Гродзенскі дзяржаўны універсітэт імя Янкі Купалы
Кафедра агульнай фізікі
Лабараторыя механікі
ауд. 409

Лабараторная работа №13

ВЫВУЧЭННЕ ПРУГКІХ ДЭФАРМАЦЫЙ

для студэнтаў спецыяльнасці "ФІЗІКА"

Гродна, 2010

ВЫВУЧЭННЕ ПРУГКІХ ДЭФАРМАЦЫЙ

Мэта работы: *Доследнае вызначэнне модуля Юнга па выгіну стрыжня і модулю зруху з дэфармацыі кручэння.*

Прылады і абсталяванне: *Пласціны прамавугольнага сячэння, мікрометр, штангенцыркуль, даважкі; прылада для ажыццяўлення дэфармацыі кручэння, стрыжань круглага сячэння, лінейка, грузы.*

Тэарэтычныя асновы

У прыродзе не існуе абсалютна цвёрдых цел. Усе целы пад уздзеяннем знешніх сіл змяняюць форму і памеры. Змяненне формы або памераў цела пад уздзеяннем знешніх сіл называецца *дэфармацыяй*.

У выпадку цвёрдых цел адрозніваюць два гранічных выпадка: *пругкія* і *няпругкія* (або *пластычныя*) дэфармацыі.

Дэфармацыі, якія поўнасцю знікаюць пасля спынення дзеяння знешніх сіл, называюцца *абсалютна пругкімі*. Дэфармацыя называецца *абсалютна няпругкай* (*астаткавай*, *пластычнай*), калі пасля спынення дзеяння знешняй сілы дэфармацыі, якія ўзніклі у целе, поўнасцю захоўваюцца. Ці будзе дэфармацыя пластычнай, ці пругкай, залежыць не толькі ад матэрыялу, з якога зроблена цела, але і ад велічыні дзеючай сілы. Калі сіла, аднесеная да адзінкі плошчы, не перавышае велічыні, якая называецца *мяжой пругкасці*, дэфармацыя будзе пругкай. Мяжа пругкасці для розных матэрыялаў розная.

Унутраныя сілы, якія ўзнікаюць пры дэфармацыях пругкіх і няпругкіх цел, істотна адрозніваюцца. Пры дэфармацыях пругкіх цел яны вызначаюцца велічынёй і відам дэфармацый і пры знікненні знешніх сіл вяртаюць целу першапачатковую форму. Пры дэфармацыях няпругкіх цел унутраныя сілы залежаць ад хуткасці іх змянення і пры знікненні знешніх сіл знікаюць, не вярнуўшы целу першапачатковай формы.

Унутраныя сілы, якія ўзнікаюць пры невялікіх дэфармацыях пругкіх цел, называюцца *пругкімі*. Унутраныя сілы, якія ўзнікаюць пры дэфармацыях няпругкіх цел, адносяцца да другога віду сіл, гэта *сілы вязкасці* або *сілы ўнутранага трэння*.

Падзел дэфармацый на пругкія і пластычныя ўмоўны, бо пасля дзеяння любой нагрузкі застаюцца астаткавыя дэфармацыі. Але калі яны дастаткова малыя, то дэфармацыі лічаць пругкімі.

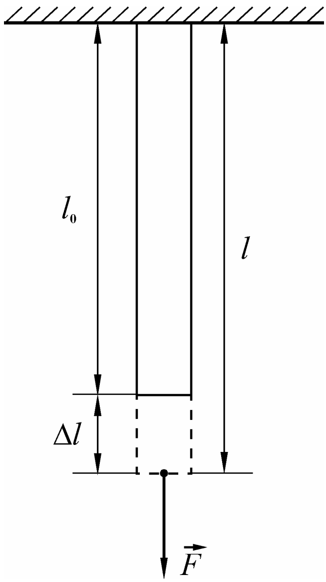
Для пругкіх дэфармацый паміж дзеючымі сіламі і выкліканымі імі дэфармацыямі існуе адназначная залежнасць (для пластычнай дэфармацыі такой залежнасці няма). Як паказвае дослед, малыя дэфармацыі прама прапарцыянальны сілам, якія выклікалі гэтыя дэфармацыі. *Калі целы знаходзяцца ў раўнавазе, то прыкладзеныя знешнія сілы ўраўнаважаны ўнутранымі сіламі, якія ўзнікаюць у целе ў выніку дэфармацыі. А гэта азначае, што пругкія сілы прама прапарцыянальныя дэфармацыям.* Гэтае сцвярджэнне носіць назву *закону Гука*.

У рабоце вывучаюцца толькі пругкія дэфармацыі.

