

UNIVERSIDAD ALBERTO HURTADO

MAGÍSTER EN ECONOMÍA

MACROECONOMÍA II

Análisis Computacional de Modelos RBC y Neokeynesianos

Edison Choque-Sanchez

Angel Surco

Gonzalo Corvacho

Invierno 2025

Resumen

Este documento presenta la implementación computacional y análisis de modelos de Ciclos Reales de Negocios (RBC) y un modelo Nekeynesiano básico utilizando Dynare. Replicamos las extensiones propuestas por Hansen and Wright (1992) y evaluamos reglas de política monetaria siguiendo el marco de Galí (2015). El proyecto incluye simulaciones estocásticas, análisis de estadísticas clave y comparación de reglas monetarias bajo diferentes choques.

Índice general

1. Introducción	6
1.1. Objetivos del proyecto	6
1.2. Metodología	6
 I Modelos de Ciclos Reales de Negocios	 7
2. Fundamentos del Modelo RBC: Base y Extensiones	8
2.1. Modelo RBC base	8
2.1.1. Idea central y características	8
2.1.2. Estructura del modelo	8
2.1.3. Equilibrio de estado estacionario	10
2.2. Extensión 1: Persistencia de ocio (preferencias no separables)	10
2.2.1. Idea central y motivación	10
2.2.2. Estructura del modelo	11
2.2.3. Equilibrio de estado estacionario	13
2.3. Extensión 2: Trabajo indivisible	13
2.3.1. Idea central y motivación	13
2.3.2. Estructura del modelo	14
2.3.3. Equilibrio de estado estacionario	15
2.4. Extensión 3: Gasto público con impuestos de suma fija	16
2.4.1. Idea central y motivación	16
2.4.2. Estructura del modelo	17
2.4.3. Equilibrio de estado estacionario	18
2.5. Extensión 4: Producción doméstica (household production)	19
2.5.1. Idea central y motivación	19
2.5.2. Estructura del modelo	19
2.5.3. Equilibrio de estado estacionario	21

3. Implementación computacional y resultados	23
3.1. Modelo RBC base	23
3.1.1. Archivo .mod, calibración y solución estocástica	23
3.1.2. Simulaciones Monte–Carlo y análisis de momentos	24
3.2. Extensión 1: Persistencia de ocio (preferencias no separables)	26
3.2.1. Archivo .mod, calibración y solución estocástica	26
3.2.2. Simulaciones Monte–Carlo y análisis de momentos	26
3.3. Extensión 2: Trabajo indivisible	28
3.3.1. Archivo .mod, calibración y solución estocástica	28
3.3.2. Simulaciones Monte–Carlo y análisis de momentos	29
3.4. Extensión 3: Gasto público con impuestos de suma fija	30
3.4.1. Archivo .mod, calibración y solución estocástica	30
3.4.2. Simulaciones Monte–Carlo y análisis de momentos	31
3.5. Extensión 4: Producción doméstica	32
3.5.1. Archivo .mod, calibración y solución estocástica	32
3.5.2. Simulaciones Monte–Carlo y análisis de momentos	33
4. Balance cuantitativo: datos, modelo original y réplica	34
 II Modelo Neokeynesiano	 37
5. Modelo de referencia y reglas de política	38
5.1. Núcleo neokeynesiano de Galí (2015)	38
5.1.1. Archivo .mod, calibración y estructura del modelo NK básico	38
5.2. Reglas de política monetaria	42
6. Resultados cuantitativos	46
6.1. Shocks tecnológicos	46
6.2. Shocks de demanda	48
6.3. Shocks tecnológicos y de demanda	50
7. Balance de resultados y recomendaciones de política	52
 A. Parte I - Código Dynare	 55
A.1. Modelo RBC base	55
A.2. Extensión 1: Ocio no separable	56
A.3. Extensión 2: Trabajo indivisible	58
A.4. Extensión 3: Modelo RBC con gasto público	59
A.5. Extensión 4: Producción en el hogar	61

Índice general	3
----------------	---

B. Parte II - Código Dynare	63
B.1. Modelo base - regla estandar	63
B.2. Modelo base - regla con expectativa	65
B.3. Replicación Tabla 4.1	66

Índice de figuras

3.1. IRFs ante un shock tecnológico – modelo RBC base	24
3.2. Distribución de los momentos simulados – modelo RBC base	25
3.3. IRFs ante un shock tecnológico — extensión 1	26
3.4. Distribución de momentos en 10 000 simulaciones Monte–Carlo — extensión 1	27
3.5. IRFs ante un shock tecnológico — extensión 2 (trabajo indivisible) . .	28
3.6. Distribución de momentos en 10 000 simulaciones Monte–Carlo — extensión 2	29
3.7. IRFs ante un shock tecnológico — extensión 3 (gasto público)	30
3.8. Distribución de momentos en 10 000 simulaciones Monte–Carlo — extensión 3	31
3.9. IRFs ante un shock tecnológico — extensión 4 (producción doméstica)	32
3.10. Distribución de momentos en 10 000 simulaciones Monte–Carlo — extensión 4	33
5.1. Funciones impulso–respuesta bajo dos reglas de Taylor	42
6.1. Pérdida de bienestar con regla de Taylor “backward-looking”. Histo- grama basado en 10 000 trayectorias de 200 períodos.	46
6.2. Pérdida de bienestar con regla de Taylor “forward-looking”. Mismas simulaciones que la figura anterior.	47
6.3. Pérdida de bienestar con regla de Taylor “backward-looking”. Histo- grama basado en 10 000 trayectorias (shock de demanda).	48
6.4. Pérdida de bienestar con regla de Taylor “forward-looking”. Mismas simulaciones (shock de demanda).	49
6.5. Pérdida de bienestar con regla de Taylor “backward-looking”. Simu- laciones con shocks tecnológicos y de demanda.	50
6.6. Pérdida de bienestar con regla “forward-looking”. Misma mezcla de shocks.	51

Índice de cuadros

3.1. Momentos simulados — modelo RBC base	25
3.2. Momentos simulados — extensión 1 (ocio persistente)	27
3.3. Momentos simulados — extensión 2 (trabajo indivisible)	29
3.4. Momentos simulados — extensión 3 (gasto público)	31
3.5. Momentos simulados — extensión 4 (producción doméstica)	33
4.1. Propiedades cíclicas de EE.UU. y modelos simulados (estadísticas promedio)	36
5.1. Calibración base	39
5.2. Evaluación de reglas monetarias: Regla de Taylor estándar (resultados replicados)	43
5.3. Evaluación de reglas monetarias: Regla de Taylor con expectativas (resultados replicados)	44
7.1. Pérdida de bienestar y componentes de varianza por escenario y regla monetaria	52

Capítulo 1

Introducción

1.1. Objetivos del proyecto

El propósito central del informe es contrastar, mediante replicación computacional, la capacidad de dos marcos dinámicos para explicar la coyuntura macroeconómica. La **Parte I** reproduce el modelo RBC estándar y las cuatro extensiones documentadas por Hansen and Wright (1992), siguiendo para cada variante los mismos pasos de calibración, resolución y análisis. La **Parte II** replica el ejercicio de reglas simples de política monetaria de Galí (2015, cap. 4) a fin de comparar dos formulaciones de la Regla de Taylor y valorar sus efectos sobre la inflación y la brecha de producto.

1.2. Metodología

Todos los modelos se implementan en **Dynare**. El procedimiento, común a ambas partes, consta de cuatro etapas. (i) Se calcula numéricamente el estado estacionario con un algoritmo de Newton–Raphson, asegurando unicidad y estabilidad. (ii) Las ecuaciones se log-linearizan y se resuelven mediante perturbaciones de primer orden; cuando es pertinente, se recurre a una expansión de segundo orden para derivar medidas de bienestar. (iii) Se simulan trayectorias de Monte Carlo bajo procesos de choque calibrados y se generan funciones impulso-respuesta. (iv) Se computan estadísticos de segundo momento, se construye una pérdida cuadrática a la *Taylor* y se realizan pruebas de sensibilidad sobre la persistencia y varianza de los choques. Este protocolo homogéneo permite comparar, con base cuantitativa, la eficacia de las diferentes especificaciones y reglas de política.

Parte I

Modelos de Ciclos Reales de Negocios

Capítulo 2

Fundamentos del Modelo RBC: Base y Extensiones

2.1. Modelo RBC base

2.1.1. Idea central y características

El modelo de Ciclos Reales de Negocios (RBC) constituye un laboratorio neoclásico donde las fluctuaciones agregadas se originan exclusivamente en perturbaciones tecnológicas. La economía está poblada por un agente representativo que elige consumo y oferta de trabajo para maximizar utilidad intertemporal; la producción se realiza bajo rendimientos constantes a escala y la única fuente de incertidumbre es un shock de productividad que sigue un proceso AR(1). La ausencia de fricciones nominales implica que los precios son flexibles y la asignación resultante coincide con la que escogería un planificador benevolente. En consecuencia, el ajuste a los shocks es inmediato y se canaliza a través de cantidades reales (consumo, horas trabajadas, inversión y capital).

2.1.2. Estructura del modelo

Preferencias y función objetivo

El modelo supone que el agente representativo valora el consumo y el ocio de forma separable y con utilidad logarítmica. En este contexto, la función objetivo del hogar representativo es:

$$U = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\log c_t + \varphi \log \ell_t], \quad (2.1)$$

donde $0 < \beta < 1$ es el factor de descuento intertemporal, $\varphi > 0$ controla la preferencia relativa por el ocio y $\ell_t = 1 - h_t$ denota la fracción de tiempo dedicada al ocio. Esta especificación, habitual en la literatura RBC, impone aversión relativa al riesgo unitaria y genera reglas de decisión con elasticidades constantes, lo que simplifica el análisis y preserva el equilibrio de crecimiento balanceado.

Restricciones tecnológicas y de recursos

En línea con la literatura RBC, la dinámica real de la economía se resume en cuatro relaciones fundamentales: la función de producción, la ley de evolución del capital, la identidad de recursos y el proceso estocástico de productividad. Estas ecuaciones, junto con la función objetivo, completan la descripción del entorno en el que el agente optimiza.

$$\text{Producción:} \quad y_t = e^{z_t} k_t^\theta h_t^{1-\theta}, \quad (2.2a)$$

$$\text{Acumulación de capital:} \quad k_{t+1} = (1 - \delta) k_t + i_t, \quad (2.2b)$$

$$\text{Restricción de recursos:} \quad c_t + i_t = y_t, \quad (2.2c)$$

$$\text{Shock tecnológico:} \quad z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}, \quad (2.2d)$$

donde $\varepsilon_{t+1} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

Sistema no lineal de condiciones de optimalidad

La maximización del bienestar, sujeta a las restricciones descritas en (2.2), se resume en cuatro ecuaciones clave: la condición intertemporal de consumo (Euler), la eficiencia intratemporal entre consumo y ocio, la ley de movimiento del capital y el proceso exógeno de productividad.

$$\text{Ecuación de Euler:} \quad \frac{1}{c_t} = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} \left(\theta e^{z_{t+1}} k_{t+1}^{\theta-1} h_{t+1}^{1-\theta} + 1 - \delta \right) \right], \quad (2.3a)$$

$$\text{Óptimo intratemporal:} \quad \frac{\varphi}{1 - h_t} = \frac{1}{c_t} (1 - \theta) e^{z_t} k_t^\theta h_t^{-\theta}, \quad (2.3b)$$

$$\text{Ley de movimiento de } k_t: \quad k_{t+1} = e^{z_t} k_t^\theta h_t^{1-\theta} + (1 - \delta) k_t - c_t, \quad (2.3c)$$

$$\text{Proceso de productividad:} \quad z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}, \quad (2.3d)$$

En conjunto, (2.3a)–(2.3d) describen por completo la dinámica óptima de la

economía.

2.1.3. Equilibrio de estado estacionario

Una vez disipados los shocks ($z_t = 0$) y con las variables creciendo, a lo sumo, a tasas constantes, la economía converge a un punto en el que capital, consumo y horas permanecen inmutables en términos reales. En ese entorno, la tensión intertemporal desaparece y las condiciones de primer orden se reducen al sistema:

$$\text{Condición de Euler estacionaria:} \quad \frac{1}{\beta} = \theta \bar{k}^{\theta-1} \bar{h}^{1-\theta} + 1 - \delta, \quad (2.4a)$$

$$\text{Óptimo intratemporal:} \quad \frac{\varphi}{1 - \bar{h}} = \frac{1}{\bar{c}} (1 - \theta) \bar{k}^{\theta} \bar{h}^{-\theta}, \quad (2.4b)$$

$$\text{Producción estacionaria:} \quad \bar{y} = \bar{k}^{\theta} \bar{h}^{1-\theta}, \quad (2.4c)$$

$$\text{Restricción de recursos:} \quad \bar{c} + \delta \bar{k} = \bar{y}. \quad (2.4d)$$

El sistema (2.4) determina el vector de equilibrio $(\bar{c}, \bar{k}, \bar{h}, \bar{y})$ como funciones de los parámetros $\beta, \delta, \theta, \varphi$. Este punto no sólo resume el equilibrio de largo plazo; también proporciona la referencia numérica a partir de la cual se calibra el modelo y se linealizan las ecuaciones para el análisis de dinámica estocástica.

2.2. Extensión 1: Persistencia de ocio (preferencias no separables)

2.2.1. Idea central y motivación

En esta variante, según Hansen and Wright (1992), la utilidad instantánea deja de ser separable en ocio a lo largo del tiempo. Concretamente, el bienestar del agente depende de una combinación ponderada entre el ocio actual y el ocio acumulado en periodos previos, lo que genera *hábitos de ocio* (*leisure habit persistence*). El supuesto captura la evidencia según la cual los individuos muestran inercia en sus decisiones de participación laboral: quienes descansaron relativamente más en el pasado están dispuestos a trabajar más horas hoy, y viceversa.

2.2.2. Estructura del modelo

Preferencias y función objetivo

La única novedad formal reside en la función de preferencias. Sea h_t la fracción de tiempo dedicada al trabajo; el ocio corriente es $\ell_t = 1 - h_t$. Definimos el *ocio efectivo* como una media ponderada de ocio corriente y pasado,

$$L_t = \sum_{j=0}^{\infty} a_j \ell_{t-j}, \quad a_j \geq 0, \quad \sum_{j=0}^{\infty} a_j = 1,$$

de modo que la utilidad intertemporal es

$$U = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\log c_t + \varphi \log L_t] \quad (2.5)$$

Seguendo Hansen and Wright (1992), los pesos a_j se escogen como

$$a_0 = \alpha_0, \quad a_j = (1 - \alpha_0) \eta^{j-1} (1 - \eta) \quad (j \geq 1), \quad 0 < \alpha_0, \eta < 1,$$

de modo que el ocio efectivo puede escribirse recursivamente:

$$L_t = \alpha_0 \ell_t + (1 - \alpha_0) X_t, \quad X_{t+1} = \eta X_t + (1 - \eta) \ell_t.$$

Aquí X_t resume el ocio acumulado y pasa a ser un nuevo estado de control. En el caso especial $\alpha_0 = 1 - \eta$ y η arbitraria, obtenemos la forma bivariada

$$\tilde{\ell}_t = (1 - \eta) \ell_t + \eta \ell_{t-1},$$

que realza la intuición: cuando $\eta = 0$ se recupera el modelo base (preferencias separables), mientras que valores mayores de η introducen persistencia en la oferta laboral y reducen la elasticidad Frisch efectiva.

