

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛАВНОГО ФОКУСНОГО РАССТОЯНИЯ СОБИРАЮЩЕЙ И РАССЕИВАЮЩЕЙ ЛИНЗ

**Цель работы:** изучить основные законы геометрической оптики а также методы определения главного фокусного расстояния собирающей и рассеивающей линз.

### 1. Основные законы и понятия геометрической оптики.

Волновая оптика позволяет изучать свойства электромагнитных волн не только в различных средах на границе их раздела, но и при их распространении вблизи препятствий (дифракция). В основе этих явлений лежит принцип суперпозиции полей как следствие линейности уравнений Максвелла.

Однако многие имеющие важное практическое значение оптические явления такие, как формирование светового пучка (светотехника) и оптического изображения (оптотехника) и некоторые другие, могут быть изучены более простым путем — с помощью представлений геометрической (или лучевой) оптики. Геометрическая оптика использует представление о световых лучах — геометрических линиях, вдоль которых происходит распространение энергии волн. При этом пучки света рассматриваются как бесконечное число независимых лучей.

Световой луч может быть получен из реального пучка с помощью узкой диафрагмы. Чем меньше диаметр диафрагмы, тем уже будет выделяемый пучок, тем он ближе будет соответствовать геометрическому лучу. Однако явление дифракции как следствие волновой природы света накладывает ограничение на возможность получения предельно узкого пучка. Из теории дифракции известно, что при прохождении света через диафрагму диаметром  $b$ , угол дифракции, определяющий его расширение, будет определяться соотношением

$$\varphi \sim \frac{\lambda}{b}. \quad (1)$$

Только в предельном случае, при  $\lambda \rightarrow 0$  а также  $\frac{\lambda}{b} \ll 1$  расширения пучка не будет, и можно говорить о световом луче как о геометрической линии, направление которой совпадает с

направлением распространения световой энергии. Таким образом, геометрическая оптика представляет собой предельный случай волновой оптики, при котором длина световой волны является малой величиной по сравнению с характерными размерами элементов оптических систем (линз, зеркал и т.п.). Однако при рассмотрении более тонких вопросов, таких, как распределение интенсивности вблизи фокуса, определение разрешающей силы (когда условие  $\frac{\lambda}{b} \ll 1$  не выполняется), приходится учитывать влияние явления дифракции.

*Основу геометрической оптики составляют четыре закона: закон прямолинейного распространения света, независимого распространения световых пучков, отражения и преломления.*

В соответствии с законом прямолинейного распространения свет между двумя точками в однородной среде распространяется по прямой, соединяющей эти точки. Следует иметь в виду, что этот закон выполняется только при соблюдении условия (1).

В геометрической оптике предполагается, что световые пучки при пересечении или наложении не влияют друг на друга. Это утверждение составляет закон независимости световых пучков. Световой пучок, прошедший через какую-нибудь область пространства, выходит из нее одним и тем же, независимо от того, заполнена она другим светом или не заполнена. Закон независимости световых пучков обычно дополняют утверждением, определяющим совместное действие световых пучков при их наложении. Оно состоит в том, что освещенность экрана, создаваемая несколькими световыми пучками, равна сумме освещенностей, создаваемых каждым источником в отдельности. Теория интерференции показывает, что это утверждение будет выполняться лишь при полной некогерентности световых пучков.

В соответствии с законом отражения, луч падающий, отраженный и нормаль к границе раздела, проведенная в точку падения, лежат в одной плоскости, причем угол падения равен углу отражения:  $\varphi = \varphi'$  (рис. 1). Угол падения, как и угол отражения, отсчитывается от нормали к лучу.

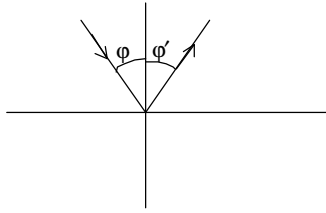


Рис. 1. Отражение луча на границе раздела двух сред

В соответствии с законом преломления, *луч падающий, преломленный и нормаль к границе раздела, проведенная в точку падения, лежат в одной плоскости, причем отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно отношению абсолютного показателя преломления второй среды к показателю преломления первой среды, т.е.*

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = n_{21},$$

где  $n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$ ;  $n_1, n_2$  – абсолютные показатели преломления 1-й и 2-й среды соответственно (рис. 2). Угол преломления также отсчитывается от нормали к лучу.

