# Учреждение образование «Гродненский государственный университет имени Янки Купалы» физико-технический факультет кафедра общей физики

ауд. 415

Лабораторная работа № 5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЁМКОСТИ КОНДЕНСАТОРОВ

### Лабораторная работа № 5

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЁМКОСТИ КОНДЕНСАТОРОВ

#### Цель работы

освоить экспериментальные методы определения емкости конденсаторов

## Оборудование:

Стенд со сменной панелью НТЦ-22.03/02; цифровой мультиметр.

#### Краткая теория

Если двум изолированным друг от друга проводникам сообщить заряды  $q_1$  и  $q_2$ , то между ними возникает некоторая **разность потенциалов**  $\Delta \varphi$ , зависящая от величин зарядов и геометрии проводников. Разность потенциалов  $\Delta \varphi$  между двумя точками в электрическом поле часто называют напряжением и обозначают буквой U. Наибольший практический интерес представляет случай, когда заряды проводников одинаковы по модулю и противоположны по знаку:  $q_1 = -q_2 = q$ . В этом случае можно ввести понятие электрической ёмкости.

Электроёмкостью системы из двух проводников называется физическая величина, определяемая как отношение заряда q одного из проводников к разности потенциалов (напряжению) U между ними:

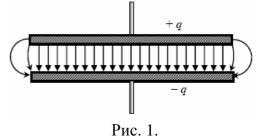
$$C = \frac{q}{U} \tag{1}$$

В системе СИ единица электроёмкости называется фарад ( $\Phi$ ): 1  $\Phi$  = 1 Кл/В.

Величина электроёмкости зависит от формы и размеров проводников и от свойств диэлектрика, разделяющего проводники. Существуют такие конфигурации проводников, при которых электрическое поле оказывается сосредоточенным (локализованным) лишь в некоторой области пространства. Такие системы называются конденсаторами, а проводники, составляющие конденсатор, называются обкладками.

Простейший конденсатор — система из двух плоских проводящих пластин, расположенных параллельно друг другу на малом по сравнению с размерами пластин расстоянии и разделённых слоем диэлектрика.

Такой конденсатор называется Электрическое плоским. поле плоского в основном конденсатора локализовано между пластинами (рис. 1), однако вблизи краев пластин и в окружающем пространстве возникает сравнительно электрическое поле, которое называют полем рассеяния.



В целом ряде задач можно пренебрегать полем рассеяния и полагать, что электрическое поле конденсатора целиком сосредоточено между его обкладками. Тогда, используя теорему Гаусса и связь между напряжённостью и потенциалом для

однородного поля, можно вычислить ёмкость плоского конденсатора, которая прямо пропорциональна площади S каждой пластины, и обратно пропорциональна расстоянию d:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} \tag{2}$$

Измерение ёмкости конденсатора можно осуществить различными методами. Самый очевидный способ — использовать определяющую формулу (1). Для этого нужно измерить заряд конденсатора и напряжение на его обкладках. Напряжение можно измерить вольтметром, который должен иметь очень большое сопротивление, в идеале  $R_{\rm V} \to \infty$ .

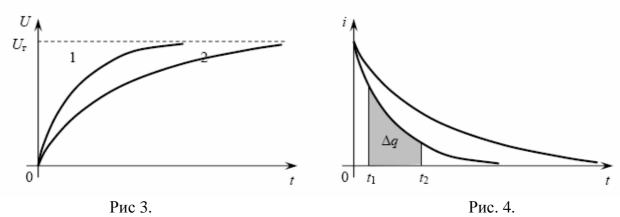
Тогда заряд на обкладке одной конденсатора будет равен заряду, прошедшему ПО цепи (рис. если пренебречь током, проходящим вольтметру. Так как, по определению, сила тока

речь током, проходящим по етру. Так как, по определению, сила 
$$i = \frac{dq}{dt}$$
 (3) Puc. 2.

