

目錄

第一章	前言	1
第二章	理論推導	2
2.1	位置分析	3
2.1.1	各桿件之角位置分析	3
2.1.2	各桿件質心位置	5
2.1.3	彈簧長度分析	6
2.2	速度分析	6
2.2.1	各桿件之角速度分析	6
2.2.2	桿件質心速度與節點速度分析	8
2.2.3	阻尼器速度變化率	9
2.3	加速度分析	9
2.3.1	各桿件之角加速度分析	9
2.3.2	桿件質心速度與節點速度分析	11
第三章	結果與討論	12
3.1	Matlab 程式輸出圖表	12
3.1.1	各桿件位置分析	12
3.1.2	彈簧長度輸出圖表	13
3.1.3	運動係數分析結果	14

3.1.4	各桿件角速度分析結果	15
3.1.5	各桿件質心速度分析結果	16
3.1.6	運動係數微分之分析結果	18
3.1.7	各桿件角加速度分析結果	18
3.1.8	各桿件質心速度分析結果	20
3.2	Recurdyn 模擬驗證.....	21
3.2.1	角速度驗證	22
3.2.2	角加速度驗證	23
3.2.3	滑塊速度以及滑塊加速度	24
3.3	多邊形圖解法驗證	24
3.3.1	87 度之位置圖解法	25
3.3.2	87 度之速度圖解法	26
3.3.3	87 度之加速度圖解法	27
3.3.4	306 度之位置圖解法	28
3.3.5	306 度之速度圖解法	29
3.3.6	306 度之加速度圖解法	30
3.3.7	圖解法結果討論	31
第四章	結論與建議	31
第五章	參考文獻	31

圖目錄

圖 2- 1 六連桿沖床機構向量迴路分析	2
圖 3- 1 桿 2 位置分析圖.....	12
圖 3- 2 桿 3 位置分析圖.....	12
圖 3- 3 桿 4 位置分析圖.....	13
圖 3- 4 桿 5 位置分析圖.....	13
圖 3- 5 桿 6 位置分析圖.....	13
圖 3- 6 桿 7 位置分析圖.....	13
圖 3- 7 彈簧長度變化圖.....	14
圖 3- 8 運動係數 h_3	14
圖 3- 9 運動係數 h_4	14
圖 3- 10 運動係數 h_6	15
圖 3- 11 運動係數 f_5	15
圖 3- 12 桿 3 對 θ_2 之角速度.....	15
圖 3- 13 桿 4 對 θ_2 之角速度.....	15
圖 3- 14 桿 6 對 θ_2 之角速度.....	16
圖 3- 15 桿 5 對 θ_2 之速度.....	16
圖 3- 16 桿 3 對 θ_2 之質心速度.....	17
圖 3- 17 桿 4 對 θ_2 之質心速度.....	17

圖 3- 18 桿 6 對 θ_2 之質心速度.....	17
圖 3- 19 阻尼器對 θ_2 之位置變化率.....	17
圖 3- 20 運動係數 h_3'	18
圖 3- 21 運動係數 h_4'	18
圖 3- 22 運動係數 h_6'	18
圖 3- 23 運動係數 f_5'	18
圖 3- 24 桿 3 對 θ_2 之角加速度.....	19
圖 3- 25 桿 4 對 θ_2 之角加速度.....	19
圖 3- 26 桿 6 對 θ_2 之角加速度.....	19
圖 3- 27 桿 5 對 θ_2 之加速度.....	19
圖 3- 28 桿 3 對 θ_2 之質心加速度.....	20
圖 3- 29 桿 4 對 θ_2 之質心加速度.....	20
圖 3- 30 桿 6 對 θ_2 之質心加速度.....	20
圖 3- 31 Recurdyn 模型圖	21
圖 3- 32 桿 3 角速度比較圖.....	22
圖 3- 33 桿 4 角速度比較圖.....	22
圖 3- 34 桿 6 角速度比較圖.....	22
圖 3- 35 桿 3 角加速度比較圖.....	23
圖 3- 36 桿 4 角加速度比較圖.....	23
圖 3- 37 桿 6 角加速度比較圖.....	23

圖 3- 38 滑塊速度比較圖.....	24
圖 3- 39 滑塊加速度比較圖.....	24
圖 3- 40 $\theta_2=87^\circ$ 位置向量圖.....	25
圖 3- 41 $\theta_2=87^\circ$ 速度封閉多邊形圖.....	26
圖 3- 42 $\theta_2=87^\circ$ 速度封閉多邊形圖.....	27
圖 3- 43 $\theta_2=306^\circ$ 位置向量圖.....	28
圖 3- 44 $\theta_2=306^\circ$ 速度封閉多邊形圖.....	29
圖 3- 45 $\theta_2=306^\circ$ 速度封閉多邊形圖.....	30

表目錄

表 3.1 $\theta_2 = 87^\circ$ 之各桿件角速度誤差表	26
表 3.2 $\theta_2 = 87^\circ$ 之各桿件角加速度誤差表	27
表 3.3 $\theta_2 = 306^\circ$ 之各桿件角速度誤差表	29
表 3.4 $\theta_2 = 306^\circ$ 之各桿件角加速度誤差表	30

第一章 前言

本文主要探討一六連桿沖床機構的運動分析，在輸入桿低、中、高轉速下，分析各桿件的角位移、角速度以及角加速度，在以此結果求出各桿件質心之位置、速度以及加速度，進而探討沖床機構上的彈簧與阻尼器的變化情形。

本文第二章使用向量迴路法和運動係數法來對此機構做運動分析，可以得到不同桿件的運動方程式，包含位置、速度、加速度，利用二年級機動學課程之所學，求得所有桿件、接點以及質心的運動特性，並且比較各個運動係數對輸入角度的關係圖，大幅降低了動力分析的複雜性。

在輸入不同的動力源進行分析後，第三章將所有桿件、接點、質心、彈簧和阻尼器的分析結果以 Matlab 繪圖呈現，接著利用商用軟體 Recurdyn 和圖解法來驗證以確保其正確性。最後，在第四章中將整合以上的分析和結果進行討論，做出結論與建議。

第二章 理論推導

本章節利用機動課程之所學，向量迴路法(Vector Loop Approach)，求出各桿件的角位置、角速度、角加速度，進而求出桿件質心之位置、速度、加速度，將向量迴路法的 x 、 y 分量之方程式對 θ_2 微分，得到各桿件對 θ_2 微分的運動係數 h_3 、 h_4 、 h_6 、 f_5 ；再將上述的運動係數對 θ_2 微分，即可得到二次微分運動係數 h'_3 、 h'_4 、 h'_6 、 f'_5 。

