

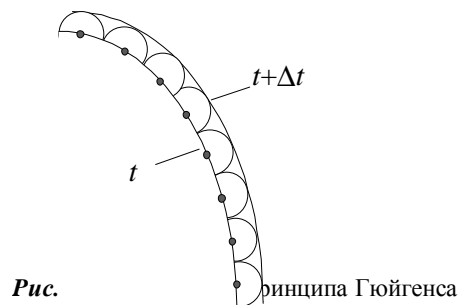
Лабораторная работа № 8
**ДИФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ И ФРАУНГОФЕРА НА КРУГЛЫХ
 ОТВЕРСТИЯХ**

Цель работы: изучение явления дифракции Френеля и Фраунгофера и методов их осуществления.

1. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля

Под дифракцией следует понимать любое отклонение света от прямолинейного распространения, если оно не связано с преломлением или отражением. Дифракцию можно объяснить с помощью волновой теории.

Исторически первую попытку объяснить явление дифракции сделал Гюйгенс. В соответствии с его теорией, известной под названием “принципа Гюйгенса”, *всякую точку, до которой дошла волна в момент времени t , можно рассматривать как источник*



вторичных сферических волн; новый фронт волны в последующий момент времени $t + \Delta t$ представляет собой огибающую всех возникших элементарных полусферических волн (рис. 1).

Теория Гюйгенса дает наглядное объяснение явления дифракции, однако, она ничего не говорит об интенсивности в той или иной точке пространства, куда доходит дифрагировавшая волна.

Френель дополнил принцип Гюйгенса. Он предложил рассматривать *полное световое поле как результат взаимной интерференции волн, создаваемых всеми вторичными источниками.*

Явление дифракции, таким образом, стало возможным описывать количественно.

Рассмотрим некоторый экран с отверстием, через которое проходит свет от источника P_0 (рис.2). Будем считать источник

точечным и монохроматическим, линейные размеры которого много меньше длины волны. Следуя Френелю, будем полагать, что:

1) поле в любой точке отверстия является таким же, каким оно было бы в отсутствие экрана;

2) в точках, расположенных непосредственно за экраном, поле равно нулю.

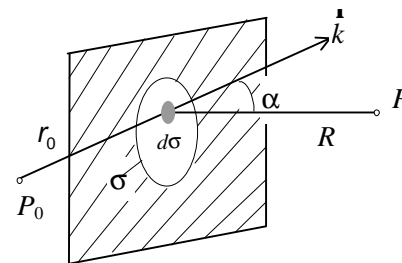


Рис.2. Иллюстрация принципа Гюйгенса-Френеля

Проведем через отверстие поверхность σ , на которой выделим элемент $d\sigma$. Будем рассматривать каждый такой элемент как источник вторичных волн. В некоторой точке наблюдения P элемент $d\sigma$ создает напряженность dE_P , пропорциональную значению поля E_0 на участке $d\sigma$, а также величине $d\sigma_n$ — проекции площадки $d\sigma$ на направление волнового вектора \vec{k} . Последнее означает, что при любой форме участка $d\sigma$ через него будут проходить одни и те же лучи, если только проекция $d\sigma_n$ будет неизменной. Учтем изменение амплитуды и фазы вторичной волны

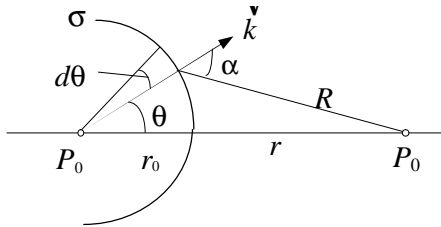
при ее распространении. Это приводит к появлению величины $\frac{e^{-ikR}}{R}$, где R — расстояние от $d\sigma$ до P .

Таким образом, $dE_p = \frac{E_o}{R} e^{-ikR} K(\alpha) d\sigma_n^*$, где $K(\alpha)$ — некоторый коэффициент, учитывающий зависимость амплитуды вторичных волн от угла α между k и направлением на точку P . Френель полагал, что $K(\alpha) = K_{\text{макс}}$ при $\alpha = 0^\circ$ и далее с увеличением α он будет плавно уменьшаться до нуля (при $\alpha = 90^\circ$).

Полное поле в точке P будет определяться интегралом $E_p = \int_{\sigma} \frac{E_o}{R} K(\alpha) e^{-ikR} d\sigma_n$. (1)

Рассмотрим, правильно ли описывает принцип Гюйгенса с дополнением Френеля (принцип Гюйгенса-Френеля) распространение света в пустоте.

