



Politechnika  
Wrocławska

WYDZIAŁ ELEKTRONIKI, FOTONIKI I MIKROSYSTEMÓW

---

SPD

## Problem wielomaszynowy

---

Członkowie grupy:    Aleksander Biskup, 264346  
                              Eryk Sikora, 263453

Prowadzący zajęcia:   dr inż. Agnieszka Wielgus  
Grupa zajęciowa:        Środa 11<sup>15</sup> – 13<sup>00</sup>

9 maja 2024

# 1 Opis problemu

Danych jest kilka zadań typu: danych jest  $m$  maszyn oraz zbiór  $J=1,2,3,\dots,j,\dots,N$  zadań. Zadania charakteryzują się różnymi czasami potrzebnymi na ich wykonanie, są dostępne w każdej chwili oraz nie posiadają czasu stygnięcia. Maszyny na których są wykonywane są jednakowe, to samo zadanie będzie wykonywać się dokładnie tyle samo na każdej z nich. Kryterium  $C_{max}$  równoznaczne jest z czasem wykonania wszystkich zadań na maszynie pracującej dłużej.

# 2 Opis przeprowadzonego eksperymentu

Do realizacji zadania zaimplementowano następujące algorytmy:

- Algorytm LSA dla dowolnej liczby maszyn.
- Algorytm LPT dla dowolnej liczby maszyn.
- Przegląd zupełny dla dowolnej liczby maszyn.
- Algorytm PTAS dla dowolnej liczby maszyn.
- Programowanie dynamiczne dla dwóch maszyn.
- Algorytm FPTAS dla dwóch maszyn.

Badania zostały podzielone na trzy części w zależności od ilości maszyn.

## 2.1 Podział zadań na dwie maszyny

Rozm. instancji [przedział p_j]	Wartość LSA	Błąd LSA	Czas LSA	Wartość LPT	Błąd LPT	Czas LPT	Wartość PD	Czas PD	Wartość przegląd zupełny	Czas przegląd zupełny
2/10 [1-10]	26	0%	45	28	8%	29	26	31	26	1445
2/10 [10-20]	83	5%	49	82	4%	24	79	50	79	1463
2/10 [50-100]	421	2%	49	422	2%	29	414	130	414	1448
2/20 [1-10]	63	7%	64	61	3%	38	59	51	59	2162561
2/20 [10-20]	154	1%	114	155	1%	66	153	102	153	2175332
2/20 [50-100]	816	2%	67	808	1%	37	798	427	798	2160409
2/50 [1-10]	144	0%	113	145	1%	81	144	367	-	-
2/50 [10-20]	379	1%	75	377	1%	54	375	690	-	-
2/50 [50-100]	1944	1%	72	1933	0%	57	1924	3230	-	-

Tabela 1: Wartość kryterium, w nawiasach kwadratowych błąd względny (w %) oraz czas działania zaimplementowanych algorytmów dla dwóch maszyn.

2

Rozm. instancji [przedział p_j]	Wartość PTAS $K=n/2$	Czas PTAS $K=n/2$	Wartość PTAS $K=2n/3$	Czas PTAS $K=2n/3$	Wartość PTAS $K=3n/4$	Czas PTAS $K=3n/4$
2/10 [1-10]	28	106	27	59	27	61
2/10 [10-20]	83	91	81	59	99	60
2/10 [50-100]	443	83	471	59	558	61
2/20 [1-10]	61	99	62	67	71	66
2/20 [10-20]	160	99	174	67	209	68
2/20 [50-100]	800	99	950	67	1121	66
2/50 [1-10]	147	92	146	91	164	91
2/50 [10-20]	382	90	437	90	506	88
2/50 [50-100]	1962	91	2320	91	2662	93

Tabela 2: Wartość kryterium, w nawiasach kwadratowych błąd względny (w %) oraz czas działania zaimplementowanych algorytmów dla dwóch maszyn.

Rozm. instancji [przedział p <sub>j</sub> ]	Wartość FPTAS K=2	Czas FPTAS K=2	Wartość FPTAS K=3	Czas FPTAS K=3	Wartość FPTAS K=4	Czas FPTAS K=4
2/10 [1-10]	28	33	30	29	32	31
2/10 [10-20]	81	42	79	39	81	38
2/10 [50-100]	415	80	417	65	418	61
2/20 [1-10]	60	50	62	47	66	47
2/20 [10-20]	155	74	158	65	153	57
2/20 [50-100]	801	223	798	166	798	128
2/50 [1-10]	145	145	153	123	159	111
2/50 [10-20]	375	257	377	198	377	181
2/50 [50-100]	1924	1074	1928	750	1927	714

Tabela 3: Wartość kryterium, w nawiasach kwadratowych błąd względny (w %) oraz czas działania zaimplementowanych algorytmów dla dwóch maszyn.

