четырехполюсник нагружен характеристическим сопротивлением, называют условием согласованной нагрузки.

,



или



Решая совместно эти уравнения, получаем

.

После преобразования

; .

Введем третий параметр , выражаемый по условию , где ch - гиперболический косинус.

Из тригонометрии известно, что , следовательно,  
 - гиперболический синус.

Параметр  в общем случае комплексный, его можно представить в виде:

,

где

- мера передачи четырехполюсника;

a - собственное затухание четырехполюсника;

b - коэффициент фазы.

Из выражений для  и  можно получить

; .

Умножая первое равенство на , а второе на , получаем

 и .

Аналогично

 и .

Уравнения четырехполюсника запишем в гиперболической форме:





При согласованной нагрузке , .

Следовательно,

,

.

При согласованно подобранной нагрузке найдем отношение амплитуд

; ,

где  - коэффициент амплитуд.

Если углы комплексных сопротивлений  и  обозначить через  и , то сдвиг фаз между напряжениями входа и выхода равен . Сдвиг фаз между токами .

При согласованной нагрузке

 и .

Для симметричного четырехполюсника ; откуда  и .

Коэффициент амплитуд

 или .

Определим затухание четырехполюсника

.

Затуханию в один непер соответствует уменьшение амплитуды (и действующего значения) в e=2,718 раза, так как

, .

В радиотехнике существует другая единица затухания. Если полная мощность на выходе в 10 раз меньше входной, то затухание равно одному белу (1 Б), если в 100 раз меньше, то 2 Б и т.д.

.

В случае согласованно нагруженного симметричного четырехполюсника

.

На практике чаще применяют децибел, единицу в 10 раз меньше.

; 

при

, ,





**§ 7. Круговые диаграммы**

При изменении одного из параметров цепи искомые величины тока, напряжения  и т.д. можно выразить графически.

Пусть в схеме (рис. 8-25) индуктивность , а сопротивление .



Рис. 8-25

Уравнение второго закона Кирхгофа:

.

Разделим  обе части уравнения:

; 

При  ток (называемый током короткого замыкания) равен:



Входной ток через ток короткого замыкания выразится:

,

Ток короткого замыкания:

.

Из приведенной формулы видно, что вектор тока  не зависит от R и равен сумме двух взаимно перпендикулярных векторов. Это может быть только в том случае, когда конец вектора  описывает полуокружность, диаметром которой является вектор . Изобразим вектор  (рис. 8-26), перпендикулярно к нему (с отставанием на ) строим вектор . Принимая вектор  за диаметр, опишем полуокружность, которая будет геометрическим местом конца вектора  при изменении R от 0 до . По направлению вектора  в произвольном масштабе откладываем , а по линии XR откладываем в том же масштабе R (допустим ), тогда

.

Проведем произвольную вертикальную линию Р. Проекция вектора  на эту линию равна , при  в определенном масштабе равна активной мощности:

.

Аналогично, линия Q - линия реактивной мощности.

Если из точки О провести полуокружность на вертикальной линии (диаметром равным I), то отрезок ОК равен .



Рис. 8-26

Таким образом, определив  и построив круговую диаграмму, можно найти для любого R величины , , , P и Q,.

Для схемы RC (рис. 8-27,а) круговая диаграмма представлена на рис.  
8-27,б.

На рисунке вектор  повернут относительно U на угол  в положительную сторону (ток опережает напряжение).

Уравнение цепи

.

Ток короткого замыкания

.

Подставляя ток короткого замыкания в уравнение цепи, получаем

,

откуда

.



Рис. 8-27

При изменении реактивного сопротивления от 0 до (рис. 8-27,в) (что возможно при изменении С или L) из уравнения



получим



или, обозначив , имеем

;

.

Учитывая, что отрицательные , равнозначны , конец вектора  при всех возможных изменениях X от  до опишет окружность, построенную на , как на диаметре (рис. 8-27,г), причем  направлен параллельно . Откладывая также в произвольном масштабе отрезок R и проводя перпендикулярно ему линию X при заданных значениях  или , получаем ток  или . Рассмотрим более сложную схему (рис. 8-28). Предположим, что при постоянных  и  меняется R.



Рис. 2-28

В первой ветви протекает ток . Поскольку , то угол . Во второй ветви протекает ток , который меняется с изменением сопротивления R. Так же, как и в предыдущих случаях, найдем ток короткого замыкания



и выразим через него ток 

.

Направление тока  по отношению к U (вертикали) определяется комплексом

.

Угол  составляет .