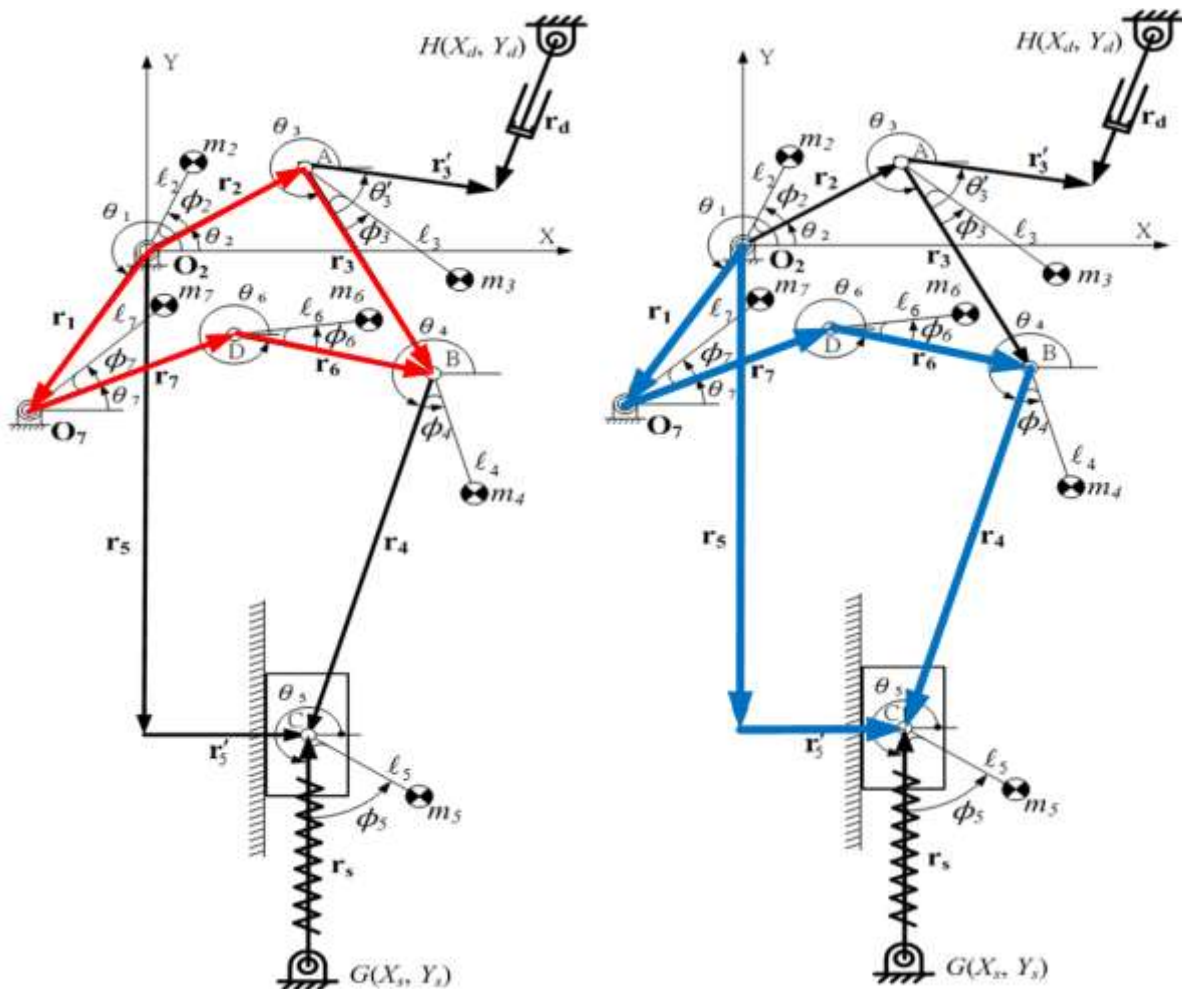


圖 2-1 六連桿沖床機構向量迴路分析

2.1 位置分析

分析輸入桿在不同的角度時之各桿件的角位置，並且利用角位置算出各節點的位置座標，角位置分析結果往後會應用於角速度、角加速度分析過程中，位置座標分析結果往後會應用於速度、加速度分析過程中。

2.1.1 各桿件之角位置分析

利用向量迴路法分析圖 2-1 的第一迴圈，可得迴圈關係式：

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_3 = \vec{r}_1 + \vec{r}_7 + \vec{r}_6 \quad (2-1)$$

將式(2-1)分成卡式座標之 x 、 y 方向分量可得：

$$r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 = r_1 \cos \theta_1 + r_7 \cos \theta_7 + r_6 \cos \theta_6 \quad (2-2)$$

$$r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 = r_1 \sin \theta_1 + r_7 \sin \theta_7 + r_6 \sin \theta_6 \quad (2-3)$$

移項可得：

$$r_3 \cos \theta_3 = r_1 \cos \theta_1 - r_2 \cos \theta_2 + r_6 \cos \theta_6 + r_7 \cos \theta_7 \quad (2-4)$$

$$r_3 \sin \theta_3 = r_1 \sin \theta_1 - r_2 \sin \theta_2 + r_6 \sin \theta_6 + r_7 \sin \theta_7 \quad (2-5)$$

為了消去一變數，我們將(2-4)、(2-5)平方相加後可得：

$$\begin{aligned} r_3^2 &= r_1^2 + r_2^2 + r_6^2 + r_7^2 \\ &\quad -2(r_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) - r_1 r_7 \cos(\theta_1 - \theta_7) + r_2 r_7 \cos(\theta_2 - \theta_7)) \\ &\quad +2 \cos \theta_6 \cdot (r_1 r_6 \cos \theta_1 - r_2 r_6 \cos \theta_2 + r_6 r_7 \cos \theta_7) \\ &\quad +2 \sin \theta_6 \cdot (r_1 r_6 \sin \theta_1 - r_2 r_6 \sin \theta_2 + r_6 r_7 \sin \theta_7) \end{aligned} \quad (2-6)$$

將式(2-6)簡化成：

$$A \cos \theta_6 + B \sin \theta_6 = C \quad (2-7)$$

其中上式的變數為：

$$A = 2(r_1 r_6 \cos \theta_1 - r_2 r_6 \cos \theta_2 + r_6 r_7 \cos \theta_7) \quad (2-8)$$

$$B = 2(r_1 r_6 \sin \theta_1 - r_2 r_6 \sin \theta_2 + r_6 r_7 \sin \theta_7) \quad (2-9)$$

$$C = r_3^2 - r_1^2 - r_2^2 - r_6^2 - r_7^2 + 2(r_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) - r_1 r_7 \cos(\theta_1 - \theta_7) + r_2 r_7 \cos(\theta_2 - \theta_7)) \quad (2-10)$$

利用三角函數將式(2-7)進行替換，可得：

$$A(1 - \tan^2 \frac{\theta_6}{2}) + 2B \tan(\frac{\theta_6}{2}) = C(1 + \tan^2(\frac{\theta_6}{2})) \quad (2-11)$$

式(2-11)為一元二次方程式，利用公式解可得：

$$\theta_6 = 2 \tan^{-1} \left(\frac{B \pm \sqrt{(B^2 + A^2 - C^2)}}{A + C} \right) \quad (2-12)$$

其中式(2-12)的正負號是因為五連桿機構會產生兩種運動分支，必須經由桿件的運動來進行判斷，經實作過後結果可得取負號，接著將算出來的 θ_6 帶入式(2-4)可得 θ_3 。

接著利用向量迴路法分析圖 2-1 的第二迴圈，可得迴圈關係式：

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_4 - \vec{r}_5 - \vec{r}_5' + \vec{r}_7 + \vec{r}_6 = 0 \quad (2-13)$$

將式(2-1)分成卡式座標之 x 、 y 方向分量並且代入已知的固定參數可得：

$$r_1 \cos \theta_1 + r_4 \cos \theta_4 + r_7 \cos \theta_7 + r_6 \cos \theta_6 = 0 \quad (2-14)$$

$$r_1 \sin \theta_1 + r_4 \sin \theta_4 + r_5 + r_7 \sin \theta_7 + r_6 \sin \theta_6 = 0 \quad (2-15)$$

將式(2-12)帶入式(2-14)可得 θ_4 ，再利用上述結果即可得到式(2-15)的 r_5 ，在整個沖床系統的下方有一彈簧，我們可以用固定點 O_2 、 G 兩點的長度減去 r_5 之值，即可得到彈簧長度 r_s ，也就是：

$$r_s = \overline{O_2G} - r_5 \quad (2-16)$$

為了要求出阻尼器的阻尼力的方向必須找到 θ_d 的值，可利用桿件的位置座標並代入反三角函數來求出：

$$\theta_d = \tan^{-1}\left(\frac{Y_h - Y_s}{X_h - X_s}\right) \quad (2-17)$$

2.1.2 各桿件質心位置

藉由前一小節所算出之角位置(θ_3 、 θ_6 、 θ_6)以及桿件長度(r_5)，再由題目所提供之已知條件(l_i 、 r_i 、 θ_i 、 φ_i)來求得各桿質心座標位置：

$$x_{g2} = l_2 \cos(\theta_2 + \varphi_2) \quad (2-18)$$

$$y_{g2} = l_2 \sin(\theta_2 + \varphi_2) \quad (2-19)$$

$$x_{g3} = r_2 \cos \theta_2 + l_3 \cos(\theta_3 + \varphi_3) \quad (2-20)$$

$$y_{g3} = r_2 \sin \theta_2 + l_3 \sin(\theta_3 + \varphi_3) \quad (2-21)$$

$$x_{g4} = r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 + l_4 \cos(\theta_4 + \varphi_4) \quad (2-22)$$

$$y_{g4} = r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 + l_4 \sin(\theta_4 + \varphi_4) \quad (2-23)$$

$$x_{g7} = r_1 \cos \theta_1 + l_7 \cos(\theta_7 + \varphi_7) \quad (2-24)$$

$$y_{g7} = r_1 \sin \theta_1 + l_7 \sin(\theta_7 + \varphi_7) \quad (2-25)$$

$$x_{g6} = r_1 \cos \theta_1 + r_7 \cos \theta_7 + l_6 \cos(\theta_6 + \varphi_6) \quad (2-26)$$

$$y_{g6} = r_1 \sin \theta_1 + r_7 \sin \theta_7 + l_6 \sin(\theta_6 + \varphi_6) \quad (2-27)$$