то заряд  $\Delta q$  , прошедший по цепи за время  $\Delta t = t_2 - t_1$  , равен интегралу

$$\Delta q = \int_{t_1}^{t_2} i \cdot dt \tag{4}$$

При постоянном напряжении  $U_{\varepsilon}$  генератора напряжение U на конденсаторе при зарядке увеличивается, приближаясь к  $U_{\varepsilon}$ , а зарядный ток уменьшается от максимального значения до нуля по экспоненте. Соответствующие графики при зарядке двух конденсаторов разной емкости представлены на рис. 3 и 4.



Изменение заряда конденсатора легко определить, если заряжать его током, сила I которого не изменяется. Тогда заряд конденсатора будет увеличиваться прямо пропорционально времени зарядки:

$$\Delta q = I \Delta t \tag{5}$$

Напряжение на конденсаторе при этом условии будет изменяться также пропорционально времени, и ёмкость можно определить, поделив  $I\Delta t$  на соответствующее изменение напряжения  $\Delta U$ :

$$C = \frac{I\Delta t}{\Delta U} \tag{6}$$

Так как процессы зарядки — разрядки конденсатора протекают очень быстро, то наблюдения и измерения проводят с помощью осциллографа, на экране которого одновременно отображаются две зависимости: U(t) и i(t). Для вычисления ёмкости по формуле (6) зависимость i(t) должна иметь горизонтальный участок, на протяжении которого сила I зарядного тока не изменяется, и напряжение U(t) линейно зависит от времени (рис.5).

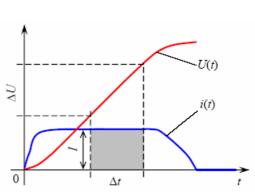
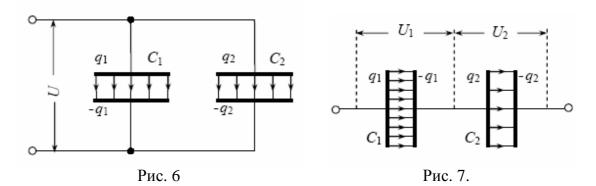


Рис. 5.

Конденсаторы могут соединяться между собой, образуя батареи конденсаторов. При параллельном соединении конденсаторов (рис. 6) напряжения на конденсаторах одинаковы:  $U_1=U_2=U$ , а заряды равны  $q_1=C_1U$  и  $q_2=C_2U$ . Такую систему можно рассматривать как единый конденсатор электроемкости C, заряженный зарядом  $q=q_1+q_2$  при напряжении между обкладками, равном U. Из определяющей формулы (1) получаем

$$C = \frac{q_1 + q_2}{U}$$
, или  $C = C_1 + C_2$  (7)

При последовательном соединении (рис. 7) одинаковыми оказываются заряды обоих конденсаторов:  $q=q_1=q_2$ , а напряжения на них равны  $U_1=\frac{q}{C_1}$  и  $U_2=\frac{q}{C_2}$ 



Такую систему можно рассматривать как единый конденсатор, заряд которого равен q при напряжении между обкладками  $U=U_1+U_2$ . Следовательно,

$$C = \frac{q}{U_1 + U_2}$$
 или  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$  (8)

При параллельном соединении конденсаторов складываются ёмкости, а при последовательном соединении складываются их обратные величины.

Формулы для параллельного и последовательного соединения остаются справедливыми при любом числе конденсаторов, соединённых в батарею.

#### Измерение емкости конденсатора

Если цепь переменного тока содержит конденсатор с емкостью C, к которому приложено синусоидальное напряжение u (рис. 8(a)):

$$u = U_0 \sin \omega t, \tag{9}$$

то заряд конденсатора будет периодически изменяться, и мгновенное значение силы тока в этой цепи

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C \cdot u)}{dt} = \omega C U_0 \cos \omega t = \omega C U_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \tag{10}$$

Обозначим  $X_C = \frac{1}{wC}$  и назовем реактивным сопротивлением емкости (емкостным сопротивлением), тогда

$$i = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),\tag{11}$$

где 
$$I_0 = \frac{U_0}{X_C}$$
.

Амплитудные значения силы тока и напряжения связаны соотношением  $I_0 = wCU_0$  .

