

EX. 1. $\underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}}_{3 \cdot X} \cdot X + 2 \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}^T}_{\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 4 & 10 \end{bmatrix}} = 5 \cdot X + 6 \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}^{-1}}_{\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ -12 & 18 \end{bmatrix}}$

$$\begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 16 & -8 \end{bmatrix} = 2X$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 8 & -4 \end{bmatrix}$$

EX. 2 (a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & | & 1 & -2 \\ 2 & 3 & -1 & | & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 2 & | & 3 & -1 \end{vmatrix} = (6+6+6) - (27+1+8) = 18 - 36 = -18.$

(b) \downarrow
 $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + (-2) \cdot (-1)^3 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} + 3 \cdot (-1)^4 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} =$
 $= 1 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot (-7) = -18.$

EX. 3 $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \dots = 29.$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot (A^D)^T$$

$$A^{-1} = \frac{1}{29} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 5 & -11 \\ 5 & 2 & 13 \\ 7 & -3 & -5 \end{bmatrix}$$

$$A^D = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 7 \\ 5 & 2 & -3 \\ -11 & 13 & -5 \end{bmatrix}$$

EX. 4 $\begin{vmatrix} -1 & 2 & 4 & -3 \\ 2 & -1 & -3 & 2 \\ 4 & 3 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -2 & 4 \end{vmatrix} \begin{matrix} r_1 + 2r_2 \\ r_3 + 3r_2 \\ r_4 + 2r_2 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 3 & 0 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 & 2 \\ 10 & 0 & -10 & 9 \\ 7 & 0 & -8 & 8 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-1)^5 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 10 & -10 & 9 \\ 7 & -8 & 8 \end{vmatrix} =$

$$= \dots = 0.$$