

*Гродзенскі дзяржаўны ўніверсітэт імя Янкі Купалы
Кафедра агульнай фізікі
Лабараторыя механікі
ауд. 408*

Лабараторная работа №7

ВЫВУЧЭННЕ ЎДАРАЎ ШАРОЎ

для студэнтаў спецыяльнасці “ФІЗІКА”

Гродна, 2010

ВЫВУЧЭННЕ ЁДАРАЎ ШАРОЎ

Мэта работы:

Аналіз выканання закону захавання імпульсу для пружкага і няпружкага ўдараў, доследнае вызначэнне каэфіцыента аднаўлення адноснай скорасці і энергіі астаткавай дэфармацыі.

Прылады і абсталяванне:

Прылада для ажыццяўлення ўдараў шароў; набор шароў розных памераў і мас, зробленых з розных матэрыялаў.

Тэарэтычныя асновы

Ударам (сутыкненнем) называецца ўзаемадзеянне двух або некалькіх аб'ектаў, якое адбываецца ў адносна малой вобласці прасторы за малы прамежак часу.

Пры сутыкненні цел адбываецца іх дэфармацыя. Кінетычная энергія, якой валодалі целы перад ударам, часткова або поўна пераходзіць у патэнцыяльную энергію пружкай дэфармацыі і ва ўнутраную энергію цел. У залежнасці ад матэрыялу, з якога зроблены целы, адрозніваюць тры тыпы ўдараў: *абсалютна няпружкі, абсалютна пружкі і няпружкі ўдары.*

Абсалютна няпружкі ўдар характарызуецца тым, што патэнцыяльная энергія пружкай дэфармацыі не ўзнікае, кінетычная энергія поўна пераўтвараецца ва ўнутраную. Пасля ўдару хуткасці целаў аказваюцца аднолькавымі, і целы рухаюцца разам. Абсалютна няпружкі ўдар працякае наступным чынам: калі целы сутыкаюцца, пачынаецца іх дэфармацыя, у выніку чаго ўзнікаюць сілы супраціўлення, якія тармозяць адно цела і паскараюць другое. Гэтыя сілы прапарцыянальны адноснай хуткасці руху шароў, таму пры змяншэнні адноснай хуткасці яны таксама змяншаюцца і будуць роўнымі нулю, калі адносная хуткасць стане роўнай нулю. Гэта прыводзіць да таго, што целы не ўзнаўляюць сваю форму і рухаюцца далей разам. Пры абсалютна няпружкім ударах выконваюцца законы захавання імпульсу і поўнай энергіі сістэмы. Закон захавання механічнай энергіі не выконваецца.

Няхай масы цел m_1 і m_2 , а скорасці да ўдару \vec{v}_1 і \vec{v}_2 . Па закону захавання імпульсу сістэмы маем:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v}, \quad (1)$$

дзе \vec{v} – скорасць целаў пасля ўдару. З выразу (1) вынікае, што скорасць руху абодвух целаў пасля абсалютна няпругкага ўдару вызначаецца наступным чынам:

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \quad (2)$$

Пры абсалютна няпругкім ударе частка энергіі пераходзіць ва ўнутраную. Павелічэнне ўнутранай энергіі целаў у такім выпадку вызначыцца выразам:

$$Q = \frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) \vec{v}^2}{2}.$$

З улікам судачынення (2) атрымаем наступнае:

$$Q = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2 = \frac{\mu \vec{v}_{ad}^2}{2}, \quad (3)$$

дзе $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ – прыведзеная маса сістэмы, $\vec{v}_{ad} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ – адносная хуткасць шароў да ўдару.

Абсалютна няпругкі ўдар часта выкарыстоўваецца на практыцы, напрыклад калі трэба змяніць форму цела або забіць цвік і г. д.

