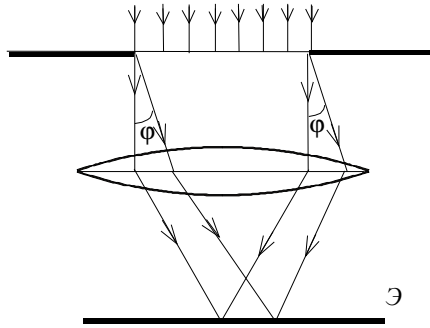


# ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ВОЗДУХА ОТ ДАВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕРФЕРОМЕТРА РЭЛЕЯ

**Цель работы:** изучить принцип действия и устройство интерферометра Рэлея, измерить поляризуемость воздуха.

## 1. Дифракция Фраунгофера на двух щелях

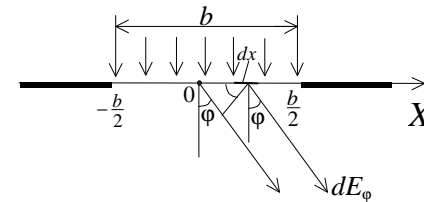
При падении излучения на две узкие щели происходит дифракция света на каждой из них и интерференция дифрагировавших лучей. Поэтому рассмотрим вначале дифракцию Фраунгофера на одной узкой длинной щели. Схема наблюдения дифракции приведена на рис.1.



**Рис. 1.** Дифракция Фраунгофера на щели. Наблюдение дифракции с помощью собирающей линзы

Пусть плоская монохроматическая волна длины  $\lambda$  нормально падает на щель шириной  $b$  (рис. 2) Направим ось  $X$  перпендикулярно к щели, совместив ее начало с центром щели. Размер волновой поверхности вдоль щели ограничен только диаметром объектива, и если вносимую им дополнительную дифракцию не принимать во внимание, то волны дифрагируют только в направлениях, перпендикулярных щели, т.е. вдоль оси  $X$ . Поэтому можно считать, что элементарные участки волнового фронта, имеющие вид поло-

сок, параллельных краям щели, являются источниками вторичных цилиндрических волн.



**Рис. 2.** Дифракция Фраунгофера на щели. Определение разности хода дифрагировавших волн

Выделим на волновом фронте плоской волны полоску шириной  $dx$ , находящуюся на расстоянии  $x$  от центра щели. Являясь вторичным источником, в направлении нормали полоска  $dx$  будет создавать возмущение

$$dE_0 = K_0 \frac{E_0}{b} e^{i\omega t} dx,$$

где  $E_0$  — амплитуда волны, создаваемая всей щелью в направлении нормали. Так как при нормальном падении света на щель фазы вторичных источников одинаковы, то волна, исходящая под углом  $\varphi$  от элемента  $dx$ , расположенного на расстоянии  $x$  от начала координат, опережает по фазе волну того же направления из середины щели на  $kx \sin \varphi$ . С учетом этого запишем уравнение волны, которую посылает выделенная полоска в направлении, составляющем угол  $\varphi$  с нормалью к оси  $X$ :

$$dE = K(\varphi) \frac{E_0}{b} e^{i(\omega t - kx \sin \varphi)} dx, \quad (1)$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  — волновое число,  $kx \sin \varphi$  — сдвиг фаз между волнами, распространяющимися в направлении  $\varphi = 0^0$  (т.е. недифрагировавшими), и волнами, дифрагировавшими в направлении  $\varphi$ . При малых углах дифракции  $\varphi$  коэффициент наклона  $K(\varphi)$  прак-

тически не зависит от угла и его можно заменить значением при  $\varphi = 0^\circ$ .