Адрозніваюць некалькі тыпаў дэфармацый: расцяжэнне (сціскание), зрух, выгін і кручэнне. З пералічаных дэфармацый асноўнымі з'яўляюцца дэфармацыі расцяжэння (сціскання) і зруху. Усе астатнія малыя дэфармацыі могуць быць зведзены да гэтых асноўных.

Дэфармацыі расцяжэння (сціскання)

Разгледзім дэфармацыю расцяжэння на прыкладзе аднароднага стрыжня. Характэрным для дэфармацыі расцяжэння (сціскання) з'яўляецца змяненне даўжыні дэфармаванага цела. Няхай верхні канец стрыжня замацаваны, а да ніжняга прыкладзена сіла $\vec{F}$, якая дзейнічае ўздоўж восі стрыжня ў напрамку ад гэтага канца (малюнак 1). Пад дзеяннем сілы стрыжань зведвае дэфармацыю расцяжэння. Дэфармацыю расцяжэння характарызуюць *абсалютным падаўжэннем* $\Delta l = l - l_0$ і *адносным падаўжэннем* $\varepsilon = \Delta l / l_0$, дзе l_0 – пачатковая даўжыня, а l – канечная даўжыня стрыжня. Адноснае падаўжэнне разлічваецца на адзінку пачатковай даўжыні, і таму ў адрозненне ад абсалютнага падаўжэння Δl ад даўжыні стрыжня не залежыць. Пры малых расцяжэннях ($\Delta l << l_0$) дэфармацыі большасці цел пругкія.



Мал. 1. Дэфармацыя расцяжэння

Калі на той жа стрыжань падзейнічаць сілай, накіраванай да замацаванага канца, то стрыжань зведвае дэфармацыю сціскання. У гэтым выпадку адносная дэфармацыя адмоўная: $\varepsilon < 0$.

Адноснае падаўжэнне залежыць ад велічыні сілы F, якая расцягвае цела. Па дзеяннем гэтай сілы ў целе ўзнікаюць ўнутраныя сілы, з якімі дзейнічаюць адна на адну часткі дэфармаванага цела. У любым сячэнні замацаванага цела дзейнічаюць сілы пругкасці. З умоваў раўнавагі вынікае, што ў любым папярочным сячэнні дзейнічаюць сілы, роўныя F.

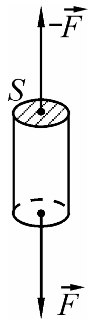
Калі дэфармацыя будзе аднароднай, то кожная з сіл раўнамерна размеркавана па паверхні папярочнага сячэння S. Велічыню, роўную адносіне модуля сілы пругкасці F да плошчы папярочнага сячэння S цела называюць *механічным напружаннем* (малюнак 2):

$$\sigma = \frac{F}{S}.$$

Велічыня механічнага напружання вызначае сілу, якая дзейнічае на адзінку пляцоўкі, перпендыкулярнай да напрамку сілы, таму яна называецца *нармальным напружаннем*. Пры аднароднай дэфармацыі нармальнае напружанне будзе аднолькавым у любым папярочным сячэнні стрыжня. Пры нераўнамерным размеркаванні сілы:

$$\sigma = \frac{dF}{dS}, \tag{1}$$

дзе dS – элементарна малая пляцоўка, dF – модуль сілы пругкасці, якая дзейнічае на пляцоўку dS перпендыкулярна да яе.



Мал. 2. Сілы пры дэфармацыі расцяжэння

Дослед паказвае, што пры малых дэфармацыях нармальнае напружанне прама прапарцыянальна адноснаму падаўжэнню ε (закон Гука для дэфармацыі расцяжэння):

$$\sigma = E\varepsilon \tag{2}$$

Каэфіцыент прапарцыянальнасці E, які ўваходзіць у закон Гука, называецца *модулем Юнга*. Модуль Юнга *лікава роўны нармальнаму напружанню, якое ўзнікае ў целе пры павелічэнні яго даўжыні ў два разы, калі б дэфармацыя пры гэтым засталася пругкай*. (Ні адно рэальнае цела, акрамя гумы, не вытрымлівае такога напружання). Модуль Юнга E залежыць ад уласцівасцей матэрыялу.