У гэтым выпадку адно з целаў, якое ўзаемадзейнічае, бывае нерухомым. Няхай нерухомым ($v_2 = 0$) будзе цела масы m_2 . З улікам выразу (3) атрымаем судачыненне (4):

$$Q = \frac{m_1 m_2 \vec{v}_1^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} E_{K1}. \quad (4)$$

Відавочна, што велічыня $\eta = \frac{m_2}{m_1 + m_2} < 1$ і паказвае, якая частка

кінетычнай энергіі пераходзіць ва ўнутраную энергію целаў. Частка энергіі $(1 - \eta) E_{K1}$ пераходзіць у кінетычную энергію целаў пасля ўдару. Чым большая η , тым большая частка энергіі будзе

пераходзіць ва ўнутраную, і тым меншай будзе кінетычная энергія целаў пасля ўдару. Адсюль вынікае, што ў выпадку, калі энергію першага цела трэба выкарыстаць для дэфармацыі, маса другога цела павінна быць нашмат большай масы першага ($m_2 \gg m_1$). Калі энергію першага цела трэба выкарыстаць для перамяшчэння другога цела ў асяроддзі, у якім дзейнічаюць вялікія сілы супраціўлення, маса другога цела павінна быць нашмат меншай масы першага цела ($m_2 \ll m_1$).

Абсалютна пругкім ударам называюць такі ўдар, пры якім механічная энергія целаў не пераходзіць у іншыя немеханічныя віды энергіі. У гэтым выпадку пасля ўдару ў целах не застаецца дэфармацый. Для таго, каб удар быў абсалютна пругкім, усе дзеючыя сілы ў целах павінны залежаць толькі ад велічыні дэфармацыі і не залежаць ад хуткасці змянення дэфармацыі.

Абсалютна пругкі ўдар адбываецца наступным чынам: пры сутыкненні целаў узнікаюць дэфармацыі, а значыць і сілы, якія змяняюць хуткасці ўзаемадзеючых целаў. У той час, калі адносна хуткасць целаў стане роўнай нулю, сілы пругкага ўзаемадзеяння будуць максімальнымі. Гэтыя сілы не знікаюць, як пры абсалютна няпругкім ударах, а працягваюць дзейнічаць да таго моманту, калі дэфармацыі поўнасьцю знікнуць. Пры ўзнаўленні формы целаў увесь запас патэнцыяльнай энергіі, якая ўзнікла пры дэфармацыях, ізноў пераходзіць у кінетычную энергію цел. Такім чынам, пасля абсалютна пругкага ўдару ўнутраная энергія цел не змяняецца.

Пры разглядзе абсалютна пругкага ўдару дастаткова абмежавацца выпадкам цэнтральнага ўдару шароў. *Удар з'яўляецца цэнтральным*, калі шары перад ударам рухаюцца (накіраваны вектары хуткасцей) ўздоўж простага, якая праходзіць праз іх цэнтры. Для вызначэння хуткасці шароў пасля ўдару можна выкарыстаць законы захавання імпульсу і энергіі:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2', \quad (5)$$

$$\frac{m_1 \vec{v}_1^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2^2}{2} = \frac{m_1 \vec{v}_1'^2}{2} + \frac{m_2 \vec{v}_2'^2}{2}, \quad (6)$$

дзе \vec{v}_1 і \vec{v}_2 – хуткасці шароў да ўдару, а \vec{v}'_1 і \vec{v}'_2 – хуткасці шароў пасля ўдару.

Выразы (5) і (6) можна перапісаць у выглядзе:

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}'_1) = m_2(-\vec{v}_2 + \vec{v}'_2), \quad (7)$$

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}'_1)(\vec{v}'_1 - \vec{v}_1) = m_2(\vec{v}_2 - \vec{v}'_2)(\vec{v}'_2 - \vec{v}_2). \quad (8)$$

З Выразаў (7) і (8) вынікае роўнасць:

$$\vec{v}_1 + \vec{v}'_1 = \vec{v}'_2 + \vec{v}_2. \quad (9)$$

Калі памножыць (9) на m_2 і адняць атрыманы вынік ад (7), а затым памножыць (9) на m_1 і складзі з (7), то мы атрымаем выразы для знаходжання хуткасцей шароў пасля удару:

$$\vec{v}'_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{(m_1 + m_2)}, \quad (10)$$

$$\vec{v}'_2 = \frac{(m_2 - m_1)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{(m_1 + m_2)}. \quad (11)$$

Калі адзін з шароў да ўдару знаходзіўся ў стане спакою (напрыклад, $\vec{v}_2 = 0$), то:

$$\vec{v}'_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_2}{m_1 + m_2},$$

$$\vec{v}'_2 = \frac{2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2}.$$

Або ў скалярным выглядзе, адпаведна:

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_2}{m_1 + m_2}, \quad (12)$$

$$v'_2 = \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2}. \quad (13)$$

Калі $m_2 \gg m_1$, то: $\frac{m_1}{m_2} \rightarrow 0$.