## 2.2 Podział zadań na trzy maszyny

Rozm. instancji [przedział p <sub>j</sub> ]	Wartość LSA	Błąd LSA	Czas LSA	Wartość LPT	Błąd LPT	Czas LPT	Wartość przegląd zupełny	Czas przegląd zupełny
3/10 [1-10]	19	6%	55	21	17%	33	18	87716
3/10 [10-20]	57	8%	61	62	17%	31	53	87068
3/10 [50-100]	308	3%	55	329	10%	34	300	87061
3/20 [1-10]	42	-	61	43	-	56	-	-
3/20 [10-20]	105	-	81	108	-	46	-	-
3/20 [50-100]	560	-	59	566	-	38	-	-
3/50 [1-10]	97	-	88	99	-	63	-	-
3/50 [10-20]	251	-	87	256	-	61	-	-
3/50 [50-100]	1324	-	83	1316	-	61	-	-

Tabela 4: Wartość kryterium, w nawiasach kwadratowych błąd względny (w %) oraz czas działania zaimplementowanych algorytmów dla trzech maszyn.

Rozm. instancji [przedział $p_j$ ]	Wartość PTAS $K=n/2$	Czas PTAS $K=n/2$	Wartość PTAS $K=2n/3$	Czas PTAS $K=2n/3$	Wartość PTAS $K=3n/4$	Czas PTAS $K=3n/4$
3/10 [1-10]	20	66	18	83	25	65
3/10 [10-20]	63	67	81	66	99	65
3/10 [50-100]	385	72	471	65	558	66
3/20 [1-10]	42	78	55	91	71	72
3/20 [10-20]	126	80	174	73	209	74
3/20 [50-100]	702	79	950	73	1121	73
3/50 [1-10]	100	130	131	103	164	99
3/50 [10-20]	306	109	437	101	506	123
3/50 [50-100]	1675	105	2320	103	2662	96

Tabela 5: Wartość kryterium, w nawiasach kwadratowych błąd względny (w %) oraz czas działania zaimplementowanych algorytmów dla trzech maszyn.

## 2.3 Podział zadań na cztery maszyny

Rozm. instancji [przedział $p_j$ ]	Wartość LAS	Błąd LSA	Czas działania LSA	Wartość LPT	Błąd LPT	Czas działania LPT	Wartość przegląd zupełny	Czas działania przegląd zupełny
4/10 [1-10]	15	0%	56	18	20%	33	15	1653900
4/10 [10-20]	49	20%	60	50	22%	38	41	1627829
4/10 [50-100]	248	5%	63	249	6%	52	236	1625881
4/20 [1-10]	33	-	68	32	-	43	-	-
4/20 [10-20]	81	-	65	81	-	43	-	-
4/20 [50-100]	439	-	69	413	-	41	-	-
4/50 [1-10]	74	-	94	76	-	82	-	-
4/50 [10-20]	190	-	96	196	-	67	-	-
4/50 [50-100]	980	-	110	1006	-	67	-	-

Tabela 6: Wartość kryterium, w nawiasach kwadratowych błąd względny (w %) oraz czas działania zaimplementowanych algorytmów dla czterech maszyn.

Rozm. instancji [przedział $p_j$ ]	Wartość PTAS $K=n/2$	Czas działania PTAS $K=n/2$	Wartość PTAS $K=2n/3$	Czas działania PTAS $K=2n/3$	Wartość PTAS $K=3n/4$	Czas PTAS $K=3n/4$
4/10 [1-10]	18	73	18	70	25	81
4/10 [10-20]	63	70	81	75	99	72
4/10 [50-100]	385	72	471	73	558	72
4/20 [1-10]	34	78	55	82	71	80
4/20 [10-20]	126	81	174	83	209	80
4/20 [50-100]	702	80	950	76	1121	81
4/50 [1-10]	76	132	131	108	164	105
4/50 [10-20]	306	110	437	109	506	103
4/50 [50-100]	1675	108	2320	111	2662	107

Tabela 7: Wartość kryterium, w nawiasach kwadratowych błąd względny (w %) oraz czas działania zaimplementowanych algorytmów dla czterech maszyn.

### 3 Wnioski

- Przegląd zupełny jest algorytmem dokładnym ale nie optymalnym i w problemie dwu maszynowym w "sensownym czasie" jest w stanie rozdzielić do około 22 zadań. W problemie trzy i więcej maszynowym górną granicą jego zastosowania jest 10 zadań.
- W algorytmie PTAS wraz ze wzrostem wartości współczynnika  $K$  obliczanego w oparciu o ilość zadań maleje jego dokładność, lecz dla większości przypadków zmniejsza się czas jego wykonania.
- Na ogół, algorytm FPTAS bazujący na rozdziale zadań w oparciu o programowanie dynamiczne daje lepsze wyniki oraz działa szybciej niż algorytm PTAS.
- Algorytmy LSA oraz LPT dają wyniki na ogół zbliżone do przeglądu zupełnego jednak wykonują się wielokrotnie szybciej od niego oraz są prostsze w implementacji. Mogą znaleźć zastosowanie w zadaniach gdzie najważniejszy jest czas działania oraz prostota, a dokładność obliczonego kryterium nie jest aż tak kluczowa.