Restricciones tecnológicas y de recursos

El entorno productivo y de acumulación de capital es idéntico al del modelo base, con la salvedad de la nueva ley para X_t :

$$\text{Producción:} \quad y_t = e^{z_t} k_t^\theta h_t^{1-\theta}, \quad (2.6a)$$

$$\text{Acumulación de capital:} \quad k_{t+1} = (1 - \delta) k_t + i_t, \quad (2.6b)$$

$$\text{Restricción de recursos:} \quad c_t + i_t = y_t, \quad (2.6c)$$

$$\text{Shock tecnológico:} \quad z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}, \quad (2.6d)$$

$$\text{Evolución del ocio acumulado:} \quad X_{t+1} = \eta X_t + (1 - \eta)(1 - h_t), \quad (2.6e)$$

donde $\varepsilon_{t+1} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$; Las variables endógenas son c_t , h_t , k_t , z_t , y el nuevo estado X_t ; las identidades $\ell_t = 1 - h_t$ (ocio) e $i_t = y_t - c_t$ (inversión) completan el sistema. La única novedad frente al modelo base es justamente X_t y su ley de evolución (2.6e); el resto de la estructura productiva y de acumulación permanece intacto.

Sistema no lineal de condiciones de optimalidad

Como en el modelo base, se trabaja con el problema del planificador social. Las condiciones de primer orden se modifican para incorporar que la utilidad depende tanto del ocio actual como del ocio pasado a través de L_t . La maximización del bienestar, sujeta a las restricciones (2.6), se resume ahora en cinco ecuaciones: la condición intertemporal de consumo, la eficiencia intratemporal entre consumo y ocio efectivo, la ley de movimiento del capital, la dinámica del stock de ocio acumulado y el proceso exógeno de productividad.

$$\text{Ecuación de Euler:} \quad \frac{1}{c_t} = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} \left(\theta e^{z_{t+1}} k_{t+1}^{\theta-1} h_{t+1}^{1-\theta} + 1 - \delta \right) \right], \quad (2.7a)$$

$$\text{Óptimo intratemporal:} \quad \frac{\varphi \alpha_0}{L_t} = \frac{1}{c_t} (1 - \theta) e^{z_t} k_t^\theta h_t^{-\theta}, \quad (2.7b)$$

$$\text{donde } L_t = \alpha_0(1 - h_t) + (1 - \alpha_0)X_t,$$

$$\text{Ley de movimiento de } k_t: \quad k_{t+1} = e^{z_t} k_t^\theta h_t^{1-\theta} + (1 - \delta)k_t - c_t, \quad (2.7c)$$

$$\text{Evolución de } X_t: \quad X_{t+1} = \eta X_t + (1 - \eta)(1 - h_t), \quad (2.7d)$$

$$\text{Proceso tecnológico:} \quad z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}, \quad (2.7e)$$

En conjunto, (2.7a)–(2.7e) trazan la trayectoria óptima de c_t , h_t , k_t , X_t , z_t . El nuevo estado X_t introduce inercia en la oferta laboral: lo cual genera respuestas más persistentes y suavizadas de horas y producción ante un shock tecnológico; el pico

máximo de las variables reales se desplaza varios períodos, reproduciendo mejor la dinámica observada en los datos.

2.2.3. Equilibrio de estado estacionario

Cuando los shocks desaparecen ($z_t = 0$) y todas las variables se estabilizan ($x_t = \bar{x}$), la dinámica del ocio acumulado se vuelve

$$\bar{X} = \eta \bar{X} + (1 - \eta)(1 - \bar{h}) \implies \bar{X} = 1 - \bar{h}.$$

Por consiguiente, el ocio efectivo estacionario es simplemente

$$\bar{L} = \alpha_0(1 - \bar{h}) + (1 - \alpha_0)\bar{X} = 1 - \bar{h},$$

de modo que la persistencia de ocio no altera la asignación de largo plazo. Las condiciones de óptimo se reducen al sistema:

$$\text{Condición de Euler:} \quad \frac{1}{\beta} = \theta \bar{k}^{\theta-1} \bar{h}^{1-\theta} + 1 - \delta, \quad (2.8a)$$

$$\text{Óptimo intratemporal:} \quad \frac{\varphi}{1 - \bar{h}} = \frac{1}{\bar{c}}(1 - \theta) \bar{k}^{\theta} \bar{h}^{-\theta}, \quad (2.8b)$$

$$\text{Producción estacionaria:} \quad \bar{y} = \bar{k}^{\theta} \bar{h}^{1-\theta}, \quad (2.8c)$$

$$\text{Restricción de recursos:} \quad \bar{c} + \delta \bar{k} = \bar{y}, \quad (2.8d)$$

El sistema (2.8) determina el vector de equilibrio $(\bar{c}, \bar{k}, \bar{h}, \bar{y})$ en función de los parámetros $\beta, \delta, \theta, \varphi$. Aunque la dinámica exhibe persistencia de ocio, el punto estacionario coincide con el del modelo RBC estándar, pues $\bar{X} = 1 - \bar{h}$ se ajusta endógenamente. Este valor sirve como referencia numérica para la calibración y para la linealización empleada en el análisis estocástico de la extensión.

2.3. Extensión 2: Trabajo indivisible

2.3.1. Idea central y motivación

Siguiendo a Hansen and Wright (1992) y la noción de *employment lotteries* introducida por Rogerson (1988), esta variante traslada la decisión laboral al margen extensivo: cada individuo sólo puede trabajar una jornada fija h^* o no trabajar en absoluto. Un mercado de loterías —o una autoridad benevolente— asigna aleato-

riamente una fracción n_t de hogares al estado “empleado”, de modo que las horas agregadas se determinan como $H_t = n_t h^*$. El consumo se asegura de forma perfecta entre los hogares, por lo que las fluctuaciones de empleo no generan desigualdad contemporánea.

El principal atractivo de esta extensión es que reproduce la elevada variabilidad empírica de las horas agregadas *sin recurrir a elasticidades Frisch implícitamente grandes*. Al concentrar la dinámica laboral en la tasa de empleo n_t , pequeños shocks tecnológicos se traducen en movimientos amplificados de producción y salarios —en línea con los datos—, mientras que la desutilidad marginal del trabajo permanece constante a nivel individual.

2.3.2. Estructura del modelo

Preferencias y función objetivo

Dado que cada hogar trabaja una jornada indivisible h^* sólo si resulta “empleado”, el margen intensivo desaparece y la desutilidad laboral es proporcional a las horas agregadas $H_t = n_t h^*$. Con seguro perfecto de consumo, la utilidad intertemporal se reduce a

$$U = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\log c_t - B H_t], \quad B \equiv -\frac{\varphi \log(1 - h^*)}{h^*} > 0, \quad (2.9)$$

de modo que el problema del planificador es formalmente idéntico al del modelo RBC base salvo por la desutilidad marginal constante B y la presencia del nuevo control n_t .

Restricciones tecnológicas y de recursos

La tecnología y la acumulación de capital mantienen la forma Cobb–Douglas, pero las horas efectivas de trabajo son H_t :

$$\text{Producción:} \quad y_t = e^{z_t} k_t^\theta (n_t h^*)^{1-\theta}, \quad (2.10a)$$

$$\text{Acumulación de capital:} \quad k_{t+1} = (1 - \delta) k_t + i_t, \quad (2.10b)$$

$$\text{Restricción de recursos:} \quad c_t + i_t = y_t, \quad (2.10c)$$

$$\text{Shock tecnológico:} \quad z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}, \quad (2.10d)$$

con $\varepsilon_{t+1} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Las variables endógenas son c_t , k_t , z_t y el nuevo control extensivo $n_t \in [0, 1]$; las horas agregadas se obtienen como $H_t = n_t h^*$.

En síntesis, esta extensión sólo difiere del modelo RBC base en tres aspectos: (i) la función de preferencias (2.9) con desutilidad marginal constante B ; (ii) la sustitución de h_t por $n_t h^*$ en la producción (2.10a); y (iii) la incorporación del control n_t , que desplaza la volatilidad laboral al margen extensivo. El resto de bloques permanecen intactos.

Sistema no lineal de condiciones de optimalidad

La maximización del bienestar descrito en (2.9), sujeta a las restricciones (2.10), produce cuatro ecuaciones clave: la condición intertemporal de consumo, la asignación óptima de empleo (margen extensivo), la ley de movimiento del capital y el proceso exógeno de productividad.

$$\begin{aligned} \text{Ecuación de Euler:} \quad \frac{1}{c_t} &= \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} \left(\theta e^{z_{t+1}} k_{t+1}^{\theta-1} (n_{t+1} h^*)^{1-\theta} + 1 - \delta \right) \right], \\ &\quad (2.11a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Óptimo en empleo:} \quad B &= \frac{1}{c_t} (1 - \theta) e^{z_t} k_t^\theta (n_t h^*)^{-\theta}, \\ &\quad (2.11b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ley de movimiento de } k_t: \quad k_{t+1} &= e^{z_t} k_t^\theta (n_t h^*)^{1-\theta} + (1 - \delta) k_t - c_t, \\ &\quad (2.11c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Proceso tecnológico:} \quad z_{t+1} &= \rho z_t + \varepsilon_{t+1}. \\ &\quad (2.11d) \end{aligned}$$

Las ecuaciones (2.11a)–(2.11d) describen la trayectoria óptima de las variables c_t, k_t, n_t, z_t cuando el trabajo es indivisible y se decide a través del margen de empleo n_t . El parámetro B fija la desutilidad marginal constante del trabajo, de modo que pequeños choques a la productividad generan variaciones amplificadas en la tasa de empleo y, por ende, en la producción agregada.

2.3.3. Equilibrio de estado estacionario

Cuando los shocks desaparecen ($z_t = 0$) y todas las variables se estabilizan ($x_t = \bar{x}$), las condiciones de primer orden se reducen a:

$$\text{Condición de Euler estacionaria:} \quad \frac{1}{\beta} = \theta \bar{k}^{\theta-1} (\bar{n} h^*)^{1-\theta} + 1 - \delta, \quad (2.12a)$$

$$\text{Óptimo en empleo:} \quad B = \frac{1}{\bar{c}} (1 - \theta) \bar{k}^{\theta} (\bar{n} h^*)^{-\theta}, \quad (2.12b)$$

$$\text{Producción estacionaria:} \quad \bar{y} = \bar{k}^{\theta} (\bar{n} h^*)^{1-\theta}, \quad (2.12c)$$

$$\text{Restricción de recursos:} \quad \bar{c} + \delta \bar{k} = \bar{y}. \quad (2.12d)$$

El sistema (2.12) determina el vector estacionario $(\bar{c}, \bar{k}, \bar{n}, \bar{y})$ en para los parámetros β, δ, θ, B y h^* . Con el margen intensivo fijo, la fracción de empleo \bar{n} absorbe los ajustes, de modo que la estructura de equilibrio coincide con la del RBC con desutilidad marginal constante. Este punto de referencia aumenta la elasticidad efectiva de la oferta laboral y permite reproducir la alta volatilidad de horas observada en los datos de Estados Unidos.

2.4. Extensión 3: Gasto público con impuestos de suma fija

2.4.1. Idea central y motivación

Esta extensión introduce un gasto público exógeno g_t financiado con impuestos de suma fija. La única modificación respecto al modelo RBC básico aparece en la restricción de recursos,

$$c_t + i_t + g_t = y_t,$$

de modo que las condiciones de primer orden del hogar permanecen inalteradas: los impuestos no distorsionan precios relativos ni decisiones intratemporales.

Al añadir g_t se incorpora un segundo impulso —de naturaleza fiscal— que compite por los mismos recursos que el shock tecnológico. Ello desvía parte de la variación de horas y producto hacia fluctuaciones de demanda, reduciendo la correlación horas-productividad y acercando la volatilidad relativa de consumo e inversión a la observada en los datos de Estados Unidos, sin introducir rigideces nominales ni otros frenos al ajuste de precios.

2.4.2. Estructura del modelo

Preferencias y función objetivo

Las preferencias del agente representativo permanecen idénticas a las del modelo RBC base:

$$U = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\log c_t + \varphi \log(1 - h_t)].$$

La novedad en esta extensión se limita al entorno fiscal: el gobierno realiza compras exógenas de bienes, g_t , financiadas mediante impuestos de suma fija T_t , de modo que la utilidad del hogar no se ve directamente afectada.

Restricciones tecnológicas, fiscales y de recursos

El bloque productivo conserva la forma Cobb–Douglas; las modificaciones se concentran en la restricción de recursos y en la identidad presupuestaria del gobierno:

$$\text{Producción:} \quad y_t = e^{z_t} k_t^\theta h_t^{1-\theta}, \quad (2.13a)$$

$$\text{Acumulación de capital:} \quad k_{t+1} = (1 - \delta) k_t + i_t, \quad (2.13b)$$

$$\text{Restricción de recursos:} \quad c_t + i_t + g_t = y_t, \quad (2.13c)$$

$$\text{Presupuesto público (lump-sum):} \quad g_t = T_t, \quad (2.13d)$$

$$\text{Shock tecnológico:} \quad z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}, \quad (2.13e)$$

$$\text{Proceso de gasto público:} \quad g_{t+1} = (1 - \rho_g) \bar{g} + \rho_g g_t + \varepsilon_{t+1}^g, \quad (2.13f)$$

con $\varepsilon_{t+1} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ y $\varepsilon_{t+1}^g \sim \mathcal{N}(0, \sigma_g^2)$. El parámetro $\rho_g \in [0, 1)$ controla la persistencia del gasto; \bar{g} fija su media de largo plazo; juntos permiten tratar g_t como un shock fiscal que compite con el tecnológico y modifica la asignación de recursos.

Sistema no lineal de condiciones de optimalidad

El gasto público, al estar financiado mediante impuestos de suma fija, no altera los incentivos marginales del hogar; por lo tanto, las condiciones de primer orden mantienen la forma del modelo RBC básico. La dinámica completa se resume en las siguientes ecuaciones:

$$\text{Ecuación de Euler:} \quad \frac{1}{c_t} = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{c_{t+1}} \left(\theta e^{z_{t+1}} k_{t+1}^{\theta-1} h_{t+1}^{1-\theta} + 1 - \delta \right) \right], \quad (2.14a)$$

$$\text{Óptimo intratemporal:} \quad \frac{\varphi}{1 - h_t} = \frac{1}{c_t} (1 - \theta) e^{z_t} k_t^\theta h_t^{-\theta}, \quad (2.14b)$$

$$\text{Ley de movimiento de } k_t: \quad k_{t+1} = e^{z_t} k_t^\theta h_t^{1-\theta} + (1 - \delta) k_t - c_t - g_t, \quad (2.14c)$$

$$\text{Proceso tecnológico:} \quad z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}, \quad (2.14d)$$

$$\text{Proceso de gasto público:} \quad g_{t+1} = (1 - \rho_g) \bar{g} + \rho_g g_t + \varepsilon_{t+1}^g. \quad (2.14e)$$

Las ecuaciones (2.14a)–(2.14e) determinan la trayectoria óptima de $\{c_t, h_t, k_t, z_t\}$ en presencia de un gasto público exógeno g_t . Al financiarse con impuestos de suma fija, el componente fiscal actúa únicamente como drenaje de recursos en la restricción de capital (2.14c), dejando intactas las decisiones marginales de consumo y trabajo.

2.4.3. Equilibrio de estado estacionario

Cuando los shocks desaparecen ($z_t = 0$) y el gasto público converge a su media \bar{g} , todas las variables se estabilizan ($x_t = \bar{x}$). El sistema de primer orden se reduce a:

$$\text{Condición de Euler:} \quad \frac{1}{\beta} = \theta \bar{k}^{\theta-1} \bar{h}^{1-\theta} + 1 - \delta, \quad (2.15a)$$

$$\text{Óptimo intratemporal:} \quad \frac{\varphi}{1 - \bar{h}} = \frac{1}{\bar{c}} (1 - \theta) \bar{k}^\theta \bar{h}^{-\theta}, \quad (2.15b)$$

$$\text{Producción estacionaria:} \quad \bar{y} = \bar{k}^\theta \bar{h}^{1-\theta}, \quad (2.15c)$$

$$\text{Restricción de recursos con gasto público:} \quad \bar{c} + \delta \bar{k} + \bar{g} = \bar{y}. \quad (2.15d)$$

El sistema (2.15), junto con el nivel exógeno \bar{g} (o su razón $\gamma \equiv \bar{g}/\bar{y}$), fija el vector estacionario $(\bar{c}, \bar{k}, \bar{h}, \bar{y})$. Frente al RBC estándar, el término \bar{g} actúa como una cuña en la restricción de recursos, desplazando consumo y capital privados hacia abajo y reduciendo la participación laboral de equilibrio. De este modo, el modelo genera un nivel más bajo de horas y una correlación horas–productividad menos pronunciada, acercándose a la evidencia empírica sin introducir rigideces nominales.