У гэтым выпадку атрымаем наступныя судачыненні:

$$v_1' = \frac{\left(\frac{m_1}{m_2} - 1\right)v_1}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \approx -v_1,$$

$$v_2' = \frac{2\frac{m_1}{m_2}v_1}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \approx 0.$$

Гэта вельмі важны вынік. Ён паказвае, што калі цела масы m_1 сутыкаецца пругка з другім целам, маса якога бясконца вялікая, то цела m_1 адскоквае назад амаль без змянення хуткасці, а, значыць, без змянення кінетычнай энергіі. Наадварот, калі $m_2 \ll m_1$, г.зн. цела з большай масай налятае на цела вельмі малой масы, то пасля сутыкнення лёгкае цела пачне рухацца, а больш цяжкае амаль не зменіць сваёй скорасці (кінетычнай энергіі).

Калі ўзаемадзейючыя целы маюць аднолькавыя масы і адно з целаў перад ударам знаходзілася ў спакоі ($\vec{v}_2 = 0$), то $\vec{v}_1' = 0$, $\vec{v}_2' = \vec{v}_1$, г.зн. *целы аднолькавай масы “памяняюцца” хуткасцямі*.

Удар, пры якім частка кінетычнай энергіі пераходзіць ва ўнутранную энергію, з’яўляецца *няпружкім*. Пры гэтым целы пасля сутыкнення поўнасцю не аднаўляюць сваёй формы. *Закон захавання механічнай энергіі ў гэтым выпадку не выконваецца*, але хуткасці цел пасля сутыкнення можна падлічыць, калі ўвесці *каэфіцыент аднаўлення адноснай хуткасці*:

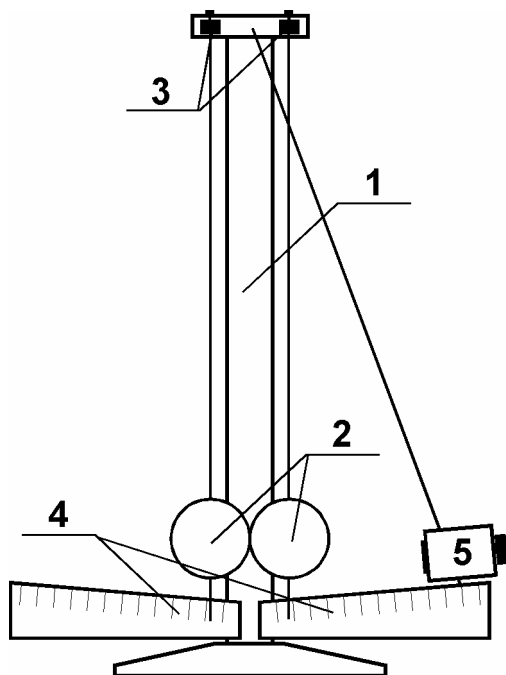
$$k = \frac{|\vec{v}_2' - \vec{v}_1'|}{|\vec{v}_2 - \vec{v}_1|}, \quad (14)$$

дзе $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ і $\vec{v}_2' - \vec{v}_1'$ – адносныя хуткасці шароў да ўдару і пасля яго адпаведна. Дослед паказвае, што k застаецца прыблізна пастаяннай велічынёй і залежыць ад матэрыялу шароў. Лёгка пераканацца, што для абсалютна пругкага ўдару $k=1$, а для абсалютна няпружкага ўдару $k=0$. Для большасці матэрыялаў $0 \leq k \leq 1$.

Доследная прылада

На штатыве 1 (малюнак 1) падвешаны два шарыкі 2 на біфілярных падвесах 3. У становішчы раўнавагі шары дакранаюцца адзін да

аднаго. На ніжнім кранштэйне замацаваны дзве шкалы 4, а на спецыяльных накіроўваючых – электрамагніт 5. Электрамагніт можна перасоўваць уздоўж правай шкалы і накіроўваючай і фіксаваць, такім чынам, пачатковы вугал адхілення шарыка ад становішча раўнавагі.



