

## ИЗУЧЕНИЕ ПРИНЦИПА РАБОТЫ ГЕЛИЙ-НЕОНОВОГО ЛАЗЕРА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ ЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ

**Цель работы:** Ознакомиться с принципом работы гелий-неонового лазера, определить длину волны его излучения, а также научиться использовать лазер для изучения явления интерференции и дифракции света.

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

#### Спонтанные и вынужденные переходы. Коэффициенты Эйнштейна

Прежде, чем приступить к измерению длины волны лазерного излучения, необходимо познакомиться с принципом его работы.

Рассмотрим атом, находящийся в свободном пространстве и не подверженный влиянию извне. В соответствии с квантовой теорией он может находиться только в определенных состояниях, которым соответствует дискретный ряд значений энергии  $E_1, E_2, \dots, E_n$ . Рассмотрим наиболее простой случай, когда имеется только два из этих состояний с энергиями  $E_1, E_2$  (будем называть их состояниями 1 и 2), причем  $E_2 > E_1$ .

В квантовой теории состояния обычно изображаются с помощью диаграммы уровней, где осью ординат служит энергия атома (рис.1).

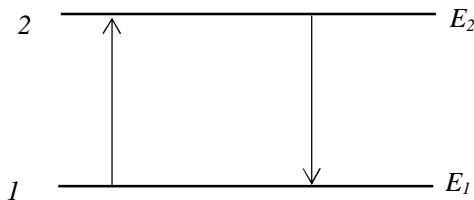


Рис. 1. Простейшая диаграмма уровней энергии

Если значению  $E_1$  будет соответствовать минимальное из возможных значений энергии, то такое состояние будем называть *основным*. Состояние, в котором атом будет иметь большее  $E_1$  значение энергии, будет *возбужденным* состоянием.

Если в некоторый момент времени  $t$  атом находится в возбужденном состоянии 2, то в следующий за этим интервал времени  $dt$  он может остаться в том же состоянии или перейти в нижнее состояние 1, отдавая избыток энергии  $E_2 - E_1$  в виде кванта излучения  $h\nu$ :  $h\nu = E_2 - E_1$ .

Эти переходы могут совершаться либо независимо от внешнего поля, либо под его воздействием. В первом случае будем иметь *спонтанные* переходы, во втором – *вынужденные*.

Рассмотрим более детально спонтанные переходы. Для этого возьмем большую совокупность одинаковых атомов, не взаимодействующих друг с другом (разреженные газы, разбавленные растворы жидкостей), обладающих энергетическими уровнями 1 и 2. В результате спонтанных переходов количество атомов в состоянии 2 (населенность уровня) будет уменьшаться. Поскольку спонтанные переходы являются случайными событиями, то их вероятность не зависит от времени. В таком случае убыль частиц за время  $dt$ , находящихся в состоянии 2,  $-dN_2$  будет пропорциональна населенности уровня  $N_2$ :

$$-dN_2 = A_{21}N_2dt,$$

где  $A_{21}$  – коэффициент пропорциональности, определяющий вероятность спонтанного перехода из состояния 2 в состояние 1, так называемый коэффициент Эйнштейна. Разделив переменные и выполнив интегрирование, получим закон убывания числа частиц, находящихся в состоянии 2:

$$N_2 = N_{20}e^{-A_{21}t}, \quad (1)$$

где  $N_{20}$  – населенность уровня 2 в момент времени  $t=0$ .

Определим среднюю продолжительность нахождения атома в состоянии 2 (среднее время жизни). Число атомов, совершающих переход из состояния 2 в 1 за время от  $t$  до  $t + dt$ , будет равно  $A_{21}N_2dt$ . Эти атомы «прожили» в возбужденном состоянии  $t$  секунд. Сумма продолжительностей их жизни будет равна  $tA_{21}N_2dt$ . А сумма продолжительностей жизни всех атомов

( $N_{20}$ ), совершивших переход за время от  $t=0$  до  $t \rightarrow \infty$ , равна  $\int_0^{\infty} t A_{21} N_2 dt$ . Поэтому, разделив эту величину на  $N_{20}$ , получим среднюю длительность нахождения атомов в возбужденном состоянии

$$t_{cp} = \tau = \frac{A_{21} \int_0^{\infty} N_2 dt}{N_{20}} = A_{21} \int_0^{\infty} t e^{-A_{21}t} dt.$$

Интегрируя, получим

$$\tau = \frac{1}{A_{21}}. \quad (2)$$

С учетом (2) равенство (1) можно записать в виде

$$N_2 = N_{20} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Таким образом, величина, обратная  $A_{21}$ , равна среднему времени жизни атома в возбужденном состоянии.

**Вынужденные переходы.** Невозбужденные атомы, находящиеся на нижнем уровне энергии 1, под влиянием внешнего воздействия (внешнего поля, столкновения и др.) могут, поглотив энергию  $E_2 - E_1$ , переходить в возбужденное состояние.

Очевидно, что вероятность такого перехода в интервале частот от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$  будет пропорциональна объемной плотности энергии поля  $W_\nu d\nu$  и некоторой величине  $B_{12}$ , характеризующей вероятность излучения данной атомной системы и зависящей от ее свойств. Таким образом, вероятность вынужденного перехода, отнесенная к единичному интервалу частот, будет равна  $B_{12} W_\nu$ .

Вынужденные переходы возможны также из состояния 2 в состояние 1. При этом атом будет излучать квант энергии  $h\nu = E_2 - E_1$  дополнительно к кванту излучения, вызвавшего этот переход. Это излучение называется *вынужденным*, или индуцированным. Оно определяется коэффициентом Эйнштейна  $B_{21}$ .