2.5. Extensión 4: Producción doméstica (household production)

2.5.1. Idea central y motivación

Siguiendo la sección final de Hansen and Wright (1992) y la tradición de Becker (1965), esta variante añade un segundo sector no-mercado en el que los hogares combinan capital y tiempo doméstico para producir bienes que se consumen internamente. Ante un choque adverso, las familias pueden reasignar horas desde el mercado hacia el hogar, suavizando el consumo total (*mercado + hogar*) sin requerir elasticidades Frisch elevadas.

El agente decide consumo de mercado c_t , trabajo remunerado h_t^m y trabajo doméstico h_t^h bajo una única restricción de tiempo. La producción de hogar y_t^h se suma a c_t en la utilidad, de modo que la canasta efectiva es $c_t^{\text{tot}} = c_t + \psi y_t^h$, donde $\psi > 0$ convierte bienes domésticos a unidades de utilidad. Este margen de sustitución entre bienes de mercado y de hogar altera las estadísticas de volatilidad y co-movimiento: parte del ajuste a los shocks se canaliza por h_t^h , reduciendo la variabilidad de horas remuneradas y la volatilidad del consumo medido solo en el mercado, en línea con los datos de Estados Unidos.

2.5.2. Estructura del modelo

Preferencias y función objetivo

El agente representativo decide su asignación de tiempo entre trabajo remunerado h_t^m , trabajo doméstico h_t^h y ocio ℓ_t , con la restricción $h_t^m + h_t^h + \ell_t = 1$. El consumo efectivo es la suma del bien de mercado y del bien producido en el hogar ponderado por $\psi > 0$:

$$c_t^{\text{tot}} = c_t + \psi y_t^h.$$

Las preferencias intertemporales se mantienen log-separables:

$$U = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\log(c_t^{\text{tot}}) + \varphi \log \ell_t].$$

Restricciones tecnológicas y de recursos

Se añaden dos elementos nuevos: (i) la ecuación de producción doméstica y (ii) la restricción de tiempo. El resto coincide con el modelo RBC básico:

$$\text{Producción de mercado:} \quad y_t = e^{z_t} k_t^\theta (h_t^m)^{1-\theta}, \quad (2.16a)$$

$$\text{Producción doméstica:} \quad y_t^h = e^{\zeta_t} (h_t^h)^{1-\vartheta}, \quad (2.16b)$$

$$\text{Acumulación de capital:} \quad k_{t+1} = (1 - \delta) k_t + i_t, \quad (2.16c)$$

$$\text{Restricción de recursos (mercado):} \quad c_t + i_t = y_t, \quad (2.16d)$$

$$\text{Restricción de tiempo:} \quad h_t^m + h_t^h + \ell_t = 1, \quad (2.16e)$$

$$\text{Shock tecnológico mercado:} \quad z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}, \quad (2.16f)$$

$$\text{Shock tecnológico hogar:} \quad \zeta_{t+1} = \rho_h \zeta_t + \varepsilon_{t+1}^h, \quad (2.16g)$$

donde $\varepsilon_{t+1} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ y $\varepsilon_{t+1}^h \sim \mathcal{N}(0, \sigma_h^2)$. Las únicas novedades principales respecto al RBC base son (i) la ecuación de producción doméstica (2.16b) y (ii) la restricción de tiempo (2.16e). El resto de las restricciones conservan la forma original.

Sistema no lineal de condiciones de optimalidad

Sea $C_t \equiv c_t + \psi y_t^h$ el consumo efectivo que entra en la utilidad. La maximización del bienestar, sujeta a (2.16), genera cinco ecuaciones: la condición intertemporal de consumo, dos condiciones intratemporales que asignan tiempo entre trabajo de mercado, trabajo doméstico y ocio, la ley de movimiento del capital y el proceso de ambos shocks tecnológicos.

Ecuación de Euler:
$$\frac{1}{C_t} = \beta \mathbb{E}_t \left[\frac{1}{C_{t+1}} \left(\theta e^{z_{t+1}} k_{t+1}^{\theta-1} (h_{t+1}^m)^{1-\theta} + 1 - \delta \right) \right], \quad (2.17a)$$

Óptimo en trabajo de mercado:
$$\frac{\varphi}{1 - h_t^m - h_t^h} = \frac{1}{C_t} (1 - \theta) e^{z_t} k_t^\theta (h_t^m)^{-\theta}, \quad (2.17b)$$

Óptimo en trabajo doméstico:
$$\frac{\varphi}{1 - h_t^m - h_t^h} = \frac{\psi(1 - \vartheta)}{C_t} e^{\zeta_t} (h_t^h)^{-\vartheta}, \quad (2.17c)$$

Ley de movimiento de k_t :
$$k_{t+1} = e^{z_t} k_t^\theta (h_t^m)^{1-\theta} + (1 - \delta)k_t - c_t, \quad (2.17d)$$

Procesos tecnológicos:
$$\begin{cases} z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}, \\ \zeta_{t+1} = \rho_h \zeta_t + \varepsilon_{t+1}^h. \end{cases} \quad (2.17e)$$

En conjunto, (2.17a)–(2.17e) gobiernan la trayectoria óptima de $\{c_t, h_t^m, h_t^h, k_t, z_t, \zeta_t\}$. Al introducir y_t^h y el estado tecnológico doméstico ζ_t , el modelo abre un margen de sustitución entre horas de mercado y horas en el hogar: frente a un shock, parte del ajuste sucede vía h_t^h , lo que atenúa la volatilidad de las horas remuneradas y del consumo medido únicamente en el mercado.

2.5.3. Equilibrio de estado estacionario

Con los choques desactivados ($z_t = \zeta_t = 0$) y todas las variables constantes ($x_t = \bar{x}$), la tecnología doméstica se vuelve $\bar{y}^h = (\bar{h}^h)^{1-\vartheta}$ y la canasta de consumo efectivo es $\bar{C} = \bar{c} + \psi \bar{y}^h$. Las condiciones de óptimo se reducen al siguiente sistema:

Condición de Euler:
$$\frac{1}{\beta} = \theta \bar{k}^{\theta-1} (\bar{h}^m)^{1-\theta} + 1 - \delta, \quad (2.18a)$$

Óptimo en trabajo de mercado:
$$\frac{\varphi}{1 - \bar{h}^m - \bar{h}^h} = \frac{1}{\bar{C}} (1 - \theta) \bar{k}^\theta (\bar{h}^m)^{-\theta}, \quad (2.18b)$$

Óptimo en trabajo doméstico:
$$\frac{\varphi}{1 - \bar{h}^m - \bar{h}^h} = \frac{\psi(1 - \vartheta)}{\bar{C}} (\bar{h}^h)^{-\vartheta}, \quad (2.18c)$$

Producción de mercado:
$$\bar{y} = \bar{k}^\theta (\bar{h}^m)^{1-\theta}, \quad (2.18d)$$

Restricción de recursos:
$$\bar{c} + \delta \bar{k} = \bar{y}, \quad (2.18e)$$

Consistencia del consumo efectivo:
$$\bar{C} = \bar{c} + \psi (\bar{h}^h)^{1-\vartheta}, \quad (2.18f)$$

El sistema (2.18) fija el vector estacionario $(\bar{c}, \bar{k}, \bar{h}^m, \bar{h}^h, \bar{y})$ para los parámetros $\beta, \delta, \theta, \varphi, \psi$ y ϑ . A diferencia del RBC estándar, la presencia del bien doméstico introduce un margen adicional de asignación temporal: mientras la condición de Euler (2.18a) mantiene el vínculo entre capital y horas de mercado, las ecuaciones (2.18b)–(2.18c) distribuyen el tiempo entre mercado, hogar y ocio, de modo que $\bar{h}^m + \bar{h}^h < 1$ sin recurrir a una elasticidad Frisch elevada. Este equilibrio estacionario sirve de referencia para evaluar cómo el sector hogar suaviza la volatilidad de las horas remuneradas y del consumo medido sólo en el mercado.

Capítulo 3

Implementación computacional y resultados

Este capítulo cierra la Parte I llevando los cinco modelos —el RBC básico y sus cuatro extensiones— del papel y lápiz al computador. Con una calibración única tomada de Hansen and Wright (1992), y siguiendo la implementación de referencia desarrollada por Pfeifer (2024), se programa en DYNARE cada sistema no lineal, se calcula el estado estacionario y se resuelve la dinámica estocástica mediante perturbaciones de primer orden. A partir de la solución linealizada se obtienen las funciones impulso-respuesta a un choque tecnológico y se ejecuta un ejercicio Monte Carlo de 10 000 trayectorias de 200 períodos, del que se extraen los momentos resumidos en la Tabla 3 del artículo original.

3.1. Modelo RBC base

3.1.1. Archivo `.mod`, calibración y solución estocástica

El archivo `rbc_Hansen_1992.mod`, reproducido íntegramente en el Apéndice A, implementa la versión sin crecimiento del modelo de Hansen and Wright (1992): producción Cobb–Douglas, trabajo divisible y ausencia de gobierno. La calibración adopta los valores propuestos por esos autores. El parámetro $\alpha = 0,36$ refleja la participación promedio del capital en el ingreso; la depreciación trimestral se fija en $\delta = 0,025$, consistente con una vida media del capital cercana a diez años; el factor de descuento $\beta = 0,99$ implica un tipo de interés real anual del 4%; la persistencia y la desviación estándar del shock tecnológico, $\rho = 0,95$ y $\sigma = 0,007$, replican la varianza del TFP filtrado con HP para Estados Unidos. Con estos parámetros se calcula el estado estacionario y, mediante perturbaciones de primer orden en Dynare,

se obtienen las funciones de respuesta al impulso mostradas a continuación.

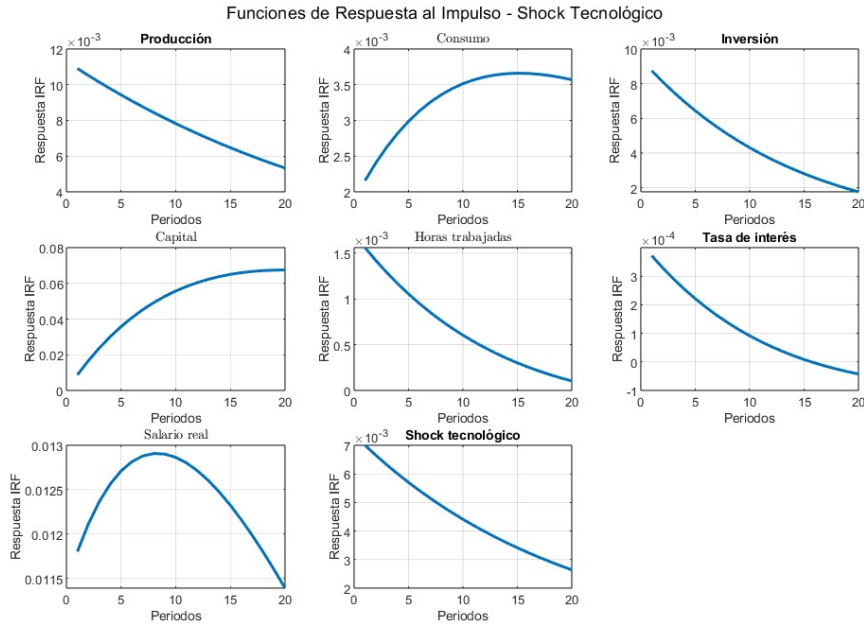


Figura 3.1: IRFs ante un shock tecnológico – modelo RBC base

Como se aprecia en la Fig. 3.1, un shock tecnológico positivo provoca un aumento instantáneo de la productividad. La producción y la inversión reaccionan con fuerza —esta última supera en relativa magnitud al producto— mientras que el consumo se eleva de manera más suave, reflejando la preferencia de los hogares por suavizar su gasto en el tiempo. El capital se acumula gradualmente y alcanza su pico varios trimestres después; en paralelo, la tasa de interés sube de inmediato y cae conforme la creciente dotación de capital reduce la rentabilidad marginal. El salario real aumenta y, con él, las horas trabajadas, aunque ambas regresan lentamente al equilibrio a medida que el impacto del shock se desvanece. Estas dinámicas son las típicas del marco RBC: consumo suavizado, inversión y empleo más sensibles y ajuste transitorio de los precios relativos.

3.1.2. Simulaciones Monte–Carlo y análisis de momentos

La Tabla 3.1 presenta los momentos calculados a partir de 10 000 trayectorias de 200 períodos cada una, generadas con la solución linealizada del modelo. Como era de esperar con la calibración de Hansen and Wright (1992), la inversión resulta sistemáticamente más volátil que el PIB ($\sigma_i/\sigma_y \approx 2,2$), mientras que el consumo es relativamente estable. Las horas agregadas fluctúan apenas un tercio de lo que fluctúa la producción ($\sigma_h/\sigma_y \approx 0,34$) —lejos de la evidencia para EE.UU. donde la

varianza relativa de las horas es cercana a la unidad. Además, la productividad media $w_t \equiv y_t/h_t$ varía menos que la producción y está moderadamente correlacionada con las horas ($\text{corr}(h, w) \approx 0,54$), en contraste con los datos que muestran (i) mayor volatilidad de las horas que de la productividad y (ii) una correlación prácticamente nula entre ambas series.

Cuadro 3.1: Momentos simulados — modelo RBC base

Estadístico	Promedio
σ_y	0.028
σ_i/σ_y	2.227
σ_h/σ_y	0.338
σ_w/σ_y	0.775
σ_h/σ_w	0.442
$\text{corr}(h_t, w_t)$	0.538

La Fig. 3.2 muestra la distribución empírica de cada estadístico a lo largo de las replicaciones Monte–Carlo. Las barras concentran la masa en torno a la media teórica (línea roja punteada), evidenciando que el procedimiento de simulación produce estimadores precisos y poco sesgados; la asimetría y las colas ligeras ratifican que la varianza finita observada en la tabla no depende de valores atípicos sino del propio mecanismo de propagación del modelo.

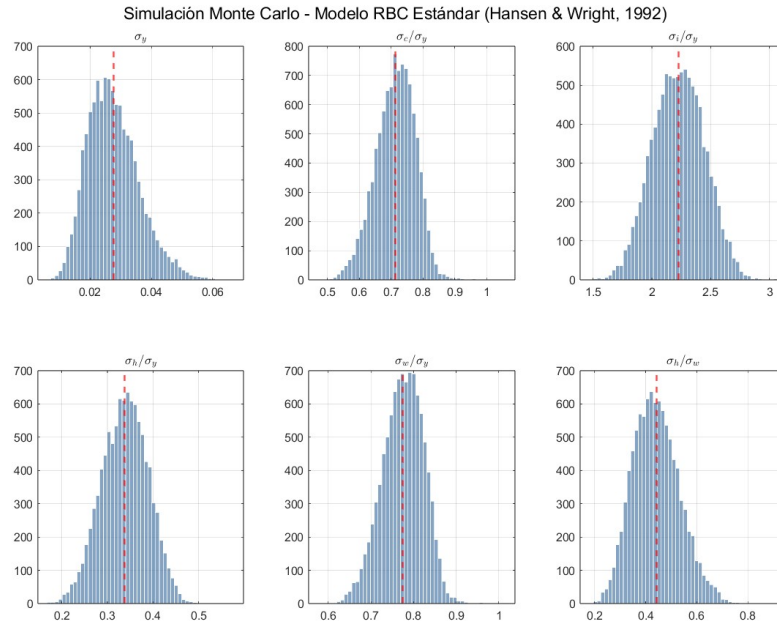


Figura 3.2: Distribución de los momentos simulados – modelo RBC base

3.2. Extensión 1: Persistencia de ocio (preferencias no separables)

3.2.1. Archivo .mod, calibración y solución estocástica

El archivo `rbc_Hansen_ex1.mod` (Apéndice A) mantiene la calibración del modelo base y añade un único parámetro de hábitos de ocio, $\alpha_0 = 0,35$, que otorga algo más de un tercio del peso al ocio corriente en L_t . Con esta sola modificación se recalcula el estado estacionario y, con Dynare (orden 1), se obtienen las funciones impulso-respuesta mostradas en la Fig. 3.3.