Используя полученные данные, построим круговую диаграмму (рис. 8-29).



Рис. 8-29

Отложим  по вертикали. С отставанием на угол  построим вектор  Из конца вектора  проведем горизонтальную линию (линия X) и отложим , перпендикулярно которой построим линию R. На эту линию нанесем отрезок . Проведя через О’ и конец этого отрезка прямую, получим направление вектора . Отложим в указанном направлении вектор , из середины которого восстановим перпендикуляр до пересечения с линией X. Полученная точка О’’ и будет центром окружности.

В отличие от предыдущих случаев рабочей частью окружности будет не полуокружность, а дуга, хордой которой является . Общий ток  при изменении R от 0 до описывает дугу МО’. Построим линию p, Q и дугу .

Общий ток равен

.

Учитывая, что окружность проходит через конец вектора , а ток изменяется по дуге между концами векторов  и , опирающуюся на хорду , перепишем это уравнение:

.

Принимая во внимание  (сопротивление короткого замыкания со стороны выходных зажимов при закороченных входных), можно представить следующую схему построения векторной диаграммы:

1. Вычислить величину и фазу тока холостого хода и построить его.

2. Определить величину и фазу тока короткого замыкания.

3. Под углом  от конца вектора  построить линию изменяющегося параметра R.

4. Установить центр окружности, который находится в точке пересечения перпендикуляра, проведенного из середины вектора , и перпендикуляра, восстановленного из конца вектора  к линии параметра R.

Сформулируем в более общем виде задачу для четырехполюсников.

Дан четырехполюсник с нагрузкой  (рис. 8-30). Не рассматривая причину, определить изменение тока на выходе четырехполюсника при изменении величины сопротивления  (по ).



Рис. 8-30

Воспользуемся уравнениями четырехполюсника в А-параметрах

; 

Для нагрузки  из первого уравнения находим , откуда

.

Подставим это уравнение в исходные уравнения:

.

Окончательно

.

На основании режима холостого хода () при  находим

.

В случае короткого замыкания ()

,

тогда

.

Соотношение , исходя из уравнения , можно представить как сопротивление выхода при коротком замыкании на входе ():



Таким образом выражение для входного тока при изменении Z:



Порядок построения круговой диаграммы четырехполюсника (рис. 8-31) определяется этой формулой.



Рис. 8-31

1. Комплексы  и  строить относительно .

2. Построить вектор, равный .

3. Найти фазу  и под углом  провести линию переменного параметра Z.

4. Определить центр окружности в точке пересечения перпендикуляра, проведенного к середине вектора , и перпендикуляра к линии Z, восстановленного из конца .

Пример. Анализ фазовращателя.

Схема фазовращателя представлена на рис. 8-32.



Рис. 8-32

На этой схеме  и переменное сопротивление изменяется от 0 до ,  - синусоидальное напряжение.

Требуется определить: как при таком изменении R будет меняться напряжение .

Для этого воспользуемся построением круговых диаграмм (рис. 8-33).



Рис. 8-33

Проведем вектор  и построим круговую диаграмму для тока . Для этого построим  - ток при . На нем как на диаметре построим полуокружность, по которой будет скользить конец вектора . Отложив отрезок АВ, равный, из точки А можно провести линию переменного сопротивления (в масштабе ). Напряжение  будет равно сумме двух взаимно перпендикулярных напряжений  и , причем  отстает от тока  на угол . Это означает, что конец вектора  (точка b) скользит по полуокружности. В свою очередь точке «а» схемы соответствует на векторной диаграмме точка, делящая  пополам, т.к. . Таким образом, мы получили, что напряжение  будет постоянно по величине. Причем угол  меняется от 0 до  при изменении R от 0 до .

**Контрольные вопросы к теме 8**

1. Что такое четырехполюсник?
2. Как экспериментально отличить пассивный четырехполюсник от активного?
3. Запишите все известные Вам формы уравнений четырехполюсников.
4. Каков физический смысл параметров четырехполюсников при различных формах уравнений?
5. Как записывается зависимость некоторых параметров четырехполюсника?
6. Как экспериментально определить параметры четырехполюсника на постоянном токе? На синусоидальном токе?
7. Как рассчитать параметры четырехполюсника при различных соединениях?
8. Что такое регулярное соединение?
9. Что такое характеристические параметры четырехполюсника?
10. Что такое затухание? В каких единицах выражается затухание?
11. Каковы условия согласования четырехполюсников?
12. Назовите порядок построения круговой диаграммы.