Из (10) следует, что ток в цепи с емкостью опережает приложенное напряжение на угол  $\frac{p}{2}$ . Временная и векторная диаграммы изображены на рис. 8(б) и 8(в).

Деля соотношение (11) на  $\sqrt{2}$  , получим закон Ома для цепи с емкостью

$$I = \omega CU$$
 или  $U = I \frac{1}{\omega C} = I \cdot X_C$ , (12)

здесь  $X_C = \frac{1}{wC}$  имеет размерность сопротивления и называется емкостным сопротивлением.

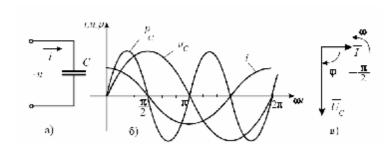


Рис. 8. Схема, временная и векторная диаграммы цепи с идеальным емкостным элементом

Перейдем к анализу энергетических процессов в цепи с емкостным элементом. Мгновенная мощность емкостного элемента

$$p = ui = \frac{1}{2}U_0 \cdot I_0 \cdot \sin \omega t \cdot \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = UI \sin 2\omega t , \quad (13)$$

изменяется по закону синуса с удвоенной частотой.

Активная мощность, характеризующая необратимые процессы преобразования энергии и определяемая средним значением мгновенной мощности за период, для емкостного элемента равна нулю.

$$P_{cp} = P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} i \cdot u \cdot dt = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} IU \sin 2\omega t dt = 0.$$
 (14)

Таким образом, в цепи с идеальным емкостным элементом не совершается работа, а происходит только периодический обмен энергией между источником и электрическим полем. Интенсивность этого обмена принято характеризовать наибольшим значением скорости поступления энергии в электрическом поле, которое называют реактивной мощностью и обозначают  $Q_C$ 

$$Q_C = U_C I = X_C I^2 \tag{15}$$

Реактивная мощность емкостного элемента, так же как и реактивная мощность индуктивного элемента, измеряется Вольт-Ампер реактивный, сокращенно ВАр.

График мгновенной мощности приведен на рис. 8(6). В первую четверть периода направления напряжения и тока совпадают и p>0, т.е. емкостной элемент потребляет энергию от источника, которая запасается в электрическом поле. Во вторую четверть периода направления напряжения и тока противоположны, p<0, т.е. емкостной элемент является источником и отдает запасенную в электрическом поле энергию.

## Цепь с активно-емкостной нагрузкой

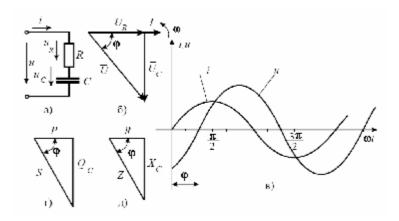


Рис. 9. Схема, временные диаграммы и треугольники напряжений, сопротивлений и мощностей цепи с активным и емкостным элементами

В этом случае уравнение напряжения цепи (рис. 9(а)) имеет вид:

$$u = u_R + u_C. (16)$$

Напряжение на активном сопротивлении

$$u_R = RI_m \sin \omega t \,, \tag{17}$$

совпадает по фазе с током.

Напряжение на емкости

$$u_C = \frac{1}{\omega C} I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),\tag{18}$$

отстает по фазе на угол  $\frac{p}{2}$ .

Таким образом, напряжение, приложенное к цепи, будет равно

$$u = RI_m \sin \omega t + \frac{1}{\omega C} I_m \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \tag{19}$$

На рис. 9(б) изображена векторная диаграмма цепи R, C. Вектор напряжения  $\overset{\mathbf{1}}{U}_R$  совпадает с вектором тока, вектор  $\overset{\mathbf{1}}{U}_C$  отстает от вектора тока на угол 90°. Из диаграммы следует, что вектор напряжения, приложенного к цепи, равен геометрической сумме векторов  $\overset{\mathbf{1}}{U}_R$  и  $\overset{\mathbf{1}}{U}_C$ :

$$\overset{\bullet}{U} = \overset{\bullet}{U}_R + \overset{\bullet}{U}_C, \tag{20}$$

а его величина

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} \ . \tag{21}$$

Выразив  $U_R$  и  $U_C$  через ток и сопротивления, получим

$$U = \sqrt{\left(IR\right)^2 + \left(IX_C\right)^2} , \qquad (22)$$

откуда

$$U = I\sqrt{R^2 + X_C^2} = IZ. (23)$$

Последнее выражение представляет собой закон Ома цепи R и C:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{U}{Z},\tag{24}$$

где  $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$  - полное сопротивление, Ом.