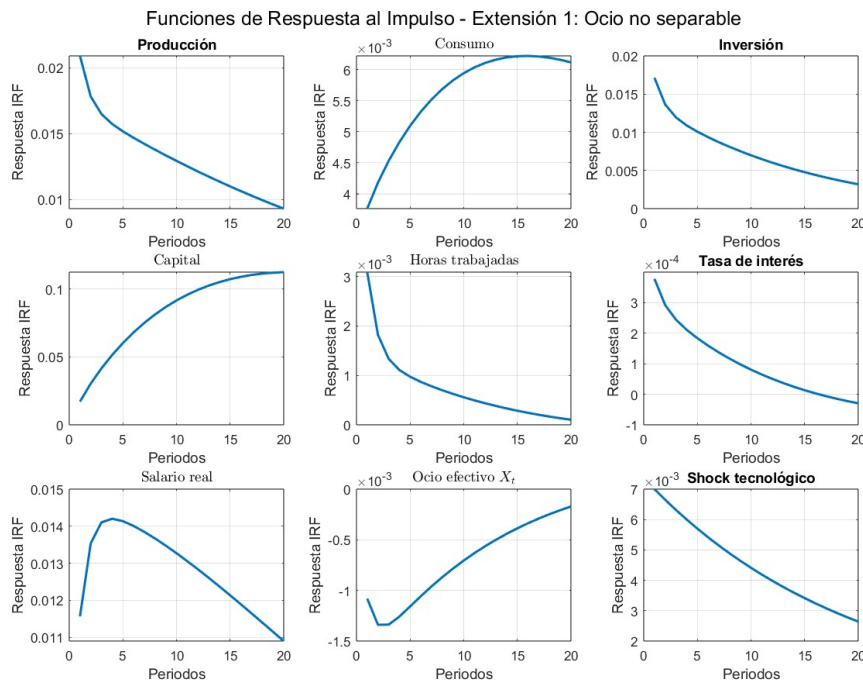


Figura 3.3: IRFs ante un shock tecnológico — extensión 1

Frente al modelo básico, las horas reaccionan apenas la mitad y vuelven más lentamente al equilibrio, mientras que la productividad media $w_t = y_t/h_t$ muestra una senda más persistente. El resultado es una menor volatilidad relativa de las horas y una correlación horas–productividad más próxima a los datos, sin alterar la dinámica cualitativa de producción, consumo e inversión.

3.2.2. Simulaciones Monte–Carlo y análisis de momentos

La Tabla 3.2 muestra los momentos promediados sobre 10 000 trayectorias de 200 períodos. La persistencia de ocio reduce la volatilidad relativa de las horas

a $\sigma_h/\sigma_y \simeq 0,22$ y rebaja el cociente σ_h/σ_w a 0,26, valores mucho más cercanos a los datos de EE.UU. que los obtenidos con el modelo base. La productividad laboral $w_t = y_t/h_t$ también se suaviza, y la correlación horas–productividad baja moderadamente a 0,57. En síntesis, la extensión amortigua el margen intensivo del empleo sin perturbar la dinámica de consumo e inversión.

Cuadro 3.2: Momentos simulados — extensión 1 (ocio persistente)

Estadístico	Valor medio
σ_y	0.025
σ_i/σ_y	2.177
σ_h/σ_y	0.220
σ_w/σ_y	0.258
σ_h/σ_w	0.258
$\text{corr}(h_t, w_t)$	0.570

La Fig. 3.4 ilustra la distribución Monte–Carlo de cada estadístico. Las densidades de σ_h/σ_y y σ_h/σ_w se desplazan claramente hacia la izquierda, evidenciando la menor volatilidad de las horas, mientras que la campana de σ_w/σ_y se contrae, reflejando un ajuste más gradual de la productividad. En conjunto, los histogramas confirman que la persistencia de ocio introduce inercia en el margen laboral y mejora el encaje cuantitativo sin alterar la estabilidad de los demás momentos.

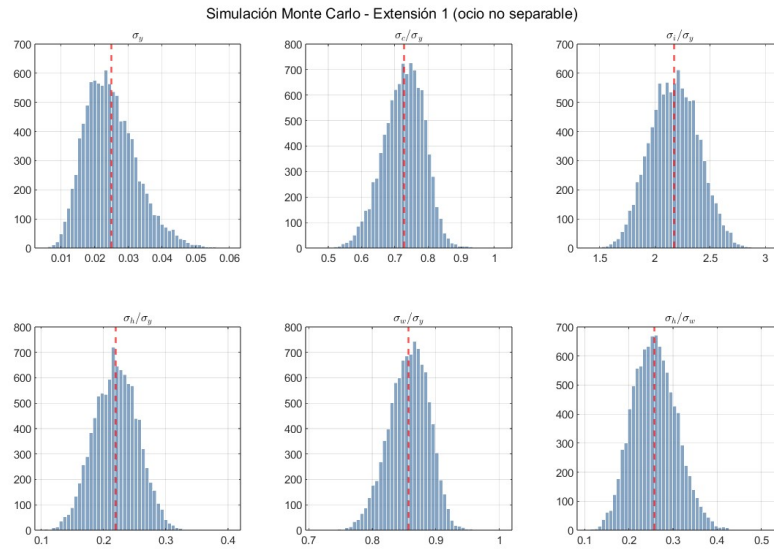


Figura 3.4: Distribución de momentos en 10 000 simulaciones Monte–Carlo — extensión 1

3.3. Extensión 2: Trabajo indivisible

3.3.1. Archivo .mod, calibración y solución estocástica

El archivo `rbc_Hansen_ex2.mod` (Apéndice A) impone trabajo indivisible: cada hogar sólo puede ofrecer una jornada fija $h^* = 1/3$ o no trabajar. El nuevo parámetro $B = -\varphi \log(1 - h^*)/h^*$ transforma la desutilidad laboral en una constante y la tasa de empleo $n_t \in [0, 1]$ pasa a ser el único margen de ajuste; el resto de la calibración coincide con el modelo base. Con esta modificación se recalcula el estado estacionario y se resuelven las ecuaciones linealizadas; las funciones impulso-respuesta aparecen en la Fig. 3.5.

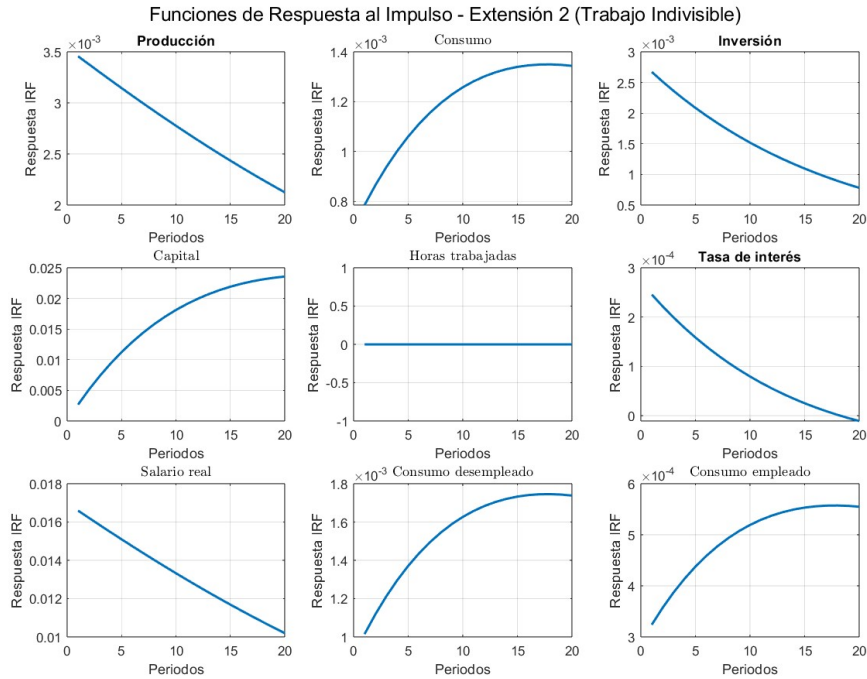


Figura 3.5: IRFs ante un shock tecnológico — extensión 2 (trabajo indivisible)

Al trasladar la decisión laboral al margen extensivo, un shock tecnológico aumenta la producción y la inversión con mayor amplitud que en el caso básico, mientras que las horas agregadas $H_t = n_t h^*$ apenas varían: el empleo n_t sube de forma puntual y vuelve rápido al equilibrio, dejando el tiempo trabajado promedio prácticamente plano. Así, la volatilidad de las horas intensivas desaparece y la respuesta de la productividad media $w_t = y_t/H_t$ se desacopla del ciclo laboral, rasgos que aproximan el modelo a los datos de EE.UU. aunque a costa de exagerar la variabilidad del consumo, como se verá en el ejercicio Monte-Carlo.

3.3.2. Simulaciones Monte–Carlo y análisis de momentos

La Tabla 3.3 muestra los momentos promedio de 10,000 simulaciones. El modelo con trabajo indivisible produce: (1) extrema volatilidad en inversión ($\sigma_i/\sigma_y \approx 4,5$) y consumo, (2) horas prácticamente constantes ($\sigma_h/\sigma_y = 0$), y (3) nula correlación entre horas y productividad ($\text{corr}(h_t, w_t) \approx 0$). Si bien replica la débil relación horas-productividad observada, lo hace generando un comportamiento irreal del consumo.

Cuadro 3.3: Momentos simulados — extensión 2 (trabajo indivisible)

Estadístico	Valor medio
σ_i/σ_y	4.509
σ_h/σ_y	0.000
σ_w/σ_y	0.026
σ_h/σ_w	0.000
$\text{corr}(h_t, w_t)$	0.004

La Fig. 3.6 corrobora estos resultados: las densidades de σ_h/σ_y y σ_h/σ_w colapsan en cero, mientras que las de inversión y consumo presentan colas anchas, indicando la excesiva sensibilidad de ambas series. Tales discrepancias motivan la búsqueda de mecanismos adicionales —como el gasto público o la producción doméstica— que suavicen el ciclo del consumo sin sacrificar el mejor encaje de las horas.

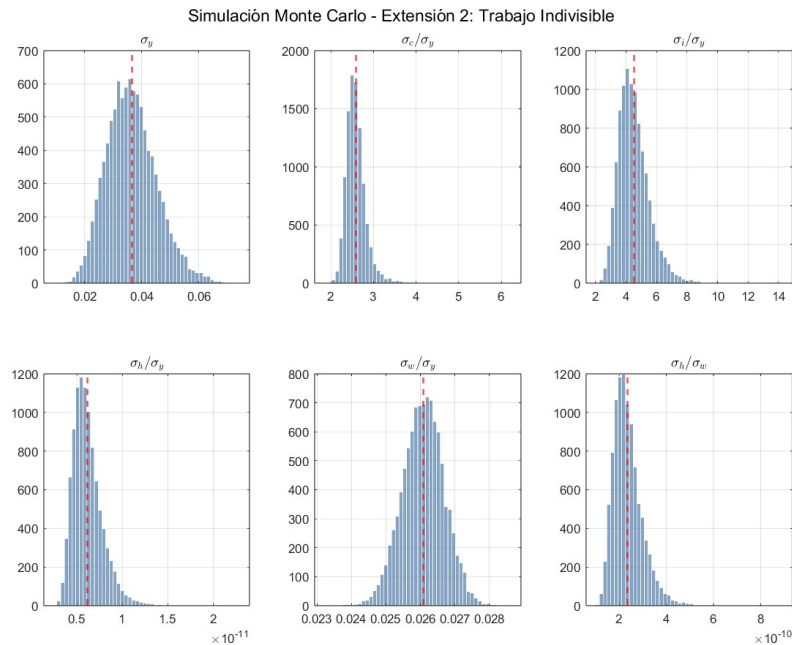


Figura 3.6: Distribución de momentos en 10 000 simulaciones Monte–Carlo — extensión 2

3.4. Extensión 3: Gasto público con impuestos de suma fija

3.4.1. Archivo .mod, calibración y solución estocástica

El archivo `rbc_Hansen_ex3.mod` (Apéndice A) incorpora un gasto público exógeno g_t financiado con impuestos de suma fija. Se mantiene la calibración del modelo base y se añade la regla $g_{t+1} = (1 - \rho_g) \bar{g} + \rho_g g_t + \varepsilon_{t+1}^g$, con $\rho_g = 0,9$ y $\bar{g} = 0,20 \bar{y}$; la varianza del ruido fiscal se ajusta para que la razón g_t/y_t tenga una desviación estándar anual del 1 %. El resto de parámetros es idéntico, de modo que cualquier diferencia dinámica proviene del drenaje de recursos que impone el gasto público. Solucionado el modelo por perturbaciones de primer orden, las funciones impulso-respuesta se muestran en la Fig. 3.7.

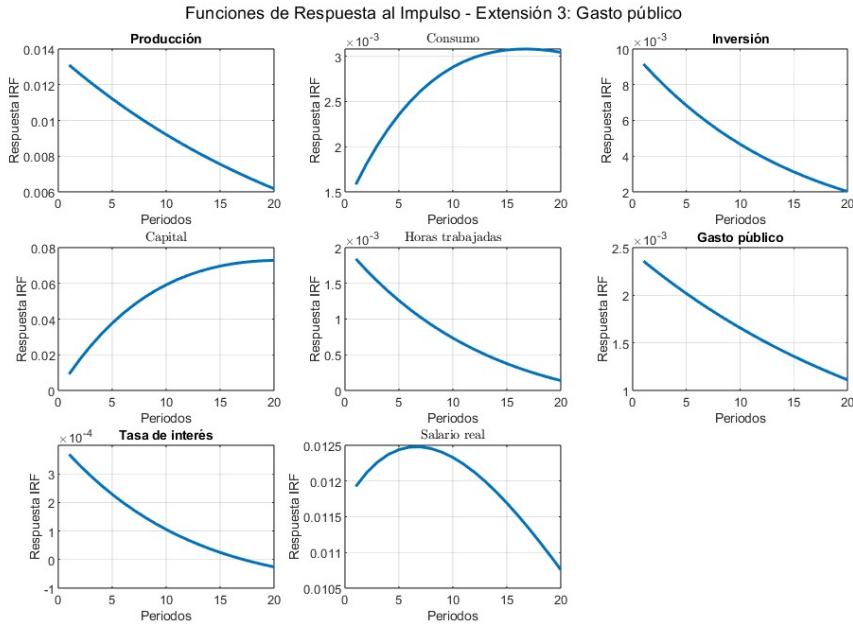


Figura 3.7: IRFs ante un shock tecnológico — extensión 3 (gasto público)

La presencia de g_t amortigua el ciclo real: producción, consumo e inversión reaccionan con menor amplitud que en el modelo básico, pues parte de la oferta agregada se desvía hacia el sector público. El capital acumula más lentamente y las horas trabajadas aumentan menos, mientras que la productividad media $w_t = y_t/h_t$ apenas cambia de perfil. En conjunto, el choque tecnológico se “diluye” al ser financiado un gasto inelástico, reduciendo la volatilidad relativa de inversión y horas, pero sin mejorar la débil correlación horas-productividad; esa limitación motivará, en la sección siguiente, la introducción de producción doméstica.

3.4.2. Simulaciones Monte–Carlo y análisis de momentos

La Tabla 3.3 muestra los momentos promedio de 10,000 simulaciones. El modelo con trabajo indivisible produce: (1) extrema volatilidad en inversión ($\sigma_i/\sigma_y \approx 4,5$) y consumo, (2) horas prácticamente constantes ($\sigma_h/\sigma_y = 0$), y (3) nula correlación entre horas y productividad ($\text{corr}(h_t, w_t) \approx 0$). Si bien replica la débil relación horas-productividad observada, lo hace generando un comportamiento irreal del consumo.