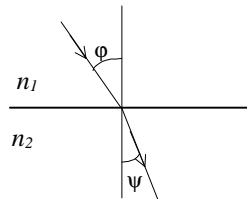


Рис. 2. Преломление луча на границе раздела двух сред

Рассмотрим основные понятия геометрической оптики. Светящейся точкой называют источник излучения с исчезающе малыми размерами. Если лучи исходят из одной точки, то такой пучок называют *гомоцентрическим*, т.е. имеющим общий центр (рис. 3). Если после преломления или отражения гомоцентрический пучок, исходящий из точки  $A_1$ , снова превращается световым пучком, сходящимся в точке  $A_2$ , то  $A_2$  называют *изображением* точки  $A_1$  (рис.

4а). Если же в точке  $A_2$  пересекаются не сами лучи, а их продолжения, проведенные в направлении, обратном направлению распространения света, то  $A_2$  называют *мнимым изображением* точки  $A_1$  (рис. 4б). Все пространство, где распространяются лучи, делится на *пространство предметов* и *пространство изображений*. Если пучок света после прохождения через оптическую систему сохраняет гомоцентричность, то каждая точка предмета в пространстве изображений будет отображаться также одной точкой. Такие изображения называются *точечными* или *стигматическими*. Сами точки называют *сопряженными*.

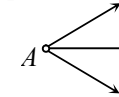


Рис. 3. Гомоцентрический пучок

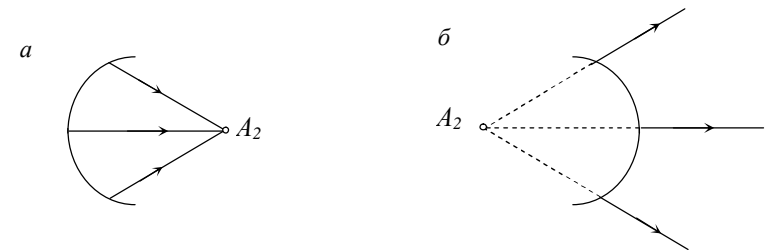


Рис. 4. Получение действительного (а) и мнимого (б) изображения

Основной задачей геометрической оптики является построение изображения при известном положении предмета на основании знания свойств оптической системы.

## 2. Преломление света на сферической поверхности

Основным элементом оптических систем является сферическая преломляющая (или отражающая) поверхность. Рассмотрим преломление света при его прохождении через сферическую поверхность радиуса кривизны  $R$  (рис.5), делящую две среды с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$ .

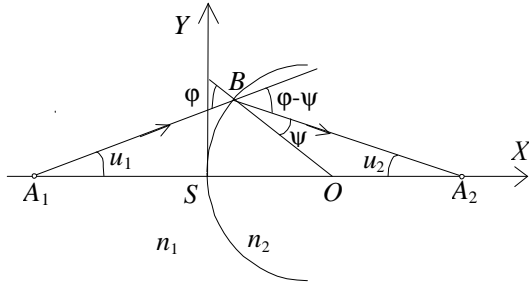


Рис. 5. Преломление света на сферической поверхности.

Пусть  $A_1$  — точка предмета,  $O$  — центр кривизны поверхности. Прямая, проходящая через центр кривизны, называется *главной оптической осью*. Примем ее за координатную ось  $X$ . Начало координат поместим в точку  $S$  поверхности. Абсциссу будем считать положительной, если направление отсчета совпадает с направлением распространения света вдоль оси  $X$ . Ордината точки будет положительной, если она лежит выше оси, и отрицательной, если соответствующая точка лежит ниже.

Из рисунка видно, что площадь треугольника  $A_1BA_2$  равна сумме площадей треугольников  $A_1BO$  и  $OBA_2$ , т.е. с учетом правил знаков

$$-\frac{A_1B \cdot BO}{2} \sin \varphi + \frac{BO \cdot BA_2}{2} \sin \psi = -\frac{A_1B \cdot BA_2}{2} \sin(\varphi - \psi) \quad (2)$$

же  $A_1B \approx A_1S = a_1$ ,  $BA_2 \approx SA_2 = a_2$ . С учетом сделанных приближений, обозначив  $BO = R$ , запишем равенство (2) в виде:

$$-a_1 R \varphi + a_2 R \psi = -a_1 a_2 (\varphi - \psi). \quad (3)$$

Закон преломления луча  $AB$  в параксиальном приближении имеет вид  $n_1 \varphi = n_2 \psi$ , поэтому после несложных преобразований равенство (3) можно представить в виде соотношения

$$-\frac{n_1}{a_1} + \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}, \quad (4)$$