**Контрольные задачи к теме 8**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | В результате измерений получено:  ;  ;  . | 1. Нарисовать схему измерения, включив необходимые приборы. 2. Определить . 3. Определить А-параметры четырехполюсника. 4. Нарисовать эквивалентную схему четырехполюсника. |
| 2 |  | Соединить четырехполюсники параллельно и найти параметры объединенного четырехполюсника. Известно, что соединение регулярно. |
| 3 | ; . | Определить характеристические параметры четырехполюсника на частотах:  а) ;  б) . |

**Тема 9**

**(К)Лекция 14Трехфазные электрические цепи**

Трехфазные электрические цепи - это совокупность электрических цепей, в которых действуют три синусоидальные ЭДС одинаковой частоты, создаваемые одним источником, различающимся по фазе.

Эти системы получили самое широкое распространение. На их применении основано практически все энергоснабжение промышленных предприятий и быта. Такое распространение обусловлено их преимуществами перед однофазными системами электроснабжения, заключающимися в следующем:

1. экономичность
2. возможность получения двух номиналов напряжения
3. постоянство вращающегося момента на валу генераторов и двигателей (уравновешенность)
4. возможность создания вращающихся магнитных полей сравнительно простым способом
5. упрощение фильтров в выпрямительных устройствах.

Следует обратить внимание на укоренившийся термин «фаза», который применяется не только как характеристика синусоидальной функции, но и обозначает все устройства, включенные в соответствующие участки цепи (фазовый выключатель, фазовый провод, фазовая обмотка и т.д.).

**§ 1. Образование трехфазных ЭДС и основные обозначения**

Как известно из курса физики в рамке, вращающиеся в равномерном магнитном поле с угловой скоростью  индуцируется синусоидальная ЭДС. Аналогичная ЭДС возникает, если внутри катушки будет вращаться постоянный магнит. Если постоянный магнит будет вращаться внутри системы из трех одинаковых катушек, размещенных на магнитопроводе, сдвинутых одна относительно другой на угол , то в каждой из катушек возникнут переменные ЭДС разнящиеся по фазе на угол , соответствующий углу сдвига катушек в пространстве. Такое устройство и осциллограммы ЭДС показаны на рис. 9-1.



Рис. 9-1

Обычно начала обмоток разных фаз обозначаются А, В, С, а концы X, Y, Z.







В комплексной форме такую систему ЭДС можно записать:







Векторная диаграмма изображена на рис. 9-2.



Рис. 9-2

При анализе трехфазных цепей часто пользуются оператором

.

Свойства оператора определяются очевидными соотношениями:











.

Ñ помощью оператора *а* трехфазную систему можно записать:

; ; 

или

;

.

В электрических машинах находит применение двухфазная система:



.

Векторная диаграмма изображена на рис. 9-3,а. Для создания мощных выпрямительных систем постоянного тока нашли применение 6-ти и 12-ти фазные системы, векторные диаграммы которых показаны на рис 9-3,б и в.



Рис. 9-3

6-ти и 12-ти фазные системы ЭДС образуются обычно статическими преобразователями (специальными трансформаторами) из трехфазных ЭДС.

**§ 2. Соединение трехфазной системы в звезду**



Рис. 9-4

Соединим концы катушек трехфазного генератора или соответствующие обмотки трансформатора в одну точку; так же соединим концы нагрузок как показано на рис. 9-4,а. Иногда схему изображают, как показано на рис. 9-4,б отсюда и происходит название «звезда».

При симметричной нагрузке, когда  токи определяются:

; ; .

Значит токи образуют симметричную трехфазную систему токов.

Ток в общем (нейтральном проводе):

 (!).

В цепи провод, по которому ток не течет можно удалить. Получается очень своеобразная система передачи энергии, где от каждого «генератора» ЭДС энергия передается одним проводом. Таким образом, для передачи той же мощности экономия на проводах почти в два раза. Аналогичная экономия достигается при генерации и трансформации энергии и в электрических двигателях. Существенная экономия и предопределила широкое распространение трехфазных систем в энергоснабжении.

Нейтральный провод, обычно меньшего сечения, все же сохраняют для обеспечения равенства напряжений всех фаз при возможных несимметриях нагрузки. Напряжения между линейными проводами:





.

Эти напряжения так же образуют симметричную трехфазную систему. Напряжение фазы источника называют фазным напряжением , а напряжение между линейными проводами - линейным напряжением .

По величине ; .

Значит в одной и той же системе электроснабжения можно, при необходимости, использовать два напряжения с соотношением . Это соотношение и включено в стандартный ряд напряжений: 127, 220, 380,  
660 В. Применяются системы 127/220 B; 220/380 B; 380/660 B.