Мал. 1. Схема прылады для вывучэння ўдараў шароў

Шляхам рэгуліроўкі біфілярнага падвесу дамагаюцца таго, каб ўдары былі цэнтральнымі.

Практыкаванне 1

ПРАВЕРКА ЗАКОНАЎ ЗАХАВАННЯ ІМПУЛЬСУ

Тэорыя метаду

Закон захавання імпульсу выконваецца для пругкага і для няпругкага ўдараў. Для абсалютна пругкага і няпругкага ўдараў:

$$m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2', \quad (15)$$

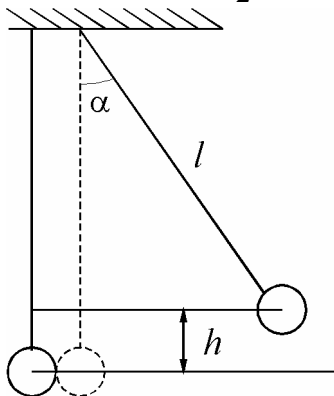
для абсолютна непружкаго ўдару:

$$m_1 \vec{v}_1 = (m_1 + m_2) \vec{v}, \quad (16)$$

дзе m_1 – маса шара, які налятае, m_2 – маса шара, які знаходзяцца ў стане спакою, \vec{v}_1 – хуткасць налятаючага шара непасрэдна перад ударам, \vec{v}_1' , \vec{v}_2' , \vec{v} – хуткасці шароў непасрэдна пасля ўдару.

Хуткасці шароў можна вызначыць па вуглах адхілення шароў ад становішча раўнавагі. Няхай два шары падвешаны на ніцях даўжынёй l і знаходзяцца ў становішчы раўнавагі. Калі адзін шар адхіліць на вугал α і затым адпусціць, то да моманту сутыкнення з другім шарам ён набудзе хуткасць v_1 . Гэтую хуткасць можна знайсці з закона захавання механічнай энергіі. Адхілены шар (малюнак 2) валодае патэнцыяльнай энергіяй:

$$E_{II} = mgh = mgl(1 - \cos \alpha) = 2mgl \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}. \quad (17)$$



Мал. 2. Да знаходжання судачынення паміж вуглом адхілення і скорасцю шароў

Калі вугал адхілення α малы (да 10°), то можна лічыць $\sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}$.

У гэтым выпадку выраз (17) набудзе адпаведны выгляд:

$$E_{II} = \frac{1}{2} mgl\alpha^2. \quad (18)$$

У пачатку сутыкнення шар мае кінетычную энергію:

$$E_K = \frac{1}{2} m v_1^2. \quad (19)$$

Па закону захавання механічнай энергіі:

$$\frac{1}{2} mgl\alpha^2 = \frac{1}{2} m v_1^2, \quad (20)$$

адкуль

$$v_1 = \alpha \sqrt{gl}. \quad (21)$$

Аналагічна можна знайсці хуткасці шароў пасля ўдару:

$$v'_1 = \beta_1 \sqrt{gl}, \quad v'_2 = \beta_2 \sqrt{gl}, \quad (22)$$

дзе β_1 і β_2 – вуглы адхілення шароў пасля ўдару.

Імпульс налятаючага шара перад ударам, такім чынам, вызначаецца з выразу:

$$p_1 = m_1 v_1 = m_1 \alpha \sqrt{gl}. \quad (23)$$

Поўны імпульс шароў пасля пругкага і няпругкага ўдараў вызначаецца выразам:

$$p' = p'_1 + p'_2 = m_1 \beta_1 \sqrt{gl} + m_2 \beta_2 \sqrt{gl} = (m_1 \beta_1 + m_2 \beta_2) \sqrt{gl}. \quad (24)$$

Поўны імпульс шароў пасля абсалютна няпругкага ўдару вызначыцца выразам:

$$p' = (m_1 + m_2) \beta \sqrt{gl}, \quad (25)$$

дзе β – вугал адхілення шароў ад становішча раўнавагі пасля абсалютна няпругкага ўдару.

