

Teorema Bayes

Teori Probabilitas

Onggo Wr

Tugas

- Sebuah survey pada suatu daerah tertentu menunjukkan bahwa 10% pasien tidak puas dengan pelayanan pada suatu RS. Setengah dari mereka bermasalah dengan dokter A. Jika dokter A melayani 40% dari pasien pada daerah tersebut, tentukan probabilitas bahwa:
 - a) Seorang pasien tidak puas dengan suatu pelayanan, jika diketahui ternyata ia dilayani oleh dokter A
 - b) Seorang pasien puas dengan suatu pelayanan, jika diketahui ternyata ia dilayani oleh dokter A

Tugas

- Di suatu wilayah terdapat 120 anak balita, 50% diantaranya adalah laki-laki. Dari 50% anak laki-laki tersebut diambil sampel sebanyak 10%, sedangkan dari anak perempuan diambil sampel sebanyak 15%. Dari sampel anak laki-laki tersebut 50% menderita gizi kurang, sedangkan dari sampel anak perempuan terdapat 11% gizi kurang. Bila dari semua sampel anak balita diambil seorang dengan acak sederhana dan diperoleh anak perempuan. Berapa peluang anak tersebut menderita gizi kurang?

Tugas

- The New York State Health Department reports a 10% rate of the HIV virus for the “at-risk” population. Under certain conditions, a preliminary screening test for the HIV virus is correct 95% of the time. (Subjects are not told that they are HIV infected until additional tests verify the results.) If someone is randomly selected from the at-risk population, what is the probability that they have the HIV virus if it is known that they have tested positive in the initial screening?

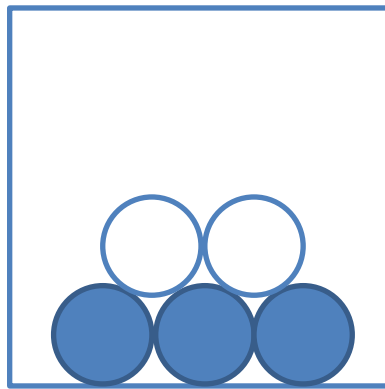
Pendahuluan

- Setelah mempelajari probabilitas bersyarat, ada beberapa kondisi yang mempertanyakan bagaimana cara menghitung probabilitas dari kejadian awal jika justru diketahui probabilitas dari kejadian-kejadian berikutnya.

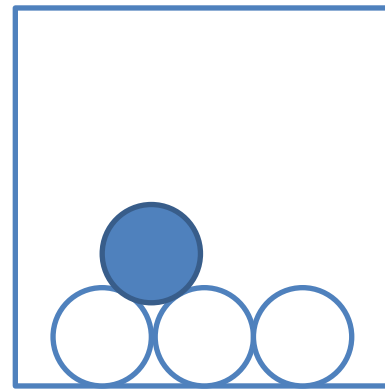
Contoh 1

- Di dalam kotak pertama terdapat 3 bola Biru dan 2 bola Putih. Di dalam kotak kedua terdapat 1 bola Biru dan 3 bola Putih. Sebuah dadu dilempar secara acak satu kali.
- Jika pada dadu muncul angka 1 atau 2, maka sebuah bola akan diambil secara acak dari kotak pertama, jika muncul angka lain sebuah bola akan secara acak diambil dari kotak kedua.
- Seandainya yang terambil adalah bola warna Biru, maka berapa probabilitas bahwa
 - Bola tersebut diambil dari kotak pertama?
 - Bola tersebut diambil dari kotak kedua?

Contoh 1



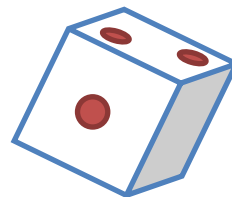
1



2



1 atau 2

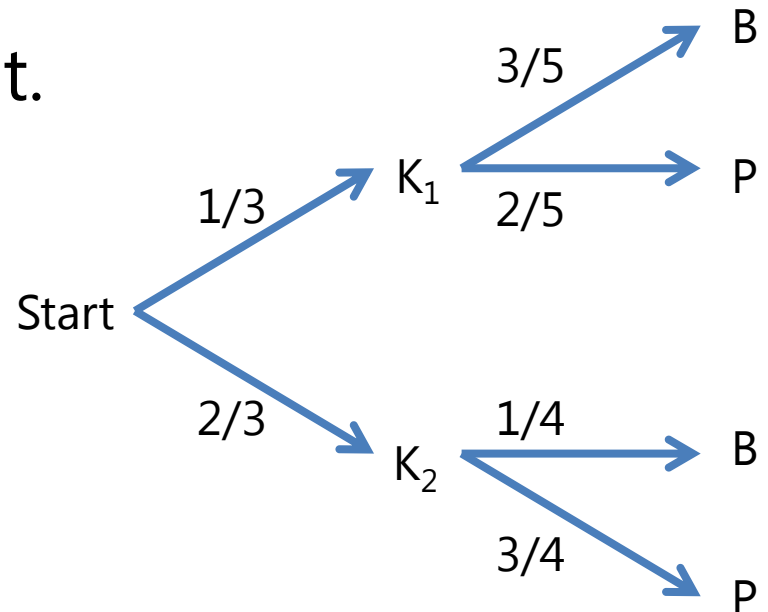


3, 4, 5, 6

Contoh 1 (jawab)