Из векторной диаграммы следует, что напряжение цепи R и C отстает по фазе от тока на угол j и его мгновенное значение

$$u = U_m \sin(\omega t - \varphi). \tag{25}$$

Временные диаграммы u и i изображены на рис. 9(B). Разделив стороны треугольника напряжений (рис. 9(G)) на ток, получим треугольник сопротивлений (рис. 9(Д)), из которого можно определить косинус угла сдвига фаз между током и напряжением:

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}.$$
 (26)

Энергетические процессы в цепи с активным и емкостным элементами можно рассматривать как совокупность процессов, происходящих отдельно в цепи с R и с C.

Из сети непрерывно поступает активная мощность, которая выделяется в активном сопротивлении R в виде тепла. Реактивная мощность, обусловленная электрическим полем емкости C, непрерывно циркулирует между источником энергии и цепью. Ее среднее значение за период равно нулю. Умножив стороны треугольника напряжений (рис. 9(б)) на ток, получим треугольник мощностей (рис. 9(г)). Стороны треугольника мощностей представляют:

 $P = U_R I = I^2 R$  - активную мощность цепи, Вт;

 $Q_C = U_C I = I^2 X_C$  - реактивную (емкостную) мощность цепи, ВАр;

 $S = UI = I^2 Z$  - полную мощность цепи, ВА;

 $\cos j = \frac{P}{S}$  - коэффициент мощности цепи.

#### Методика эксперимента

По закону Ома, сила переменного тока через конденсатор связана с напряжением на нем следующим отношением:

$$I_{\theta\phi\phi} = \frac{U_{\theta\phi\phi}}{\frac{1}{\omega C}}$$
 откуда  $C = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{I_{\theta\phi\phi}}{U_{\theta\phi\phi}} = \frac{1}{\omega Z}$  (27)

Для определения Z поступают следующим образом. Соединяют последовательно измеряемый конденсатор C, амперметр A и подключают к источнику переменного напряжения. Параллельно конденсатору присоединяют вольтметр V.

Собирают схему представленную на рис. 10.

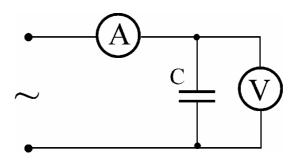


Рис. 10.

Отсчитывают по приборам силу тока  $I_{_{3}\phi\phi}$  и напряжение  $U_{_{'3}\phi\phi}$ . Определив Z по формуле  $Z=\frac{U_{_{3}\phi\phi}}{I_{_{3}\phi\phi}}$  , подставляют его значение в формулу (27) и вычисляют C .

Измерения проводят для каждого конденсатора в отдельности, затем при последовательном и параллельном их соединении, проверяя тем самым формулы соединения конденсаторов.

Параллельное соединение конденсаторов  $C = C_1 + C_2$ .

Последовательное соединение конденсаторов  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ .

Таблица 1

	$N_{\underline{0}}$	$I_{ i \phi \phi}$ ,	$U_{_{}^{}^{}^{}^{}^{}^{}^{}^{}}$ ,	Z,	$Z_{cp}$ ,	C,
	п/п	Α	В	Ом	Ом	мкФ
Конденсатор 1	1					
	2					
	3					
Конденсатор 2	1					
	2					
	3					
Последовательное	1					
соединение	2					
конденсаторов	3					
Параллельное	1			_		
соединение	2					
конденсаторов	3		_	_		

# Порядок выполнения лабораторной работы:

1. Установить сменную панель НТЦ-22.03/02 в разъем стенда.