2.1.3 彈簧長度分析

本節是要對彈簧的長度進行分析，也就是線段 \overline{CG} ，利用 2.1.1 小節的角位置分析即可知道彈簧長度可表示為：

$$L_s = \sqrt{(X_c - X_s)^2 + (Y_c - Y_s)^2} \quad (2-28)$$

2.2 速度分析

本節會利用使用運動係數法對沖床桿件進行角速度以及速度分析，同時算出阻尼器的位置變化率以求解往後所要算的阻尼力。

2.2.1 各桿件之角速度分析

為了探討各桿件角速度對 θ_2 的變化情形，我們將 2.1.1 小節所推導的式(2-2)式(2-3)對 θ_2 進行微分，可得：

$$r_2 \sin \theta_2 + h_3 r_6 \sin \theta_3 - h_6 r_6 \sin \theta_6 + r_7 \sin \theta_7 = 0 \quad (2-29)$$

$$-r_2 \cos \theta_2 - h_3 r_6 \sin \theta_3 + h_6 r_6 \sin \theta_6 - r_7 \sin \theta_7 = 0 \quad (2-30)$$

其中

$$h_3 = \frac{d\theta_3}{d\theta_2} \quad h_6 = \frac{d\theta_6}{d\theta_2} \quad (2-31)$$

將式(2-29)及(2-30)變成矩陣形式做運算：

$$\begin{bmatrix} r_3 \sin \theta_3 & -r_6 \sin \theta_6 \\ -r_3 \cos \theta_3 & r_6 \cos \theta_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_3 \\ h_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_2 \sin \theta_2 - r_7 \sin \theta_7 \\ r_2 \cos \theta_2 + r_7 \cos \theta_7 \end{bmatrix} \quad (2-32)$$

由(2-32)可求得 h_3 、 h_6 ，並且將 ω_3 、 ω_6 寫成連鎖律形式再利用上述的運動係

數即可求出角速度值：

$$\omega_3 = \frac{d\theta_3}{dt} = \frac{d\theta_3}{d\theta_2} \cdot \frac{d\theta_2}{dt} = h_3 \omega_2 \quad (2-33)$$

$$\omega_6 = \frac{d\theta_6}{dt} = \frac{d\theta_6}{d\theta_2} \cdot \frac{d\theta_2}{dt} = h_6 \omega_2 \quad (2-34)$$

接著對另一迴圈進行角速度、速度分析，一樣將式(2-14)以及式(2-15)對 θ_2

進行微分，可得：

$$-h_4 r_4 \sin \theta_4 - r_6 h_6 \sin \theta_6 + r_7 \sin \theta_7 = 0 \quad (2-35)$$

$$r_4 h_4 \cos \theta_4 + f_5 + r_6 h_6 \cos \theta_6 - r_7 \cos \theta_7 = 0 \quad (2-36)$$

其中

$$h_4 = \frac{d\theta_4}{d\theta_2} \quad f_5 = \frac{dr_5}{d\theta_2}$$

將(2-35)式及(2-36)變成矩陣形式做運算：

$$\begin{bmatrix} -r_4 \sin \theta_4 & 0 \\ r_4 \cos \theta_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_4 \\ f_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_6 h_6 \sin \theta_6 - r_7 \sin \theta_7 \\ -r_6 h_6 \cos \theta_6 + r_7 \cos \theta_7 \end{bmatrix} \quad (2-37)$$

由(2-37)可求得 h_3 、 h_4 ，並且將 ω_4 、 f_5 寫成鏈鎖律形式再利用上述的運動係數即可求出角速度值以及速度值：

$$\omega_4 = \frac{d\theta_4}{dt} = \frac{d\theta_4}{d\theta_2} \cdot \frac{d\theta_2}{dt} = h_4 \omega_2 \quad (2-38)$$

$$v_5 = \frac{dr_5}{dt} = \frac{dr_5}{d\theta_2} \cdot \frac{d\theta_2}{dt} = f_5 \omega_2 \quad (2-39)$$

2.2.2 桿件質心速度與節點速度分析

將 2.2.1 節利用運動係數法求出來的角速度(ω_2 、 ω_3 、 ω_4 、 v_5)，再由題目所提供之已知條件(l_i 、 r_i 、 θ_i 、 φ_i)來求得各桿質心速度及其 x 、 y 方向分量：

$$v_{g2_x} = l_2 \omega_2 \cos(\theta_2 + \varphi_2) \quad (2-40)$$

$$v_{g2_y} = l_2 \omega_2 \sin(\theta_2 + \varphi_2) \quad (2-41)$$

$$v_{g3_x} = r_2 \omega_2 \cos \theta_2 + l_3 \omega_3 \cos(\theta_3 + \varphi_3) \quad (2-42)$$

$$v_{g3_y} = r_2 \omega_2 \sin \theta_2 + l_3 \omega_3 \sin(\theta_3 + \varphi_3) \quad (2-43)$$

$$v_{g4_x} = r_2 \omega_2 \cos \theta_2 + r_3 \omega_3 \cos \theta_3 + l_4 \omega_4 \cos(\theta_4 + \varphi_4) \quad (2-44)$$

$$v_{g4_y} = r_2 \omega_2 \sin \theta_2 + r_3 \omega_3 \sin \theta_3 + l_4 \omega_4 \sin(\theta_4 + \varphi_4) \quad (2-45)$$

$$v_{g7_x} = l_7 \omega_7 \cos(\theta_7 + \varphi_7) \quad (2-46)$$

$$v_{g7_y} = l_7 \omega_7 \sin(\theta_7 + \varphi_7) \quad (2-47)$$

$$v_{g6_x} = r_7 \omega_7 \cos \theta_7 + l_6 \omega_6 \cos(\theta_6 + \varphi_6) \quad (2-48)$$

$$v_{g6_y} = r_7 \omega_7 \sin \theta_7 + l_6 \omega_6 \sin(\theta_6 + \varphi_6) \quad (2-49)$$

2.2.3 阻尼器速度變化率

為了算出阻力器的位置變化率，可以建立一個通過阻尼器的向量關係式：

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_3' + \vec{r}_d + \vec{r}_{OH} = 0 \quad (2-50)$$

上式中的 \vec{r}_{OH} 為常數項，因此我們將上式分成兩分量並對時間微分，可得：

$$-\theta_2' r_2 \cos \theta_2 - r_3' \theta_3 \sin(\theta_3 + \theta_3') + v_d \cos \theta_d - r_d \sin \theta_d \omega_d = 0 \quad (2-51)$$

$$\theta_2' r_2 \cos \theta_2 + r_3' \theta_3 \cos(\theta_3 + \theta_3') + v_d \sin \theta_d + r_d \cos \theta_d \omega_d = 0 \quad (2-52)$$

將(2-17)式代入上式中，並且將上式寫成矩陣形式：

$$\begin{bmatrix} \cos \theta_d & -r_d \sin \theta_d \\ \sin \theta_d & r_d \cos \theta_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ \omega_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_2 r_2 \sin \theta_2 + \omega_3 r_3' \sin(\theta_3 + \theta_3') \\ -\omega_2 r_2 \cos \theta_2 - \omega_3 r_3' \cos(\theta_3 + \theta_3') \end{bmatrix} \quad (2-53)$$

由(2-37)即可求出阻尼器位置變化率。

2.3 加速度分析

本節會利用使用運動係數法對沖床桿件進行角加速度以及質心加速度分析。

2.3.1 各桿件之角加速度分析

為了探討各桿件角加速度及加速度對 θ_2 的變化情形，我們將 2.2.1 小節所推導的式 (2-29)式(2-30)對 θ_2 進行微分，可得：

$$r_2 \cos \theta_2 + h_3' r_3 \sin \theta_3 + h_3^2 r_3 \cos \theta_3 - h_6' r_6 \sin \theta_6 - h_6^2 r_6 \cos \theta_6 - r_7 \cos \theta_7 \quad (2-54)$$

$$r_2 \sin \theta_2 + h_3' r_3 \cos \theta_3 + h_3^2 r_3 \sin \theta_3 + h_6' r_6 \cos \theta_6 - h_6^2 r_6 \sin \theta_6 - r_7 \sin \theta_7 \quad (2-55)$$