Пры дэфармацыі расцяжэння (сціскання) змяняецца таксама плошча папярочнага сячэння цела. Характарыстыкай змянення папярочных памераў з’яўляецца *адноснае папярочнае сцісканне (расцяжэнне)*:

$$\varepsilon_d = \frac{d - d_0}{d_0} = \frac{\Delta d}{d_0}, \qquad (3)$$

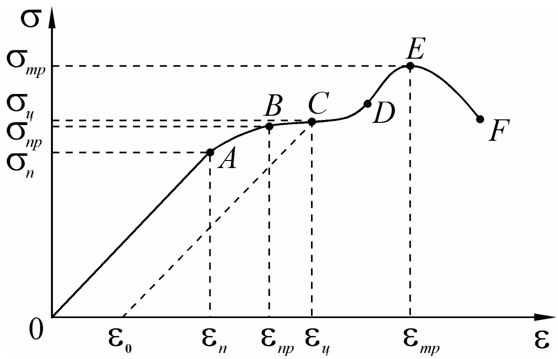
дзе d_0 – папярочны памер цела да дэфармацыі, d – папярочны памер дэфармаванага цела. Пры расцяжэнні $\varepsilon_d < 0$, пры сцісканні $\varepsilon_d > 0$.

Фізічная велічыня, роўная стасунку адноснага папярочнага сціскання да адноснага падоўжнага падаўжэння называецца *каэфіцыентам Пуасона*:

$$\mu = -\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon}. \qquad (4)$$

Каэфіцыент Пуасона залежыць толькі ад уласцівасцей матэрыялу, з якога зроблена цела, і з’яўляецца адной з важных пастаянных, якія характарызуюць яго пругкія ўласцівасці.

Залежнасць нармальнага напружання ад адноснага падаўжэння (дыяграма расцяжэнняў) адлюстравана на малюнку 3.



Мал. 3. Дыяграма расцяжэнняў

Пры малых дэфармацыях на ўчастку OA (ад 0 да $\varepsilon_п$) выконваецца закон Гука. Графік уяўляе сабой практычна прамую лінію. Максімальнае напружанне $\sigma_п$, пры якім яшчэ выконваецца закон Гука, называецца *лімітам прапарцыянальнасці*.

Ліміт пругкасці $\sigma_{пр}$ – максімальнае напружанне, пры якім яшчэ захоўваюцца пругкія ўласцівасці цела. На ўчастку AB

дэфармацыя нелінейная, але надалей пругкая (звычайна гэты ўчастак вельмі невялікі).

Пры напружаннях, большых $\sigma_{пр}$ (участак BC), дэфармацыя становіцца пластычнай; у целе пасля зняцця нагрузкі назіраецца астаткавая дэфармацыя ε_0.

Пры напружаннях $\sigma_{ц}$ – падаўжэнне павялічваецца практычна без павелічэння нагрузкі. Гэта вобласць цякучасці (участак CD).

Пры дасягненні максімальнага значэння напружанасці $\sigma_{тр}$ (*ліміт трываласці*, участак EF) напружанне рэзка падае і цела разбураецца.

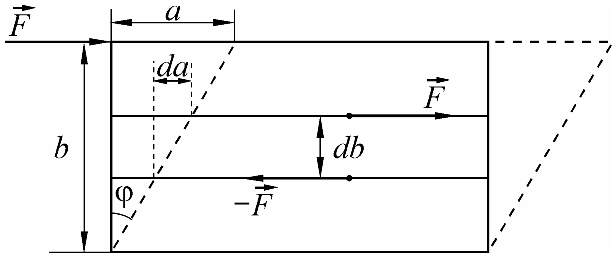
Дэфармацыя зруху

Разгледзім дэфармацыю зруху на прыкладзе цела, якое мае форму прамавугольнага паралелепіпеда, ніжняя грань якога замацавана. Пад уздзеяннем сілы $\vec{F}$, размеркаванай па плошчы верхняй грані S і накіраванай паралельна ёй, гарызантальныя слаі аднароднага цела зрушваюцца адзін адносна аднаго (малюнак 4). Гэта *дэфармацыя зруху*. Вертыкальныя грані бруска застаюцца плоскімі, але нахіляюцца на некаторы вугал γ – вугал зруху. Колькаснай мерай абсалютнай дэфармацыі з'яўляецца зрух верхняй грані a. Велічыня зруху залежыць, у прыватнасці, ад вышыні бруска b. Калі цела разбіць на элементарныя слаі, то кожны слой зрушыцца адносна суседніх з ім слаёў, адносіна абсалютнага зруху da двух адвольна ўзятых слаёў да адлегласці паміж гэтымі слаямі db будзе аднолькавай для любой пары слаёў. Таму мерай *адноснай дэфармацыі* служыць велічыня $\frac{da}{db} = tg\gamma$.

Пры малых дэфармацыях $tg\gamma \approx \gamma$.

Умоўна вылучым у бруску адвольны тонкі слой. На яго з боку суседніх слаёў дзейнічаюць дзве антыпаралельныя сілы пругкасці $\vec{F}$ і $-\vec{F}$. Іх модулі па прычыне раўнавагі аднолькавыя ($\left|\vec{F}\right| = \left|-\vec{F}\right| = F$).