которое представляет уравнение нулевого луча. Из (4) следует, что

$$n_1 \left( \frac{1}{a_1} - \frac{1}{R} \right) = n_2 \left( \frac{1}{a_2} - \frac{1}{R} \right) = Q. \quad (5)$$

Выражение (5) показывает, что произведение  $n \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{R} \right)$  при преломлении (на границе раздела двух сред) сохраняет свою величину. Его называют *нулевым инвариантом Аббе*.

Из (4) и (5) следует, что при заданном значении  $a_1$  независимо от угла  $u_1$  значение  $a_2$  определяется однозначно, т.е. для параксиальных лучей гомоцентрический пучок после преломления на сферической границе раздела остается гомоцентрическим. Точка  $A_2$  является стигматическим изображением точки  $A_1$ .

Из формулы (4) следует, что, если источник удален от сферической поверхности на бесконечность (рис. 6), т.е. расстояние  $a_1 \rightarrow \infty$ , то

$$\frac{n_2}{a_2} = \frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{1}{f_2},$$

т.е.

$$\frac{1}{a_2} = \frac{1}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 R}. \quad (6)$$

Положение изображения, соответствующее этому случаю, называется задним (вторым) *фокусом* сферической поверхности (точка  $F_2$  на рис.6). Расстояние  $f_2$  от поверхности до фокуса носит название заднего (второго) *фокусного расстояния*. Величина, обратная фокусному расстоянию, называется *оптической силой* преломляющей поверхности. Плоскость, проходящая через фокус перпендикулярно главной оптической оси, является *фокальной*

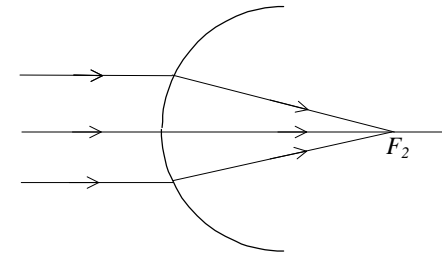
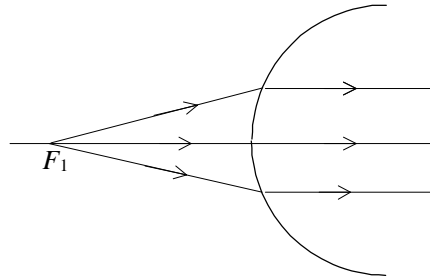


Рис. 6. Положение второго (заднего) фокуса сферической преломляющей поверхности

плоскостью.

Аналогично, при некотором положении источника лучи после преломления на сферической поверхности будут распро-



**Рис. 7.** Положение первого (переднего) фокуса сферической преломляющей поверхности

страняться параллельно оптической оси (рис. 7).

В таком случае  $a_2 = \infty$ . Из соотношения (4) следует, что необходимое для этого расстояние от источника до преломляющей поверхности будет равно

$$-\frac{1}{a_1} = \frac{1}{f_1} = \frac{n_2 - n_1}{n_1 R}.$$

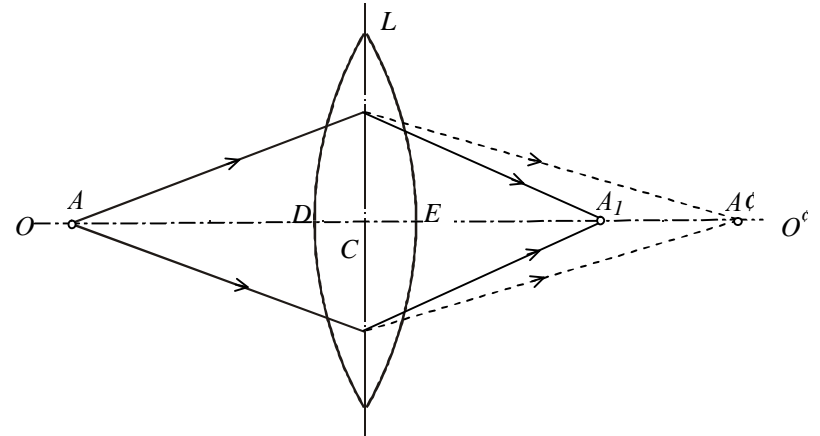
### 3. Тонкая линза

Рассмотрим преломление света в тонкой линзе, находящейся в воздухе. *Линзой* называют прозрачное тело, ограниченное с двух сторон сферическими поверхностями. Линза будет являться тонкой, если ее толщина  $DE$  много меньше радиусов кривизны ее поверхностей (рис.8). Для лучей, преломившихся на первой поверхности, имеем