其中

$$h'_3 = \frac{d^2\theta_3}{d^2\theta_2} \quad h'_6 = \frac{d^2\theta_6}{d^2\theta_2} \quad (2-56)$$

將式(2-54)及(2-55)變成矩陣形式做運算：

$$\begin{bmatrix} r_3 \sin \theta_3 & -r_6 \sin \theta_6 \\ -r_3 \cos \theta_3 & r_6 \cos \theta_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h'_3 \\ h'_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_2 \sin \theta_2 - r_7 \sin \theta_7 \\ r_2 \cos \theta_2 + r_7 \cos \theta_7 \end{bmatrix} \quad (2-57)$$

由(2-56)可求得 h'_3 、 h'_6 ，並且將 α_3 、 α_6 寫成鏈鎖律形式再利用上述的運動係數即可求出角加速度值：

$$\alpha_3 = \frac{dw_3}{dt} = \frac{d(h_3\omega_2)}{dt} = \omega_2 \frac{dh_3}{dt} + h_3 \frac{d\omega_2}{dt} = h'_3\omega_2^2 + h_3\alpha_2 \quad (2-58)$$

$$\alpha_6 = \frac{dw_6}{dt} = \frac{d(h_6\omega_2)}{dt} = \omega_2 \frac{dh_6}{dt} + h_6 \frac{d\omega_2}{dt} = h'_6\omega_2^2 + h_6\alpha_2 \quad (2-59)$$

接著對另一迴圈進行角加速度、加速度分析，一樣將(2-35)式以及(2-36)

式對 θ_2 進行微分，可得：

$$-h'_4 r_4 \sin \theta_4 - h_4^2 r_4 \cos \theta_4 - h'_6 r_6 \sin \theta_6 - h_6^2 r_6 \cos \theta_6 - r_7 \cos \theta_7 = 0 \quad (2-60)$$

$$h'_4 r_4 \cos \theta_4 - h_4^2 r_4 \sin \theta_4 + f'_5 + h'_6 r_6 \cos \theta_6 - h_6^2 r_6 \sin \theta_6 - r_7 \sin \theta_7 = 0 \quad (2-61)$$

其中

$$h'_4 = \frac{d^2\theta_4}{d^2\theta_2} \quad f'_5 = \frac{d^2r_5}{d^2\theta_2} \quad (2-62)$$

將(2-60)式及(2-61)式變成矩陣形式做運算：

$$\begin{bmatrix} -r_4 \sin \theta_4 & 0 \\ r_4 \cos \theta_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h'_4 \\ f'_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_4^2 r_4 \cos \theta_4 + h'_6 r_6 \sin \theta_6 + h_6^2 r_6 \cos \theta_6 + r_7 \cos \theta_7 \\ h_4^2 r_4 \sin \theta_4 - h'_6 r_6 \sin \theta_6 + h_6^2 r_6 \sin \theta_6 + r_7 \sin \theta_7 \end{bmatrix} \quad (2-63)$$

由可求得 h_4' 、 f_5' ，並且將 α_4 、 a_5 寫成鏈鎖律形式再利用上述的運動係數即可
 求出角加速度值以及加速度值：

$$\alpha_4 = \frac{dw_4}{dt} = \frac{d(h_4\omega_2)}{dt} = \omega_2 \frac{dh_4}{dt} + h_4 \frac{d\omega_2}{dt} = h_4' \omega_2^2 + h_4 \alpha_2 \quad (2-64)$$

$$a_5 = \frac{dv_5}{dt} = \frac{d(f_5\omega_2)}{d\theta_2} = \omega_2 \frac{df_5}{d\theta_2} + f_5 \frac{d\omega_2}{d\theta_2} = f_5' \omega_2^2 + f_5 \alpha_2 \quad (2-65)$$

2.3.2 桿件質心速度與節點速度分析

將 2.2.1 節利用運動係數法求出來的角加速度(α_2 、 α_3 、 α_4 、 α_5)，再由題目所提供之已知條件(l_i 、 r_i 、 θ_i 、 φ_i)來求得各桿質心加速度及其 x 、 y 方向分量：

$$a_{g2_x} = -l_2 \omega_2^2 \cos(\theta_2 + \varphi_2) \quad (2-66)$$

$$a_{g2_y} = -l_2 \omega_2^2 \sin(\theta_2 + \varphi_2) \quad (2-67)$$

$$a_{g3_x} = -r_2 \omega_2^2 \cos \theta_2 - l_3 \omega_3^2 \cos(\theta_3 + \varphi_3) + l_3 \alpha_3 \cos(\theta_3 + \varphi_3) \quad (2-68)$$

$$a_{g3_y} = r_2 \omega_2^2 \sin \theta_2 + l_3 \omega_3^2 \sin(\theta_3 + \varphi_3) + l_3 \alpha_3 \sin(\theta_3 + \varphi_3) \quad (2-69)$$

$$a_{g4_x} = -r_2 \omega_2^2 \sin \theta_2 - r_3 \omega_3^2 \sin \theta_3 + r_3 \alpha_3 \cos \theta_3 - l_4 \omega_4^2 \sin(\theta_4 + \varphi_4) + l_4 \alpha_4 \cos(\theta_4 + \varphi_4) \quad (2-70)$$

$$a_{g4_y} = r_2 \omega_2^2 \cos \theta_2 + r_3 \omega_3^2 \cos \theta_3 - r_3 \alpha_3 \sin \theta_3 + l_4 \omega_4^2 \cos(\theta_4 + \varphi_4) + l_4 \alpha_4 \sin(\theta_4 + \varphi_4) \quad (2-71)$$

$$a_{g7_x} = -l_7 \omega_7^2 \sin(\theta_7 + \varphi_7) \quad (2-72)$$

$$a_{g7_y} = l_7 \omega_7^2 \cos(\theta_7 + \varphi_7) \quad (2-73)$$

$$a_{g6_x} = -r_7 \omega_7^2 \sin \theta_7 - l_6 \omega_6^2 \sin(\theta_6 + \varphi_6) + l_6 \alpha_6 \cos(\theta_6 + \varphi_6) \quad (2-74)$$

$$a_{g6_y} = r_7 \omega_7^2 \cos \theta_7 + l_6 \omega_6^2 \cos(\theta_6 + \varphi_6) + l_6 \alpha_6 \sin(\theta_6 + \varphi_6) \quad (2-75)$$

第三章 結果與討論

前面的章節皆使用理論來推導各桿件的各項運動資訊，我們可將以上的方程式輸入至 Matlab 進行運算，再利用商用軟體 Recurdyn 來進行模擬分析，驗證先前的理論基礎是否正確；接著再使用 Visio 繪製多邊形圖解法，來再次驗證方程式的正確性，使整個模擬過程更加完整。

3.1 Matlab 程式輸出圖表

本章節是利用 Matlab 將各桿件的角速度、角加速度對輸入角 θ_2 輸出圖形，以及在不同轉速下的桿件質心位置、速度、加速度和 θ_2 的關係，同時也比較各項運動係數對 θ_2 的趨勢是如何，最後將上述之結果輸出成圖表。