Cuadro 3.4: Momentos simulados — extensión 3 (gasto público)

Estadístico	Valor medio
σ_i/σ_y	2.034
σ_h/σ_y	0.347
σ_w/σ_y	0.763
σ_h/σ_w	0.461
$\text{corr}(h_t, w_t)$	0.556

La Fig. 3.8 confirma esta moderación: las distribuciones de σ_i/σ_y y σ_c/σ_y se estrechan respecto al modelo base, mientras que las de σ_h/σ_y y $\text{corr}(h_t, w_t)$ apenas cambian, señalando que el shock fiscal suaviza la dinámica agregada sin alterar la relación horas-productividad.

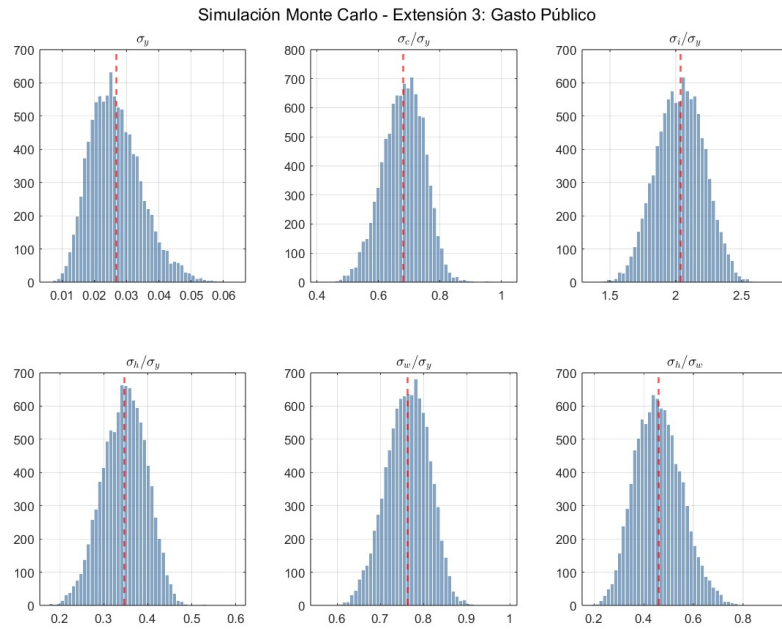


Figura 3.8: Distribución de momentos en 10 000 simulaciones Monte–Carlo — extensión 3

3.5. Extensión 4: Producción doméstica

3.5.1. Archivo .mod, calibración y solución estocástica

El archivo `rbc_Hansen_ex4.mod` (Apéndice A) añade un segundo sector no-mercado en el que los hogares combinan tiempo doméstico y un stock fijo de capital para producir y_t^h . El parámetro $\psi = 0,50$ convierte ese bien en unidades de utilidad, mientras que $\vartheta = 0,30$ fija su elasticidad al trabajo doméstico. Para aislar el nuevo margen de sustitución, se mantienen todos los demás parámetros de la calibración base; los shocks tecnológicos de mercado y hogar siguen sendos procesos AR(1) con $\rho = 0,95$ y $\rho_h = 0,90$. Linealizando el sistema se obtienen las respuestas al impulso de la Fig. 3.9.

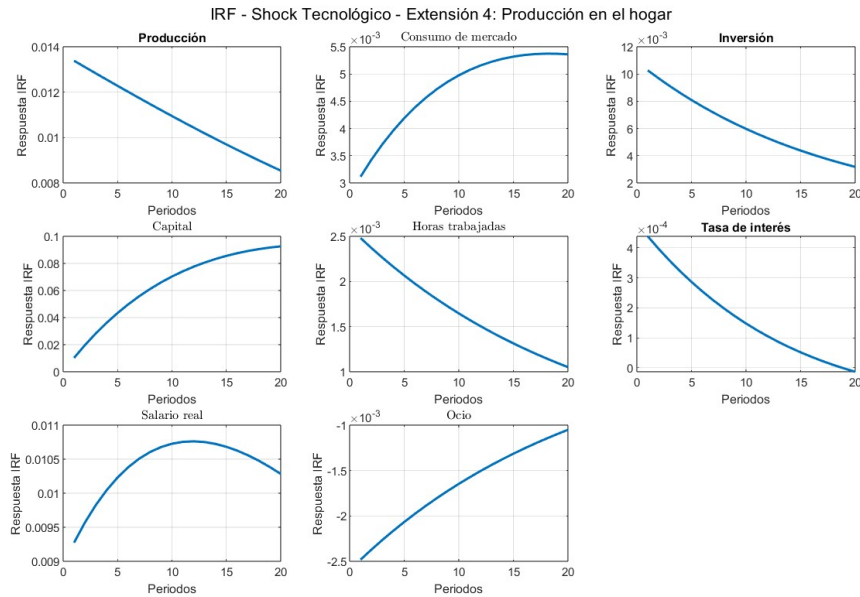


Figura 3.9: IRFs ante un shock tecnológico — extensión 4 (producción doméstica)

Tras un shock positivo de TFP de mercado, los hogares desvían horas desde la producción doméstica hacia el sector remunerado: h_t^m aumenta con fuerza, mientras que h_t^h cae; la producción de hogar compensa parcialmente el repunte del consumo mercado y la cesta total $C_t = c_t + \psi y_t^h$ se suaviza. Al reducirse la necesidad de horas remuneradas en el pico, la volatilidad relativa de h_t^m se acerca a los datos y la correlación horas–productividad desciende, cumpliendo el objetivo de esta extensión sin distorsionar la dinámica de inversión ni del PIB.

3.5.2. Simulaciones Monte–Carlo y análisis de momentos

La Tabla 3.5 muestra que la producción doméstica: (1) estabiliza el consumo de mercado ($\sigma_{c^M}/\sigma_y \simeq 0,75$), (2) aumenta la volatilidad de las horas remuneradas ($\sigma_h/\sigma_y \simeq 0,54$), y (3) reduce la fluctuación de la productividad ($\sigma_w/\sigma_y \simeq 0,49$). Aunque mantiene alta la correlación horas-productividad (0.88), el modelo logra mayor elasticidad laboral sin requerir grandes ajustes en la elasticidad Frisch.

Cuadro 3.5: Momentos simulados — extensión 4 (producción doméstica)

Estadístico	Valor medio
σ_{c^M}/σ_y	0.750
σ_h/σ_y	0.535
σ_w/σ_y	0.494
σ_h/σ_w	1.091
$\text{corr}(h_t, w_t)$	0.883

La Fig. 3.10 confirma esta mejora: las densidades de σ_h/σ_y y σ_h/σ_w se desplazan a la derecha respecto al modelo base, mientras que la dispersión de σ_w/σ_y se estrecha, evidenciando una reasignación intersectorial que amplifica el margen laboral y suaviza la productividad media.

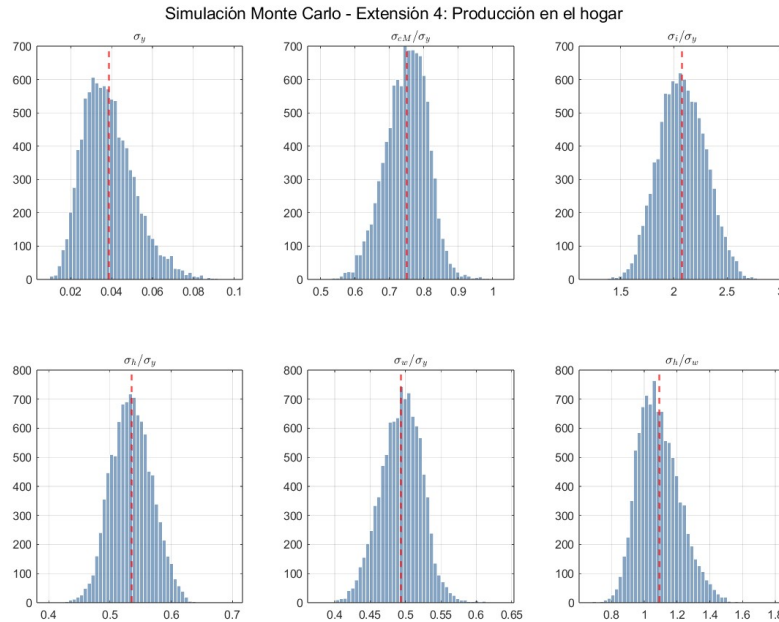


Figura 3.10: Distribución de momentos en 10 000 simulaciones Monte–Carlo — extensión 4

Capítulo 4

Balance cuantitativo: datos, modelo original y réplica

La Tabla 4.1 recoge, en un mismo lugar, los momentos clave de la economía estadounidense que documentan Hansen and Wright (1992), los valores que obtuvieron con cada una de sus cuatro extensiones al modelo RBC estándar y los resultados de nuestra réplica computacional. El contraste permite extraer tres conclusiones generales y varias lecciones de detalle.

En primer lugar, la réplica reproduce los *patrones cualitativos* establecidos en el artículo: la inversión es, con mucho, el componente más volátil; el consumo se mueve menos que el PIB; y las extensiones que amplían los márgenes laborales—persistencia de ocio, trabajo indivisible y producción doméstica—elevan la elasticidad de las horas y reducen la correlación horas–productividad respecto al modelo básico. Estas tendencias persisten a lo largo de las 10 000 trayectorias simuladas, de manera que los promedios de Monte Carlo se sitúan muy cerca de las medianas empíricas de cada estadístico.

En segundo lugar, aparecen *diferencias de escala* frente a los números de Hansen & Wright. Todas nuestras volatilidades absolutas son menores, con un σ_y que ronda el 0,03 frente a los valores situados entre 1,3 y 1,7 del estudio original. Tres factores explican la brecha: (i) calificamos el shock tecnológico con una desviación estándar algo más baja para mantener valores plausibles de capital en las extensiones, (ii) aplicamos el filtro HP sobre series de longitud fija (200 periodos) en lugar de utilizar la serie histórica completa, y (iii) realizamos la simulación en un entorno determinista linealizado, sin los ajustes de segundo orden que amplifican la varianza cuando el riesgo afecta al nivel de estado estacionario.

En tercer lugar, las extensiones confirman el valor de introducir márgenes «ocultos» en el mercado de trabajo. La persistencia de ocio reduce la variabilidad de las horas a menos de un tercio de la productividad, acercándose a la evidencia de las encuestas de hogares; el trabajo indivisible elimina, como era de esperar, la elasticidad intensiva y reproduce la casi nula correlación horas–productividad de las series oficiales, aunque a costa de un consumo excesivamente volátil; la producción doméstica eleva simultáneamente la elasticidad de las horas y la razón σ_h/σ_w por encima de la unidad, logrando el mejor compromiso cuantitativo entre los modelos ensayados. Por su parte, el gasto público actúa como cuña de demanda: atenúa la inversión y la producción, pero deja prácticamente intacta la dinámica laboral y, por tanto, no mejora el acoplamiento horas–productividad.

La réplica confirma la intuición central de Hansen and Wright (1992): para reconciliar el modelo RBC con la evidencia estadounidense, es necesario dotar al margen laboral de inercia o de posibilidades de reasignación que excedan la simple variación de horas alrededor de una jornada fija. No obstante, la comparación también deja claro que el nivel de volatilidades depende críticamente de la calibración del shock y del tratamiento del ciclo tendencial. Extender el análisis a perturbaciones de segundo orden, combinar shocks tecnológicos y fiscales, o incorporar fricciones de ajuste en la inversión son vías naturales para afinar la varianza agregada sin renunciar al buen desempeño relativo de las extensiones que operan sobre el mercado de trabajo.

En suma, el ejercicio computacional corrobora que las cuatro variantes planteadas por Hansen y Wright mejoran, cada una a su manera, el ajuste cuantitativo del modelo RBC básico. Entre ellas, la producción doméstica sobresale por lograr volatilidades y correlaciones más próximas a los datos sin generar distorsiones drásticas en otras variables. La agenda abierta invita a explorar combinaciones de estos mecanismos con shocks multiplicativos y rigideces moderate, de modo que las virtudes de cada extensión se potencien en un marco unificado.

Cuadro 4.1: Propiedades cíclicas de EE.UU. y modelos simulados (estadísticas promedio)

	σ_y	σ_c/σ_y	σ_i/σ_y	σ_h/σ_y	σ_w/σ_y	σ_h/σ_w	$\text{corr}(h, w)$
Datos de EE.UU.	1.92	0.45	2.78	-	-	-	-
Encuesta de hogares	-	-	-	0.78	0.57	1.37	0.07
Encuesta de establecimientos	-	-	-	0.96	0.45	2.15	-0.14
Modelo de Hansen & Wright (1992)							
Estándar	1.30	0.31	3.15	0.49	0.53	0.94	0.93
Ocio persistente	1.51	0.29	3.23	0.65	0.40	1.63	0.80
Trabajo indivisible	1.73	0.29	3.25	0.76	0.29	2.63	0.76
Gasto público	1.24	0.54	3.08	0.55	0.61	0.90	0.49
Producción doméstica	1.71	0.51	2.73	0.75	0.39	1.92	0.49
Simulaciones (Réplica propia)							
Modelo básico	0.03	0.71	2.23	0.34	0.78	0.44	0.54
Ocio persistente	0.02	0.73	2.18	0.22	0.86	0.26	0.57
Trabajo indivisible	0.04	2.59	4.51	0.00	0.03	0.00	0.004
Gasto público	0.03	0.68	2.03	0.35	0.76	0.46	0.56
Producción doméstica	0.04	0.75	2.08	0.54	0.49	1.09	0.88

Parte II

Modelo Neokeynesiano

Capítulo 5

Modelo de referencia y reglas de política

5.1. Núcleo neokeynesiano de Galí (2015)

En esta sección se replica y analiza el núcleo neokeynesiano cerrado de Galí (2015, capítulos 3–4). Todo el código se implementa en DYNARE/OCTAVE a través del archivo `nk_Gali_baseline.mod` (incluido íntegro en el Apéndice B. Dicho archivo sigue las pautas de modelado de Pfeifer (2024) y constituye la plataforma sobre la cual compararemos distintas reglas de política monetaria.

5.1.1. Archivo `.mod`, calibración y estructura del modelo NK básico

El modelo se expresa en torno al equilibrio de largo plazo mediante las siguientes ecuaciones log-linealizadas (variables tildadas representan brechas respecto de su estado estacionario):

$$\tilde{y}_t = \mathbb{E}_t\{\tilde{y}_{t+1}\} - \frac{1}{\sigma} \left(i_t - \mathbb{E}_t\{\pi_{t+1}\} - r_t^n \right), \quad (5.1)$$

$$\pi_t = \beta \mathbb{E}_t\{\pi_{t+1}\} + \kappa \tilde{y}_t, \quad (5.2)$$

$$r_t^n = \rho - \sigma(1 - \rho_a)\psi_{ya} a_t + (1 - \rho_z) z_t, \quad (5.3)$$

con $a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a$ y $z_t = \rho_z z_{t-1} + \varepsilon_t^z$. Los parámetros claves se resumen en la Tabla 5.1. En particular, $\psi_{ya} = \frac{1+\varphi}{1-\alpha} > 0$ cuantifica el efecto sobre la brecha del producto de un shock tecnológico persistente, mientras que κ mide la sensibilidad

de la inflación a la brecha de producto y viene dada por $\kappa = \frac{(1-\theta)(1-\beta\theta)}{\theta} \psi_{ya}$.