$$\frac{n_1}{a_1} - \frac{n_1}{a'_1} = \frac{n_2 - n_1}{R_1},$$

где  $a'_1$  – расстояние от первой преломляющей поверхности до изображения  $A\zeta$ ,  $R_1$  – радиус кривизны первой поверхности. В на-

шем случае  $n_1=1$ ,  $n_2=n$ . Промежуточное изображение  $A'$  будем рассматривать как предмет при преломлении света на второй сферической поверхности линзы. Изображение  $A_1$ , получающееся при таком преломлении, и будет окончательным изображением точки  $A$  в тонкой линзе.



**Рис.8.** К выводу формулы тонкой линзы

Определим расстояние, на котором получится изображение  $a_2$  от линзы, используя замены:  $n_2 = 1$ ,  $a_1 = a'_1$ ,  $R = R_2$  и  $n_1 = n$

$$\frac{n}{a'_1} - \frac{1}{a_2} = \frac{n-1}{R_2}.$$

Складывая полученное равенство с (6), получим выражение

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f}, \quad (7)$$

которое представляет собой *формулу тонкой линзы*. Величина  $f$  является фокусным расстоянием тонкой линзы:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (8)$$

В выражении (8) радиус кривизны отсчитывается от сферической поверхности к центру кривизны. В случае двояковыпуклой линзы, изображенной на рис. 9, величина  $R_2$ , берется со знаком «минус» и соотношение (8) примет вид

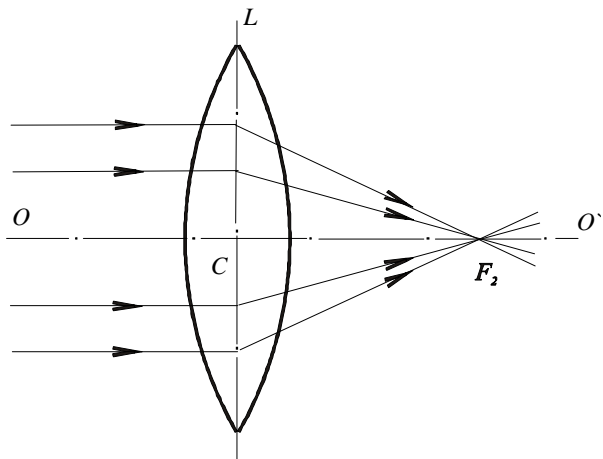


Рис. 9. Положение второго (заднего) фокуса тонкой линзы

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (9)$$

Из формулы (7) следует, что если источник удален от линзы на бесконечность, т.е. расстояние  $a_1 = \infty$ , то  $a_2 = f$ . Положение изображения, соответствующее этому случаю, называется *фокусом* линзы. Расстояние от линзы до фокуса носит название *фокусного расстояния*. Плоскость, проходящая через фокус, перпендикулярно главной оптической оси, называется *фокальной плоскостью* линзы.

При построении падающих и преломленных лучей на плоской границе раздела двух сред надо учитывать, что при переходе луча из оптически менее плотной в оптически более плотную среду угол преломления меньше угла падения, а при обратном направлении — угол преломления больше угла падения. Если при переходе луча из среды оптически более плотной угол падения равен предельному углу полного отражения, то преломленный луч направлен вдоль границы раздела.

Равенство (6) позволяет выбрать удобные для построения изображения лучи. В случае собирающей линзы такими будут

следующие лучи (рис. 10—13).

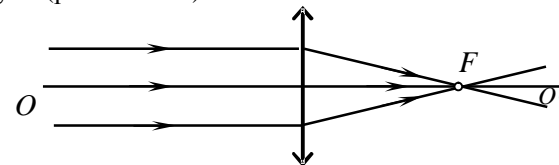


Рис. 10. Ход лучей, параллельных главной оптической оси

При построении падающих и преломленных лучей на плоской границе раздела двух сред надо учитывать, что при переходе луча из оптически менее плотной в оптически более плотную среду угол преломления меньше угла падения, а при обратном направлении — угол преломления больше угла падения. Если при переходе луча из среды оптически более плотной угол падения равен предельному углу полного отражения, то преломленный луч направлен вдоль границы раздела.