3.1.1 各桿件位置分析

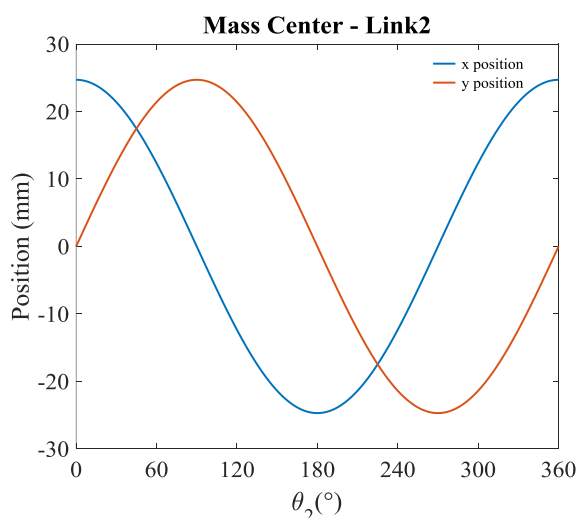


圖 3- 1 桿 2 位置分析圖

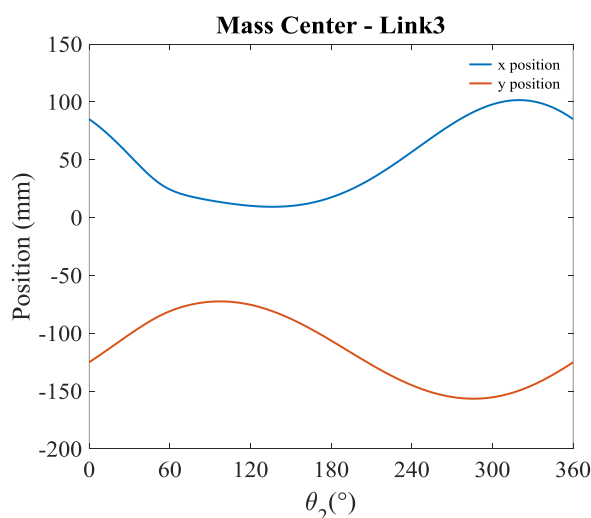


圖 3- 2 桿 3 位置分析圖

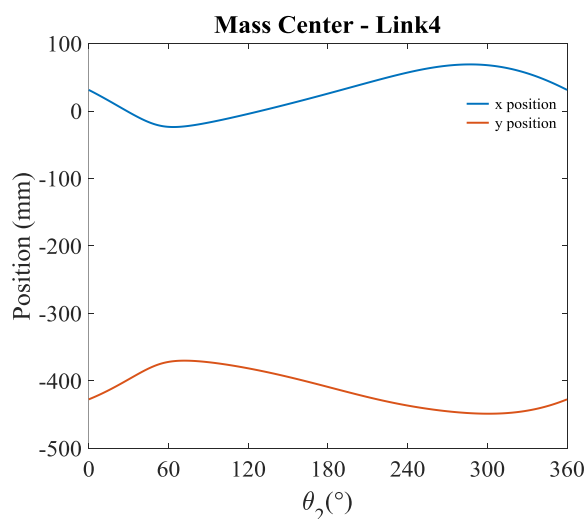


圖 3- 3 桿 4 位置分析圖

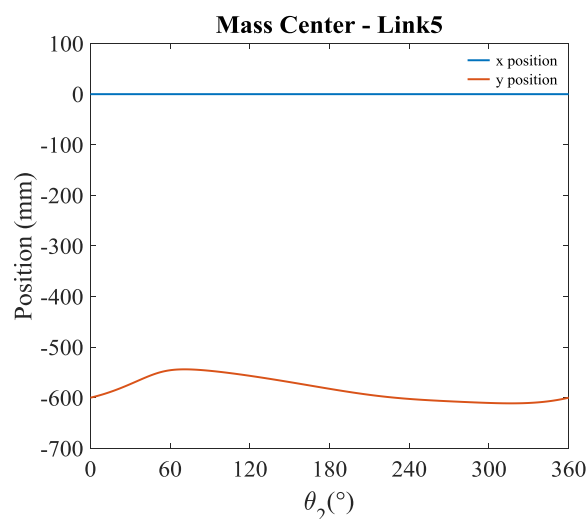


圖 3- 4 桿 5 位置分析圖

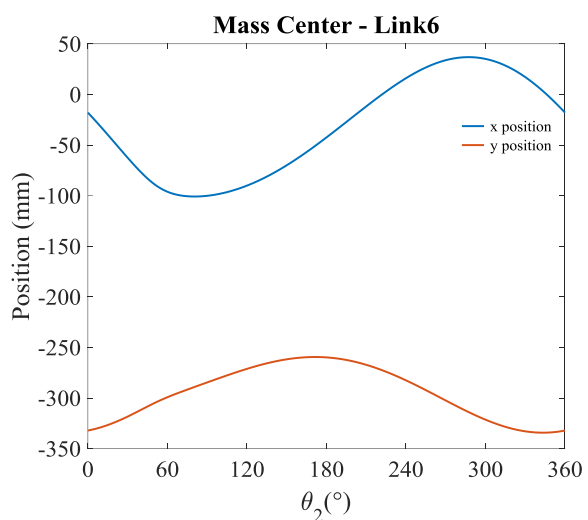


圖 3- 5 桿 6 位置分析圖

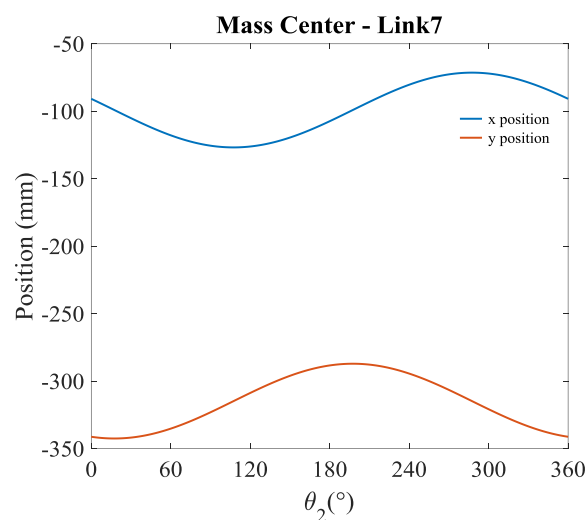


圖 3- 6 桿 7 位置分析圖

3.1.2 彈簧長度輸出圖表

本節為從 Matlab 輸出彈簧長度對輸入角 θ_2 的關係圖，從圖 3- 7 可知在大約 $60^\circ \sim 70^\circ$ 時有彈簧長度最大值，也就是滑塊最高點，接著一路下降至 θ_2 約 320° 左右，在此區間內彈簧長度是緩緩縮短的，也就是說滑塊下降的速度會比上升的速度慢許多。