Отметим основные особенности вынужденного излучения:

1) направление его распространения в точности совпадает с направлением распространения внешнего поля, вызвавшего переход;

2) частота, фаза и поляризация вынужденного и внешнего излучения оказываются одинаковыми, т.е. они являются *когерентными*. Эта особенность вынужденного излучения лежит в основе действия усилителей и генераторов света, называемых лазерами.

## 2. Прохождение излучения через среду. Закон Бугера.

### Условие усиления света

Определим условие, необходимое для усиления света. Для этого рассмотрим прохождение пучка света с объемной плотностью  $w_\nu$  через среду, в которой находятся атомы, имеющие уровни энергии 1 и 2 с населенностями  $N_1$  и  $N_2$ . Вследствие переходов  $2 \rightarrow 1$  (спонтанных и вынужденных) объемная плотность энергии пучка будет увеличиваться. Поглощение, связанное с переходами  $1 \rightarrow 2$ , будет приводить к убыли энергии системы. Таким образом, закон сохранения энергии в данном случае можно представить в виде

$$\frac{dw_\nu}{dt} = h\nu B_{21} w_\nu N_2 + h\nu A_{21} N_2 - h\nu B_{12} w_\nu N_1. \quad (3)$$

В квантовой теории показывается, что при переходах между состояниями одинаковой природы, выполняется условие  $B_{12} = B_{21} = B$ . Кроме того, примем во внимание, что при больших значениях  $w_\nu$ , слагаемым в (3), представляющим мощность спонтанных переходов, можно пренебречь. С учетом этого (3) можно записать

$$\frac{dw_\nu}{dt} = h\nu w_\nu B (N_2 - N_1).$$

Обозначим  $\eta = \frac{h\nu B (N_2 - N_1)}{\nu}$ , тогда

$$\frac{dw_\nu}{dt} = \eta w_\nu. \quad (4)$$

Учитывая, что величина  $W_n$  и модуль вектора Пойнтинга связаны соотношением  $S = uW_n$ , где  $v$  — скорость распространения света в данной среде, выражение (4) запишем в виде:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dS}{dz} \frac{dz}{dt} = \frac{dS}{dz} v,$$

или

$$\frac{dS}{dz} = \eta S.$$

Откуда

$$S = S_0 e^{\eta z}, \quad (5)$$

где  $S_0$  — плотность потока энергии волны при  $z = 0$ .

Соотношение (5) представляет хорошо известный закон Бугера. В соответствии с распределением Больцмана в условиях термодинамического равновесия

$$N_1 = C e^{-\frac{E_1}{kT}} \text{ и } N_2 = C e^{-\frac{E_2}{kT}}, \quad (6)$$

где  $C$  — некоторая константа,  $T$  — термодинамическая температура,  $k$  — постоянная Больцмана.

Из (6) следует, что

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{\frac{E_1 - E_2}{kT}}.$$

Поскольку  $E_2 > E_1$ , и  $N_2 < N_1$ , то  $\eta$  в равенстве (5) является величиной отрицательной ( $\eta < 0$ ). В результате, при прохождении излучения через среду плотность его потока будет уменьшаться.

Для того, чтобы получить усиление, необходимо реализовать ситуацию, когда  $N_2 > N_1$ . В этом случае говорят, что данная совокупность атомов имеет инверсную населенность. Состояния с инверсной населенностью, являющиеся неравновесными, создаются в так называемых оптических квантовых генераторах, которые называют лазерами.

В данной работе используется газовый лазер, работающий на смеси гелия  $He$  и неона  $Ne$ .

### 1.3. Принцип работы гелий-неонового лазера

Газовый лазер состоит из двух основных элементов: активной среды и оптического резонатора. Принципиальная схема ге-

лий-неонового лазера в его современном виде приведена на рис.2.

Лазер состоит из газоразрядной трубки  $T$  с внутренним диаметром 7—10 мм. Трубка наполнена смесью гелия (давление ~1 мм рт.ст.) и неона (давление ~0,1 мм рт.ст.).

Между электродами трубки прикладывается постоянное напряжение 1÷2 кВ. Катод  $K$  трубки может быть холодным, но для увеличения разрядного тока применяют также трубки с пустотельным цилиндрическим анодом, катод которых нагревается низковольтным источником тока. Разрядный ток в трубке составляет несколько десятков миллиампер. Лазер может работать в непрерывном и в импульсном режиме. Он генерирует красный свет с длиной волны 632,8 нм и может генерировать также инфракрасное излучение с длинами волн 1,150 и 3,390 мкм. Но тогда необходимо иметь торцевые окна, прозрачные для инфракрасного света, и зеркала с высокими коэффициентами отражения в инфракрасной области спектра.

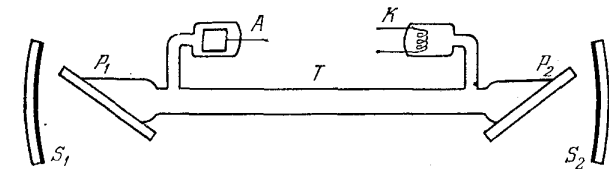


Рис. 2. Устройство гелий-неонового лазера

Процесс сообщения активной среде энергии для перевода атомов в возбужденное состояние и создания инверсной населенности называется *накачкой*. Накачка в лазере осуществляется за счет электрического тлеющего разряда.

Рассмотрим теперь, как возникает инверсная заселенность атомов неона. Упрощенная схема уровней неона приведена справа на рис.3.