Пусть P_o — точечный монохроматический источник света, P — точка наблюдения (рис. 3). В качестве вспомогательной поверхности рассмотрим волновую поверхность σ , ее радиус кривизны будет r_o . Для точек поверхности амплитуда поля будет рав-



на $\frac{E_o}{r_o} e^{-ikr_o}$, где E_o — амплитуда при $r_o = 1\text{м}$.

* Здесь и далее множитель $e^{i\omega t}$ опущен, т.е. рассматривается случай, когда $t=0$.

Рис. 3. Определение амплитуды волны при распространении света в пустоте

В качестве элементов $d\sigma$ можно взять кольца на поверхности σ , все точки которых лежат на одинаковом расстоянии от P_o и P . Площадь такого кольца

$$d\sigma = 2\pi r_o^2 \sin \theta d\theta, \quad (2)$$

где θ — угол между направлением на P и направлением, под которым из точки P_o видим полоску кольца, $d\theta$ — ее угловой размер.

Из теоремы косинусов следует, что

$$R^2 = r_o^2 + (r_o + r)^2 - 2r_o(r_o + r) \cos \theta. \quad (3)$$

Дифференцируя выражение (3), имеем

$$RdR = r_o(r_o + r) \sin \theta d\theta. \quad (4)$$

Учитывая (4), равенство (2) можно записать

$$d\sigma = \frac{2\pi r_o R}{r_o + r} dR. \quad (5)$$

В таком случае интеграл (1) будет иметь вид

$$E_p = \frac{2\pi E_o e^{-ikr_o}}{r_o + r} \int_r^{r_{\text{макс}}} K(\alpha) e^{-ikR} dR. \quad (6)$$

Для приближенного вычисления такого вида интегралов Френель предложил очень простой и изящный метод. Построим сферы с радиусами $r, r + \frac{\lambda}{2}, r + \frac{2\lambda}{2}, \dots$, с центром в точке P (рис.4). Эти сферы вырежут на сферической волновой поверхности, кольцевые зоны, которые называются *зонами Френеля*. Центральная зона будет иметь вид шарового сегмента.

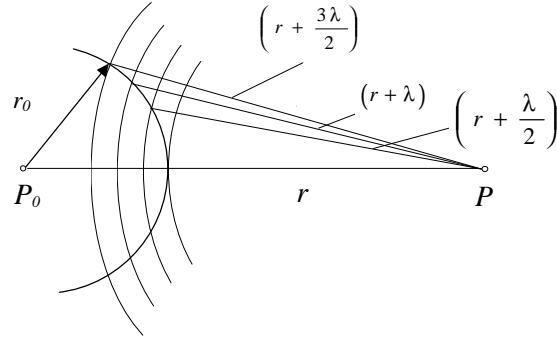


Рис. 4. Построение зон Френеля на сферическом волновом фронте

Определим площадь m -й зоны

$$\sigma_m = \frac{2\pi r_0}{r_0 + r} \int_{r + \frac{(m-1)\lambda}{2}}^{r + \frac{m\lambda}{2}} R dR \approx \frac{\pi r_0 r}{r_0 + r} \lambda. \quad (7)$$

Из (7) следует, что площади всех зон, в том числе и центральной, одинаковы.

Внешняя граница (радиус) m -й зоны будет равен

$$\rho_m = \sqrt{\frac{r_0 r m \lambda}{r_0 + r}}. \quad (7a)$$

Поскольку $\lambda \ll r$, то изменение коэффициента наклона $K(\alpha)$ в пределах одной зоны будет незначительным. Поэтому медленно изменяющуюся величину $K(\alpha)$ в пределах одной зоны будем считать постоянной.

Определим амплитуду поля в точке P , создаваемую одной m -й зоной

$$E_{m,P} = \frac{2\pi E_0 e^{-ikr_0}}{r_0 + r} K_m \int_{r + \frac{(m-1)\lambda}{2}}^{r + \frac{m\lambda}{2}} e^{-ikR} dR = \frac{4\pi E_0}{ik(r_0 + r)} \times \quad (8)$$

$$\times K_m (-1)^{(m+1)} e^{-ik(r_0+r)}.$$

Первая зона создает возмущение в точке P , равное

$$E_{1,P} = \frac{4\pi}{ik} K_1 \frac{E_0}{r_0 + r} e^{-ik(r_0+r)}. \quad (9)$$

Таким образом, поле в точке P , создаваемое m зонами Френеля, будет определяться знакопеременной суммой

$$E_P = \frac{4\pi}{ik} \frac{E_0}{r_0 + r} e^{-ik(r_0+r)} (K_1 - K_2 + K_3 - \dots \pm K_m). \quad (10)$$

Нетрудно заметить, что

$$\sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} K_m = \frac{K_1}{2} + \left(\frac{K_1}{2} - K_2 + \frac{K_3}{2} \right) + \dots \quad (11)$$

Последний член равен $\frac{K_m}{2}$ или $\frac{K_{m-1}}{2} - K_m$ в зависимости от того, нечетно m или четно.