Велічыня $\tau = {}^{F}\!/_{S}$ называецца *тангенцыяльным напружаннем*. Тут S плошча, на якую дзейнічае раўнамерна размеркаваная сіла $\vec{F}$. Пры нераўнамерным размеркаванні сілы $\tau = {}^{dF}\!/_{dS}$ дзе dS – элементарна малая пляцоўка, dF – модуль сілы, дзеючай на пляцоўку dS паралельна ёй.



Мал. 4. Дэфармацыя зруху

Дослед паказвае, што пры малых пругкіх дэфармацыях тангенцыяльнае напружанне, якое ўзнікае ў целе, прама прапарцыянальнае адноснаму зруху:

$$\tau = G\gamma . \qquad (5)$$

Гэта *закон Гука для дэфармацыі зруху*. Каэфіцыент G залежыць ад уласцівасцей матэрыялу і яго фізічнага стану. Ён называецца *модулем зруху рэчыва*, з якога зроблена цела. Модуль зруху лікава роўны такому тангенцыяльнаму напружанню, пры якім вугал зруху быў бы роўным $45°$ ($tg\varphi = 1$), калі б пры гэтым дэфармацыя заставалася пругкай. Модуль Юнга E, модуль зруху G і каэфіцыент Пуасона μ звязаны паміж сабой наступнай суадносінай:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} . \qquad (6)$$

Дэфармацыі расцяжэння (сціскання) і зруху з’яўляюцца аднароднымі дэфармацыямі – такімі, пры якіх ўсе бясконца малыя элементы цела дэфармуюцца аднолькава.

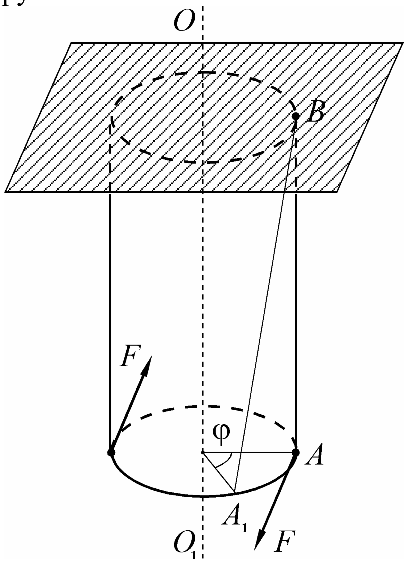
Дэфармацыі кручэння і выгіну будуць дэфармацыямі неаднароднымі. Гэта значыць, што у гэтых выпадках дэфармацыі унутры цела змяняюцца ад пункта да пункта.

Дэфармацыя кручэння

Няхай верхняя аснова аднароднага стрыжня (напрыклад, дроту) радыусам R і даўжынёй L замацавана, а да ніжняй прыкладзены сілы, якія ўтвараюць момант M адносна восі стрыжня. Пры гэтым кожны радыус ніжняй асновы павернецца на вугал φ (малюнак 5). Такая дэфармацыя называецца *дэфармацыяй кручэння*. Закон Гука для дэфармацыі кручэння запісваецца так:

$$M = D\varphi \tag{7}$$

дзе D – модуль кручэння.



Мал. 5. Дэфармацыя кручэння

У адрозненне ад E і G модуль кручэння залежыць не толькі ад уласцівасцей рэчыва, але і ад геаметрычных памераў стрыжня. Вугал закручвання φ не аднолькавы ў розных папярочных сячэннях стрыжня (аддаленых на розныя адлегласці L ад верхняй асновы). Пры закручванні стрыжня яго папярочныя слаі зрушваюцца адносна адзін аднаго. Гэта дэфармацыя неаднародная: у пунктах, размешчаных на розных адлегласцях r ад восі O_1O, вугал зруху розны. На паверхні стрыжня гэты вугал максімальны і раўняецца γ_0, на восі стрыжня ён роўны нулю. Такім чынам, дэфармацыю кручэння можна разглядаць як неаднародную дэфармацыю зруху:

$$\gamma = \frac{AA_1}{l} = r\frac{\varphi}{l}. \qquad (8)$$

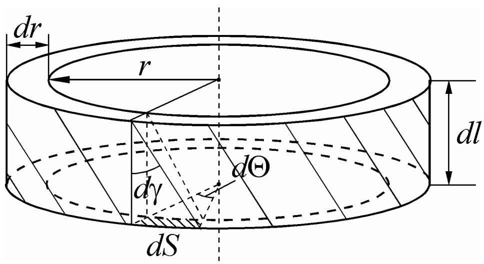
У адпаведнасці з законам Гука (3) тангенцыяльнае напружанне:

$$\tau = Gr\frac{\varphi}{l}. \qquad (9)$$

Але $\tau = dF/dS$, адсюль:

$$dF = G\frac{\varphi}{l}rdS. \qquad (10)$$

Такім чынам, на розных адлегласцях r ад восі ўзнікаючыя сілы пругкасці, дзеючыя на аднолькавыя пляцоўкі dS, розныя. На верхнюю і ніжнюю асновы кожнага малога элемента стрыжня даўжынёй dl (малюнак 6) з боку суседніх слаёў стрыжня дзейнічаюць сілы пругкасці dF, азначаныя суадносінай (10).