Возбуждение атомов неона происходит в результате столкновений их с электронами газоразрядной плазмы. При определенном режиме разряда этот процесс может привести к инверсной заселенности уровней  $E_1$  и  $E_2$ . Однако заселенность уровней  $E_1$  и  $E_3$ , а также уровней  $E_1$  и  $E_4$  остается неинверсной. Инверсной заселенности препятствует долгоживущий метастабильный уровень

$E_5$ , лежащий немного ниже короткоживущего уровня  $E_1$ . Заселенность уровня  $E_5$  велика, за счет этого происходит пополнение быстро опустошающегося уровня  $E_1$ , и инверсии заселенности между уровнями  $E_1$  и  $E_3$  не возникает.

Для получения инверсии уровней  $E_1$  и  $E_3$  добавляют гелий. Из всех уровней энергии гелия, помимо основного  $E_0$ , для работы лазера имеют значение метастабильные уровни  $E'_2$  и  $E'_3$ . Спонтанный радиационный переход с этих уровней на основной уровень  $E_0$  «запрещен», т.е. происходит с очень малой вероятностью. Поэтому время жизни атома на уровнях  $E'_2$  и  $E'_3$  очень велико.

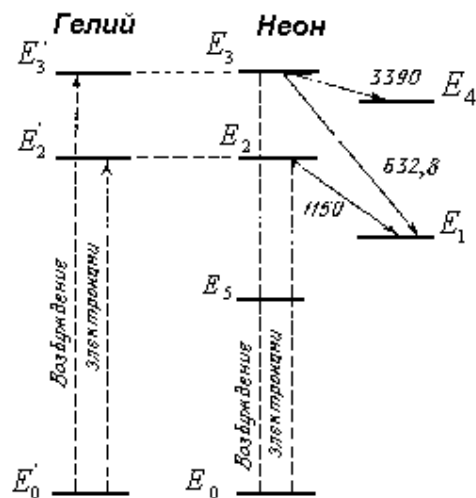


Рис. 3. Схема уровней энергии гелия и неона

В результате электронных ударов на этих метастабильных уровнях накапливается очень много атомов гелия. Но уровни гелия  $E'_2$  и  $E'_3$ , почти совпадают с уровнями  $E_2$  и  $E_3$  неона. Благодаря этому при столкновениях возбужденных атомов гелия с невозбужденными атомами неона интенсивно происходят *безизлучательные*

*переходы* атомов гелия в невозбужденное состояние с резонансной передачей энергии атомам неона. Этот процесс возбуждения атомов неона на рис. 3 символически изображен горизонтальными пунктирными стрелками. В результате концентрации атомов неона на уровнях  $E_2$  и  $E_3$  сильно возрастают и возникает инверсная заселенность по отношению к уровням  $E_1$  и  $E_4$ , а разность заселенностей уровней  $E_2$  и  $E_1$  увеличивается в несколько раз.

Спонтанное излучение отдельных возбужденных атомов неона приводит к распространению в активной среде фотонов, под влиянием которых происходит индуцированное когерентное излучение других возбужденных атомов неона, т.е. активной среды, заполняющей разрядную трубку лазера. Массовое нарастание этого процесса обеспечивается тем, что разрядная трубка помещена в зеркальный резонатор (рис. 2). Многократное прохождение излучения вдоль оси разрядной трубки приводит к формированию мощного потока индуцированного направленного (коллимированного) когерентного излучения лазера.

Режим генерации может быть достигнут в том случае, если потери энергии световой волной при каждом ее отражении от зеркал резонатора меньше, чем усиление волны в результате индуцированного излучения при прохождении вдоль трубки через активную среду. Окончательный стационарный режим генерации определяется мощностью процесса возбуждения атомов активной среды.

Разрядная трубка замкнута с торцов плоскопараллельными стеклянными пластинами (окнами), расположенными под углом Брюстера к оси трубки. Поэтому излучение неона поляризовано в плоскости падения на окна и проходит через эти окна без  $P_2$  и  $P_2$  потерь на отражение. Кроме того, использование стеклянных окон, расположенных под углом Брюстера к оси трубки, приводит к линейной поляризации излучения лазера.

Зеркальный резонатор, в который помещена разрядная трубка лазера и в котором осуществляется система стоячих световых волн с высокой плотностью энергии излучения, представляет собой зеркала  $S_1$  и  $S_2$ . Они делаются обычно сферическими с многослойными диэлектрическими покрытиями, имеют высокие коэффициенты отражения и практически не поглощают свет. Коэффициент пропускания зеркала, через которое преимущественно

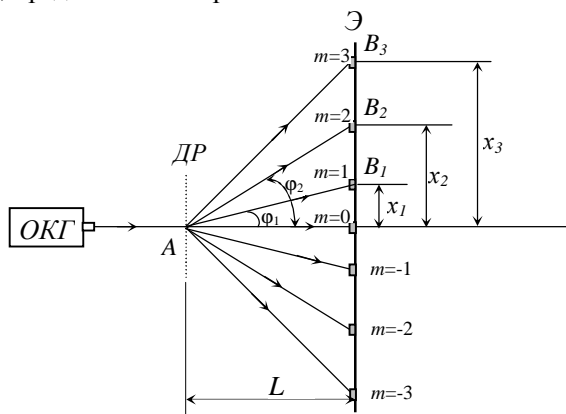
выходит излучение лазера, составляет обычно 2%, другого — менее 1%.

Резонатор обеспечивает естественную коллимацию светового пучка. Это обстоятельство отличает лазерный источник света от обычных источников.

## Практическая часть

### Упражнение 1. Измерение длины волны излучения лазера с помощью дифракционной решетки

Краткие сведения о дифракционной решетке и дифракционных спектрах излагаются в лекционном курсе физики. Схема установки для определения длины волны света, излучаемого лазером, представлена на рис.4.