Па закону захавання імпульсу для абсалютна пругкага ўдару павінна выконвацца роўнасць:

$$p_1 = p'. \quad (26)$$

Парадак выканання работы:

1. Вызначце масы двух розных пругкіх шароў m_1 і m_2 , падвесьце іх на прыладзе і падрэгулюйце біфілярным падвесам такім чынам, каб удар быў цэнтральным. Зафіксуйце па шкале становішчы раўнавагі абодвух шароў.
2. Вызначце даўжыню падвесу l .
3. Ад'юсціруйце (адрэгулюйце) сістэму з дапамогай біфілярных падвесаў, зруху магніта ўздоўж накіроўваючых і даўжыні ніцей такім чынам, каб ажыццяўляемы ўдар быў цэнтральным.
4. Падключыце блок сілкавання прылады да электрычнай сеткі. Тумблерам уключыце электрамагніт.
4. Адхіліце адзін з шароў на пачатковы вугал $\alpha \leq 10^\circ$, зафіксаваўшы пачатковае становішча электрамагнітам.
5. Пасля адключэння тумблерам электрамагніту на аснове штатыва вызначце вуглы адхілення β_1 і β_2 абодвух шароў пасля ўдару адносна становішча раўнавагі кожнага з іх.
6. Не змяняючы пачатковага вугла адхілення α , правядзіце адлік вуглоў β_1 і β_2 не меней за 3 разы. Знайдзіце сярэднія значэнні вуглоў β_1 і β_2 .
7. Разлічыце па выразах (23) і (24) поўныя імпульсы сістэмы з двух шароў да і пасля ўдару. Пры вылічэннях вуглы павінны быць вымераны ў радыянах.
8. Ацаніце хібнасці вымярэнняў. Зрабіць выснову аб выкананні закону захавання імпульсу.
9. Вызначце масы двух пластылінавых шароў. Падвесьце іх на прыладзе так, як апісана ў пункце 1.
10. Адхіліце адзін з шароў на пачатковы вугал $\alpha \leq 10^\circ$ і вызначце вугал адхілення шароў β пасля ўдару аналагічна пункту 4. Адлік вугла ажыццяўляецца па палажэнні цэнтра мас сістэмы з двух шароў.
11. Паўтарыце дослед не меней за 3 разы і знайдзіце сярэдняе значэнне вугла β .

12. Разлічыце поўныя імпульсы сістэмы па выразх (23) і (25) да і пасля абсалютна няпругкага ўдару.

13. Ацаніце хібнасці вымярэнняў. Зрабіце выснову аб выкананні закону захавання імпульсу.

Практыкаванне 2

ВЫЗНАЧЭННЕ КАЭФІЦЫЕНТА АДНАЎЛЕННЯ АДНОСНАЙ ХУТКАСЦІ ШАРОЎ

Тэорыя метаду

Пры цэнтральным ударе шароў аднолькавых мас каэфіцыент аднаўлення прымае выгляд:

$$k = \frac{u}{v}, \quad (27)$$

дзе u і v – модулі хуткасцей шароў пасля і да ўдару адпаведна. Замест хуткасцей возьмем вуглы адхілення, улічыўшы судачыненне (21):

$$k = \frac{\alpha_1}{\alpha_0}, \quad (28)$$

дзе вугал α_0 – вугал адхілення налятаючага шара перад ударам, α_1 – вугал адхілення другога шара пасля ўдару.

Пасля аднаго сутыкнення вугал змяншаецца вельмі мала, таму для больш дакладнага вымярэння трэба вугал адхілення другога шара вызначыць пасля некалькіх удараў.

Такім чынам, для першага ўдару:

$$k = \frac{\alpha_1}{\alpha_0},$$

для другога – $k = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$, ..., для n -га – $k = \frac{\alpha_n}{\alpha_{n-1}}$.