Возмущение, создаваемое всей щелью в направлении  $\varphi$ , определим, выполнив интегрирование выражения (1):

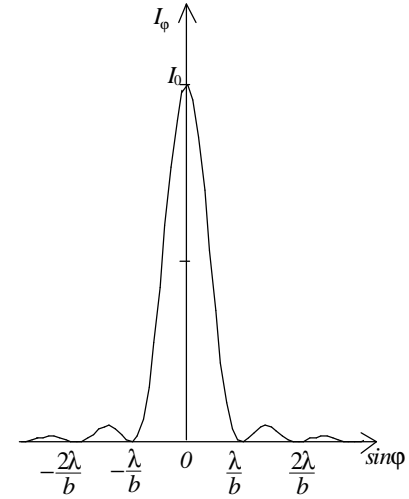
$$E_\varphi = K_0 \frac{E_0}{b} e^{i\omega t} \int_{-b/2}^{b/2} e^{-ikx \sin \varphi} dx \approx E_0 e^{i\omega t} \frac{\sin\left(\frac{kb \sin \varphi}{2}\right)}{\frac{kb \sin \varphi}{2}},$$

где множитель  $E_0 \frac{\sin\left(\frac{kb \sin \varphi}{2}\right)}{\frac{kb \sin \varphi}{2}}$  представляет собой амплитуду

дифрагировавшей волны. Определим интенсивность света, создаваемую всей щелью в направлении  $\varphi$ :

$$I_\varphi = \frac{E_\varphi E_\varphi^*}{2} = I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2, \quad (2)$$

где  $I_0 = \frac{E_0^2}{2}$  — интенсивность, создаваемая всей щелью в направлении  $\varphi=0^\circ$ ; величина  $u = \frac{kb \sin \varphi}{2} = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}$  определяет половину сдвига фаз для волн, распространяющихся в направлении  $\varphi$  от краев щели. Распределение интенсивности при дифракции на одной щели в зависимости от  $\sin \varphi$  представлена на рис. 3.



**Рис. 3.** Угловое распределение интенсивности при дифракции на щели

Рассмотрим дифракцию на двух щелях, которые можно рассматривать как когерентные источники (рис.4). Результирующая амплитуда будет определяться суммой амплитуд  $E_{1\varphi}^0$  и  $E_{2\varphi}^0$ , создаваемых в направлении  $\varphi$  каждой щелью:

$$E_\varphi^0 = E_{1\varphi}^0 + E_{2\varphi}^0, \quad (3)$$

$$\text{где } E_{1\varphi}^0 = E_0 \frac{\sin u}{u} \quad \text{и} \quad (4)$$

$$E_{2\varphi}^0 = E_0 \frac{\sin u}{u} e^{-ikd \sin \varphi}, \quad (5)$$

где множитель  $e^{-ikd \sin \varphi}$  учитывает сдвиг фаз между волнами  $E_1$  и  $E_2$ .

Подставив (4) и (5) в (3), имеем

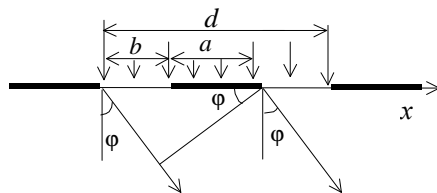


Рис. 4. Дифракция Фраунгофера на двух щелях

$$E_{\phi}^0 = E_0 \frac{\sin u}{u} (1 + e^{-ikd \sin \phi}).$$

Определим интенсивность, создаваемую двумя щелями в направлении  $\phi$ :

$$\begin{aligned} I_{\phi} &= \frac{1}{2} E_{\phi}^0 (E_{\phi}^0)^* = 4I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \cos^2 \left( \frac{kd \sin \phi}{2} \right) = \\ &= 2I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 [1 + \cos(kd \sin \phi)]. \end{aligned} \quad (6)$$

Из соотношения (6) следует, что при  $\phi = 0^\circ$ ,  $I_{\phi} = 4I_0$ , т.е. интенсивность вследствие интерференции будет равна удвоенной сумме интенсивностей, создаваемых каждой щелью.