Мал. 6. Для разліку дэфармацыі кручэння

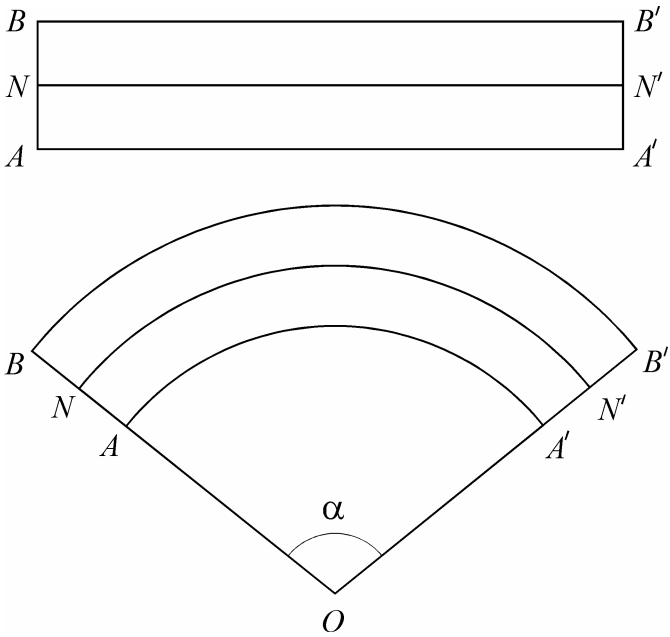
Пры раўнавазе модуль сумарнага моманту ўсіх сіл, дзеючых на верхнюю аснову, раўняецца модулю моманту сіл, дзеючых на ніжнюю аснову, г. зн. модуль моманту сіл пругкасці ў кожным сячэнні аднароднага стрыжня аднолькавы. Падлічым яго значэнне. Для гэтага вылучым у сячэнні стрыжня пляцоўку (заштрыхавана на малюнку 6):

$$dS = rd\theta dr\,, \tag{11}$$
на якую дзейнічае сіла пругкасці dF.
Момант гэтай сілы адносна восі стрыжня роўны:
$$dM = rdF\,. \tag{12}$$
Тады з улікам судачыненняў (10)–(12) момант сілы можна вызначыць двайным інтэгралам:
$$M = \frac{G\varphi}{l}\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R r^3 dr = \frac{\pi G R^4}{2l}\varphi\,, \tag{13}$$
улічыўшы адпаведныя межы інтэгравання па вугле і адлегласці ад восі стрыжня.
Момант сіл, які дзейнічае на ніжнюю аснову стрыжня на падставе выразу (13) набудзе канчатковы выгляд:
$$M = \frac{\pi G R^4}{2L}\varphi_0 = D\varphi_0\,. \tag{14}$$
Модуль кручэння у такім разе:
$$D = \frac{\pi G R^4}{2L}\,. \tag{15}$$
Як вынікае з суадносіны (11), тоўстыя кароткія стрыжні цяжка закруціць і наадварот, доўгія тонкія драты пад уздзеяннем нават вельмі малых момантаў закручваюцца на заўважальны вугал. Гэтым карыстаюцца пры стварэнні адчувальных падвясных сістэм у вымяральных прыборах.

Дэфармацыя выгіну

Разгледзім выгін аднароднага стрыжня. Няхай да дэфармацыі стрыжань меў форму паралелепіпеда. Правядзём сячэнні AB і $A'B'$, нармальныя да восі стрыжня, умоўна выражам ад яго бясконца малы элемент даўжынёй dl (малюнак 7).
Маючы на ўвазе маласць выдзеленага элемента, можна лічыць, што ў выніку выгіну прамыя AA', BB' і ўсе прамыя, ім паралельныя, пяройдуць у акружнасці з цэнтрамі на восі O (малюнак 7), перпендыкулярнай плоскасці малюнка. Гэта вось называецца *воссю выгіну*. Выдзелім пасярэдзіне лінію NN', якую назавем *нейтральнай*. Вонкавыя слаі (і адпаведныя лініі), напрыклад BB', пры выгіне падаўжаюцца, а ўнутраныя

(напрыклад, AA') – скарачаюцца. Сячэнне, якое праходзіць праз NN' (малюнак 7) перпендыкулярна плоскасці малюнка, называецца *нейтральным сячэннем*. Такім чынам, усе слаі, якія ляжаць вышэй нейтральнай плоскасці будуць расцягнутымі, ніжэй – сціснутымі.