При $m \rightarrow \infty$, в силу монотонного убывания, можно считать $K_m = 0$. Выражения, стоящие в скобках, с большой точностью можно считать равными нулю. В таком случае равенство (10) примет вид:

$$E_P = \frac{4\pi}{ik} \frac{E_0}{r_0 + r} \frac{K_1}{2} e^{-ik(r_0+r)} = \frac{E_{1,P}}{2}. \quad (12)$$

С другой стороны, свободно распространяющаяся сферическая волна создает в точке P поле:

$$E_P = \frac{E_0}{r_0 + r} e^{-ik(r_0+r)}. \quad (13)$$

Из равенств (12) и (13) следует, что

$$K_1 = \frac{i}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} e^{\frac{i\pi}{2}}. \quad (14)$$

Выражение (10) можно представить в виде

$$E_P = E_1 - E_2 + E_3 - \dots \pm E_m . \quad (15)$$

При нечетном числе зон выражение (15) можно представить в виде

$$E_P = \frac{E_1}{2} + \left(\frac{E_1}{2} - E_2 + \frac{E_3}{2} \right) + \dots + \frac{E_m}{2} . \quad (16)$$

Если m — четно, то равенство (15) примет вид

$$E_P = \frac{E_1}{2} + \left(\frac{E_1}{2} - E_2 + \frac{E_3}{2} \right) + \dots - \frac{E_{m-1}}{2} - E_m . \quad (17)$$

В (16) и (17) слагаемые, заключенные в скобки, с большой точностью можно принять равными нулю. Из этих равенств следует, что *при небольших m амплитуда в точке P будет приблизительно равна амплитуде, создаваемой первой зоной Френеля, если m — нечетно, и равна нулю при четном m* . Практически это означает, что если при распространении световой волны имеется непрозрачный экран с апертурой (отверстием), то интенсивность в точке наблюдения P , расположенной на оси отверстия, будет равна нулю, если в отверстии можно построить из точки P четное число зон Френеля. Если число построенных зон будет нечетно, то будет наблюдаться интенсивность, отличная от нуля. Из рассмотренного выше понятно, что отмеченные изменения интенсивности будут наблюдаться, если количество построенных зон в пределах отверстия, является небольшим. Их количество можно определить, используя выражение (7а).

Для определения амплитуды или интенсивности в точке наблюдения P часто используют простой и наглядный графический метод (рис.5). Для этого каждую из зон Френеля разбивают на большое число N участков (подзон). При переходе от одного края зоны к другому фаза волны изменяется на π , а при переходе от одной подзоны к другой на $\delta = \frac{\pi}{N}$ (рис.5а). Обозначим амплитуду волны, приходящую в точку P от каждого участка, E_0 . Примем фазу волны, приходящей в P из первой подзоны, за 0. Тогда суммарная амплитуда волны в точке P , создаваемая первой зоной, с учетом возникающего сдвига фаз будет равна

$$E_P = E_0 + E_0 e^{i\delta} + E_0 e^{i2\delta} + \dots$$

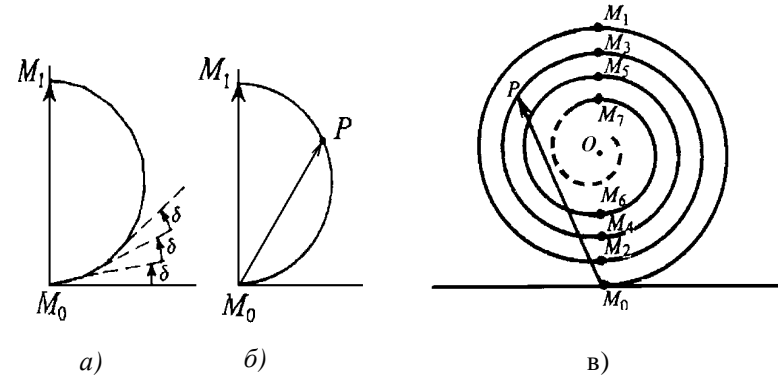


Рис. 5. Графическое определение амплитуд в методе зон Френеля

При увеличении числа разбиений до бесконечности ($n \rightarrow \infty$) ломаная кривая превращается в плавную (рис.5б). Графическое построение амплитуды при учете вклада от последующих зон производится аналогично. Необходимо только учесть, что при движении на край зоны значение E_0 несколько уменьшается. Вследствие этого непрерывная кривая не замыкается, а имеет вид спирали (спираль Френеля) (рис.5в). Она позволяет определить амплитуду при открытии любого числа зон Френеля и их частей.