Величина  $I_{\phi}$  обращается в нуль для углов  $\phi$ , удовлетворяющих условию

$$b \sin \phi = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Это *главные минимумы* дифракционной картины. Главные максимумы будут наблюдаться для углов, определяемых соотношением:

$$d \sin \phi = m'\lambda, \quad \text{где } m' = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Кроме того, вследствие взаимной интерференции лучей от двух щелей возникнут *дополнительные минимумы*, соответствующие углам дифракции  $\phi$ , для которых

$$d \sin \phi = (2m+1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на двух щелях  $\left(\frac{d}{b} = 5\right)$  представлено на рис. 5.

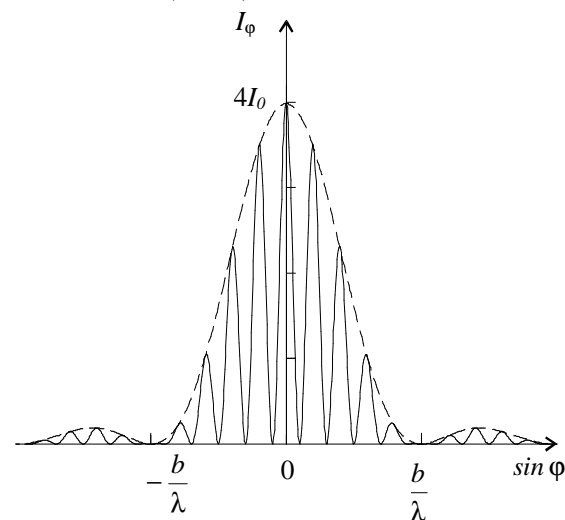


Рис. 5. Распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на двух щелях

## 1. Основные характеристики интерферометра Рэлея ИТР-1

Интерферометр ИТР-1 является универсальным лабораторным прибором и предназначается для определения концентрации жидких растворов и газовых смесей по разности показателей преломления эталонных жидкостей и газов и исследуемых.

Прибор нашел применение в лабораториях научно-исследовательских институтов и лабораториях для анализа различных газов (рудничных, печных и т.д.), для обнаружения небольших примесей в воде и различных жидкостях и т.п.

Точность измерения показателя преломления определяется выражением

$$\Delta n l = \Delta N \lambda, \quad (7)$$

где  $\Delta n$  — погрешность измерения показателя преломления,  $l$  — длина кюветы,  $\Delta N$  — точность установки в долях полосы,  $\lambda$  — длина волны.

Из этой формулы следует, что чем выше требуемая точность измерения, тем длиннее надо выбрать кювету при данной точности установки.

Показатели преломления газов, содержащие небольшие количества примесей, имеют значения, отличающиеся от показателя преломления основной компоненты лишь в пятом-седьмом десятичных знаках. Интерферометр ИТР-1 (интерферометр Рэлея) позволяет регистрировать разности показателей преломления до седьмой и восьмой цифры после запятой.

Микрометричный механизм имеет две шкалы, из которых одна неподвижная (16, рис.6), имеет 30 делений, а вторая — вращающаяся (2) — 100 делений, следовательно, в сумме по микрометричному механизму может быть отсчитано 3000 делений. Неподвижная и подвижная шкалы оцифрованы через 5 делений. Лупа 11 облегчает снятие отсчетов.

Питание осветительной лампочки производится от сети переменного тока 220 В или 127 В через понижающий трансформатор, имеющийся в комплекте прибора.

Угол поворота подвижной пластины компенсатора равен  $8^\circ$ .

## 2. Оптическая схема прибора

Пучок лучей, идущий от источника света 1 (рис.6), освещает узкую щель 14, расположенную в фокальной плоскости объектива 3. По выходе из объектива свет идет параллельным пучком.

От двойной щели 15, помещенной на пути параллельного пучка, в фокальной плоскости зрительной трубы образуются интерференционные полосы.

Зрительная труба состоит из объектива 17 и цилиндрического окуляра 12 с глазной линзой 13. Цилиндрический окуляр представляет собой цилиндр из оптического стекла диаметром 2,2 мм.