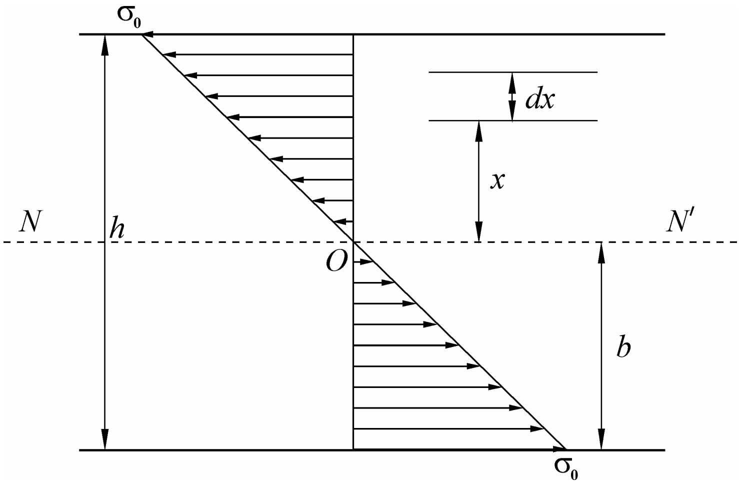


Мал. 7. Дэфармацыя выгіну

Можна меркаваць, што нармальнае напружанне ў кожным слоі прапарцыянальна або яго падаўжэнню, або скарачэнню. Згодна прапанаванай ідэй напружанне на канцах разглядаемага выдзеленага элемента даўжынёй dl будзе мець выгляд, паказаны на малюнку 8. Калі x – адлегласць ад дадзенага слою да нейтральнага, то напружанне ў гэтым месцы будзе роўна:

$$\sigma = \sigma_0 \frac{x}{b}, \qquad (16)$$

дзе σ_0 – напружанне ў самым аддаленым слоі, які знаходзіцца на адлегласці b ад нейтральнага. Калі лічыць усе сячэнні стрыжня аднолькавымі, то нейтральны слой змешчаны пасярэдзіне стрыжня і $b = h/2$, дзе h – вышыня папярочнага сячэння стрыжня.



Мал. 8. Да разліку дэфармацыі выгіну

Такім чынам, для стрыжня, шырыня сячэння якога роўна a, элементарная сіла ў слоі таўшчынёй dx, які знаходзіцца на адлегласці x ад нейтральнага слоя, роўная:

$$dF = \sigma dS = \sigma a dx = \frac{\sigma_0}{b} x a dx = 2\sigma_0 \frac{a}{h} x dx\,. \tag{17}$$

Момант сіл у папярочным сячэнні будзе роўны інтэгралу ад выразу (17) па ўсім сячэнні:

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} x dF = \frac{2\sigma_0}{h} \int_{-h/2}^{h/2} a x^2 dx = \frac{2\sigma_0}{h} J\,. \tag{18}$$

Велічыня $J = \int_{-h/2}^{h/2} a x^2 dx$ – момант “інерцыі” папярочнага сячэння стрыжня адносна восі, якая праходзіць прах нейтральны слой. Для дадзенага выпадку:

$$J = \frac{ah^3}{12}\,. \tag{19}$$

Момант інерцыі пляцоўкі мае толькі фармальную аналогію з момантам інерцыі цела адносна восі вярчэння. Велічыня J мае толькі геаметрычны сэнс.

Накіруем вось OX уздоўж нейтральнай лініі недэфармаванага стрыжня і вось OY, перпендыкулярную ёй і размешчаную ў плоскасці выгіну. Тады ўраўненне нейтральнай лініі выгнутага стрыжня можна прадставіць у выглядзе функцыі $y = y(x)$. З курсу матэматычнага аналізу вядомы выраз для разліку адваротнай велічыні радыусу крывізны R гэтай лініі:

$$\frac{1}{R} = \frac{y''}{\left(1 + y'^2\right)^{3/2}} . \tag{20}$$

Калі выгін малы ($y' << 1$), то квадрат вытворнай можна не ўлічваць. Пры такім прыбліжэнні выраз (20) набудзе выгляд:

$$\frac{1}{R} = y'' . \tag{21}$$

Даўжыня дугі вызначаецца вядомым выразам:

$$NN'dl = Rd\alpha , \tag{22}$$

дзе $d\alpha$ – цэнтральны бясконца малы вугал, які абапіраецца на дугу NN' (аналагічна малюнку 7).