Jawab

- Misal K_1 = kotak 1, K_2 = kotak 2, B = bola Biru, P = bola Putih.
- $P(K_1) = \frac{1}{3}$, $P(B|K_1) = \frac{3}{5}$, dst.
- Diagram pohon:



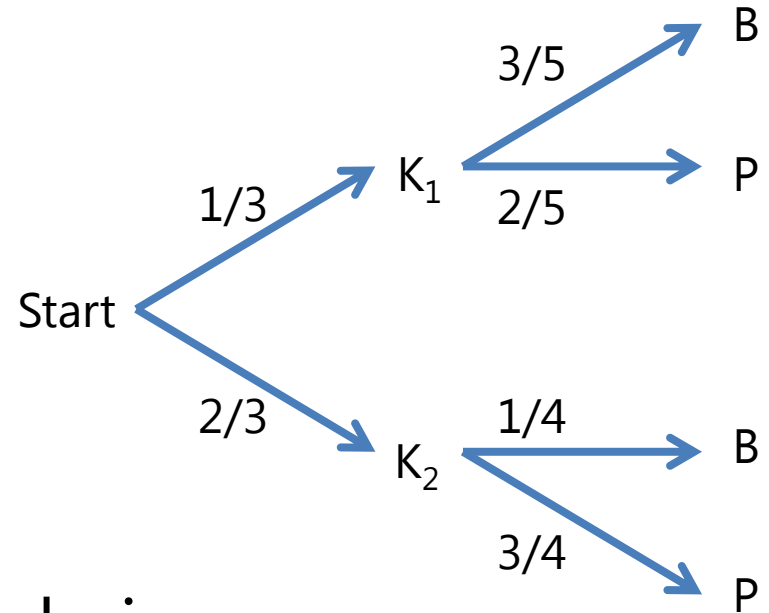
Contoh 1 (jawab)

- Akan dicari nilai $P(K_1|B)$,
- Dari rumus kejadian ber-syarat,

$$P(K_1|B) = \frac{P(K_1 \cap B)}{P(B)}$$

Karena B merupakan ujung dari dua cabang K_1 dan K_2 , maka

$$P(B) = P(K_1 \cap B) + P(K_2 \cap B)$$

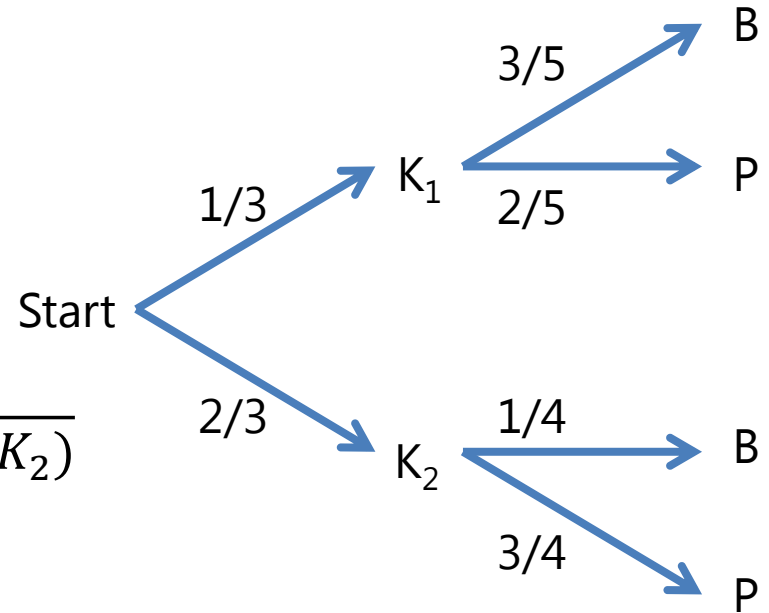


Contoh 1 (jawab)

- Sehingga,

$$P(K_1|B) = \frac{P(K_1 \cap B)}{P(K_1 \cap B) + P(K_2 \cap B)}$$

$$P(K_1|B) = \frac{P(B|K_1)P(K_1)}{P(B|K_1)P(K_1) + P(B|K_2)P(K_2)}$$



Cukup ingat bahwa,

$P(B|K_1)P(K_1)$ = perkalian dari cabang probabilitas menuju B melalui K_1 .