Например, отрезок $\left| \vec{M_0 P} \right|$ пропорционален амплитуде при открытии первой, второй, третьей и части четвертой зоны Френеля (рис.5в). Длины отрезков $M_0 M_1$, $M_0 M_2$, $M_0 M_3$, ... пропорциональны амплитудам при открытии первой, второй, третьей и т.д. зон. Когда открыты все зоны, амплитуда пропорциональна $M_0 O$. Это показывает, что первая зона создает в точке P амплитуду, примерно в два раза большую, чем при открытии всех зон. Такой же вывод можно сделать и из аналитического представления (см. выражения (15) и (16)).

Метод зон Френеля позволяет достаточно просто определять амплитуду (а значит, и интенсивность) волн, дифрагировавших на простейших препятствиях (отверстии, диске и т.д.). При увеличении диаметра отверстия амплитуда, а следовательно, и интенсивность световой волны в точке P экрана будет изменяться монотонно. Пока открывается только первая зона Френеля, интен-

сивность увеличивается и достигает максимума при полностью открытой зоне. По мере открытия второй зоны интенсивность убывает и при открытых полностью двух зонах уменьшается практически до нуля. Затем интенсивность снова увеличивается и т.д. К таким же выводам мы придем, если будем приближать точку наблюдения к экрану с отверстием. Так как радиусы зон Френеля зависят от расстояния r , то при определенных значениях r будет открыта одна, две, три и т.д. зоны Френеля.

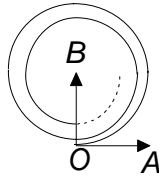


Рис. 6. Трудности метода зон Френеля

Следует отметить, что рассмотренный метод зон Френеля обладает двумя существенными недостатками:

1) он дает неправильное значение фазы волны в точке наблюдения. Фаза на фронте принимается по определению равной

нулю. Поэтому амплитуда волны задается вектором \vec{OA} (рис.6). Вычисленная по методу Френеля амплитуда, создаваемая всем

волновым фронтом, равна вектору \vec{OB} , т.е. отличается от фактической на $\pi/2$;

2) метод зон Френеля не позволяет определить зависимость коэффициента наклона $K(\alpha)$ от угла α . Поэтому приходится постулировать, что $K(\alpha)$ монотонно уменьшается с увеличением угла α и принимает нулевые значения при $\alpha \geq 90^\circ$.

2. Дифракция Френеля. Приближения Френеля

Более строгая теория дифракции была рассмотрена Кирхгофом на основании волновых уравнений. Им было установлено, что возмущение E_P в некоторой точке P (рис.7) определяется интегралом суперпозиции

$$E_P = \frac{i}{2\lambda} E_0 \int_{\sigma} \frac{e^{-ik(r_0+R)}}{r_0 R} \left[\cos(\vec{n}, \vec{r}_0) - \cos(\vec{n}, \vec{R}) \right] d\sigma. \quad (18)$$

Из равенства (15) следует, что сумма косинусов не изменится, если поменять местами источник P_0 и точку наблюдения P . Это означает, что точечный источник, помещенный в точку P , создает такой же самый эффект в точке P_0 , что и источник P_0 в точке P . Данное утверждение представляет теорему взаимности Гельмгольца.