Даўжыня бясконца малога слоя, які знаходзіцца на адлегласці x ад нейтральнага, будзе роўна:

$$dl_x = (R + x)d\alpha , \tag{23}$$

а яго падаўжэнне

$$\delta l = dl_x - dl = xd\alpha . \tag{24}$$

Тады нармальнае напружанне, згодна з азначэннем:

$$\sigma = E\frac{\delta l}{dl_0} = Ex\frac{d\alpha}{dl_0} = \frac{x}{R} . \tag{25}$$

Элементарная дзеючая на слой сіла:

$$dF = \sigma dx = E\frac{x}{R}adx = \frac{E}{R}axdx . \tag{26}$$

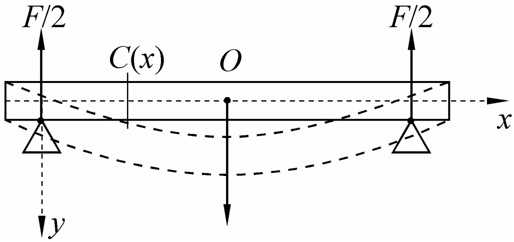
Момант сілы ў такім выпадку будзе роўны:

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} xdF = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E}{R}ax^2dx = \frac{E}{R}J . \tag{27}$$

Улічваючы судачыненне (21), атрымаем:

$$M = EJy'' . \qquad (28)$$

Вызначым стралу выгіну цэнтра стрыжня, які ляжыць на дзвюх апорах, калі да яго сярэдзіны прыкладзеная сіла $\vec{F}$, накіраваная ўніз, вагу стрыжня не ўлічваем. У выніку сіметрычнасці сіла размяркуецца папалам паміж апорамі. Змесцім пачатак каардынат у пункт нейтральнай лініі над левай апорай (малюнак 9) Адсячэм умоўна злева частку стрыжня, правёўшы нармальнае сячэнне праз адвольны пункт $C(x)$ (з каардынатай $x < l/2$), змешчаную лявей за цэнтр стрыжня O (даўжыня стрыжня l).



Мал. 9. Для разліку дэфармацыі выгіну

Справа на адсечаную частку стрыжня будзе дзейнічаць сіла $F/2$, накіраваная ўніз. Момант знешніх сіл, якія дзейнічаюць на адсечаную частку:

$$M = \frac{F}{2} x . \qquad (29)$$

Ураўненне раўнавагі прыме выгляд:

$$EJy'' = -\frac{E}{2} x , \qquad (30)$$

дзе $x \le l/2$, а знак “–” пры вытворнай з-за таго, што вось ардынат накіравана ўніз (у бок выпуклай часткі).

Інтэгруючы (30), а таксама ўлічваючы $y = 0$ пры $x = l/2$, і $y = 0$ пры $x = 0$, атрымаем:

$$y = \frac{Fx}{4 \cdot 8EJ}\left(3l^2 - 4x^2\right), \qquad (31)$$

дзе $x \le l/2$.

Прымаючы $x = l/2$, выраз (31) для разліку стралы выгіну прымае канчатковы выгляд:

$$\lambda = \frac{Fl^3}{48EJ}. \qquad (32)$$

Для выпадку стрыжня прамавугольнага сячэння $J = ah^3/12$, тады страла выгіну:

$$\lambda = \frac{Fl^3}{4Eah^3}. \qquad (33)$$

Для выпадку, калі абодва канцы стрыжня замацаваны:

$$\lambda = \frac{Fl^3}{16Eah^3}. \qquad (34)$$

Для выпадку, калі адзін з канцоў стрыжня свабодны, а другі – замацаваны:

$$\lambda = \frac{4Fl^3}{Eah^3}, \qquad (35)$$

дзе l – адлегласць ад пункту прыкладання нагрузкі да апоры.

Практыкаванне 1
ВЫЗНАЧЭННЕ МОДУЛЯ ЮНГА ПА ДЭФАРМАЦЫІ ВЫГІНУ

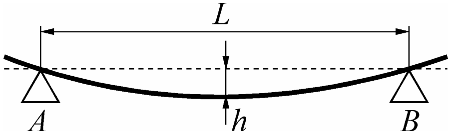
Калі прамавугольны стрыжань палажыць на дзве апоры, а да яго сярэдзіны падвесіць груз вагай $P = mg$, то стрыжань выгнецца (малюнак 10). Дэфармацыя выгіну характарызуецца стралой выгіну h, якая, як паказваюць разлікі, для аднароднага стрыжня вызначаецца суадносінай:

$$h = \frac{L^3 P}{4ab^3 E} = \beta P, \qquad (36)$$

дзе L – адлегласць паміж апорамі, a – шырыня стрыжня, b – яго вышыня, E – модуль Юнга.