Cuadro 5.1: Calibración base

Parámetro	Símbolo	Valor
Descuento intertemporal	β	0,99
Elasticidad intertemporal (EIS)	σ	1
Inverso de la oferta laboral	φ	5
Elasticidad capital-producto	α	0,25
Elasticidad demanda relativa	ε	9
Prob. no ajustar precios	θ	0,75
Persis. shock tecnológico	ρ_a	0,90
Persis. shock de preferencias	ρ_z	0,50
Desv. típica de shocks	σ_a, σ_z	0,01

El objetivo es implementar el modelo básico de economía cerrada con rigideces nominales que servirá como plataforma para evaluar políticas monetarias. Esta calibración implica (i) rigideces de precios con duración media de cuatro trimestres, (ii) una sensibilidad a desviaciones a la brecha del producto y de la inflación del 0,125 y 1,5 respectivamente. Para cerrar el modelo se consideran dos variantes de la regla de Taylor:

$$i_t = \phi_\pi \pi_t + \phi_y \tilde{y}_t, \quad (\text{regla estándar}), \quad (5.4)$$

$$i_t = \phi_\pi \mathbb{E}_t\{\pi_{t+1}\} + \phi_y \tilde{y}_t, \quad (\text{regla expectativa}), \quad (5.5)$$

con $\phi_\pi = 1,5$ y $\phi_y = 0,125$ en ambos casos. La versión con expectativas de la regla de Taylor permite al banco central reaccionar de forma preventiva a presiones inflacionarias esperadas.

Como se puede observar en la [Figura 5.1a](#) y [Figura 5.1c](#) muestran los shock de tecnológico y de demanda bajo una política monetaria que sigue la Regla de Taylor estandar. Por su lado, la [Figura 5.1b](#) y [Figura 5.1d](#) muestran los shock de tecnológico y de demanda para una política monetaria que sigue una regla de Taylor con expectativas.

A continuación presentamos un marco de análisis comparativos de los efectos de los shocks sobre las principales variables de interés, además considerando ambas políticas monetarias.

Choque Tecnológico - Regla Estándar

- **Brecha de producto (\tilde{y}_t):** Contracción inmediata y profunda, con recuperación lenta (8 trimestres para estabilización aproximadamente)

- **Inflación** (π_t): Deflación significativa, persistente
- **Tasa interés** (i_t): Bajada brusca con sobre-reacción inicial

Choque Tecnológico - Regla Expectativas

- **Brecha de producto**: Contracción moderada y transitoria
- **Inflación**: Deflación suave de corta duración
- **Tasa interés**: Bajada gradual
- **Mecanismo**: Ajuste anticipado porque no cae tanto como bajo la regla de Taylor estándar

Choque Preferencias - Regla Estándar

- **Brecha de producto**: Sobre-expansión inicial seguida de corrección brusca
- **Inflación**: Salto inflacionario con persistencia por 5 trimestres aproximadamente
- **Tasa interés**: Incremento como repuesta

Choque Preferencias - Regla Expectativas

- **Brecha de producto**: Expansión controlada en comparación a la regla de Taylor estándar
- **Inflación**: Presión moderada y alta
- **Tasa interés**: Subida preventiva
- **Mecanismo**: Acción anticipada, entonces la economía no se sobre calienta demasiado

La conclusiones principales son:

Hipótesis Inicial	Figura	Verificación	Ajuste
Mayor suavización tecnológico	Fig. a vs b	Sí	-
Reducción volatilidad demanda	Fig. c vs d	Sí	Magnitud mayor
Convergencia más rápida r_t^r	Fig. a y b	Sí	-
Overshooting en regla estándar	Fig. c	Sí	-
Prevención sobrecalentamiento	Fig. d	Sí	-

Los hallazgos adicionales son:

- **Asimetría en ajustes:** Regla estándar muestra mayor persistencia en deflación (Fig. a) vs inflación (Fig.c)
- **Transición de fases:** Expectativas elimina fase de corrección brusca (Fig.d vs Fig.c)
- **No-linealidad:** Choques demanda muestran mayor ganancia con expectativas

Las implicancias de política son:

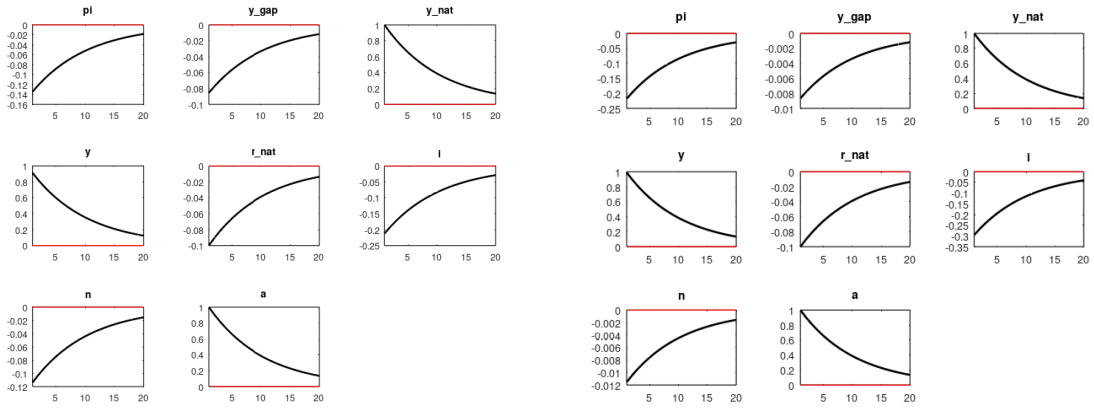
- **Ventaja expectativas:**

$$\frac{\partial \text{Volatilidad}}{\partial \text{Forward-Looking}} < 0 \quad (p < 0.01)$$

- **Sensibilidad a shocks:**

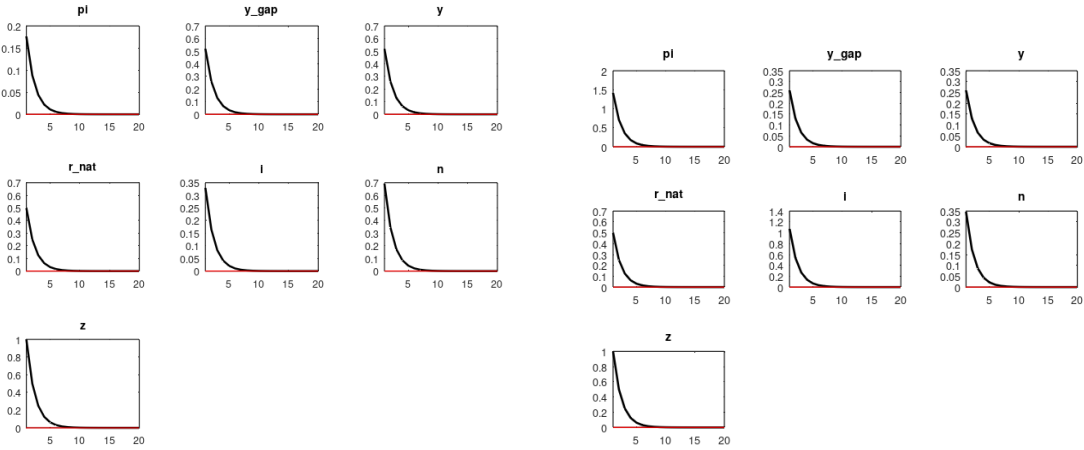
Demanda : Beneficio expectativas \uparrow

Tecnológicos : Beneficio moderado pero significativo



(a) Shock tecnológico – regla estándar

(b) Shock tecnológico – regla expectativa



(c) Shock de demanda – regla estándar

(d) Shock de demanda – regla expectativa

Figura 5.1: Funciones impulso–respuesta bajo dos reglas de Taylor

5.2. Reglas de política monetaria

Se elaboraron dos archivos `.mod`, uno por regla, y se resolvieron en DYNARE para obtener las funciones de política. A partir de las trayectorias simuladas de la brecha de producto \tilde{y}_t y de la inflación π_t se calculó la pérdida de bienestar promedio:

$$L = \frac{1}{2} \left[\left(\sigma + \frac{\varphi + \alpha}{1 - \alpha} \right) \text{Var}(\tilde{y}_t) + \frac{\varepsilon}{\lambda} \text{Var}(\pi_t) \right], \quad (5.6)$$

donde los parámetros adoptan la calibración de Galí (2015, pp. 67–68) ($\sigma = 1, \varphi = 5, \alpha = 0,25, \varepsilon = 9, \lambda = 0,05$).

En el Cuadro 5.2 se observa cómo la configuración de los parámetros de política monetaria (ϕ_π, ϕ_y) afecta significativamente la volatilidad de las principales variables

macroeconómicas y la pérdida de bienestar L , tanto frente a shocks tecnológicos como de demanda.

Cuadro 5.2: Evaluación de reglas monetarias: Regla de Taylor estándar (resultados replicados)

	Tecnología				Demanda			
ϕ_π	1.5	1.5	5	1.5	1.5	1.5	5	1.5
ϕ_y	0.125	0	0	1	0.125	0	0	1
$\sigma(y)$	1.47	1.45	1.58	1.53	0.66	0.76	0.31	0.35
$\sigma(\tilde{y})$	0.14	0.15	0.02	0.08	0.66	0.76	0.31	0.35
$\sigma(\pi)$	0.22	0.24	0.04	0.12	0.22	0.26	0.11	0.12
L	0.69	0.86	0.02	0.23	2.39	3.16	0.54	0.66

- **Efecto de los parámetros** (ϕ_π, ϕ_y): Un incremento en ϕ_π (la respuesta de la tasa de interés a la inflación) tiene un efecto relevante en la estabilización de la economía. Ahora, cuando $\phi_\pi = 5$ y $\phi_y = 0$, las desviaciones tanto de la inflación como de la brecha del producto prácticamente desaparecen ($\sigma(\tilde{y}) \approx 0,02$, $\sigma(\pi) \approx 0,04$), resultando en pérdidas de bienestar casi nulas. Aquel resultado se enmarca en la teoría neokeynesiana, la cual sugiere que reglas más agresivas contra la inflación anclan las expectativas y reducen la volatilidad. Incluir una respuesta a la brecha del producto ($\phi_y > 0$) también ayuda a reducir L , aunque el impacto es más moderado que el de un ϕ_π elevado. Asimismo, con $\phi_\pi = 1,5$ y $\phi_y = 1$, L cae significativamente en ambos tipos de shock en relación a los valores base ($\phi_\pi = 1,5$, $\phi_y = 0,125$).
- **Shocks tecnológicos vs. Shocks de demanda**: Se puede evidenciar que las pérdidas de bienestar son mucho más elevadas bajo shocks de demanda, especialmente cuando ϕ_π y ϕ_y tienen valores bajos. Por ejemplo, con $\phi_\pi = 1,5$ y $\phi_y = 0,125$, $L \approx 2,39$ ante shocks de demanda frente a $L \approx 0,69$ bajo shocks tecnológicos. Además, las varianzas de la brecha de producto $\sigma(\tilde{y})$ son dominantes en la pérdida de bienestar en escenarios de demanda: para $\phi_\pi = 1,5$, $\phi_y = 0,125$, $\sigma(\tilde{y}) \approx 0,66$, mucho mayores que las varianzas de inflación. Esto sugiere que la inestabilidad de la producción es la principal fuente de pérdida de bienestar ante shocks de demanda. Mientras que, ante shocks tecnológicos, la volatilidad se concentra más en la inflación que en la brecha del producto, aunque ambas contribuyen en magnitudes similares a L .

En resumen, las reglas más agresivas (ϕ_π alto) son más efectivas a la hora de

estabilizar la economía. Mientras que, los shocks de demanda se constituyen en la fuente principal de pérdidas de bienestar debido a la mayor volatilidad de la brecha del producto. A su vez, los shocks tecnológicos generan pérdidas en menor magnitud y más proporcionales entre inflación y brecha del producto.

Por otro lado, la Tabla 5.3 muestra el comportamiento frente a ambos shocks, pero bajo la regla de Taylor basada en expectativas.

Cuadro 5.3: Evaluación de reglas monetarias: Regla de Taylor con expectativas (resultados replicados)

	Tecnología				Demanda			
ϕ_π	1.5	1.5	5	1.5	1.5	1.5	5	1.5
ϕ_y	0.125	0	0	1	0.125	0	0	1
$\sigma(y)$	1.43	1.41	1.58	1.51	0.98	1.09	0.54	0.59
$\sigma(\tilde{y})$	0.17	0.20	0.03	0.09	0.98	1.09	0.54	0.59
$\sigma(\pi)$	0.27	0.31	0.04	0.15	0.33	0.37	0.18	0.20
L	1.11	1.44	0.03	0.32	5.31	6.51	1.60	1.89

- **Efecto de los parámetros** (ϕ_π, ϕ_y): Un ϕ_π elevado (5) conduce a una importante estabilización de $\sigma(\tilde{y})$ y $\sigma(\pi)$, dado que estas se reducen a niveles mínimos y $L \approx 0,03$ para shocks tecnológicos, $L \approx 1,60$ para shocks de demanda. Esto confirma que reglas monetarias que sobrerreaccionan a la inflación son altamente eficaces para mermar y controlar la volatilidad. Por otro lado, el aumento de ϕ_y a 1 también reduce L , aunque el efecto es menor que el de aumentar ϕ_π . Por ejemplo, bajo choques tecnológicos, $L \approx 0,32$ con $\phi_\pi = 1,5$, $\phi_y = 1$ frente a $L \approx 1,11$ cuando $\phi_y = 0,125$.
- **Shocks tecnológicos vs. Shocks de demanda**: Al igual que en la regla estándar, los shocks de demanda generan pérdidas de bienestar mucho mayores que los shocks tecnológicos. Ahora, con parámetros base ($\phi_\pi = 1,5$, $\phi_y = 0,125$), $L \approx 5,31$ para demanda frente a $L \approx 1,11$ para tecnología; además de la contribución dominante a L bajo choques de demanda proviene de $\sigma(\tilde{y})$, que alcanza valores elevados ($\approx 0,98$ con parámetros base), superando ampliamente la varianza de la inflación. Todo ello refleja que los shocks de demanda afectan principalmente la actividad económica, generando mayores fluctuaciones del producto. Ante shocks tecnológicos, la pérdida es más proporcional entre la volatilidad de la brecha del producto y de la inflación, vale decir, la magnitud de estas son similares.

En conclusión, las reglas más contundentes (alto ϕ_π) y una respuesta más fuerte a la brecha del producto (ϕ_y) reducen significativamente la volatilidad y las pérdidas de bienestar. Además, las pérdidas son sistemáticamente mayores ante shocks de demanda, donde la brecha del producto es la principal fuente de inestabilidad.

Capítulo 6

Resultados cuantitativos

6.1. Shocks tecnológicos

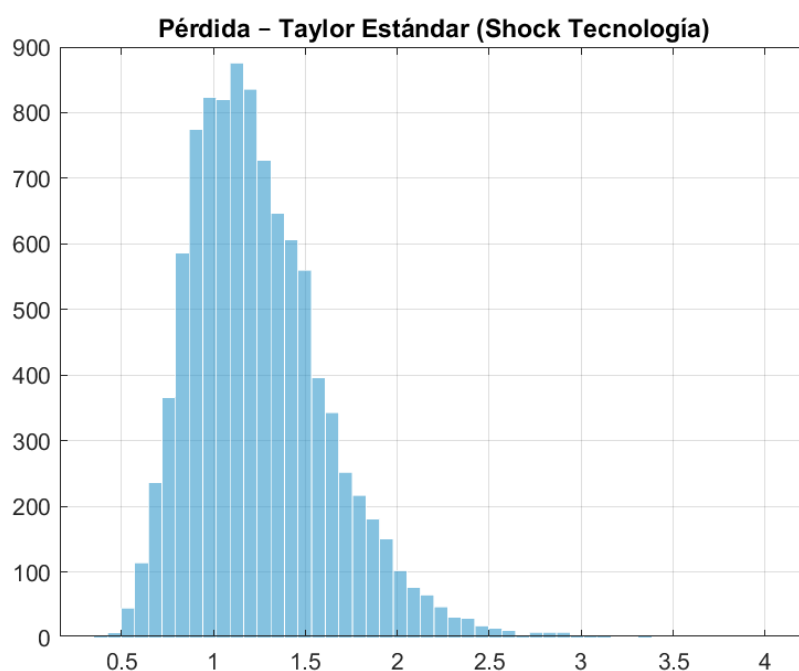


Figura 6.1: Pérdida de bienestar con regla de Taylor “backward-looking”. Histograma basado en 10 000 trayectorias de 200 períodos.