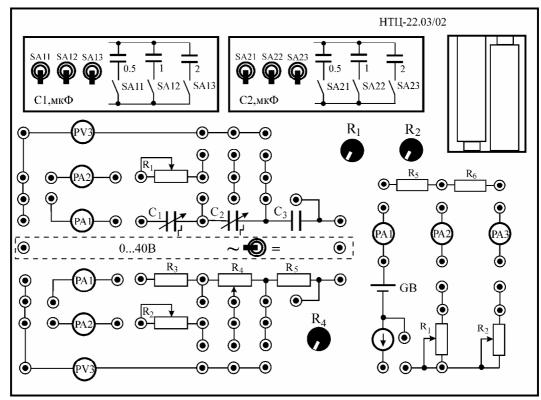


Рис. 11

- 2. Собрать схему, как показано на рис. 10 используя монтажную схему (рис. 11). В цепь включается мультиметр в режиме измерении напряжения (предел измерения 20 В), показания амперметра отражается на панели стенда РА2. В цепь включить конденсатор С1 (см. приложение).
- 3. После проверки схемы преподавателем или лаборантом убедитесь, что на панели стенда присутствуют только необходимые для проведения данного опыта перемычки, все тумблеры и выключатели находятся в нижнем положении («ВЫКЛЮЧЕНО»), а все галетные переключатели и потенциометры в крайнем левом положении.
- 4. Включить питание стенда (три автоматических выключателя «СЕТЬ»).
- 5. Установите номер профиля индикации **4**. Для смены профиля необходимо войти в меню выбора профилей: для этого нажать кнопку энкодера «МЕНЮ» и удерживать 2...3 секунды, пока отображаемый на индикаторе профиль не начнет мигать. После этого вращением ручки SA100 «ЗАДАНИЕ» влево/вправо установить номер профиля индикации **4** и кратковременно нажать кнопку энкодера «МЕНЮ». Выбранный профиль после этого должен отображаться на служебном индикаторе.
- 6. Тумблер : /= перевести в положение «: ».
- 7. Включить тумблер SA1. Установить галетным переключателем SA11-SA12 напряжение U. Для этого установить напряжение галетным переключателем SA11 на один поворот, в дальнейшем при изменении напряжения нужно пользоваться галетным переключателем SA12.
- 8. При изменении напряжения на панели стенда PA2 отражается значение тока. Показание амперметра PA2 и напряжение (показание мультиметра) на исследуемом конденсаторе занести в таблицу 1.
- 9. Увеличить ток в цепи трижды галетным переключателем SA12 и записать соответствующее значение напряжения на конденсаторе в таблицу 1.
- 10. Выключить питание стенда.
- 11. Также исследовать конденсатор С2. Для этого нужно изменить схему вместо конденсатора С1 включить конденсатор С2 (см. приложение).
- 12. Повторить п.п. 3-9.
- 13. Аналогично выполнить измерения емкости при последовательном и параллельном соединении исследуемых конденсаторов С1 и С2 повторяя п.п. 3-9. (см. приложение)
- 14. .Все тумблеры и выключатели установить в нижнее положение («ВЫКЛЮЧИТЬ»), а все галетные переключатели в крайнее левое положение.
- 15. Выключить питание стенда, разобрать схему.
- 16. Рассчитать исследуемые конденсаторы по формуле (27). Определите их средние значения и погрешности измерения.
- 17. Используя средние значения С двух конденсаторов рассчитать по соответствующим формулам их емкость при параллельном соединении (7) и последовательном (8). Сравните данные расчетов с результатами измерений.