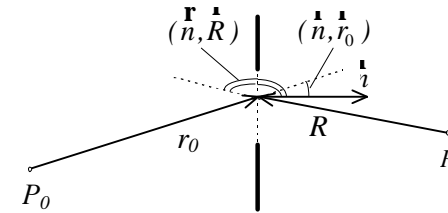


Рис.7. К определению интеграла Кирхгофа

Плоскость, в которой ведется наблюдение дифракции, будем называть плоскостью дифракционной картины. Плоскость, совпадающую с отверстием, будем называть плоскостью источников. В каждой из плоскостей выберем систему координат X', Y', Z' и соответственно X, Y, Z , причем оси OZ и $O'Z'$ совпадают, а оси OX и OY параллельны соответствующим осям $O'X'$ и $O'Y'$ (рис.8). В плоскости источников выберем элемент площади $d\sigma$ с координатами x' и y' . Определим амплитуду волны, создаваемую элементом $d\sigma$ в точке P , имеющей координаты x и y . Пусть $OO'=l$. С учетом принятых обозначений

$$R = \sqrt{l^2 + (x - x')^2 + (y - y')^2}. \quad (19)$$

Сделаем следующие допущения:

1. Будем считать, что элемент $d\sigma$ расположен достаточно далеко от точки наблюдения $P(x, y)$, т.е. $l \gg x$, $l \gg x'$ и $l \gg y$, $l \gg y'$. Тогда можно положить, что

$$\cos(\vec{n}, \vec{r}_0) \approx 1 \text{ и } \cos(\vec{n}, \vec{R}) \approx -1.$$

В таком случае из формулы Кирхгофа (18) следует, что

$$K(\alpha) = K_1 = \frac{i}{\lambda}.$$

$$2. 1/R \approx 1/l.$$

3. Множитель e^{-ikR} является быстро осциллирующим, поэтому при выполнении предыдущих условий выражение (19) разложим в ряд и ограничимся членами второго порядка:

$$R = l \left[1 + \frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{l^2} \right]^{1/2} \approx l + \frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{2l}.$$

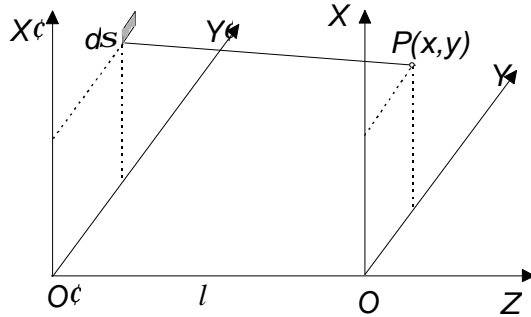


Рис. 8. Координатные оси в области источников и в области дифракции

С учетом сделанных допущений (1—3) интеграл Кирхгофа (18) примет вид

$$E(x, y) = \frac{ie^{-ikl}}{\lambda l} \times \int \int E_o(x', y') \exp \left[-\frac{ik((x-x')^2 + (y-y')^2)}{2l} \right] dx' dy', \quad (20)$$

где $E_o(x', y')$ — комплексная амплитуда падающей волны на площадке, т.е. $E_o(x', y') = \frac{E_0 e^{-ikr_0}}{r_0}$.

Равенство (20) может быть представлено в виде:

$$E_{x,y} = \iint \Phi(x', y') \exp \left\{ -ik \left[\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2}{2l} \right] \right\} dx' dy', \quad (20a)$$

где $\Phi(x', y') = \frac{iE_o(x', y')}{\lambda(r_0 R)} e^{-ikl}$, $\Phi(x', y')$ — комплексная функция, определяющая амплитуду волны в области источников и имеющая размерность амплитуды, деленной на площадь.

Сделанные выше приближения 1—3 называются *приближениями Френеля*. Случай дифракции, когда эти допущения выполняются, называется *дифракцией Френеля*.

3. Дифракция Френеля на круглом отверстии

Применим интеграл суперпозиции Кирхгофа с учетом приближений Френеля для расчета амплитуды дифрагировавших волн на оси круглого отверстия радиуса ρ_0 . В этом случае $x=0$, $y=0$, и выражение (20) примет вид

$$E_{0,0} = \frac{ie^{-ikl}}{\lambda l} \int \int E(x', y') \exp \left[\frac{-ik(x'^2 + y'^2)}{2l} \right] dx' dy'. \quad (21)$$

В полярной системе координат $x' = \rho \cos \varphi$, $y' = \rho \sin \varphi$, $dx' dy' = \rho d\rho d\varphi$. Если падающая волна является плоской, то $E_o(x', y') = E_0$. В этом случае интеграл (21) можно записать

$$E_{0,0} = \frac{E_0 e^{-ikl}}{\lambda l} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\rho_0} e^{\frac{-ik\rho^2}{2l}} \rho d\rho.$$

Производя интегрирование и последующие алгебраические преобразования, получим:

$$E_{0,0} = 2iE_0 e^{-ikl} e^{\frac{-ik\rho_0^2}{4l}} \sin\left(\frac{k\rho_0^2}{4l}\right).$$

Определим интенсивность дифрагировавшей волны:

$$I_{0,0} = \frac{E_{0,0} E_{0,0}^*}{2},$$

$$I_{0,0} = I_0 \sin^2\left(\frac{k\rho_0^2}{4l}\right), \quad (22)$$

где $I_0 = \frac{E_0^2}{2}$ — интенсивность света в плоскости отверстия, т.е. при $l \rightarrow 0$ $I = I_0$.