**Рис.4.** Оптическая схема установки для определения длины волны лазера

Луч света от лазера (ОКГ) направляется на дифракционную решетку ДР. Дифракционная картина наблюдается непосредственно (без линзы) на экране Э. На рис.4 показаны положения дифракционных максимумов нулевого, первого, второго и третьего порядков. Здесь  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  — расстояния от центрального максимума до максимумов соответственно 1-го ( $m = 1$ ), 2-го ( $m = 2$ ) и 3-го ( $m = 3$ ), порядков  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  — соответствующие им углы дифракции;  $L$  — расстояние от дифракционной решетки до экрана.

Если угол дифракции  $\varphi$  удовлетворяет условию  $d \sin \varphi_m = m\lambda$ , то в направлении этого угла на экране Э наблюдается дифракционный максимум  $m$ -го порядка. Тогда длина волны

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi_m}{m} \quad (7)$$

Производя опыт, удобнее измерять не расстояние  $x_m$  от центрального максимума до  $m$ -го максимума, а расстояние  $2x_m$  между симметрично расположенными максимумами одинакового порядка.

#### Порядок выполнения упражнения

1. Включить лазер. На пути луча в специальном держателе располагают дифракционную решетку так, чтобы на экране стали отчетливо видны дифракционные максимумы 1-го, 2-го ... порядков, симметрично расположенные относительно центра экрана.
2. Измеряют расстояние  $L$  между решеткой и экраном.
3. По делениям шкалы на экране Э измеряют расстояния  $2x_m$  между симметричными максимумами  $m$ -го порядка.
4. Зная  $d$ ,  $L$ ,  $x_m$ , определяют  $\sin \varphi$  и по формуле (7) находят значения  $\lambda$  в нанометрах, а затем подсчитывают среднее значение длины волны, излучаемой лазером.

### Упражнение 2. Измерение линейных размеров мелких частиц

Пусть на пути луча, излучаемого лазером, располагается тонкий слой, состоящий из мелких непрозрачных частиц, которые в пространстве распределены беспорядочно. Такой слой можно, например, образовать из порошка ликоподия между двумя плотно сложенными стеклянными пластинками. При прохождении света через такой слой происходит дифракция света на многих непрозрачных включениях, каждое из которых выполняет роль, подобную роли непрозрачного диска малого размера.

Известно, что в случае дифракции плоских световых волн на многих беспорядочно расположенных одинаковых частицах, дифракционная картина, даваемая всеми мелкими частицами будет такая же, как от одной частицы, а ее интенсивность будет равна сумме интенсивностей каждой частицы в отдельности. Дифракционная картина, наблюдаемая на экране (рис. 5), представ-

ляет собой чередующиеся светлые и темные концентрические кольца со светлым пятном в их центре.



**Рис. 5.** Дифракция Фраунгофера на мелких сферических частицах. Вид дифракционной картины

Для каждого кольца можно определить угловые радиусы, указав значения угла  $\varphi$ , соответствующие данному дифракционному кольцу. Очевидно, что размеры центрального светлого пятна определяются диаметром первого темного кольца. Размеры центрального светлого пятна, а также всех дифракционных колец при данном расстоянии от препятствия до экрана и при данной длине волны зависят от линейных размеров частиц, на которых произошла дифракция. Будем нечетными числами отмечать номера темных колец, а четными — светлых. Соответствующие им угловые радиусы  $\varphi_1, \varphi_3, \varphi_5$  — для темных и  $\varphi_2, \varphi_4, \varphi_6$  — для светлых колец.

Связь угловых радиусов дифракционных колец с радиусом мелких включений  $r$ , на которых произошла дифракция света, выражена для темных колец соотношениями (8), а для светлых колец — соотношениями (9).

$$\sin \varphi_1 = 0,61 \frac{\lambda}{r}, \quad \sin \varphi_3 = 1,11 \frac{\lambda}{r}, \quad \sin \varphi_5 = 1,62 \frac{\lambda}{r}, \quad (8)$$

$$\sin \varphi_2 = 0,82 \frac{\lambda}{r}, \quad \sin \varphi_4 = 1,34 \frac{\lambda}{r}. \quad (9)$$

Каждое из этих соотношений может быть использовано для определения среднего радиуса частиц. Диаметры  $D$  дифрак-

ционных колец, наблюдаемых на экране Э, значительно меньше расстояния от пластинки до экрана  $L$ , поэтому можно считать, что

$\sin \varphi \approx \tan \varphi$ . Очевидно, что  $\tan \varphi = \frac{D}{2L}$ . Учитывая последнее соотношение, из (8) и (9) получаем, что

$$\frac{D_1}{2L} = 0,61 \frac{\lambda}{r}; \quad \frac{D_2}{2L} = 0,82 \frac{\lambda}{r}; \quad \frac{D_3}{2L} = 1,11 \frac{\lambda}{r} \text{ и т.д.} \quad (10)$$

Здесь  $D_1, D_3, D_5$  — диаметры темных дифракционных колец,  $D_2, D_4, D_6$  — диаметры светлых колец.

### Порядок выполнения упражнения

1. На скамье вместо дифракционной решетки в специальном держателе устанавливают стеклянные пластинки со слоем ликоподия между ними.

2. Передвигают по скамье держатель так, чтобы на экране Э получить наиболее четкое изображение дифракционных колец. Измеряют расстояние  $L$  от пластинки с ликоподием до экрана.

3. С помощью шкалы, имеющейся на экране Э, измеряют диаметры темных и светлых дифракционных колец.

4. Зная длину волны  $\lambda$  (из упр.1), по формуле (10) подсчитывают значение радиуса  $r$  мелких частиц, на которых испытало дифракцию излучение лазера, а затем находят его среднее значение (в микрометрах).

### Упражнение 3. Определение ширины узкой щели.

Если на пути плоской волны поместить узкую щель шириной  $b$ , то вследствие дифракции света на ней на экране Э, расположенном за щелью, будут наблюдаться чередующиеся максимумы и минимумы света (рис.6).