#### Контрольные вопросы

- 1. Дайте определения электроёмкости проводника и конденсатора. В каких единицах измеряется и от каких величин зависит ёмкость конденсатора?
- 2. Выведите формулу (2).
- 3. Как изменяются заряд и напряжение на конденсаторе при внесении диэлектрика? При изменении расстояния между обкладками? Рассмотреть случаи:
  - а) конденсатор подключён к источнику постоянного напряжения;
  - б) конденсатор отключён от источника постоянного напряжения..
- 7. Выведите формулы для расчёта ёмкости при последовательном и параллельном соединениях конденсаторов. Как изменяется ёмкость в соединении по сравнению с ёмкостью одного конденсатора?
- 8. Сравните параметры (заряд, напряжение) одного конденсатора и батареи конденсаторов, соединённых: а) последовательно; б) параллельно.
- 9. Запишите закон Ома для цепи R, L и для цепи R, C для действующих значений.
- 10. Что понимают под действующим значением тока?
- 11. Укажите свойства активного сопротивления в цепи синусоидального тока.
- 12. Укажите свойства ёмкостного сопротивления в цепи синусоидального тока.

## Литература ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

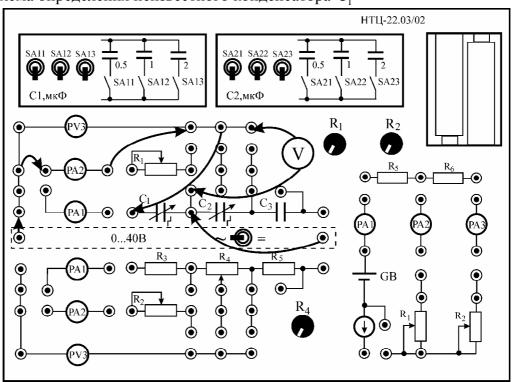
- 1. Калашников С.Г. Электричество. М. Физматлит, 2004. 276 с.
- 2. Тамм И. Е. Основы теории электричества.- М.: Наука, 1989.- 504с.
- 3. А.Н. Матвеев. Электричество и магнетизм. Учеб. пособие для студ. вузов.- М.: ОНИКС 21 век: Мир и Образование, 2005.- 463с
- 4. Д.В. Сивухин. Общий курс физики. Электричество. : учеб. пособие для студ. физических спец. вузов- 4-е изд., стереотип.- М. : Физматлит: МФТИ, 2002.- 656с.
- 5. И.Е. Иродов. Электромагнетизм. Основные законы. М., ЛБЗ, 2001.

## ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

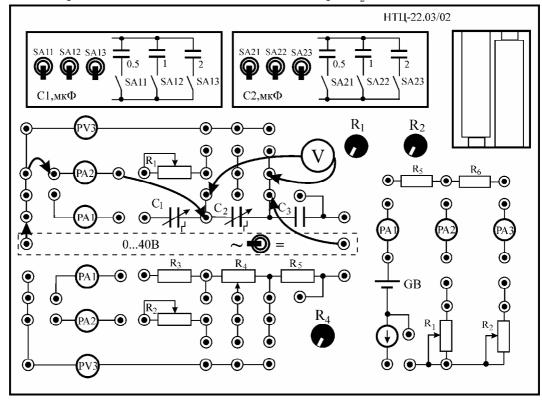
- 1. Савельев И.В. Общий курс физики. Т. 3. Электричество. учеб. пособие для втузов- М.: Астрель: АСТ, 2003.- 336с
- 2. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике, вып. 5,6. Электричество и магнетизм. М., Мир, 1966.

# Приложение к лабораторной работе №5

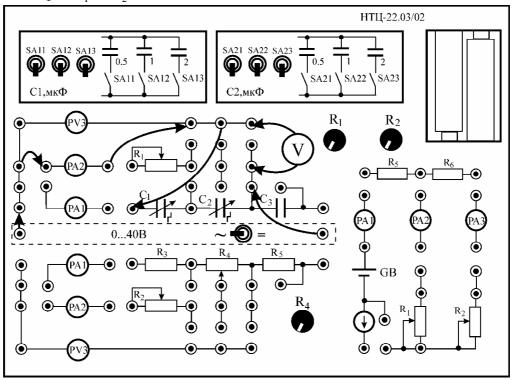
1. Схема определения неизвестного конденсатора  $C_1$ 



2. Схема определения неизвестного конденсатора  $C_2$ 



3 . Схема измерения емкости C' при последовательном соединении исследуемых конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$ 



4. Схема измерения емкости C'' при параллельном соединении исследуемых конденсаторов  $C_1$  и  $C_2$ 