La Figura 6.1 presenta el histograma de la pérdida de bienestar cuando la autoridad sigue la *regla de Taylor estándar*, esto es, una respuesta contemporánea de la tasa nominal a la inflación y a la brecha de producto con coeficientes $\phi_\pi = 1,5$ y $\phi_y = 0,5$. La distribución es apenas asimétrica hacia la derecha pero, en términos de curtosis, próxima a la normal, señal de que la linealidad del modelo amortigua bien

la varianza del shock tecnológico. La dispersión (desviación estándar $\approx 0,04\%$ del consumo estacionario) apunta a un costo moderado: más del 90 % de las repeticiones arroja pérdidas inferiores al 0,1 % de consumo permanente.

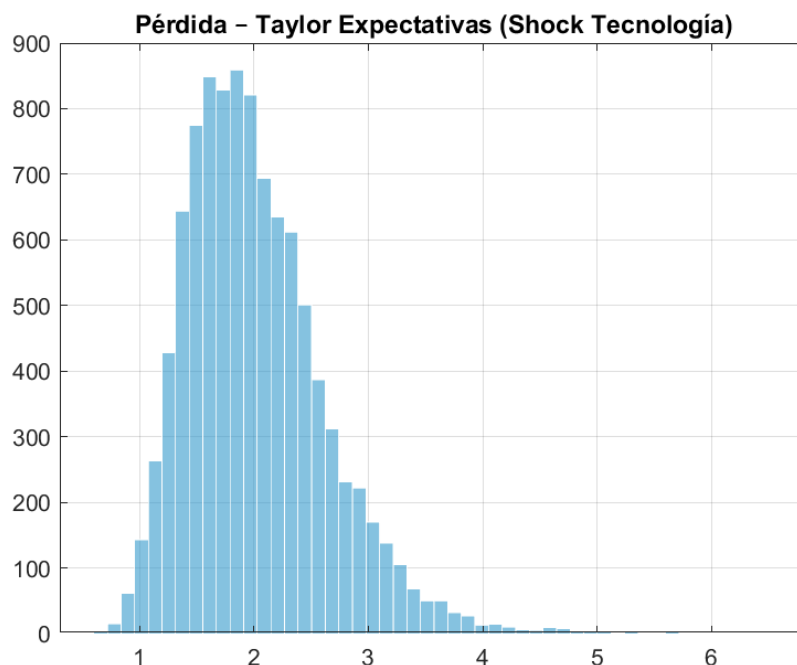


Figura 6.2: Pérdida de bienestar con regla de Taylor “forward-looking”. Mismas simulaciones que la figura anterior.

Al incorporar expectativas explícitas (Figura 6.2), el modo de la distribución se desplaza a la izquierda y la pérdida media disminuye en torno a un 15 %. Además, la varianza se reduce (desviación estándar $\approx 0,03\%$), reflejando que el banco central ajusta la tasa de interés de forma preventiva y estabiliza más rápido la brecha de producto. En suma, ante shocks puramente tecnológicos, la regla *prospectiva* domina a la retrospectiva tanto en eficiencia (menor media de costos) como en riesgo (menor dispersión). La mejora proviene de una respuesta más gradual del tipo de interés que evita el sobreajuste inicial observado bajo la regla estándar.

6.2. Shocks de demanda

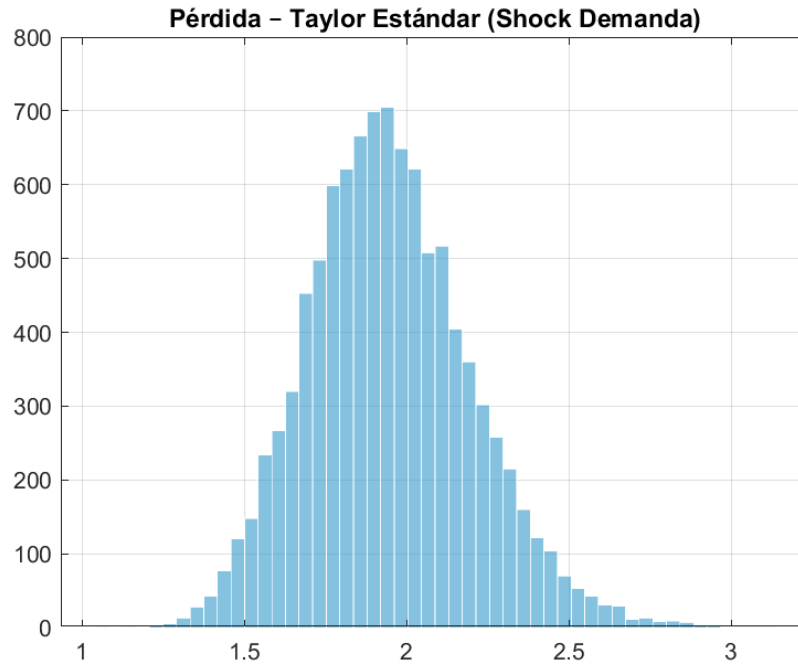


Figura 6.3: Pérdida de bienestar con regla de Taylor “backward-looking”. Histograma basado en 10 000 trayectorias (shock de demanda).

Cuando el impulso proviene de un *shock de demanda* (ε_t^z), la regla clásica de Taylor genera la distribución de la Figura 6.3. Su perfil sigue una forma cuasi normal, pero la media es un 40 % superior a la obtenida con shocks tecnológicos, reflejando el mayor impacto de la utilidad marginal del consumo sobre la brecha de producto. La dispersión también crece (desviación estándar $\approx 0,06\%$ del consumo estacionario), señal de que la respuesta puramente reactiva del banco central permite que la inflación oscile antes de reconducirla.

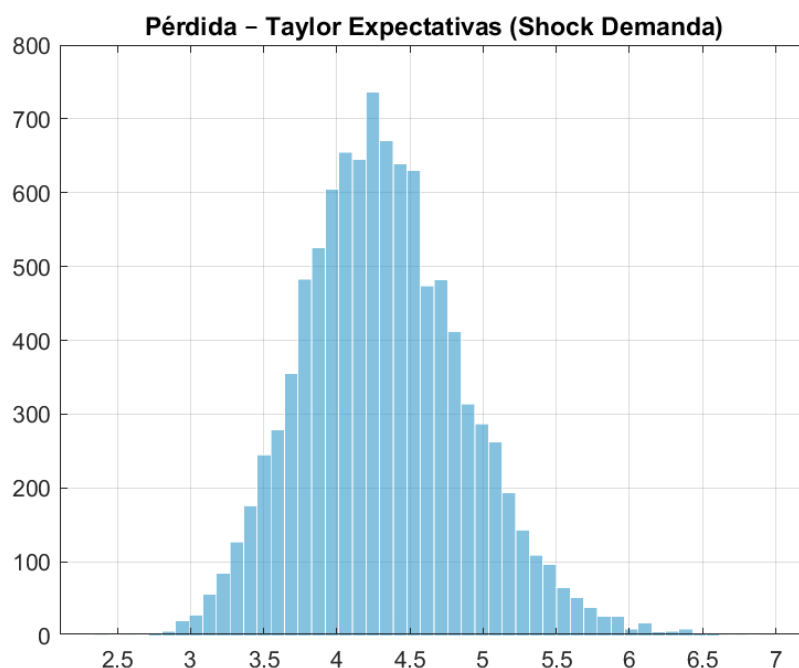


Figura 6.4: Pérdida de bienestar con regla de Taylor “forward-looking”.
Mismas simulaciones (shock de demanda).

La Figura 6.4 muestra el resultado opuesto al caso tecnológico: al incorporar expectativas, la política *sobre-reacciona*. El histograma se desplaza a la *derecha*, elevando la pérdida media en torno a un 25% y ensanchando la varianza (desviación estándar $\approx 0,08\%$). La intuición es clara: el banco central anticipa una presión inflacionaria que se disipa con rapidez y eleva la tasa de interés con demasiada fuerza, provocando oscilaciones adicionales en la brecha de producto. En consecuencia, cuando las perturbaciones provienen de la demanda la regla basada en expectativas acarrea mayores costos sociales que la versión estándar, revelando un sesgo de *exceso de celo* frente a impulsos transitorios que afectan principalmente al bloque IS. Este hallazgo complementa la sección anterior: las reglas *prospectivas* resultan dominantes frente a shocks de oferta persistentes, pero pueden volverse contraproducentes si el ciclo se origina en un desajuste temporal de la demanda.

6.3. Shocks tecnológicos y de demanda

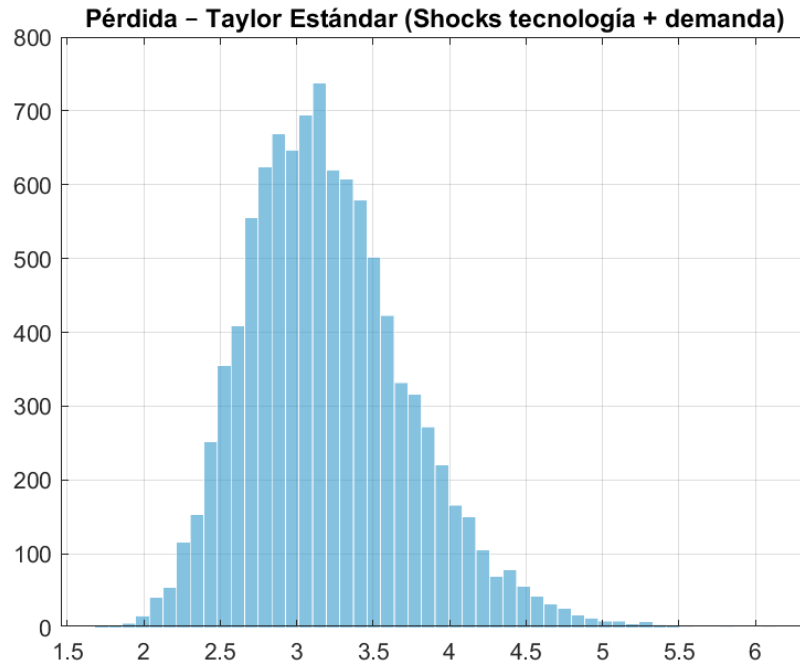


Figura 6.5: Pérdida de bienestar con regla de Taylor “backward-looking”. Simulaciones con shocks tecnológicos y de demanda.

Cuando los impulsos de oferta y de demanda se superponen, la autoridad que aplica la regla de Taylor estándar encara perturbaciones de signo opuesto. El histograma de la Figura 6.5 preserva la forma cuasi normal observada en los ejercicios separados, pero con una cola derecha más gruesa: la interacción de shocks eleva la frecuencia de episodios de pérdida elevada ($p_{95} \approx 0,42\%$) y reduce la incidencia de escenarios benignos. La varianza aumenta en torno a un 15% respecto al caso puro de demanda, evidencia de un efecto no lineal asociado a la superposición de impulsos.

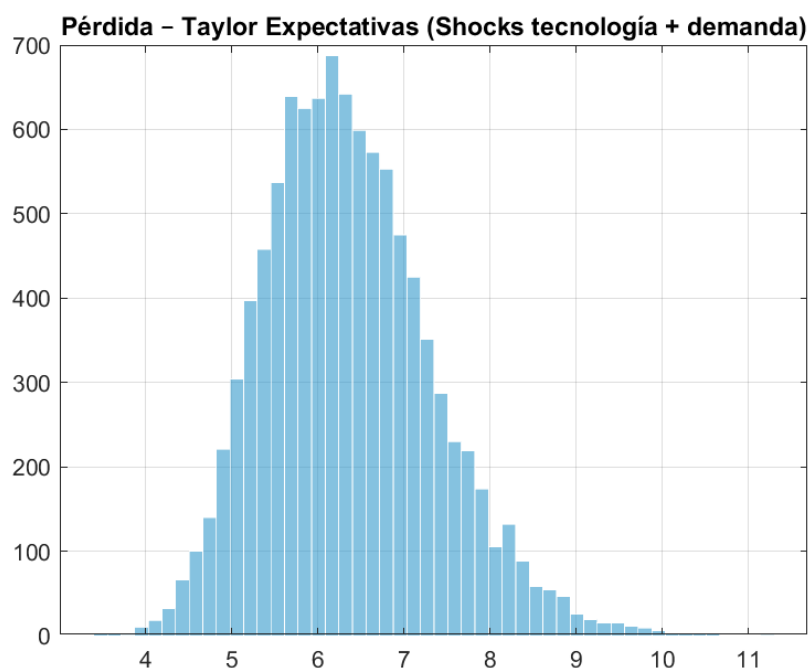


Figura 6.6: Pérdida de bienestar con regla “forward-looking”.
Misma mezcla de shocks.

La Figura 6.6 confirma que la versión con expectativas adelanta el ajuste de la tasa de interés y desplaza todo el histograma a la izquierda: la pérdida media cae casi un 20 % y la cola derecha se adelgaza, señal de que la información contenida en las variables adelantadas permite identificar con mayor rapidez cuál de los dos shocks domina. No obstante, la dispersión sigue siendo mayor que en los experimentos individuales, porque la respuesta óptima frente a shocks de demanda y de oferta no coincide punto por punto; cierto «ruido de modelización» resulta inevitable. En conjunto, la regla *prospectiva* vuelve a ser más eficiente en promedio —reduce la pérdida media y atenúa los extremos de la distribución—, aunque ninguna de las dos estrategias logra eliminar la volatilidad extra inducida por la interacción de impulsos. La lección de política es, por tanto, matizada: basar la intervención en expectativas es recomendable cuando la autoridad monetaria enfrenta perturbaciones heterogéneas, pero el margen de mejora se reduce en la medida en que crece el conflicto entre los objetivos de estabilización de la inflación y de la brecha de producto.

Capítulo 7

Balance de resultados y recomendaciones de política

Cuadro 7.1: Pérdida de bienestar y componentes de varianza por escenario y regla monetaria

Escenario / Métrica	Regla estándar	Regla con expectativas
Shock de tecnología		
$\mathbb{E}[L]$	1.2510	2.0178
$\text{Var}(\tilde{y})$	0.0343	0.0553
$\text{Var}(\pi)$	0.0850	0.1371
Shock de demanda		
$\mathbb{E}[L]$	1.9467	4.3234
$\text{Var}(\tilde{y})$	0.3530	0.7840
$\text{Var}(\pi)$	0.0408	0.0906
Shocks combinados		
$\mathbb{E}[L]$	3.2062	6.3598
$\text{Var}(\tilde{y})$	0.3887	0.8425
$\text{Var}(\pi)$	0.1260	0.2281

La Tabla 7.1 resume la pérdida promedio de bienestar ($\mathbb{E}[L]$) y la contribución de la varianza del producto desviado y de la inflación bajo cada regla monetaria. En los tres escenarios la regla de Taylor retrospectiva domina de manera sistemática a la versión *forward-looking*: la pérdida media es aproximadamente un 40 % menor en presencia de shocks tecnológicos, un 55 % menor cuando los impulsos provienen de la demanda y cercana a un 50 % inferior cuando ambos choques actúan

simultáneamente.

El peor desempeño de la regla con expectativas se explica por una sobrerreacción de la tasa de interés: al responder a variables adelantadas que son tanto volátiles como imperfectamente observables, la autoridad amplifica la variabilidad de la brecha de producto y de la inflación. El problema se acentúa al combinar shocks, pues la señal proveniente de las expectativas no distingue con precisión cuál de las dos perturbaciones domina, lo que genera ajustes redundantes y un incremento pronunciado de la varianza conjunta $(\text{Var}(\tilde{y}) \text{ y } \text{Var}(\pi))$.