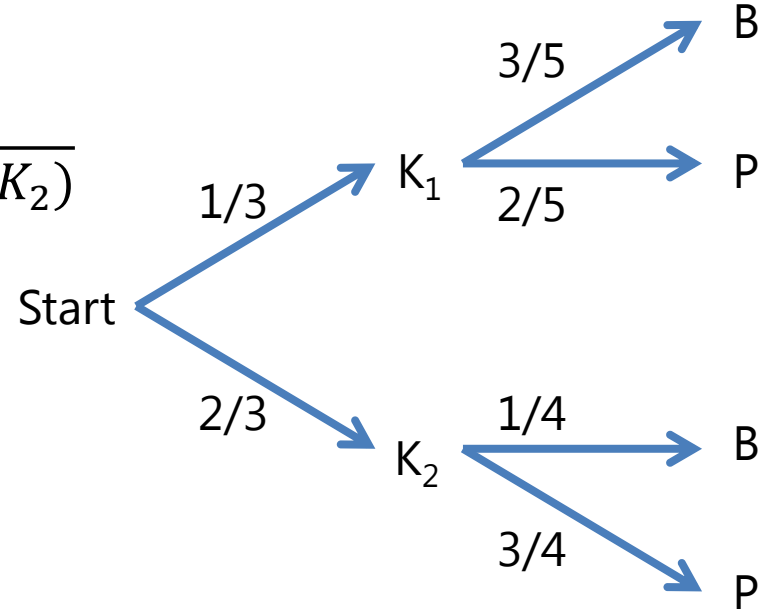
$P(B|K_2)P(K_2)$ = perkalian dari cabang probabilitas menuju B melalui K_2 .

Contoh 1 (jawab)

- Sehingga,

$$P(K_1|B) = \frac{P(B|K_1)P(K_1)}{P(B|K_1)P(K_1) + P(B|K_2)P(K_2)}$$

$$P(K_1|B) = \frac{\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{2}{3}\right)}$$



Tugas

- Dari 1000 orang di Depok, diketahui melalui tes konvensional, 8% menderita TBC. Dengan menggunakan tes modern, melalui uji jaringan kulit didapat data sebagai berikut: hasil tes positif didapat pada 96% penderita TBC, dan hasil tes positif tersebut didapat juga pada 2% non penderita.
 - Berapa besar tingkat *false positive result* dari tes modern ini?
 - Seseorang dipilih secara acak, berapa prob bahwa org tersebut menderita TBC jika hasil tes modern menunjukkan hasil positif?

Tugas

- Sebuah riset psikologi menunjukkan bahwa pria dan wanita memiliki kecenderungan berbeda dalam merespon suatu keadaan. 70% wanita merespon positif sedangkan pada pria hanya 40% yang merespon secara positif. Pada suatu kelas terdapat 36 wanita dan 12 pria lalu mereka dihadapkan pada keadaan tersebut, lalu respon mereka diamati. Jika seseorang dipilih secara acak dan ia merespon negatif, berapa probabilitas bahwa ternyata ia seorang pria?

Review (1)

- There are 3 bakers who all make brownies. Aunt Jemima makes 25% of the brownies, while Betty Crocker makes 45% and Timothy Leary makes 30%. Everyone makes mistakes though: Aunt Jemima burns 2% of her brownies, while Betty and Timothy burn 4% and 5% of theirs, respectively.
 - a) What is the probability that a certain brownie is burned?
 - b) Given that a brownie has been burned, what is the probability that it was baked by Betty Crocker?
 - c) Given that a brownie is not burned, what is the probability that it was baked by Timothy Leary?

Review (2)

- The table shows the percentages of various groups of the U.S. population in 2004 based on age and sex.

Age Group	Percent of Population	Percent Male
Under 19 years	28%	51%
Between 20 and 64 years	60%	49%
Over 64 years	12%	42%

- If a person is chosen at random, what is the probability that the person is male?
- A randomly chosen person is male. What is the probability that he is over 64 years old?

Review (3)

- The victims of a certain disease being treated at Wake Medical Center are classified annually as follows: cured, in temporary remission, sick, or dead from the disease. Once a victim is cured, he is permanently immune. Each year, those in remission get sick again with probability $1/4$, are cured with probability $1/2$, and stay in remission with probability $1/4$. Those who are sick are cured, go into remission, or die from the disease with probability $1/3$ each.
 - a) Find the transition matrix.
 - b) If a victim is now in remission, find the probability he is still alive in two years.