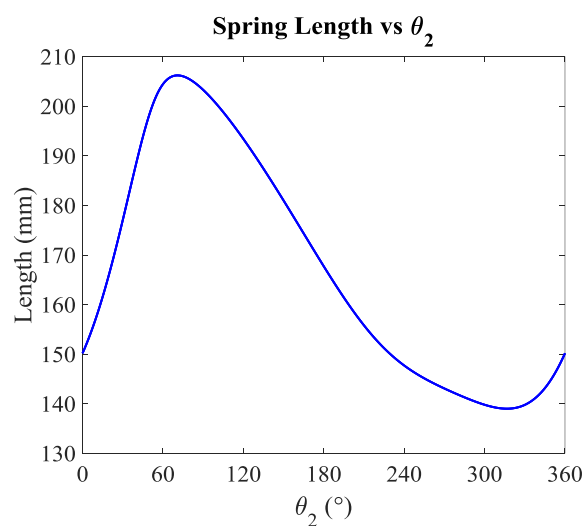


圖 3- 7 彈簧長度變化圖

3.1.3 運動係數分析結果

此章節為比較各項運動係數(h_3 、 h_4 、 h_6 、 f_5)對輸入角 θ_2 的關係，下圖為使用 Matlab 所輸出的圖形結果：

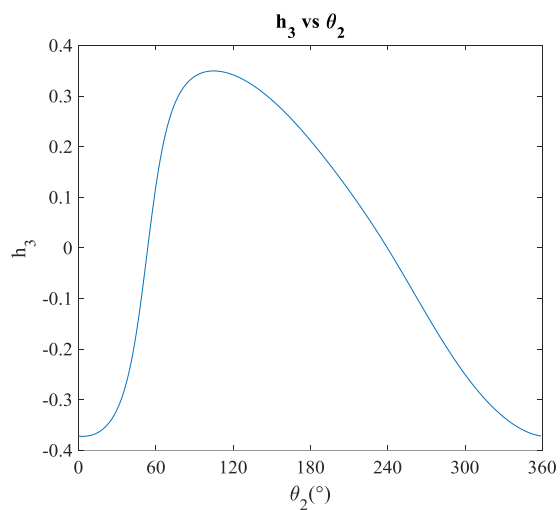


圖 3- 8 運動係數 h_3

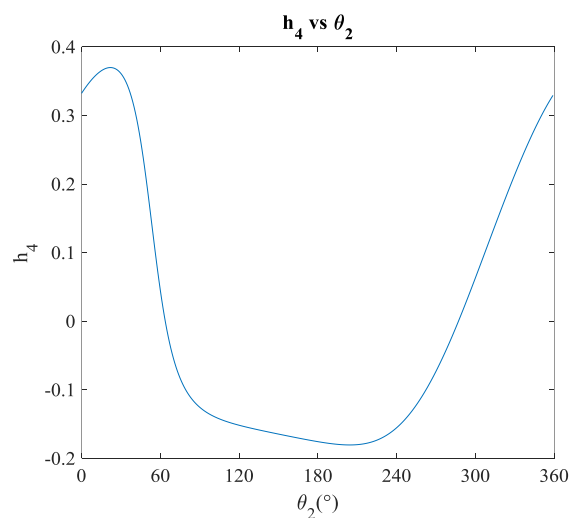


圖 3- 9 運動係數 h_4

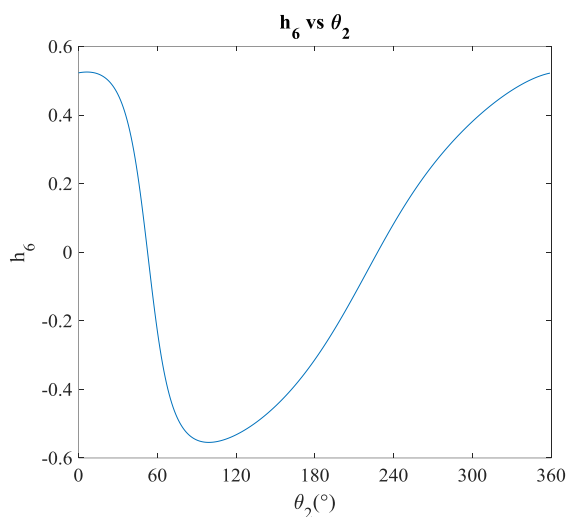


圖 3- 10 運動係數 h_6

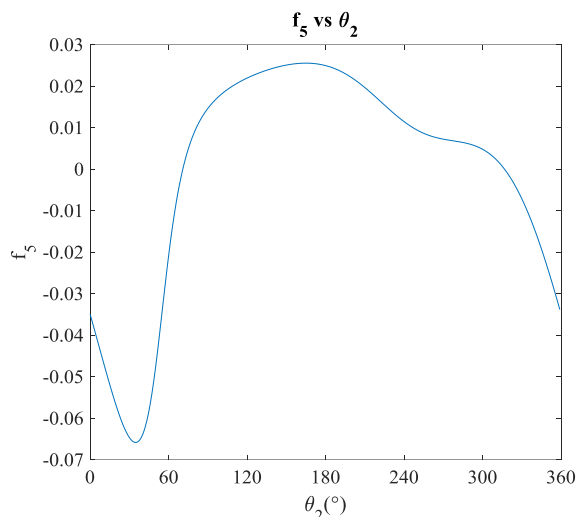


圖 3- 11 運動係數 f_5

3.1.4 各桿件角速度分析結果

此章節為比較各桿件角速度及滑塊速度(ω_3 、 ω_4 、 ω_6 、 v_5)在不同轉速下對輸入角 θ_2 的關係，下圖為使用 Matlab 所輸出的圖形結果：

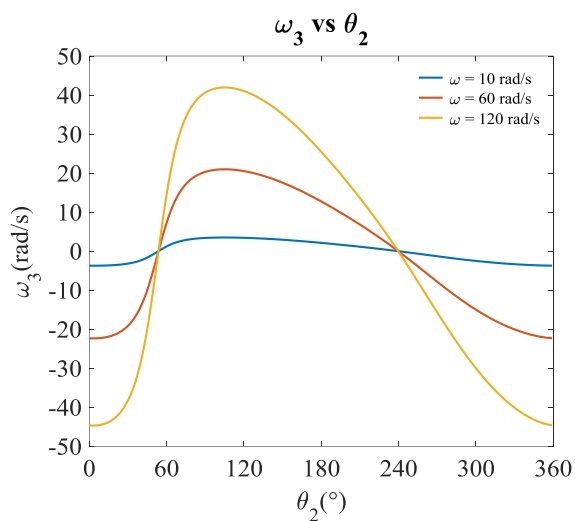


圖 3- 12 桿 3 對 θ_2 之角速度

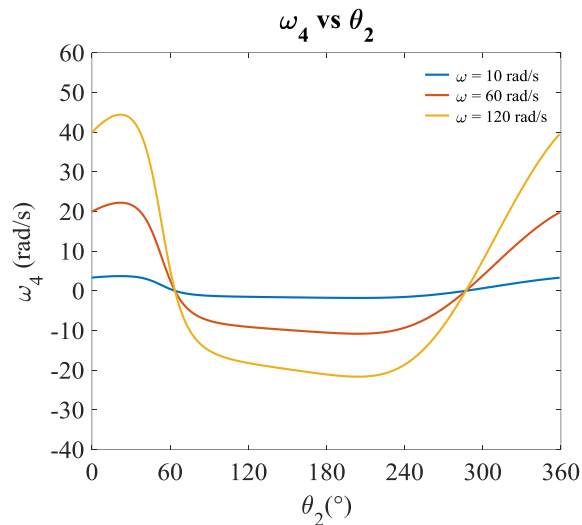


圖 3- 13 桿 4 對 θ_2 之角速度

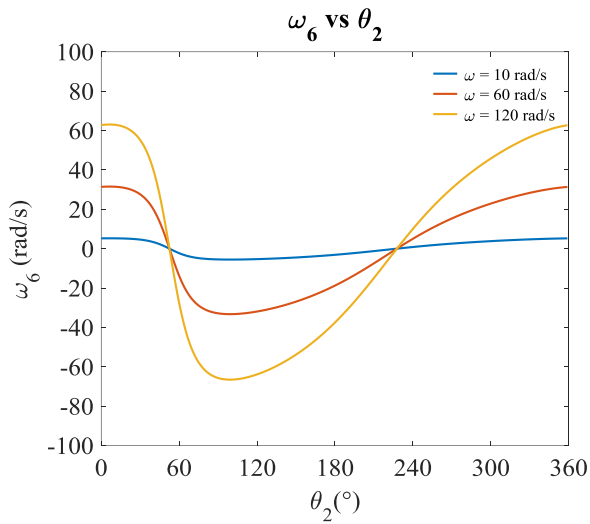


圖 3- 14 桿 6 對 θ_2 之角速度

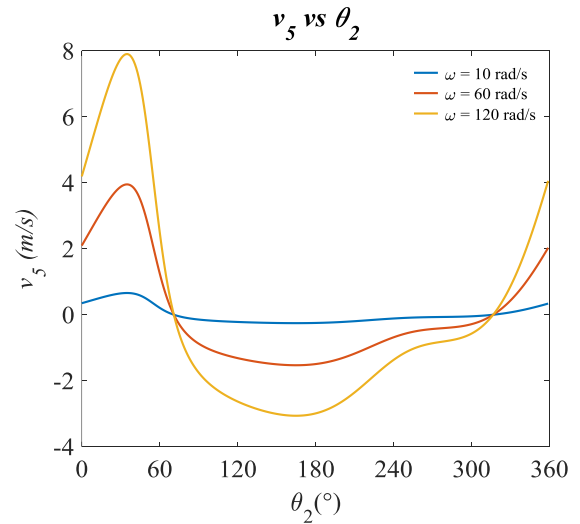


圖 3- 15 桿 5 對 θ_2 之速度

上列的圖為沖床在不同轉速下桿件角速度對 θ_2 的關係，觀察圖 3- 8 桿 3 角速度對 θ_2 的關係，可知在 θ_2 大約 120° 時會有角速度鋒值，在 60° 以及 240° 的時候桿件轉動方向改變；圖 3- 9 之桿 4 在大約 30° 的時候，也有一速度鋒值，轉動方向轉變則是發生在 30° 以及 300° 時；圖 3- 10 之 6 桿在 90° 時有角速度鋒值，不過方向為順時針，轉動方向改變是在 60° 以及 230° 時；值得關注的是圖 3- 11 的沖擊速度，在 $70^\circ \sim 320^\circ$ 是沖床準備施加壓力給工件的時候，此時速度是緩緩加快的，有別於其他區間的速度變化幅度過大。

3.1.5 各桿件質心速度分析結果

此章節為比較各桿件質心速度及滑塊速度(v_{g3} 、 v_{g4} 、 v_{g6})在不同轉速下對輸入角 θ_2 的關係，以及阻尼器的位置變化率圖，下圖為使用 Matlab 所輸出的圖形結果：