При расчетах трехфазных цепей можно пользоваться всеми методами расчета цепей синусоидального тока. Однако удобно использовать некоторые специфические приемы. При расчете симметричных цепей при симметричных нагрузках расчет можно вести для одной фазы даже при отсутствии нейтрального провода. Для получения токов и напряжений в двух других фазах достаточно воспользоваться операторами  и .

При несимметричном режиме при учете сопротивления проводов получается расчетная схема, как показано на рис. 9-5.



Рис. 9-5

Поскольку обычно несимметрия нагрузок практически не отражается на симметрии питающих напряжений (кроме аварийных режимов) в дальнейшем будем считать, что

.

Применяя метод узловых потенциалов (метод двух узлов) получим напряжение между нейтральными точками:

.

После этого легко определяются напряжения на каждой фазе нагрузки

; ; .

Соответствующие фазовые токи

; ; ; .



Рис. 9-6

Векторная диаграмм напряжений изображена на рис. 9-6. Из нее видно, что симметричная система напряжений (вектора ОА; ОВ; ОС) искажается наличием напряжения нейтрали . Соединяя точки А; В; С с точкой O’ получаем напряжения на фазах нагрузки. Наибольшее искажение, при прочих равных условиях, возникает при отсутствии нейтрального провода: ; .

Если сопротивление нейтрального провода достаточно мало (; ), то искажений не возникает: .

**§ 3. Соединение трехфазной системы треугольником**



Рис. 9-7

Соединение, показанное на рис. 9-7, называют треугольником. Последовательное соединение трех источников не вызывает появление короткого замыкания, т.к.

.

В сопротивлениях нагрузки возникает трехфазная система токов ; ; .

Если не учитывать сопротивление проводов, то

; ; .

Линейные токи

; ; .

Если нагрузка симметрична  эти триады токов образуют симметричные трехфазные системы. В этом случае

; .

Вспомним, что при соединении звездой

; .

Если сравнить экономичность соединения треугольником с соединением звездой надо учесть, что токи в линейных проводах больше в  раз и следовательно сечения проводов надо увеличить в  раз. Однако, возрастание напряжения так же в  приводит к тому, что мощность передается в такое же количество раз больше. Таким образом, для передачи той же мощности на проводах достигается экономия в два раза по сравнению с передачей энергии тремя однофазными системами. Переключив обмотки генератора или трансформатора с треугольника на звезду, можно получить систему распределения энергии с напряжением в  раз большим. Трехфазную нагрузку (например двигатели) надо также переключить с треугольника на звезду, чтобы сохранить номинальные фазовые напряжения.

Для удобства переключения, шесть выводов трехфазных двигателей, генераторов или трансформаторов в выводных коробках располагают как показано на рис. 9-8.



Рис. 9-8

То или иное соединение источника не предопределяют схему соединения приемников. Более того, различные группы приемников могут быть соединены по-разному. Рассмотрим принцип расчета такой цепи на примере рис. 9-9.



Рис. 9-9

Здесь группа сопротивлений , соответствует сопротивлению линии передач, группа приемников  соединена звездой, а группа  соединена треугольником.

1. Преобразуем звезду  в треугольник по формуле:

 и т.д.

2. Определим эквивалентные сопротивления двух треугольников.

3. Преобразуем полученный треугольник в звезду.

4. Объединив последовательные сопротивления, получим простую схему расчета, соединенную в звезду.

Последовательность преобразований показана на рис. 9-10.



Рис. 9-10

Найдя линейные токи, определить падение напряжения на линии передач, затем линейные напряжения приемников и их токи.

**§ 4. Мощность в трехфазных системах**

При симметричной системе мгновенная мощность каждой фазы определяется:









Получили замечательный результат. Сумма мгновенных мощностей всех фаз симметричной системы не зависит от времени и равна активной мощности. Это важное свойство называют уравновешенностью системы.

Для двухфазной системы:





.

Двухфазная система хотя и не симметрична, но уравновешена и тоже создает постоянный момент на валу генераторов.

Если выражение для мощности симметричной трехфазной системы подставить вместо фазных напряжений и токов линейные, то получим независимо от соединения звездой или треугольником:

.

В таком виде формула фигурирует в технической литературе. Следует иметь ввиду, что в ней  - сдвиг по фазе между фазными напряжением и током.

Для измерения мощности в четырехпроводной трехфазной системе применяется очевидная схема с тремя ваттметрами (рис. 9-11,а) или одним соответствующим образом сконструированным.