В центре экрана наблюдается нулевой дифракционный максимум (яркое изображение источника, пославшего свет на узкую щель). Темные участки экрана, прилегающие к центральному (нулевому) максимуму, называют дифракционным минимумом 1-го порядка. Углы дифракции  $\varphi_m$ , под которыми наблюдаются ди-

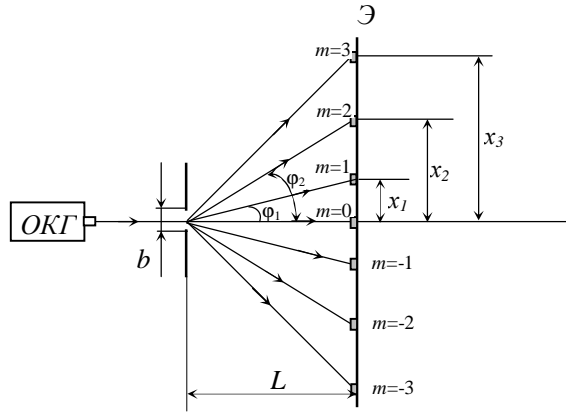
фракционные минимумы  $m$ -го порядка, удовлетворяют уравнению:

$$b \sin \varphi_m = m\lambda, \quad (11)$$

где  $m$  – порядок минимума,  $m=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Соотношение (11) можно использовать для определения ширины щели, если известна длина волны света  $\lambda$  и из опыта найдено значение угла дифракции, соответствующего дифракционному минимуму  $m$ -го порядка. Обозначим через  $x_m$  расстояние от середины нулевого максимума до середины  $m$ -ого минимума. Очевидно, что

$$\operatorname{tg} \varphi_m = \frac{x_m}{L}. \quad (12)$$



**Рис.6.** Оптическая схема установки для определения ширины узкой щели

Расстояние  $x_m$  значительно меньше расстояния  $L$ , поэтому можно считать, что  $\sin \varphi_m \approx \operatorname{tg} \varphi_m$ . В этом случае соотношение (11) можно выразить через  $x_m$  и  $L$ , т.е. записать, что

$$b = \frac{m\lambda L}{x_m}. \quad (13)$$

Формула (13) используется в упражнении 3 для нахождения ширины узкой щели.

#### Порядок выполнения упражнения

1. На пути светового луча лазера помещают пластинку с узкой щелью и устанавливают ее в держателе так, чтобы на экране получить четкую картину чередующихся дифракционных максимумов и минимумов (центральный максимум должен быть в центре экрана).

2. Для определения  $x_m$  измеряют расстояния  $2x_m$  между симметрично расположенными минимумами 1-го, 2-го и т.д. порядков.

3. По полученным данным, пользуясь формулой (13), находят ширину щели  $b$ , а затем — ее среднее значение  $b_{\text{ср}}$ .

4. В держателе поочередно устанавливать проволоочки разной толщины, металлическую сетку с различными размерами ячеек. Зарисовать получающиеся на экране дифракционные картины.

#### Упражнение 4 Изучение дифракции Френеля на прямолинейном краю полуплоскости.

##### Теория метода

##### Дифракция Френеля на прямолинейном краю полуплоскости

Рассмотрим случай падения плоской монохроматической волны на край полуплоскости (рис.7).

В таком случае разбивать волновой фронт на кольцевые зоны Френеля нецелесообразно. Будем разбивать его на полосатые зоны.

Пусть  $l$  — длина перпендикуляра, проведенного из точки наблюдения  $P$  к волновому фронту, совпадающему с краем полуплоскости. Проведем цилиндрические коаксиальные поверхности, ось которых проходит через точку  $P$  параллельно краю полуплоскости (оси  $Y'$ , рис. 8). Радиусы цилиндрических поверхностей пусть будут  $l, l + \frac{\lambda}{2}, l + \frac{2\lambda}{2}, \dots$ . В таком случае волновой фронт будет разбит на прямоугольные полосы, которые называются *зонами Шустера*.



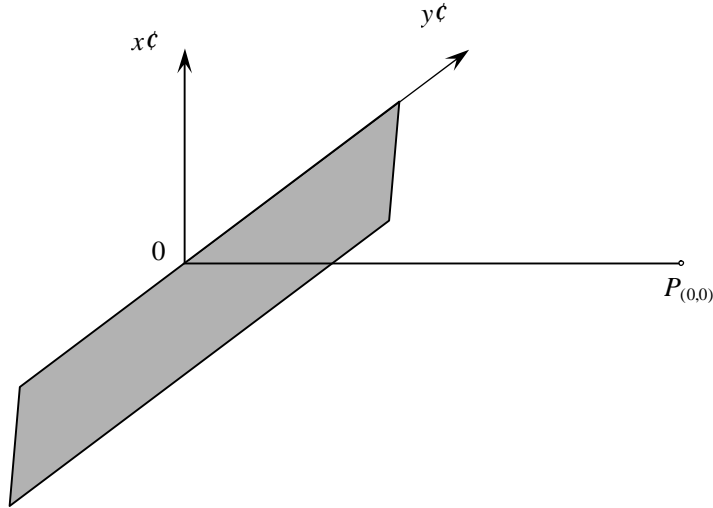


Рис.7. Дифракция плоской волны на краю полуплоскости

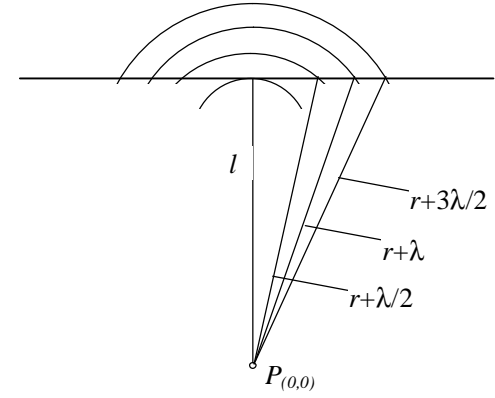


Рис. 8. Построение зон Шустера

Центральную зону будем считать за две (левую и правую) рис.8. Ширина зон Шустера будет соответственно равна  $\sqrt{l\lambda}$ ,  $\sqrt{l\lambda}(\sqrt{2}-1)$ ,  $\sqrt{l\lambda}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ , ...,  $\sqrt{l\lambda}(\sqrt{m}-\sqrt{m-1})$ .