Калі перамножыць усе гэтыя выразы, то атрымаецца наступны выраз для разліку каэфіцыента аднаўлення пасля n удараў:

$$k^n = \frac{\alpha_n}{\alpha_0},$$

адкуль канчаткова атрымаем:

$$k = \left(\frac{\alpha_n}{\alpha_0} \right)^{1/n} = \sqrt[n]{\frac{\alpha_n}{\alpha_0}}. \quad (29)$$

Парадак выканання работы:

1. Выберыце два пругкія шары аднолькавай масы і падвесьце іх на прыладзе так, як апісана ў пункце 1 парадку выканання практыкавання 1.
2. Адхіліце адзін шар на вугал $\alpha_0 \leq 10^\circ$ і вызначце вугал адхілення другога шара α_n пасля n -ага ўдару (але не меней за 5 удараў). Вымярэнні паўтарыце не менш за 5 разоў.
3. Па формуле (29) вылічыце каэфіцыент аднаўлення адноснай хуткасці шароў.
4. Ацаніце хібнасці вымярэнняў.

Практыкаванне 3

ВЫЗНАЧЭННЕ ЭНЕРГІІ АСТАТКАВАЙ ДЭФАРМАЦЫІ

Тэорыя метаду

Сутыкненні практычна ўсіх цел з'яўляюцца няпругкімі. Калі вядомы каэфіцыент аднаўлення, можна вызначыць *энергію астаткавай дэфармацыі* – тую механічную энергію, якая перайшла ва ўнутраную энергію цел.

Закон захавання энергіі для двух шароў мае выгляд:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} + E_{ac1} + E_{ac2}.$$

Для шароў аднолькавай масы закон запішацца ў выглядзе:

$$\frac{m v^2}{2} = \frac{m u^2}{2} + E_{ac}. \quad (30)$$

З улікам азначэння каэфіцыента аднаўлення для шароў аднолькавай масы (27) атрымаем выраз:

$$E_{ac} = \frac{m v^2}{2} (1 - k^2) = \frac{m \alpha^2 l \cdot g}{2} (1 - k^2). \quad (31)$$

Можна таксама вызначыць, якая частка першапачатковай кінетычнай энергіі пераходзіць ва ўнутраную:

$$\eta = \frac{E_{ac}}{E_{k1}} = 1 - k^2. \quad (32)$$

Пры абсалютна няпругкім удары закон захавання энергіі мае выгляд:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} + E_{ac} \quad (33)$$

З улікам выказаў (21) і (22), якія апісваюць сувязь паміж хуткасцю і вуглом адхілення шара, атрымаем канчатковыя выразы:

$$E_{ac} = \frac{m_1 \alpha^2 l \cdot g}{2} - \frac{(m_1 + m_2) \beta^2 l \cdot g}{2}, \quad (34)$$

$$\eta = \frac{E_{ac}}{E_{k1}} = 1 - \frac{(m_1 + m_2) \beta^2}{m_1 \alpha^2}. \quad (35)$$

Парадак выканання работы:

1. Выкарыстоўваючы вымярэнні, зробленыя ў першых двух практыкаваннях, разлічыце энергію астаткавай дэфармацыі для пруткага і няпругкага ўдараў адпаведна па выразях (31) і (34).
2. Выкарыстоўваючы вымярэнні, зробленыя ў першых двух практыкаваннях, разлічыце частку η першапачатковай кінетычнай энергіі, якая пераходзіць ва ўнутраную, для выпадкаў пруткага і няпругкага ўдараў адпаведна па выразях (32) і (35).
3. Зрабіце выснову.

Пытанні для самакантролю:

1. Дайце азначэнне паняццям: механічная сістэма, сістэма матэрыяльных пунктаў, замкнутая сістэма, незамкнутая сістэма, унутраныя і знешнія сілы?
2. Што называюць імпульсам цела, механічнай сістэмы, імпульсам сілы?
3. Атрымайце закон захавання імпульсу сістэмы матэрыяльных пунктаў з выкарыстаннем другога закона Ньютана.
4. Якія віды механічнай энергіі існуюць?
5. Якія ўдары называюць абсалютна пругкімі, абсалютна няпругкімі? Правядзіце адрозненне паміж паняццямі: абсалютна пругкі ўдар, пругкі ўдар, няпругкі ўдар, абсалютна няпругкі ўдар.
6. Што характарызуе каэфіцыент аднаўлення?
7. Акрэсліце паняцце энергіі астаткавай дэфармацыі.