Каэфіцыент прапарцыянальнасці β для дадзенага стрыжня практычна пастаянная велічыня. Калі змяніць нагрузку P, то зменіцца і страла прагібу h. Пабудаваўшы графік $h = h(P)$, можна знайсці адносіну $\frac{\Delta P}{\Delta h}$ і вызначыць модуль Юнга:

$$E = \frac{L^3}{4ab^3} \frac{\Delta P}{\Delta h}. \qquad (37)$$



Мал. 10. Для разліку дэфармацыі выгіну

Парадак выканання работы:

1. Вызначце памеры стрыжня a, b, L з дапамогай штангенцыпкуля.
2. Стрыжань пакладзіце на апоры. Мікрометр прывядзіце ў датыкненне са стрыжнем і (пры неабходнасці) ўстанавіце яго на нулявое дзяленне шкалы.
3. Пастунова павялічце нагрузку (кожны груз мае масу 50 г) і вызначце адпаведныя значэнні стралы выгіну.
4. Пабудуйце графік залежнасці стралы прагібу ад вагі нагрузкі $h = h(P)$.
5. З дапамогай графіка вызначце стасунак $\Delta P / \Delta h$ і затым па выразе (37) вызначце модуль Юнга.
6. Ацаніце хібнасць вымярэнняў. Зрабіце выснову.

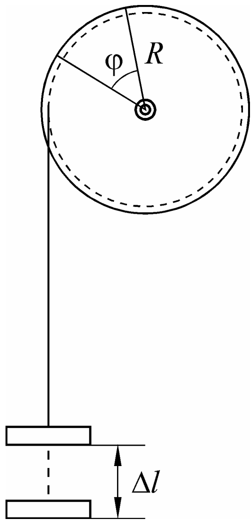
Практыкаванне 2
ВЫЗНАЧЭННЕ МОДУЛЯ ЗРУХУ З ДЭФАРМАЦЫІ КРУЧЭННЯ

Модуль кручэння рэчыва, з якога зроблены стрыжань, можна вызначыць з дапамогай прылады, якая мае махавік, да якога прымацаваны тросік. На канцы тросіка маецца падстаўка для ўстаноўкі гір (малюнак 11).

Стрыжань замацоўваюць у нерухомым і рухомым зацісках. Вызначаюць становішча падстаўкі l_1. Нагружаюць падстаўку і вызначаюць становішча падстаўкі l_2 пасля таго, як махавік павернецца на некаторы вугал $\Delta\varphi$. Вугал закручвання можна вызначыць з відавочнай суадносіны:

$$\varphi = \frac{|l_2 - l_1|}{R} = \frac{\Delta l}{R}, \tag{38}$$

дзе R – радыус махавіка.



Мал. 11. Для разліку дэфармацыі выгіну

Момант сілы цяжару, які дзейнічае на стрыжань роўны:

$$M = mgR, \tag{39}$$

дзе m – маса гіры.

З улікам (4) і (12) маем

$$D = \frac{mgR^2}{\Delta l}, \tag{40}$$

$$G = \frac{2LR^2 mg}{\pi \Delta l r^4}, \tag{41}$$

дзе L – даўжыня стрыжня, r – яго радыус.

Парадак выканання работы:

1. Вызначце даўжыню стрыжня L, яго радыус r, а таксама радыус махавіка R.
2. Замацуйце стрыжань. Нагрузіце падстаўку гірамі рознай масы, і для кожнай гіры вызначце зрушэнне падстаўкі Δl.
3. Вызначце модуль кручэння D па выразе (40).
4. Вызначце модуль зруху G па выразе (41).
5. Ацаніце хібнасць вымярэнняў. Зрабіце выснову.

Пытанні для самакантролю:

1. Дайце азначэнне дэфармацыі цела. Што такое пругкія і няпругкія дэфармацыі?
2. Пералічыце асноўныя віды дэфармацыі.
3. Адрозніце аднародныя дэфармацыі ад неаднародных.
4. Сфармулюйце закон Гука для пругкіх дэфармацый.
5. Запішыце і сфармулюйце законы Гука для дэфармацый расцяжэння (сціскання), зруху, кручэння.
6. Дайце азначэнне модулю Юнга і модулем зруху.
7. Каэфіцыент жорсткасці спружыны, паралельна і паслядоўна злучаных спружын.
8. Дыяграма расцяжэнняў. Ліміт прапарцыянальнасці, ліміт пругкасці, ліміт трываласці.