Таким образом, ширина будет монотонно уменьшаться при удалении от центра. Это означает, что их площади (при конечной ширине полосок) будут также уменьшаться.

Рассмотрим аналитическое решение данной задачи. Запишем интеграл Кирхгофа с учетом приближения Френеля:

$$E_p = \iint \Phi(x', y') e^{-\frac{ik}{2l}[(x-x')^2 + (y-y')^2]} dx' dy'.$$

Если падающая волна является плоской, то  $\Phi(x'y') = \text{const.}$

Пусть точка  $P$  лежит на оси  $Z$ , т.е.  $x=y=0$ , тогда

$$E_p \sim \iint e^{-\frac{ik}{2l}(x'^2 + y'^2)} dx' dy' = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{ik}{2l}y'^2} dy' \int_0^{x_{\text{макс}}} e^{-\frac{ik}{2l}x'^2} dx'.$$

Интеграл по  $y$  дает постоянный множитель, поэтому

$$E_p \sim \int_0^{x'_{\text{макс}}} e^{-\frac{ik}{2l}x'^2} dx'. \quad (14)$$

Сделаем замену переменных, обозначив  $\frac{kx'^2}{2l} = \frac{\pi\xi^2}{2}$ , т.е.

$$\xi = x' \sqrt{\frac{2}{\lambda l}}. \quad (15)$$

Тогда соотношение (14) запишется в виде

$$E_p \sim \int_0^{\xi_{\text{макс}}} e^{-\frac{i\pi\xi^2}{2}} d\xi.$$

При графических построениях обычно пользуются величиной

$$E_p^* = \int_0^{\xi} e^{-\frac{i\pi\xi^2}{2}} d\xi. \quad (16)$$

На основании преобразований Эйлера представим (16) в виде

$$E_p^* = \int_0^{\xi} \cos\left(\frac{\pi\xi^2}{2}\right) d\xi + i \int_0^{\xi} \sin\left(\frac{\pi\xi^2}{2}\right) d\xi = X(\xi) + iY(\xi),$$

где

$$X(\xi) = \int_0^{\xi} \cos\left(\frac{\pi\xi^2}{2}\right) d\xi. \quad (17)$$

$$Y(\xi) = \int_0^{\xi} \sin\left(\frac{\pi\xi^2}{2}\right) d\xi. \quad (18)$$

Интегралы (17) и (18) называются *интегралами Френеля*. Они определяются численными методами. При  $x' \rightarrow -\infty$  и  $y' \rightarrow -\infty$ ,  $X(-\infty) = Y(-\infty) = -0,5$ , соответственно при  $x' \rightarrow \infty$  и  $y' \rightarrow \infty$ ,  $X(\infty) = Y(\infty) = 0,5$ .

Если  $X(\xi)$  и  $Y(\xi)$  являются осями в декартовой прямоугольной системе координат, то (16) будет представлять параметрическое уравнение спирали Корню. Эта кривая является симметричной относительно начала координат (рис.9).

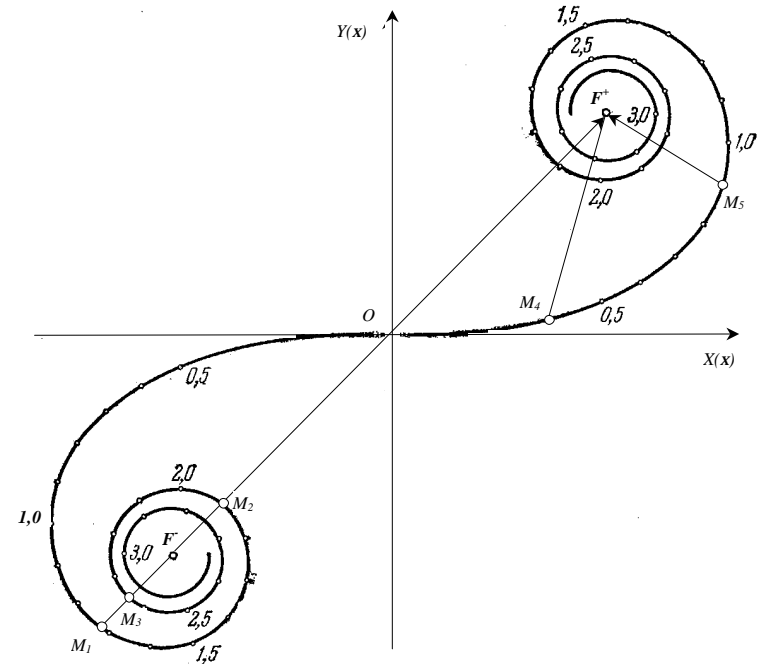


Рис. 9. Спираль Корню.

Из равенства (16) следует, что дифференциал дуги спирали Корню будет равен

$$\left| \frac{i\pi\xi^2}{e^2} d\xi \right| = d\xi.$$

Это означает, что безразмерный параметр  $\xi$  представляет собой длину спирали Корню, отсчитываемой от начала координат.