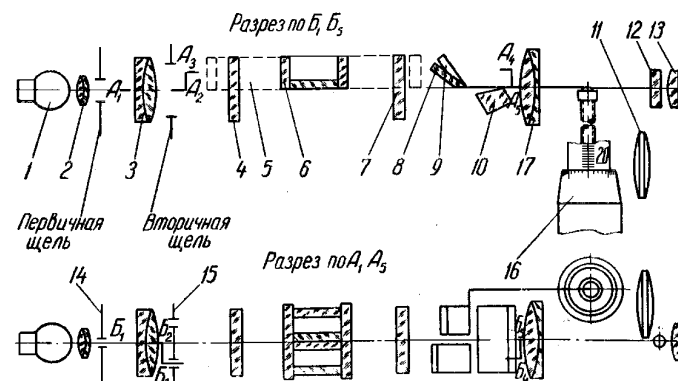


Рис. 6. Оптическая схема интерферометра Рэлея

Изображение светящейся точки при рассмотрении через такой окуляр имеет вид светлой вертикальной линии, длина которой определяется диаметром объектива. В каждой точке этой линии соединены лучи, проходящие через определенное горизонтальное сечение объектива. Поэтому распределение освещенности в нижней части светлой линии зависит от действия нижней части объектива, а в верхней части линии — от верхней части объектива.

Исследуемые газы и жидкости вводятся в кюветы 5 или 6, которые занимают только верхнюю часть пространства перед объективом. Нижние пучки лучей проходят под кюветой и образуют нижнюю неподвижную систему интерференционных полос, верхние — проходят через газовые или жидкостные кюветы (двухкамерные) и образуют верхнюю подвижную систему полос.

При значительной разнице разностей показателей преломления жидкостей (газов) верхняя система полос уйдет из поля зрения окуляра и на ее месте будет видна светлая полоса (1, рис.7).

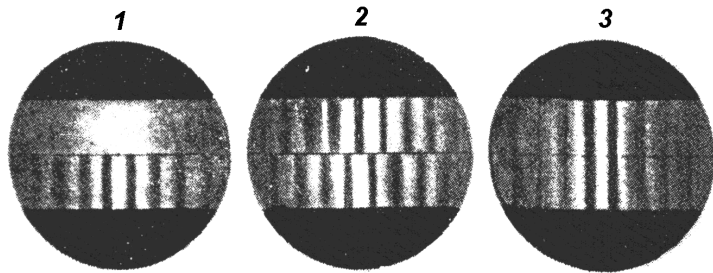


Рис. 7. Вид интерференционных полос при различной разности хода в интерферометре Рэлея

В том случае, когда в обеих камерах кюветы разность хода равна нулю, верхняя интерференционная система полос совпадает с нижней — неподвижной (3, рис.7).

При наличии разности хода в камерах кюветы верхняя система полос будет сдвинута относительно нижней на некоторую величину, зависящую от разностей показателей преломления сравниваемых газов или жидкостей (2, рис.7).

Таким образом, в интерферометре нижняя система полос является как бы индексом, по которому производится отсчет. Обе системы интерференционных полос разграничены при помощи пластины 10 тонкой линией раздела. На пути верхних пучков лучей установлены две одинаковые плоскопараллельные пластинки 8 и 9, из которых пластинка 9 может поворачиваться вокруг горизонтальной оси с помощью микрометричного механизма 16 и, таким образом, вводить необходимую добавочную разность хода в камерах кюветы, величина которой может быть определена по барабану микрометричного механизма.