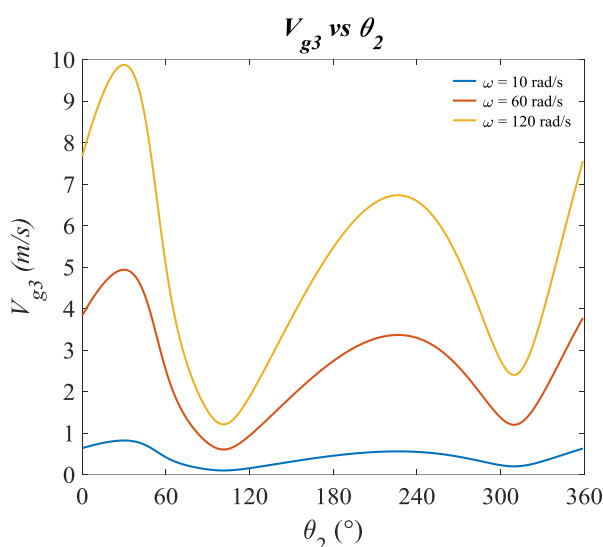


圖 3- 16 桿 3 對 θ_2 之質心速度

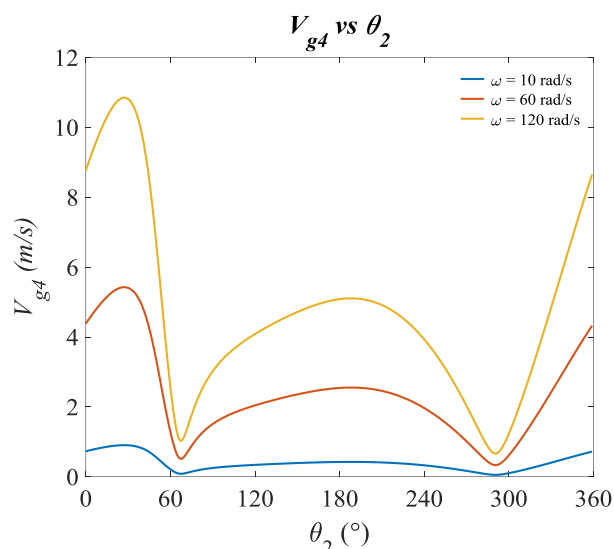


圖 3- 17 桿 4 對 θ_2 之質心速度

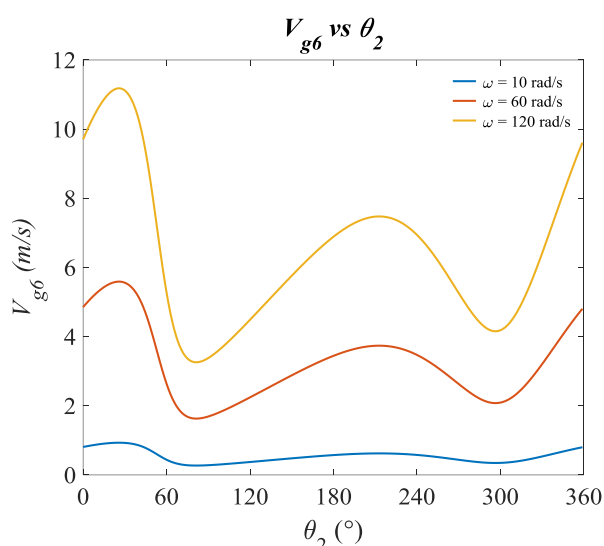


圖 3- 18 桿 6 對 θ_2 之質心速度

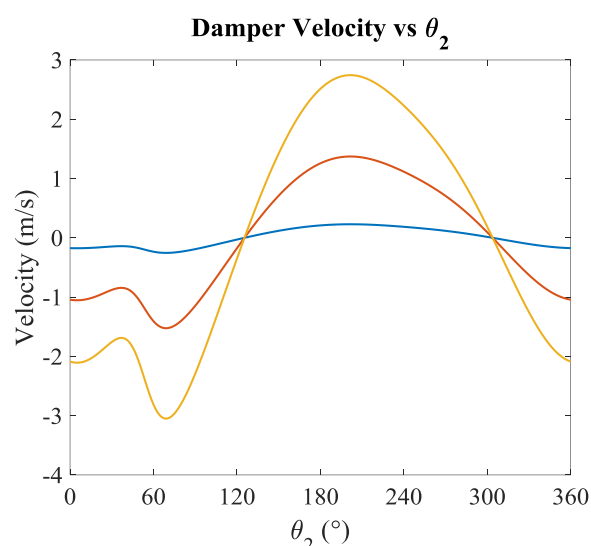


圖 3- 19 阻尼器對 θ_2 之位置變化率

上圖為低、中、高轉速下，各桿件對 θ_2 之質心速度，圖中數值的計算方式是將質心速度之 x 、 y 方向分量平方相加開根號，因此上表的速度值必不為負值，因此無方向性之考量。

由圖 3- 16 可知 θ_2 在 $30^\circ \sim 40^\circ$ 時，桿 3 質心速度會有最大值，在 $90^\circ \sim 110^\circ$ 會有質心速度極小值；由圖 3- 17 可知 θ_2 在 $30^\circ \sim 40^\circ$ 時，桿 4 質心速度會有最大值，在 $60^\circ \sim 70^\circ$ 以及 $270^\circ \sim 300^\circ$ 會有質心速度極小值；由圖 3- 18 可知 θ_2 在

90°~80°時，桿3質心速度會有最大值，在50°~60°以及210°~230°會有質心速度極小值，此極小值接近0。

3.1.6 運動係數微分之分析結果

此章節為比較各項運動係數(h_3' 、 h_4' 、 h_6' 、 f_5')對輸入角 θ_2 的關係：

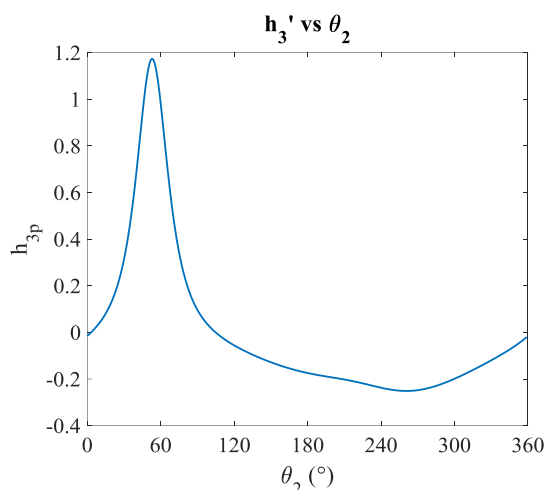


圖 3- 20 運動係數 h_3'

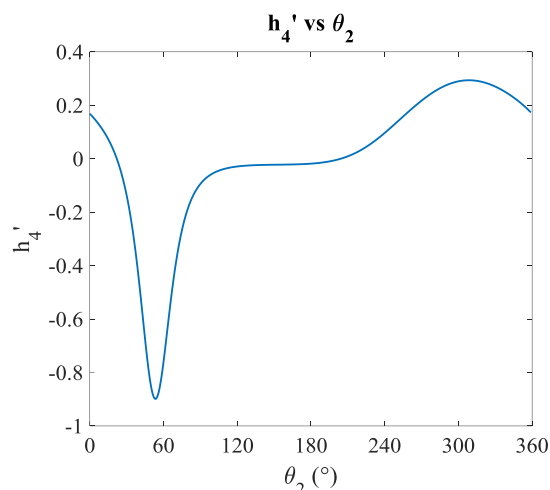


圖 3- 21 運動係數 h_4'

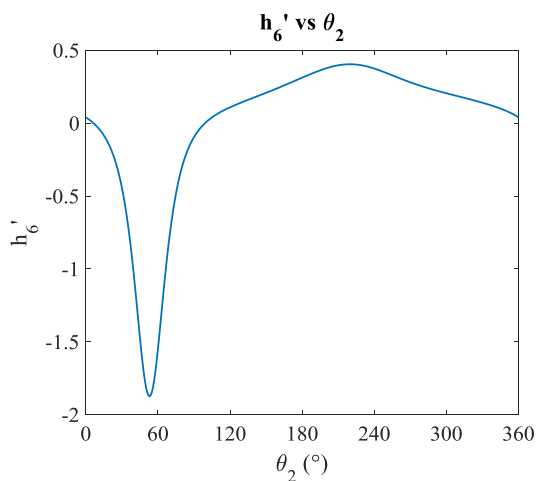


圖 3- 22 運動係數 h_6'