Вычисление  $E_P$  по формуле (16) удобно проиллюстрировать с помощью векторной диаграммы аналогично тому, как это было сделано в задаче о дифракции на круглом отверстии (см. теоретическую часть лаб. работы №8). Колебание в  $P$ , вызываемое вторичной волной от элементарной полоски волновой поверхности шириной  $dx$ , расположенной вдоль оси  $y\xi$  т.е. при  $x\xi=0$ , изобразим вектором  $d\vec{E}_1$  (рис. 10). Колебание следующей полоски изобразится несколько меньшим по модулю вектором  $d\vec{E}_2$  (поскольку ширина каждой последующей зоны Шустера монотонно уменьшается) и повернутым относительно  $d\vec{E}_1$  на небольшой угол, так как эта вторичная волна проходит до  $P$  большее расстояние и несколько отстает по фазе. В дальнейшем угол между соседними векторами элементарных колебаний  $d\vec{E}_i$  и  $d\vec{E}_{i+1}$  становится все больше, так как запаздывание по фазе вторичной волны от элементарной полоски, находящейся на расстоянии  $x\xi$  от оси  $y\xi$  пропорционально *квадрату* этого расстояния  $l^2$  (см. 14). Этим рассматриваемая векторная диаграмма отличается от диаграммы Френеля для дифракции на круглом отверстии, где углы между любыми соседними векторами  $d\vec{E}_i$  и  $d\vec{E}_{i+1}$  одинаковы, так как там фаза вторичных волн растет линейно с увеличением  $l$ .

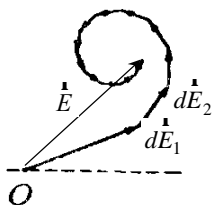


Рис. 10. Определение амплитуды волны при дифракции на краю полуплоскости графическим методом

Колебание в  $P$  от широкой полосы волновой поверхности изобразится суммой векторов от всех укладываемых на ней элементарных полосок  $dx$  (вектор  $\vec{E}$  на рис.10). В пределе, когда ширина  $dx$  каждой элементарной полоски стремится к нулю, це-

почка векторов  $d\vec{E}_1, d\vec{E}_2, \dots$  превращается в плавную кривую, называемую *спиралью Корню* (рис.9). Она состоит из двух симметричных ветвей, закручивающихся вокруг фокусов  $F^+$  и  $F^-$ . Ее левая половина описывает действие вторичных волн от участков волновой поверхности, лежащих ниже оси  $y\xi$  (при  $x\xi < 0$ ). Колебание в  $P$  от всей волновой поверхности, лежащей выше оси  $y\xi$  на рис. 8 (т. е. при  $0 < x\xi < \mu$ ), изображается вектором, проведенным из  $O$  в правый фокус  $F^+$  спирали Корню. Колебание в  $P$  от полной волновой поверхности ( $-\infty < x\xi < +\infty$ ) изображается вектором, соединяющим фокусы  $F^-$  и  $F^+$ .

При работе со спиралью Корню надо знать значение параметра  $\xi$ . Его легко найти, зная на экране расстояние  $x$  точки наблюдения от центра картины  $O$  (рис. 11).

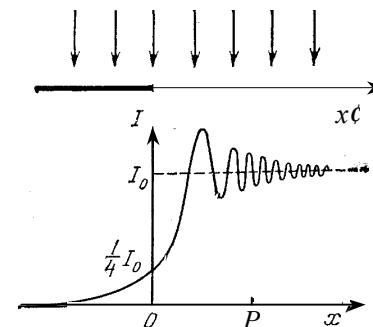


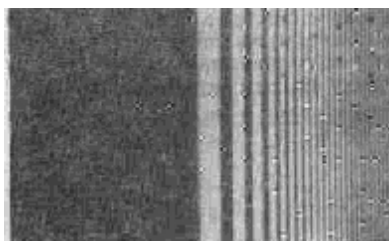
Рис. 11. Распределение интенсивности при дифракции на краю полуплоскости

Обозначим через  $\vec{E}_0 = \overrightarrow{F^- F^+}$  и  $I_0 = E_0^2$  (амплитуду и интенсивность волны, когда открыт весь волновой фронт). Когда точка наблюдения  $P$  находится на границе геометрической тени, колебание представится вектором  $\overrightarrow{OF^+} = \frac{\overrightarrow{F^- F^+}}{2}$ . Ему соответствует амплитуда  $\frac{\vec{E}_0}{2}$  и интенсивность  $\frac{I_0}{4}$ .

При перемещении точки  $P$  в освещенную область экрана в дополнение к нештрихованным зонам (рис. 7) открывается все

больше штрихованных зон. Поэтому изображающая точка  $M_i$  начнет перемещаться по нижней ветви спирали Корню. Амплитуда дифрагировавшей волны будет представлять собой вектор  $\overrightarrow{M_i F^+}$ , соединяющий данную точку  $M_i$  на спирали с ее верхним фокусом. Как видно из рис. 11, амплитуда и интенсивность колебаний будут последовательно проходить через максимумы (максимальной амплитуде соответствуют векторы  $\overrightarrow{M_1 F^+}, \overrightarrow{M_3 F^+}, \dots$ ) и минимумы (минимальной амплитуде соответствуют векторы  $\overrightarrow{M_2 F^+}, \dots$ ). Максимальная амплитуда составляет  $1,12E_0$ , а интенсивность —  $1,25I_0$ . Минимальные значения их соответственно равны  $0,89E_0$  и  $0,78I_0$ . При дальнейшем продвижении в освещенную область интенсивность асимптотически приближается к  $I_0$ . При погружении точки  $P$  в область геометрической тени изображающая точка  $M_i$  перемещается по верхней ветви спирали Корню. При этом по мере погружения в указанную область интенсивность света монотонно убывает и асимптотически стремится к нулю. Распределение интенсивности графически представлено на рис. 11. Таким образом, нет резкой границы между светом и тенью. В области геометрической тени интенсивность света убывает непрерывно и монотонно, а освещенная область расщепляется в дифракционные полосы.