### 3. Применение интерферометра Рэлея для измерения поляризуемости газов

В данной работе интерферометр Рэлея используется для исследования зависимости показателя преломления воздуха от давления, из которой рассчитывают такой важный молекулярный параметр, как поляризуемость  $\alpha$ . Чем больше поляризуемость, тем больший электрический дополнительный момент  $\vec{p}$  приобре-

тают молекулы газа в данном электрическом поле  $\vec{E}$ , причем имеет место соотношение:

$$\vec{p} = \alpha \epsilon_0 \vec{E} . \quad (8)$$

Как известно, поляризуемость  $\alpha$  связана с диэлектрической восприимчивостью  $\chi$  и проницаемостью  $\epsilon$  соотношениями (система СИ):

$$\epsilon = 1 + \chi = 1 + N\alpha , \quad (9)$$

где  $N$  — число молекул в единице объема. Известно также, что показатель преломления  $n$  в свою очередь может быть выражен и через магнитную проницаемость  $\mu$ :

$$n = \sqrt{\epsilon \mu} . \quad (10)$$

Поскольку для газов магнитная проницаемость значительно ближе к 1, чем диэлектрическая проницаемость, то вклад  $\mu$  в показатель преломления пренебрежимо мал, и можно записать:

$$n = \sqrt{\epsilon} \text{ и } n^2 = \epsilon . \quad (11)$$

Подставив это в формулу (9), получим:

$$n^2 = 1 + N\alpha \text{ или } n^2 - 1 = \alpha N . \quad (12)$$

При атмосферном давлении показатель преломления газа превышает 1 лишь на величину порядка  $10^{-4}$ , так что

$$n^2 - 1 = (n+1)(n-1) \approx 2(n-1) .$$

Благодаря этому уравнение (12) можно переписать в таком виде:

$$n - 1 = \frac{1}{2} N\alpha . \quad (13)$$

С другой стороны, газокINETическая теория связывает давление  $p$  с числом молекул в единице объема  $N$  и абсолютной температурой  $T$ :

$$p = NkT , \quad (14)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана ( $k=1,3807 \cdot 10^{-23}$  Дж/К).

Из (13) и (14) имеем:

$$n - 1 = \frac{\alpha p}{2kT} . \quad (15)$$

Отсюда легко получается формула для вычисления поляризуемости  $\alpha$  по экспериментальной зависимости показателя преломления газа от давления:

$$\alpha = 2kT \frac{\Delta n}{\Delta p}. \quad (16)$$

Все величины, входящие в формулу (16), должны быть выражены в единицах СИ. Очевидно, что если имеется экспериментальный график функции  $\Delta n = f(\Delta p)$ , то поляризуемость  $\alpha$  можно вычислить по тангенсу наклона этого графика.

### Порядок выполнения работы

Самым важным из общих правил работы с приборами является соблюдение чистоты во всем: в содержании прибора, пользовании кюветами. Лишь при соблюдении этого условия можно ожидать достаточно надежных результатов.

1. Осветительную лампочку подключить к клеммам трансформатора.

2. Проверить, что нижняя и верхняя картины совпадают между собой при некотором отсчете по барабану, близкому к шкальному нулю.

3. Проградуировать компенсатор, для чего:

а) проверить, совмещены ли верхняя и нижняя системы интерференционных полос (центральный, т.е. 0-й максимум является неокрашенным);

б) ввести в первичный пучок светофильтр с известной длиной волны пропускаемого света;

в) заметить нулевое деление микрометрического винта компенсатора;

г) вращая винт компенсатора, последовательно совмещать с нулевой полосой нижней неподвижной системы 1, 2 и т.д. полосы верхней системы интерференционных полос и записывать отсчеты.

При смещении на одну интерференционную полосу разность хода меняется на длину волны. Длина волны света, пропускаемого светофильтром,  $\lambda = 533$  нм.

При градуировке нужно использовать все полосы, наблюдаемые в окуляре зрительной трубы.

д) представить результаты в виде графика в координатах: «разность хода  $\Delta$  (нм) — деление винта компенсатора».

По окончании калибровки светофильтр снять.

4. Снять зависимость изменения показателя преломления от давления  $\Delta n(\Delta p)$ .

