

$$\textcircled{1} \quad \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 6 & 15 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 2 \cdot I$$

$$I \cdot X = X$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 6 & 15 \end{bmatrix} + 3X = 2 \cdot I \cdot X + 2 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$3X - 2X = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -10 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 6 & 15 \end{bmatrix}$$

$$X = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 1 & 14 \\ -16 & -9 \end{bmatrix}}}$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{matrix} A \cdot B \\ m \times n \quad p \times q \end{matrix} \text{ exists if } \underline{n=p}$$

$$\cdot) \quad \begin{matrix} C \cdot A \\ 2 \times 3 \quad 2 \times 2 \end{matrix} \text{ doesn't exist because } 3 \neq 2$$

$$\cdot) \quad \begin{matrix} B^T \cdot C \\ 2 \times 3 \quad 1 \times 3 \end{matrix} \text{ doesn't exist } (3 \neq 2)$$

$$\cdot) \quad \begin{matrix} C \cdot B \\ 2 \times 3 \quad 3 \times 2 \end{matrix} \text{ exists } (3=3)$$

$$A + C \cdot B \text{ exists (the same size } 2 \times 2)$$

$$C \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} \quad A + C \cdot B = \underline{\underline{\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}}}$$

$$\cdot) \quad \begin{matrix} C^2 = C \cdot C \\ 2 \times 3 \quad 2 \times 3 \end{matrix} \text{ doesn't exist } (3 \neq 2)$$

$$\textcircled{3} \quad A^T \cdot (3B^T - 2C) = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \left(3 \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix} - 2 \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} \right)$$

$$= \begin{bmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{\begin{bmatrix} -3 \\ 9 \end{bmatrix}}}$$