1. Луч, параллельный главной оптической оси, после линзы проходит через фокус (рис. 10).

1. Луч, идущий через фокус, после преломления становится параллельным главной оптической оси (рис 11).

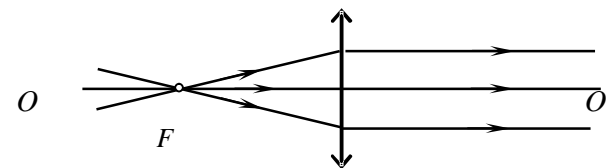
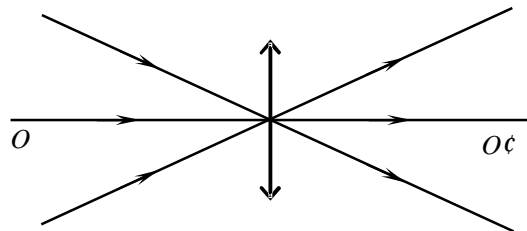


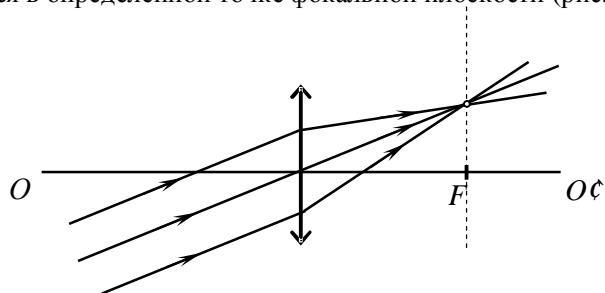
Рис. 11. Ход лучей, проходящих через фокус линзы



**Рис. 12.** Прохождение лучей через оптический центр линзы

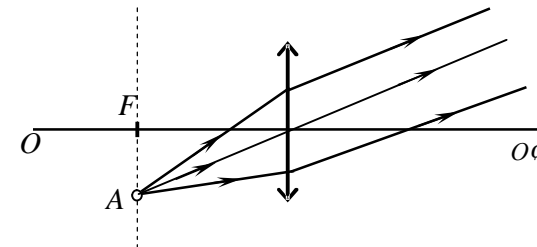
3. Луч, идущий через оптический центр линзы, проходит линзу без преломления (рис. 12).

4. Параллельные лучи после прохождения через линзу пересекаются в определенной точке фокальной плоскости (рис. 13).



**Рис. 13.** Прохождение параллельных лучей через линзу

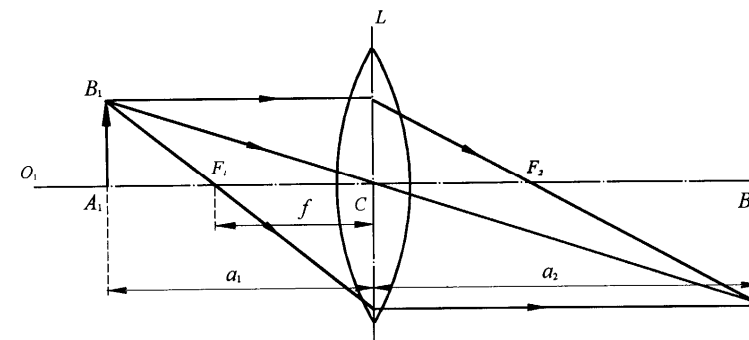
5. Лучи, исходящие из некоторой точки фокальной поверхности, после прохождения через линзу будут параллельными (рис. 14).



**Рис. 14.** Прохождение через линзу лучей, исходящих из точки фокальной поверхности

Так как центральную часть линзы для узких пучков можно уподобить плоскопараллельной пластине, то пренебрежение толщиной линзы означает пренебрежение смещением параллельного пучка, идущего под углом к главной оптической оси. Эту прямую называют *побочной осью*. Эти замечания важны для решения задач на построение изображений.

Для построения изображения предмета необходимо построить изображение его характерных точек. Для построения изображения точки достаточно построить ход двух лучей, исходящих из этой точки, при этом ее изображение будет находиться на пересечении преобразованных лучей (действительное изображение) или их продолжений (мнимое). Изображение в плоском зеркале всегда мнимое. При построении изображений в тонкой линзе использу-



**Рис. 15.** Определение главного фокусного расстояния собирающей линзы по величине  $a_1$  и  $a_2$

ются в основном свойства лучей: параллельных главной оптиче-

ской оси (а), параллельных побочной оптической оси (б) и проходящих через оптический центр (в).