Схема экспериментальной установки приведена на рис.8. С помощью насоса воздух нагнетается в одну из трубок интерферометра ИТР-1. Давление в трубке измеряется водяным манометром 1. Присоединенный к системе баллон играет роль балластной емкости, сглаживающей резкие колебания давления. Зажим 3 позволяет отсоединить всю систему от насоса. Кран 2 служит для выпуска воздуха из системы.

Показания снимают следующим образом:

а) закрыв кран 2 и отжав зажим 3, с помощью насоса повысить давление в системе не выше, чем до верхней отметки на манометре, после чего сразу же зажать зажим 3;

б) выждав две-три минуты, приступить к измерениям;

в) при этом изменяется коэффициент преломления в этой кювете, и верхняя система интерференционных полос смещается.

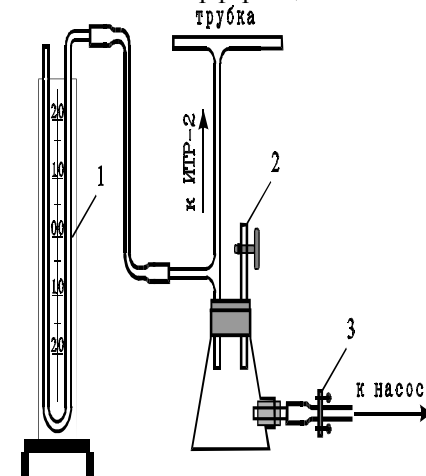


Рис.8. Схема лабораторной установки

С помощью компенсатора вновь совмещают середину нулевой полосы верхней системы с опорной неподвижной;

г) соответствующее деление микрометрического винта компенсатора записать в таблицу результатов.

**Нагнетать воздух в систему следует очень осторожно, чтобы из манометра не выплеснулась жидкость!!!**

д) с помощью крана 2, понижая давление в системе через 1-2 деления, провести такие же измерения;

е) вычислить изменение показателя преломления по формуле:

$$\Delta n = \frac{\Delta}{l},$$

где  $\Delta n = n_1 - n_2$ ,  $l$  — длина трубки кюветы;

ж) построить график зависимости  $\Delta n = f(\Delta P)$ .

5. Пользуясь полученным графиком  $\Delta n = f(\Delta p)$  и формулой

$\alpha = 2kT \frac{\Delta n}{\Delta p}$ , где  $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура

воздуха, найти поляризуемость  $\alpha$  газовой смеси, образующей воздух.

6. По формуле

$$n-1 = \frac{\alpha p}{2kT}$$

рассчитать показатель преломления при давлениях, использованных в опыте.

7. Определить показатель преломления воздуха  $n_0$  при нормальных условиях ( $p_0 = 1 \cdot 10^5$  Па,  $T_0 = 273$  К) из формулы:

$$n-1 = (n_0-1) \frac{T_0 p}{T p_0}.$$

### Контрольные вопросы

1. Объясните принцип действия интерферометра Рэлея.
2. В чем сущность компенсационного метода измерения оптической разности хода, использованного в данной конструкции интерферометра?
3. Как оценить наименьшую разность показателей преломления  $\Delta n$ , которая может быть измерена с помощью интерферометра.
4. Каков физический смысл поляризуемости воздуха?
5. Как зависит показатель преломления диэлектрической среды от ее электрических свойств?

6. Объясните физический смысл понятий «оптическая длина пути» и «оптическая разность хода».

7. Каким выражением описывается распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на одной щели?

8. Каковы особенности дифракции Фраунгофера на двух щелях?

9. Оцените максимальное количество наблюдаемых полос и сравните с количеством полос, которое вы наблюдали в работе. Причины объясните.

10. Объясните причины возникновения окраски интерференционных полос. Почему центральная полоса является неокрашенной?

11. Как влияет ширина щели 14 (рис.6 описания лабораторной работы) на качество наблюдаемых полос?

12. Каково назначение объектива 3 (рис.6)?

13. С какой целью в интерферометре используется цилиндрическая линза?