Полученное выражение показывает, что при изменении l изменение интенсивности будет иметь осциллирующий характер, причем при малых значениях l осцилляции будут очень быстрыми.

При $l = \frac{\rho_0^2}{(2m+1)\lambda}$ ($m=0, 1, 2$) в точке наблюдения будет

максимум интенсивности. При $l = \frac{\rho_0^2}{2m\lambda}$ в точке наблюдения будет минимум интенсивности. Эти выводы соответствуют результатам, полученным на основании теории Френеля и графического метода расчета интенсивности. В данном случае $(2m+1)$ и $2m$ соответствуют нечетному и четному количеству построенных зон Френеля. График функции $I = I(l)$ приведен на рис. 9.

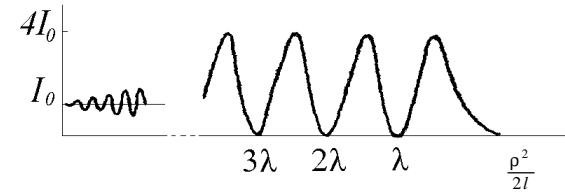


Рис. 9. Дифракции Френеля на круглом отверстии. Зависимость интенсивности дифракции от расстояния до экрана

4. Дифракция Фраунгофера. Приближение Фраунгофера

Преобразуем множитель в интеграле (20):

$$\exp\left[\frac{-ik}{2l}[(x-x')^2 + (y-y')^2]\right] = \exp\left[\frac{-ik}{2l}(x^2 + y^2)\right] \times$$

$$\times \exp\left[\frac{-ik}{2l}(x'^2 + y'^2)\right] \exp\left[\frac{ik}{l}(xx' + yy')\right].$$

Будем считать, что экран находится на достаточно большом расстоянии от плоскости XY' , т.е. $l \rightarrow \infty$ и выполняется условие

$$e^{\frac{-ik(x'^2 + y'^2)}{2l}} \approx 1. \quad (24)$$

Приближение (24) носит название *приближения Фраунгофера*, а случай дифракции, когда это приближение выполняется, называется *дифракцией Фраунгофера*. Поскольку данное приближение идеально выполняется для параллельных дифрагированных лучей, точка пересечения которых локализована в бесконечности или фокальной плоскости собирающей линзы, то *дифракцию Фраунгофера называют дифракцией в параллельных лучах*.

С учетом (23) и приближения (24) запишем интеграл (20)

$$E_{x,y} = \iint \Phi(x', y') e^{\frac{ik(xx' + yy')}{l}} dx' dy'. \quad (25)$$

Нетрудно заметить, что $E_{x,y}$ является Фурье-образом

$$\text{функции } \Phi'(x', y') e^{\frac{-ik(xx' + yy')}{l}}.$$

5. Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии

Пусть плоская волна падает на круглое отверстие радиусом ρ (рис. 10). В данном случае $\Phi(x', y')$ не зависит от координат x' и y' и имеет размерность амплитуды, деленной на площадь, т.е. с точностью до постоянного множителя положим, что

$$\Phi(x', y') = \frac{E_0}{\pi \rho^2}. \quad (26)$$

С учетом (26) запишем (25) в виде

$$E_{x,y} = \frac{E_0}{2\pi \rho} \iint e^{\frac{-ik(xx' + yy')}{l}} dx' dy'. \quad (27)$$

В полярной системе координат (рис. 6)

$$y' = r' \sin \theta'; \quad x' = r' \cos \theta' \quad (28)$$

$$x = r \cos \theta; \quad y = r \sin \theta.$$

А также

$$dx' dy' = r' dr' d\theta'$$

$$\text{Поскольку } \sin \theta \sin \theta' + \cos \theta \cos \theta' = \cos(\theta - \theta'), \quad (29)$$

запишем интеграл (27) с учетом (28) и (29):

$$E(r, \theta) = \frac{E_0}{2\pi \rho} \int_0^\rho r' dr' \int_\theta^{2\pi+\theta} \exp\left[ikr' \left(\frac{r}{l}\right) \cos(\theta - \theta')\right] d\theta'.$$

Второй интеграл равен

$$\int_\theta^{2\pi+\theta} \exp\left[ikr' \left(\frac{r}{l}\right) \cos(\theta - \theta')\right] d\theta' = \int_0^{2\pi} \exp[i\eta \cos \theta'] d\theta' = 2\pi J_0(\eta),$$

где $J_0(\eta)$ — функция Бесселя нулевого порядка, $\eta = \frac{kr r'}{l}$.