### Практическая часть

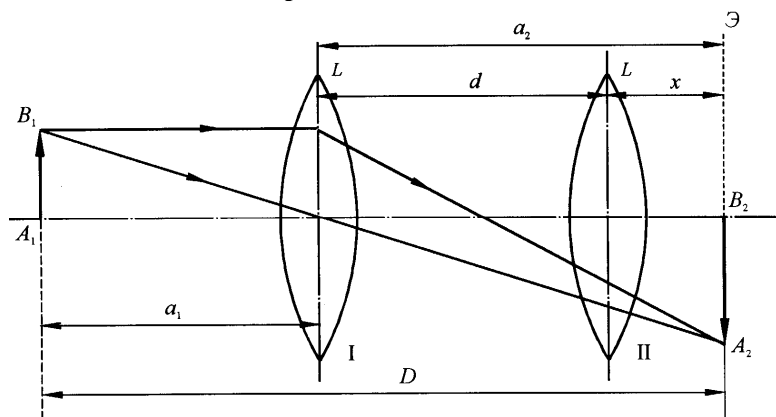


Рис. 16. Определение главного фокусного расстояния собирающей линзы по величине перемещения линзы

### Теория метода и описание установки

Для определения главного фокусного расстояния линз используются оптическая скамья. Предмет (освещенное лампой матовое стекло с нарисованной на нем какой-либо меткой), линзы и экран могут перемещаться вдоль скамьи на ползунках. Предмет, линзы и экран нужно установить так, чтобы их середины лежали на одной прямой, параллельной направляющим оптической скамьи, плоскость экрана была перпендикулярна направляющим оптической скамьи, а ось линзы – параллельна им.

Определение главного фокусного расстояния выпуклой и вогнутой линз производится несколько различно, поэтому рассмотрим эти случаи отдельно.

#### Упражнение 1. Определение главного фокусного расстояния собирающей линзы по величине $a_1$ и $a_2$ .

1. Располагают приборы на оптической скамье как показано на рис.15, где  $A_1B_1$  – предмет,  $L$  – линза,  $A_2B_2$  – изображение.
2. Перемещая линзу  $L$ , находят положение отчетливого изобра-

жения предмета  $AB$  на экране и измеряют величины  $a_1$  и  $a_2$ . Меняя положение экрана и линзы, повторяют измерения три раза.

3. Подставляя в формулу (7) значения  $a_1$  и  $a_2$ , взятые из каждого отдельного опыта, вычисляют фокусное расстояние линзы.

#### Упражнение 2. Определение главного фокусного расстояния собирающей линзы по величине ее перемещения.

Если расстояние между предметом  $A_1B_1$  и экраном  $\mathcal{E}$  больше четырех фокусных расстояний линзы, то, передвигая линзу, можно найти для нее два таких положения  $I$  и  $II$ , при которых на экране получают два резких изображения предмета: одно увеличенное, другое – уменьшенное (рис.16). Оба эти положения будут симметричны относительно точки  $O$ , т.е. относительно середины расстояний между предметами, что видно из следующих соображений. На основании формулы

$$f = \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2} \text{ можем записать для первого положения линзы}$$

$$f = \frac{(D - d - x)(d + x)}{D} \text{ и для второго положения линзы}$$

$$f = \frac{(D - x)x}{D}. \text{ Из этих выражений находим, что } x = \frac{D - d}{2}.$$

Отсюда мы видим, что расстояние от линзы до предмета в первом положении равно расстоянию от нее до изображения во втором положении, или точка  $O$  делит расстояние между первым и вторым положением линзы пополам. Вследствие этого в первом положении линзы ее расстояния до предмета и до его изображения соответственно равны  $a_1 = \frac{D - d}{2}$  и  $a_2 = \frac{D + d}{2}$ .