Рис. 9-11

Схема (рис. 9-11,б) с двумя ваттметрами (схема Арона) для измерения мощности двумя ваттметрами в системе без нейтрального провода требует некоторых пояснений. Как известно, ваттметр показывает действительную часть комплекса мощности. Значит сумма показаний двух ваттметров в схеме Арона составит:



Поскольку , получим

.

Сумма показаний двух ваттметров в схеме рис. 9-11 даст суммарную мощность всех трех фаз системы. Эта схема применима только в трехпроводной системе электроснабжения.

Представляет интерес схема рис. 9-12 для измерения реактивной мощности в симметричной трехфазной системе.



Рис. 9-12

Ваттметр покажет:

.

Значит показание ваттметра, умноженное на  даст реактивную мощность симметричной нагрузки.

**§ 5. Получение вращающего магнитного поля**



Рис. 9-13

На рис. 9-13 представлена система из трех катушек, сдвинутых в пространстве на угол , каждая из которых подключена к одной из фаз трехфазной системы. Магнитная индукция (Bm) направлена перпендикулярно плоскостям катушек и представляет из себя вектор, имеющий постоянное направление в пространстве и изменяющийся по величине по закону синуса. Такой вектор можно разложить на две составляющие 0,5 Bm, вращающихся с угловой скоростью  в разные стороны.

Вектор, вращающийся по часовой стрелке  от катушки фазы А, сложим с вектором, вращающимся в ту же сторону от катушки фазы В  и с вектором от катушки фазы С . Множители  и  учитывают разницу в направлениях в пространстве. Если учесть сдвиг по фазе токов в этих катушках соответствующими множителями 1;  и , то получим сумму:

.

Что касается слагаемых векторов, вращающихся против часовой стрелки, то для учета их взаимного направления в пространстве относительно направления вращения надо записать: ; ; . Умножая на 1;  и  и складывая получим:

.

Т.е. эти составляющие пульсирующих векторов взаимно компенсируют друг друга.

Таким образом в пространстве внутри катушек получим круговое вращающееся магнитное поле.

Вращающееся магнитное поле можно получить и от двухфазной системы. Для этого рассмотрим суммарную магнитную индукцию от двух катушек, расположенных под углом  и питаемых от двухфазной системы напряжений. Т.е. имеем два взаимно перпендикулярных пульсирующих вектора. Для их сложения поместим их в произвольно расположенную прямоугольную систему координат (рис. 9-14).



Рис. 9-14

Проекции на ось X:

.

Но



.

Таким образом получим

.

Используя соотношение:

,

получим

, аналогично

.

Вектор с такими проекциями имеет постоянную величину .

Что касается его расположения в системе координат, то оно определится некоторым углом 

.

Если рассмотреть расположение вектора в системе координат вращающейся с угловой скоростью, т.е. , то получим, что суммарный вектор неподвижен во вращающейся системе координат. Это значит, что в неподвижной системе координат вектор вращается. Т.е. получено круговое вращающееся поле.

Последнее преимущество многофазных систем с точки зрения создания мощных выпрямителей будет показано при рассмотрении темы «Нелинейные цепи».

**Контрольные вопросы к теме 9**

1. Назовите преимущества трехфазных цепей для систем электроснабжения.
2. Как образуются трехфазные ЭДС?
3. Какие способы Вы знаете для записи трехфазных систем напряжение? Что такое оператор «»?
4. Назовите другие многофазные системы.
5. Соединение трехфазных систем звездой и порядок расчета при таком соединении.
6. Порядок расчета при соединении треугольником.
7. Расчет цепей при смешанном соединении приемников энергии.
8. Выражения для мощности трехфазных систем. Что такое уравновешенность?
9. Докажите уравновешенность двухфазной системы.
10. Какие способы измерения активной и реактивной мощности в трехфазных цепях Вы знаете?
11. Как получить вращающееся магнитное поле в трехфазной системе?
12. Как получить вращающееся магнитное поле в двухфазной системе?

**Контрольные вопросы к теме 12**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | ; В. | Определить напряжение на нагрузочных сопротивлениях при обрыве фазы А:   1. при отсутствии нулевого провода, 2. при наличии нулевого провода. |
| 2 | Ом; В; Вт. | Определить мощность симметричного трехфазного приемника, при измерении одним ваттметром с искусственной нулевой точкой |
| 3 | ; ;В; Вт. | Определить  приемника , если через него протекает ток 2А. |
| 4 |  | Как изменится мощность при переключении симметричной трехфазной нагрузки со звезды на треугольник. |