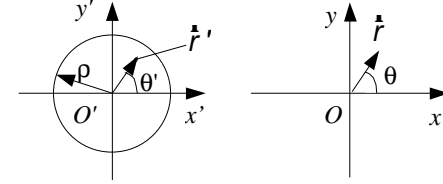


Рис. 10. Дифракция света на круглом отверстии. Координатные оси в области источников и в области дифракции

Тогда

$$E(r, \theta) = E(r) = \frac{2E_0}{\rho^2} \int_0^\rho r' J_0\left(\frac{kr r'}{l}\right) dr'.$$

Из теории функций Бесселя известно, что

$$\int z J_0(z) dz = z J_1(z),$$

где $J_1(z)$ — функция Бесселя первого порядка. Поэтому

$$\int_0^\rho r' J_0\left(\frac{kr r'}{l}\right) dr' = \frac{l\rho}{kr} J_1\left(\frac{kr\rho}{l}\right) \text{ и}$$

$$E(r) = E_0 \rho^2 \frac{2J_1\left(\frac{kr\rho}{l}\right)}{\frac{kr\rho}{l}}. \quad (30)$$

Интенсивность $I(r)$ будет определяться квадратом полученного выражения.

График функции $E(z) = \left(\frac{2J_1(z)}{z}\right)$, где $z = \frac{kr\rho}{l}$, показан на

рис.11. В центре дифракционной картины находится светлое пятно (рис. 12), окруженное темными и светлыми дифракционными кольцами. При этом максимум интенсивности светлых полос быстро убывает. Радиус 1-го темного кольца, который определяет размер центрального светлого пятна, определяется из условия:

$$E_1(z) = 0.$$

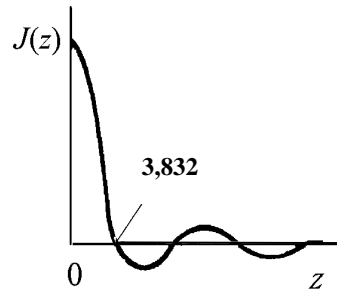


Рис. 11. График функции $E(z)$

Поскольку первый корень уравнения $E_1(z) = 0$ равен 3,832 (рис. 11), определим угол, под которым это кольцо видно из центра круглого отверстия:

$$\varphi_1 = \frac{r}{l} = \frac{3,832}{k\rho} = 0,61\lambda / \rho. \quad (31)$$

Поэтому угловой размер светлого пятна, видимого из центра круглого отверстия, будет равен

$$2\varphi_1 = 1,22\lambda / \rho. \quad (32)$$

Светлое пятно, наблюдаемое в центре дифракционной картины, при дифракции Фраунгофера на круглом отверстии, называется *диском Эйри*, в честь ученого Эйри, впервые теоретически рассмотревшего этот случай дифракции (рис.12).



Рис. 12. Дифракция Фраунгофера на круглом отверстии. Вид дифракционной картины

Второе и третье темное кольцо будут наблюдаться под углами

$$\varphi_2 = 1,12\lambda / \rho \quad (33)$$

и

$$\varphi_3 = 1,62\lambda / \rho \quad (34)$$

соответственно.

Интенсивность вне центрального пятна быстро убывает. В пределах центрального пятна сосредоточено около 84% всей энергии, которая проходит через отверстие, поэтому энергией, приходящейся на область вне центрального пятна, как правило, можно пренебречь.

Практическая часть

Упражнение 1. Изучение дифракции Френеля.

Схема установки для наблюдения дифракции Френеля представлена на рис.13.

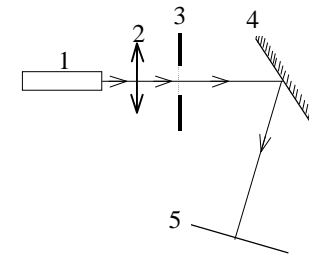


Рис. 13. Схема лабораторной установки для изучения дифракции Френеля.

- 1 — источник монохроматического излучения (оптический квантовый генератор);
- 2 — объектив, преобразующий плоский волновой фронт в сферический;
- 3 — диск с круглыми апертурами различных диаметров;
- 4 — поворотное зеркало;
- 5 — экран.