На основании формулы тонкой линзы имеем

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{D + d} + \frac{2}{D - d}.$$

$$\text{Откуда } f = \frac{(D + d)(D - d)}{4D}.$$

Этот способ определения главного фокусного расстояния является одним из наиболее точных, так как в формулу входят только две величины – расстояние между предметом и экраном и величина перемещения  $d$ . Обе эти величины можно измерить с большей степенью точности, чем расстояние от линзы до предме-

та и его изображения. Последние расстояния следовало бы отсчитывать, строго говоря, от главных плоскостей линзы, но определение положения главных плоскостей довольно затруднительно, вследствие этого расстояние до предмета и его изображения отсчитывают от середины линзы, что вносит в измерения некоторую ошибку.

**Измерения.** Предмет и экран устанавливают так, чтобы между ними было расстояние более четырех фокусных расстояний линзы, величину которого берут из предыдущих измерений. Линзу помещают между предметом и экраном и находят такое ее положение, при котором на экране получается вполне отчетливое изображение предмета, допустим, увеличенное. Это положение линзы отсчитывают. Затем получают второе, резкое уменьшенное изображение предмета. Определив величину перемещения линзы и расстояние между источником света и экраном, находят по формуле главное фокусное расстояние линзы.

Измерения следует проводить не менее трех раз, несколько меняя расстояние  $D$ .

### Упражнение 3. Определение главного фокусного расстояния рассеивающей линзы.

Вогнутая, или рассеивающая, линза дает мнимое изображение. Фокусное расстояние рассеивающей линзы определяют следующим образом.

1. Собирают схему как в первом случае для выпуклой линзы (рис. 17).

2. Замечают точку  $D$  (положение экрана, когда получается резкое изображение предмета, рис. 17).

3. Между собирающей линзой  $L$  и точкой  $D$  помещают рассеивающую линзу  $L_1$ . Опять добиваются резкого изображения предмета на экране, которое из точки  $D$  перейдет в точку  $E$ . Для линзы  $L_1$  предметом является изображение предмета  $A$  в точке  $D$ , даваемое линзой  $L$ .

Пользуясь обратимостью хода лучей в системах линз, можно рассматривать эти лучи света как распространяющиеся из точки  $E$ . Тогда точка  $D$  будет мнимым изображением точки  $E$  (после преломления лучей в линзе  $L_1$ ).

Следовательно, расстояние  $EC = a_1$ ,  $DC = a_2$ . Найдем эти расстояния (не менее трех раз).

4. Найденные значения  $a_1$  и  $a_2$  подставляют в формулу (6). При вычислениях необходимо учесть, что  $a_1$  и  $a_2$  имеют отрица-

тельные знаки.

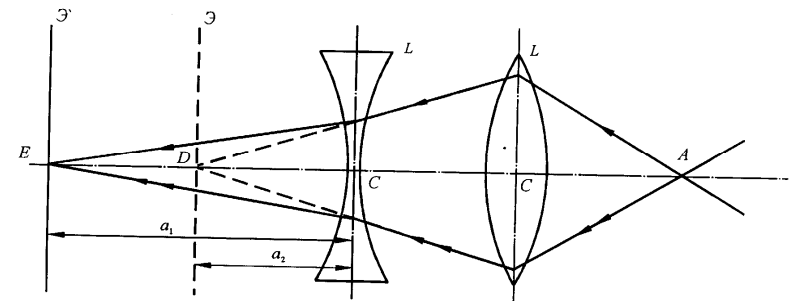


Рис. 17. Определение главного фокусного расстояния рассеивающей линзы

### Контрольные вопросы

1. При каком условии реальный физический пучок света может быть заменен геометрическим лучом?
2. Сформулируйте основные законы геометрической оптики.
3. Какой пучок света называется гомоцентрическим?
4. Какое изображение называется стигматическим?
5. В чем сущность параксиального приближения?
6. Используя параксиальное приближение, получите уравнение нулевого луча для преломления света на сферической поверхности.
7. Какая линза называется тонкой?
8. Выведите формулу тонкой линзы, используя уравнение нулевого луча для преломления света на сферической поверхности.
9. Какими свойствами обладает фокус и каждая точка фокальной поверхности тонкой линзы?
10. Как построить изображение предмета в тонкой линзе?
11. Какой из используемых в лабораторной работе способов определения фокусного расстояния собирающей линзы является наиболее точным? Почему?
12. Как определить фокусное расстояние рассеивающей линзы?
13. Может ли двояковыпуклая линза быть рассеивающей?
14. Чем отличается мнимое изображение от действительного? Можно ли увидеть мнимое изображение? Можно ли получить его на экране?
15. Перечислите основные aberrации линз. Назовите способы их устранения.