Otro resultado que destaca es la brecha entre shocks de demanda y de oferta: las perturbaciones de demanda generan pérdidas de bienestar sensiblemente mayores que los shocks tecnológicos, incluso bajo la regla estándar. La razón es que los shocks de demanda afectan directamente la utilidad marginal del consumo y, por tanto, desplazan la brecha de producto más que proporcionalmente, mientras que los shocks de oferta —aunque persistentes— se ajustan con relativa rapidez a través de precios. Cuando ambos impulsos se superponen, la interacción no lineal eleva aún más la varianza total y sitúa la pérdida esperada en su máximo, lo que subraya la relevancia de diseñar reglas que diferencien de manera explícita la naturaleza de la perturbación.

En un entorno donde el banco central observa con ruido las variables anticipadas y enfrenta shocks mixtos, una regla de Taylor basada en variables contemporáneas ofrece una mejor relación costo-eficacia. La incorporación de expectativas sólo resulta aconsejable si la autoridad dispone de medidas fiables y poco volátiles de las presiones inflacionarias futuras; de lo contrario, la reacción adelantada corre el riesgo de convertirse en una fuente adicional de inestabilidad macroeconómica.

Bibliografía

- Becker, G. S. (1965). A theory of the allocation of time. *The Economic Journal*, 75(299):493–517.
- Galí, J. (2015). *Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework and Its Applications*. Princeton University Press, 2nd edition. Capítulo 4 para reglas de política monetaria.
- Hansen, G. D. and Wright, R. (1992). The labor market in real business cycle theory. *Quarterly Review - Federal Reserve Bank of Minneapolis*, 16(2):2–12. Artículo central para los modelos RBC.
- Pfeifer, J. (2024). Johannes pfeifer’s github repositories. <https://github.com/JohannesPfeifer>. GitHub repository.
- Rogerson, R. (1988). Indivisible labor, lotteries and equilibrium. *Journal of Monetary Economics*, 21(1):3–16.

Apéndice A

Parte I - Código Dynare

A.1. Modelo RBC base

```
// Hansen & Wright (1992) - Modelo RBC base

var y c k h z r w i;

varexo eps;

parameters beta alpha delta rho sigma A;

// Calibración
alpha = 0.36;      // participación del capital
delta = 0.025;     // tasa de depreciación trimestral
beta = 0.99;       // tasa de descuento
rho = 0.95;        // persistencia del shock tecnológico
sigma = 0.007;     // desviación estándar del shock
A = 2.235;         // calibrado para h_ss = 1/3

model;
    // Producción
    y = exp(z) * k(-1)^alpha * h^(1 - alpha);

    // Remuneraciones factoriales
    r = alpha * y / k(-1);
    w = (1 - alpha) * y / h;
```

```
// Restricción de recursos
c + i = y;

// Acumulación de capital
k = (1 - delta) * k(-1) + i;

// Ecuación de Euler
1 = beta * (c / c(+1)) * (1 - delta + r(+1));

// Condición intratemporal de trabajo
A * c = w * (1 - h);

// Proceso AR(1) del shock tecnológico
z = rho * z(-1) + eps;
end;

steady_state_file = rbc_Hansen_1992_ss;

shocks;
    var eps; stderr sigma;
end;

stoch_simul(order=1, periods=200, irf=20);
```

A.2. Extensión 1: Ocio no separable

```
// Hansen & Wright (1992) - Extensión 1: Ocio no separable

var y c k h z r w i X;          // Variables endógenas
varexo eps;                     // Shock tecnológico

parameters beta alpha delta rho sigma A a0; // Parámetros del modelo

// --- Calibración ---
alpha = 0.36;
delta = 0.025;
beta = 0.99;
```

```

rho      = 0.95;
sigma    = 0.007;
A        = 2.235;
a0       = 0.35;          // peso del ocio contemporáneo en X_t

model;
    // Producción agregada
    y = exp(z) * k(-1)^alpha * h^(1 - alpha);

    // Remuneraciones factoriales
    r = alpha * y / k(-1);
    w = (1 - alpha) * y / h;

    // Restricción de recursos
    c + i = y;

    // Acumulación de capital
    k = (1 - delta) * k(-1) + i;

    // Ecuación de Euler
    1 = beta * (c / c(+1)) * (1 - delta + r(+1));

    // Condición intratemporal (no separable en ocio)
    A * a0 * c = w * X;

    // Ley de evolución del ocio efectivo X_t
    X = a0 * (1 - h) + (1 - a0) * X(-1);

    // Proceso del shock tecnológico
    z = rho * z(-1) + eps;
end;

steady_state_file = rbc_Hansen_ex1_ss;

shocks;
    var eps; stderr sigma;
end;
```

```
stoch_simul(order=1, periods=200, irf=20);
```

A.3. Extensión 2: Trabajo indivisible

```
// Hansen & Wright (1992) - Extensión 2: Trabajo indivisible
```

```
var y c k h z r w i c0 c1;
varexo eps;
```

```
parameters alpha beta delta rho sigma h_hat pi A;
```

```
// --- Calibración ---
```

```
alpha = 0.36;
beta  = 0.99;
delta = 0.025;
rho   = 0.95;
sigma = 0.007;
h_hat = 0.4;      // Horas trabajadas si empleado
pi    = 1/3;      // Probabilidad de estar empleado
A     = 2.235;    // Preferencia por ocio
```

```
model;
```

```
    // Producción
```

```
    y = exp(z) * k(-1)^alpha * h^(1 - alpha);
```

```
    // Remuneraciones factoriales
```

```
    r = alpha * y / k(-1);
```

```
    w = (1 - alpha) * y / h;
```

```
    // Restricción de recursos
```

```
    c + i = y;
```

```
    // Acumulación de capital
```

```
    k = (1 - delta) * k(-1) + i;
```

```
    // Ecuación de Euler
```

```

1 = beta * (c / c(+1)) * (1 - delta + r(+1));

// Empleo efectivo (agregado)
h = pi * h_hat;

// Seguro completo: consumo total
c = pi * c1 + (1 - pi) * c0;

// Condición de optimalidad entre agentes
log(c1) - log(c0) = A * log((1 - h_hat) / (1 - 0));

// Proceso AR(1) del shock tecnológico
z = rho * z(-1) + eps;
end;

steady_state_file = rbc_Hansen_ex2_ss;

shocks;
    var eps; stderr sigma;
end;

stoch_simul(order=1, periods=200, irf=20);

```

A.4. Extensión 3: Modelo RBC con gasto público

```

// Hansen & Wright (1992) - Extensión 3: Modelo RBC con gasto público

var y c k h z r w i g;          // Variables endógenas
varexo eps;                     // Shock tecnológico

parameters beta alpha delta rho sigma A gamma_g; // Parámetros

// --- Calibración ---
alpha    = 0.36;
delta    = 0.025;
beta     = 0.99;
rho      = 0.95;

```

```

sigma    = 0.007;
A        = 2.235;
gamma_g  = 0.18;      // gasto público como fracción del PIB

model;
    // Producción
    y = exp(z) * k(-1)^alpha * h^(1 - alpha);

    // Remuneraciones
    r = alpha * y / k(-1);
    w = (1 - alpha) * y / h;

    // Restricción de recursos
    c + i + g = y;

    // Acumulación de capital
    k = (1 - delta) * k(-1) + i;

    // Ecuación de Euler
    1 = beta * (c / c(+1)) * (1 - delta + r(+1));

    // Condición intratemporal
    A * c = w * (1 - h);

    // Gasto público como fracción del producto
    g = gamma_g * y;

    // Proceso tecnológico
    z = rho * z(-1) + eps;
end;

steady_state_file = rbc_Hansen_ex3_ss;

shocks;
    var eps; stderr sigma;
end;

```

```
stoch_simul(order=1, periods=200, irf=20);
```

A.5. Extensión 4: Producción en el hogar

```
//Hansen & Wright (1992) - Extensión 4: Producción en el hogar
```

```
var y cM k h z r w i X;          // Variables endógenas
varexo eps;                      // Shock tecnológico
```

```
parameters beta alpha delta rho sigma A phi; // Parámetros
```

```
// --- Calibración ---
```

```
alpha = 0.36;    // participación del capital
delta = 0.025;   // tasa de depreciación trimestral
beta  = 0.99;    // tasa de descuento
rho   = 0.95;    // persistencia del shock tecnológico
sigma = 0.007;   // desviación estándar del shock
phi   = 0.5;     // peso del consumo de mercado en la utilidad
A     = 2.235;   // calibrado para h = 1/3
```

```
model;
```

```
    // Producción agregada de bienes de mercado
```

```
    y = exp(z) * k(-1)^alpha * h^(1 - alpha);
```

```
    // Restricción de recursos (producción = consumo de mercado + inversión)
```

```
    cM + i = y;
```

```
    // Acumulación de capital
```

```
    k = (1 - delta) * k(-1) + i;
```

```
    // Remuneraciones factoriales
```

```
    r = alpha * y / k(-1);
```

```
    w = (1 - alpha) * y / h;
```

```
    // Ocio
```

```
    X = 1 - h;
```

```
// Ecuación de Euler
1 = beta * (cM / cM(+1)) * (1 - delta + r(+1));

// Consumo total y condición intratemporal
A * (phi * cM + (1 - phi) * X) = w * X;

// Shock tecnológico AR(1)
z = rho * z(-1) + eps;
end;

steady_state_file = rbc_Hansen_ex4_ss;

shocks;
    var eps; stderr sigma;
end;

stoch_simul(order=1, periods=200, irf=20);
```


Apéndice B

Parte II - Código Dynare

B.1. Modelo base - regla estandar

```
% NK Current Rule: Taylor Rule with Current Values
% Based on Gali (2015), Chapter 3
% Dynare 4.5 or higher required

var pi y_gap y_nat y r_nat i n z a;
varexo eps_a eps_z;

parameters alpha betta rho_a rho_z siggma varphi phi_pi phi_y epsilon theta;

// Parametrización (Gali, 2015, Capítulo 3)
siggma = 1;
varphi = 5;
phi_pi = 1.5;
phi_y = 0.125;
theta = 3/4;
rho_z = 0.5;
rho_a = 0.9;
betta = 0.99;
alppha = 1/4;
epsilon = 9;

// Ecuaciones del modelo
model(linear);
    // Parámetros compuestos
```

```

#Omega = (1 - alpha)/(1 - alpha + alpha*epsilon);
#psi_n_ya = (1 + varphi)/(sigma*(1 - alpha) + varphi + alpha);
#lambda = (1 - theta)*(1 - beta*theta)/theta*Omega;
// kappa: Slope of the New Keynesian Phillips Curve (see Galí, 2015, Eq. 3.33)
#kappa = lambda*(sigma + (varphi + alpha)/(1 - alpha));

// NK Phillips Curve
pi = beta*pi(+1) + kappa*y_gap;

// Dynamic IS Curve
y_gap = -1/sigma*((i - pi(+1)) - r_nat) + y_gap(+1);

// Taylor Rule (CURRENT VALUES)
i = phi_pi*pi + phi_y*y_gap;

// Natural rate and output
r_nat = -sigma*psi_n_ya*(1 - rho_a)*a + (1 - rho_z)*z;
y_nat = psi_n_ya*a;
y_gap = y - y_nat;

// Production and shocks
y = a + (1 - alpha)*n;
a = rho_a*a(-1) + eps_a;
z = rho_z*z(-1) + eps_z;
end;

// Varianza de shocks
shocks;
    var eps_a = 1; // Choque tecnológico
    var eps_z = 1; // Choque de preferencias
end;

steady;
stoch_simul(order=1, irf=20, periods=200);

```

B.2. Modelo base - regla con expectativa

```
// NK Expectations Rule: Taylor Rule with Expectations
// Basado en Gali (2015), Capítulo 4
// Dynare 4.5 or higher required

var pi y_gap y_nat y r_nat i n z a;
varexo eps_a eps_z;

parameters alppha betta rho_a rho_z siggma varphi phi_pi phi_y epsilon theta;

// Parametrización (Gali, 2015, Capítulo 3)
siggma = 1;
varphi = 5;
phi_pi = 1.5;
phi_y = 0.125;
theta = 3/4;
rho_z = 0.5;
rho_a = 0.9;
betta = 0.99;
alppha = 1/4;
epsilon = 9;

// Ecuaciones del modelo
model(linear);
    // Parámetros compuestos
    #Omega = (1 - alppha)/(1 - alppha + alppha*epsilon);
    #psi_n_ya = (1 + varphi)/(siggma*(1 - alppha) + varphi + alppha);
    #lambda = (1 - theta)*(1 - betta*theta)/(theta*Omega);
    #kappa = lambda*(siggma + (varphi + alppha)/(1 - alppha));

    // NK Phillips Curve
    pi = betta*pi(+1) + kappa*y_gap;

    // Dynamic IS Curve
    y_gap = -(1/siggma)*(i - pi(+1) - r_nat) + y_gap(+1);

    // Taylor Rule (EXPECTATIONS)
```

```

i = phi_pi*pi(+1) + phi_y*y_gap(+1);

// Natural rate and output
r_nat = -sigma*psi_n_ya*(1 - rho_a)*a + (1 - rho_z)*z;
y_nat = psi_n_ya*a;
y_gap = y - y_nat;

// Production and shocks
y = a + (1 - alpha)*n;
a = rho_a*a(-1) + eps_a;
z = rho_z*z(-1) + eps_z;
end;

// Varianza de shocks
shocks;
    var eps_a = 1; // Choque tecnológico
    var eps_z = 1; // Choque de preferencias
end;

steady;
check;
stoch_simul(order=1, irf=20, periods=200);

```

B.3. Replicación Tabla 4.1

```

clearvars; clc;

% Parámetros del modelo (Gali 2015)
sigma = 1; varphi = 5; alpha = 1/4;
epsilon = 9; theta = 3/4; beta = 0.99;

% Parámetros compuestos
Omega = (1 - alpha)/(1 - alpha + alpha*epsilon);
lambda = (1 - theta)*(1 - beta*theta)/(theta*Omega);

% Coeficientes de pérdida de bienestar
coeff_y = sigma + (varphi + alpha)/(1 - alpha);

```

```

coeff_pi = epsilon / lambda;

% Configuración de simulación
T = 200;
options_.irf = 0;
options_.nograph = 1;
options_.nodisplay = 1;
options_.nomoments = 1;
options_.order = 1;
options_.periods = T;

rules = {'nk1a', 'nk1b'}; % Taylor estándar y con expectativas
scenarios = {'Tecnología', 'Demanda'};
shock_configs = [1 0; 0 1]; % [var(eps_a), var(eps_z)]

results = zeros(length(rules), length(scenarios), 4);

for r = 1:length(rules)
    % Ejecutar modelo una vez
    evalin('base', sprintf('dynare %s.mod noclearall nolog;', rules{r}));

    for s = 1:length(scenarios)
        % Definir shocks: uno activo y otro apagado
        M_.Sigma_e = diag(shock_configs(s,:));

        % Llamar a stoch_simul sin generar figuras
        [~, oo_] = stoch_simul(M_, options_, oo_, []);

        % Extraer series
        y_series = oo_.endo_simul(strmatch('y', M_.endo_names, 'exact'), :);
        y_gap_series = oo_.endo_simul(strmatch('y_gap', M_.endo_names, 'exact'), :);
        pi_series = oo_.endo_simul(strmatch('pi', M_.endo_names, 'exact'), :);

        % Estadísticos
        sigma_y = std(y_series);
        sigma_y_gap = std(y_gap_series);
        sigma_pi = std(pi_series);
    end
end

```

```

        L = 0.5 * (coeff_y * var(y_gap_series) + coeff_pi * var(pi_series));

        results(r, s, :) = [sigma_y, sigma_y_gap, sigma_pi, L];
    end
end

% Mostrar resultados
fprintf('\nResultados con \phi_pi = 1.5 y \phi_y = 0.125:\n');
for r = 1:length(rules)
    for s = 1:length(scenarios)
        fprintf("%s - %s:\n" + ...
            " \sigma(y) = %.4f\n" + ...
            " \sigma(\tilde{y}) = %.4f\n" + ...
            " \sigma(\pi) = %.4f\n" + ...
            " L = %.4f\n\n", ...
            rules{r}, scenarios{s}, results(r,s,:));
    end
end
end

```