Порядок выполнения упражнения

1. Установить плоскость диска перпендикулярно падающему пучку света так, чтобы центр одной из круглых апертур совпа-

дал с центром падающего пучка. Если при этом в плоскости экрана 5 видна симметричная дифракционная картина, приступить к измерениям.

2. Передвигая экран вдоль измерительной линейки перпендикулярно падающему пучку света, добиться, чтобы в центре дифракционной картины был максимум интенсивности. Это соответствует нечетному числу зон Френеля ($2m-1$). Измерить расстояние r_{2m-1} от апертуры до экрана.

3. Передвигая экран в направлении поворотного зеркала 4, получить минимум интенсивности в центре дифракционной картины. Это соответствует четному числу зон Френеля ($2m$).

4. На основании равенства определить (7а) диаметр апертуры:

$$D = \sqrt{\frac{\lambda r_{2m} r_{2m-1}}{r_{2m-1} - r_{2m}}} . \quad (35)$$

5. Передвигая диск с круглыми апертурами 3 ближе и дальше относительно объектива 2, повторить измерения для отверстия того же диаметра еще дважды.

Упражнение 2. Изучение дифракции Фраунгофера.

Схема установки для наблюдения дифракции Фраунгофера представлена на рис. 14.

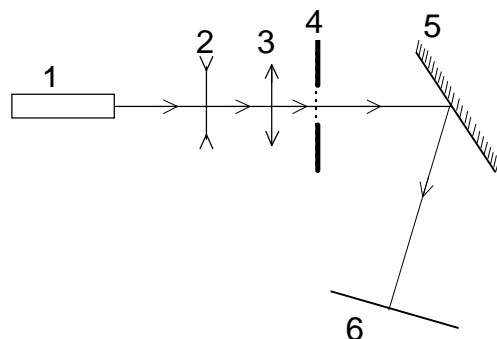


Рис. 14. Схема установки для изучения дифракции Фраунгофера

- 1 — монохроматический источник света (лазер);
- 2, 3 — объективы для расширения параллельного пучка света;
- 4 — диск с набором круглых апертур;
- 5 — поворотное зеркало;
- 6 — экран для наблюдения.

Порядок выполнения упражнения

1. Установить объективы 2 и 3 так, чтобы положения их фокусов совпали.

2. Перемещая лист белой бумаги от объектива 3, проверить, является ли расширенный пучок света параллельным. В случае параллельного пучка диаметр светлого пятна при передвижении экрана должен оставаться постоянным. Если диаметр изменяется, то объективы 2 и 3 установлены не софокусно, и следует произвести корректировку их положения.

3. Повернуть диск с набором круглых апертур перпендикулярно падающему пучку и установить его на высоте так, чтобы пучок света падал на апертуру самого маленького диаметра. Поворотом диска добиться того, чтобы центр апертуры совпадал с центром светового пучка.

4. Установить экран 6 перпендикулярно падающему пучку.

5. Наблюдая на экране 6 картину дифракции Фраунгофера на круглом отверстии, измерить радиусы темных дифракционных колец и расстояние от экрана до апертуры. На основании этих измерений определить углы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

6. По формулам 31, 33, 34 определить радиус отверстия ρ . Длина волны излучения лазера $\lambda=633$ нм.

7. То же проделать еще для двух апертур разных диаметров.

Контрольные вопросы

1. Какое явление называется дифракцией?
2. В чем суть принципа Гюйгенса-Френеля?
3. Как используется графический метод для определения амплитуды дифрагировавшей волны?
4. Как определяется радиус и площадь зон Френеля?

5. Объясните принцип действия зонной пластинки Френеля. Как определяются ее фокусы?

6. В каком случае наблюдается дифракция Френеля?

7. В чем суть приближений Френеля?

8. В чем отличие дифракции Фраунгофера от дифракции Френеля?

9. Объясните следующее определение дифракции: а) дифракция Френеля — это дифракционный образ препятствия; б) дифракция Фраунгофера — дифракционный образ источника света.

10. Определите, какое количество зон Френеля помещалось в одной из используемых вами апертур в упражнении №1. Необходимые для расчета данные возьмите из этого упражнения.

11. Определите для используемой вами апертуры (см. упр. №1) минимальное расстояние от апертуры до экрана, при котором свет в точке наблюдения экрана не будет сменяться темнотой. Чем это обусловлено?

9. Как с помощью векторной диаграммы оцените интенсивность света в центре светлого пятна для используемой в работе апертуры.