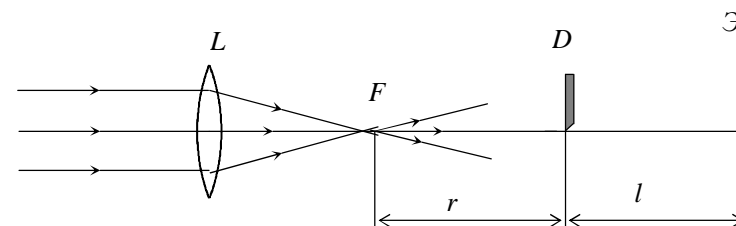
На рис. 12 показана дифракционная картина, наблюдаемая при дифракции света на крае экрана. Таким же путем можно рассчитать дифракционную картину на щели или длинном прямоугольном экране.



**Рис. 12.** Вид дифракционной картины при дифракции на краю полуплоскости

## Описание установки

Для выполнения упражнения используется схема, представленная на рис. 13.



**Рис. 13.** Схема лабораторной установки для изучения дифракции на краю полуплоскости

Из фокуса объектива  $F$  микроскопа распространяется сферическая монохроматическая световая волна. Если на пути этой волны недалеко от  $F$  расположить препятствие  $D$ , то на экране  $\mathcal{E}$  можно наблюдать случай дифракции Френеля. Дифракционная картина состоит из ряда вертикальных светлых и темных полос.

Количественное изучение дифракционной картины заключается в измерении расстояний дифракционных полос от геометрической тени края экрана. Отсчет, соответствующий первой светлой полосе, будем обозначать  $x_1$ ; отсчеты, соответствующие всем последующим темным и светлым полосам, будем обозначать  $x_n$ ; четные индексы будут соответствовать темным полосам, нечетные — светлым.

Производить повторные измерения целесообразно только для всей последовательности дифракционных полос.

Обработка результатов измерений заключается в сопоставлении экспериментального определения расположения дифракционных полос с его теоретическим расчетом. Прежде всего, зная отсчет  $x'_1$ , соответствующий первой светлой полосе, находим расстояние от нее  $x'_n - x'_1$  всех светлых и темных дифракционных полос. Затем наносим в подходящем масштабе все найденные расстояния на ось абсцисс. Для каждой полученной точки на оси абсцисс в дальнейшем будут отложены по оси ординат значения

$x_n - x_1$  — параметра спирали Корню.

Значения  $x$  отыскиваются с помощью спирали Корню. Для того, чтобы найти значение  $x$  для первой светлой дифракционной полосы, надо провести из точки  $F^+$  (рис. 10) прямую линию  $F^+A$  по такому направлению, чтобы отрезок  $F^+A$  соответствовал максимальному расстоянию от точки  $F^+$  до линии внешнего витка спирали вокруг точки  $F$ . Затем по делениям, нанесенным на витки спирали, можно найти значение длины витка спирали  $-x$ , соответствующее первой светлой дифракционной полосе. Аналогично, отыскивая точку на внешнем витке спирали, соответствующую минимальному расстоянию от точки  $F^+$  до внешнего витка спирали вокруг точки  $F$ , можно найти значение длины дуги спирали  $x$ , соответствующее первой темной дифракционной полосе. Таким способом можно найти значения безразмерного параметра  $x$  для всех светлых и темных полос дифракционной картины.

Отложив в удобном масштабе по оси ординат значения  $x_n - x_1$ , соответствующие всем измеренным значениям  $x'_n - x'_1$ , для светлых и темных дифракционных полос, соединяем плавной кривой все точки. Если получившийся график достаточно близок к прямой линии, находим по нему коэффициент

$$K = \frac{\xi_n - \xi_1}{x'_n - x'_1}.$$

Значение  $K$  можно использовать для отыскания количественного соотношения между  $x$  и  $x'$

$$\xi = Kx' = \frac{\xi_n - \xi_1}{x'_n - x'_1} x'. \quad (19)$$

Теоретическое значение коэффициента пропорциональности между  $x$  и  $x'$  можно найти по формуле (20):

$$\xi = x' \sqrt{\frac{2r}{\lambda l(r+l)}}, \quad (20)$$

где  $r$  — радиус кривизны сферической волны,  $l$  — расстояние от препятствия  $D$  до плоскости экрана  $\mathcal{E}$ .

Сравниваем значения коэффициента пропорциональности между  $x$  и  $x'$ , найденные экспериментально (по формуле (19)) и теоретически (по формуле (20)).

Фокусное расстояние объектива уточнить у преподавателя.

### Контрольные вопросы

1. Какие переходы называются спонтанными, вынужденными?
2. Какой физический смысл имеют коэффициенты Эйнштейна для спонтанных и вынужденных переходов?
3. Перечислите основные свойства когерентного излучения.
4. Каковы основные условия усиления света при его прохождении через среду?
5. Перечислите основные элементы лазера.
6. Как работает гелий-неоновый лазер?
7. Каково назначение оптического резонатора?
8. Как создается инверсная населенность уровней в гелий-неоновом лазере?
9. Опишите метод измерения длины волны света с помощью дифракционной решетки.
10. Как, используя явление дифракции, определить ширину узкой щели и размеры мелких частиц?
11. Как графическим методом определить интенсивность диффрактившей плоской волны при дифракции на краю полуплоскости?