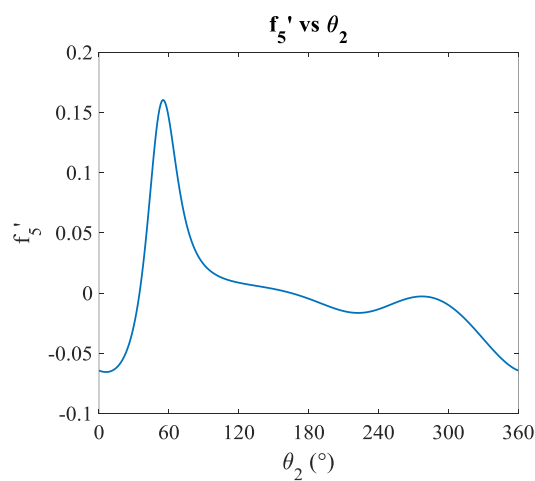


圖 3- 23 運動係數 f_5'

3.1.7 各桿件角加速度分析結果

此章節為比較各桿件角速度及滑塊速度(α_3 、 α_4 、 α_6 、 α_5)在不同轉速下

對輸入角 θ_2 的關係，下圖為使用 Matlab 所輸出的圖形結果：

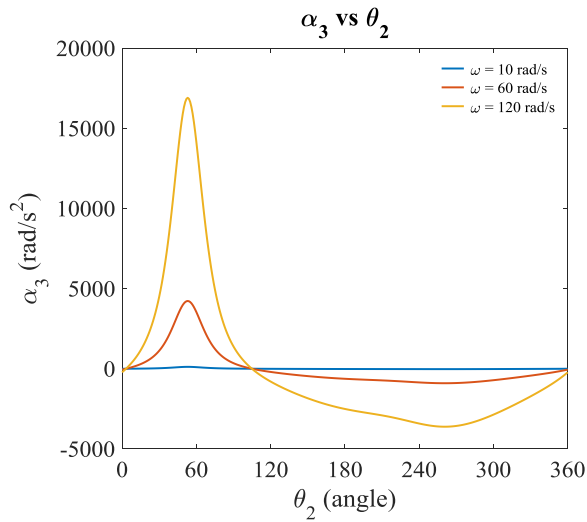


圖 3- 24 桿 3 對 θ_2 之角加速度

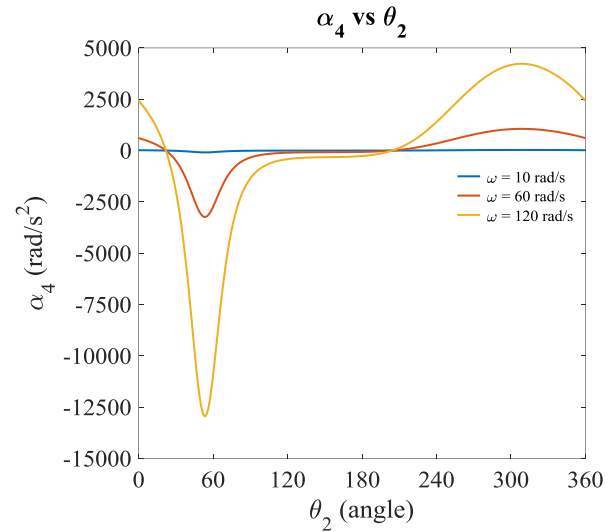


圖 3- 25 桿 4 對 θ_2 之角加速度

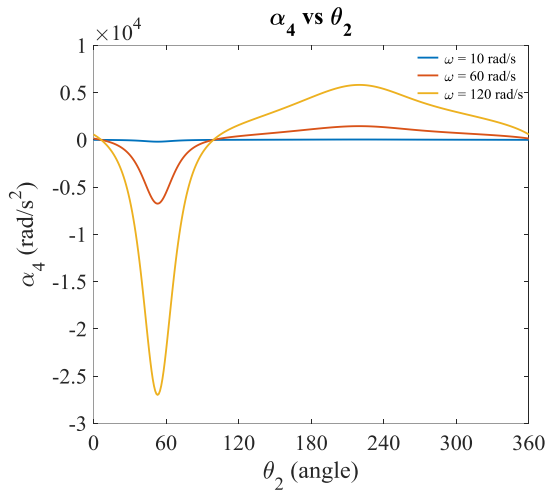


圖 3- 26 桿 6 對 θ_2 之角加速度

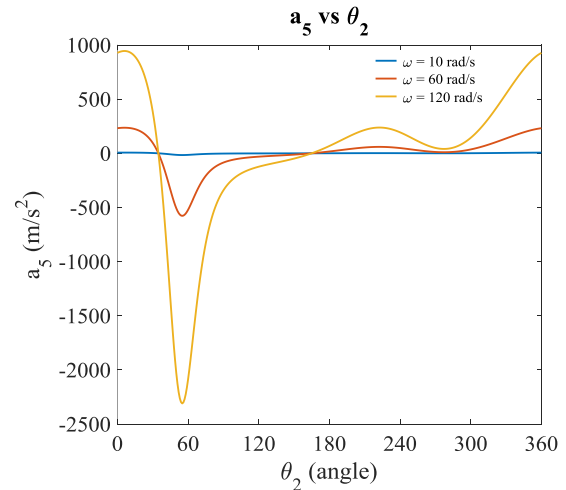


圖 3- 27 桿 5 對 θ_2 之加速度

上圖為沖床在不同轉速下桿件角速度對 α_2 的關係，觀察圖 3- 24 桿 3 角加速度對 θ_2 的關係，可知在 θ_2 大約 60° 時會有角加速度鋒值，在 110° 的時候桿件角加速度方向轉變；圖 3- 25 之桿 4 在 θ_2 大約 60° 的時候，也有一加速度鋒值，角加速度方向轉變則是發生在 25° 以及 210° 時；圖 3- 26 圖 3- 10 之 6 桿在 θ_2 大約 60° 時有角加速度鋒值，角加速度方向改變是在 100° 時；圖 3- 27 的

沖擊加速度，在 θ_2 大約 60° 的時候有一加速度峯值，加速度方向轉變則是發生在 40° 以及 170° 時；值得關注的是所有桿件在 θ_2 大約 60° 時都有一個加速度峰值，此時正是沖床即將向下去施壓於工件的時候。

3.1.8 各桿件質心速度分析結果

此章節為比較各桿件質心速度及滑塊速度(a_{g3} 、 a_{g4} 、 a_{g6})在不同轉速下對輸入角 θ_2 的關係，下圖為使用 Matlab 所輸出的圖形結果：

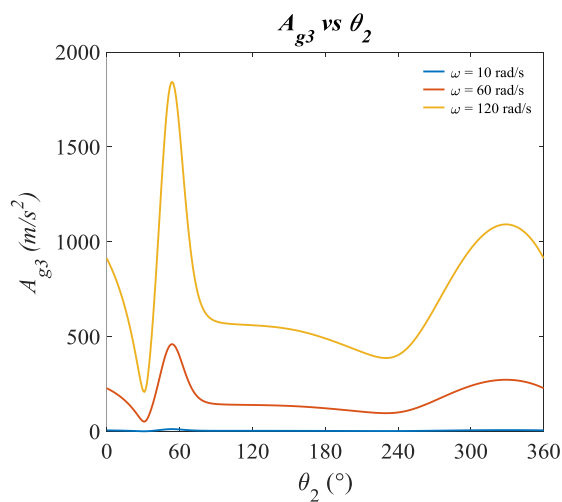


圖 3- 28 桿 3 對 θ_2 之質心加速度

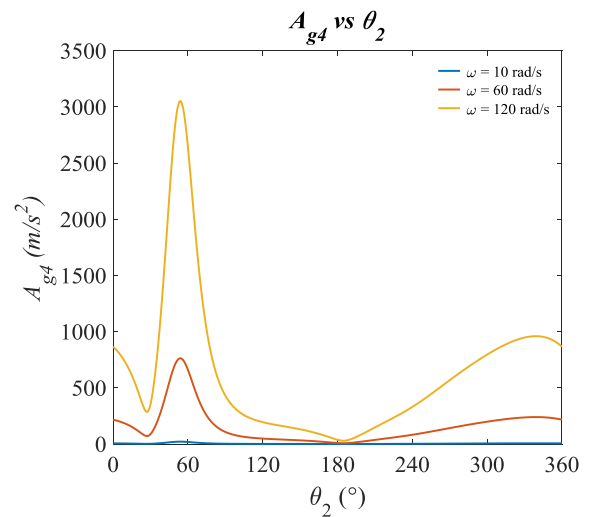


圖 3- 29 桿 4 對 θ_2 之質心加速度

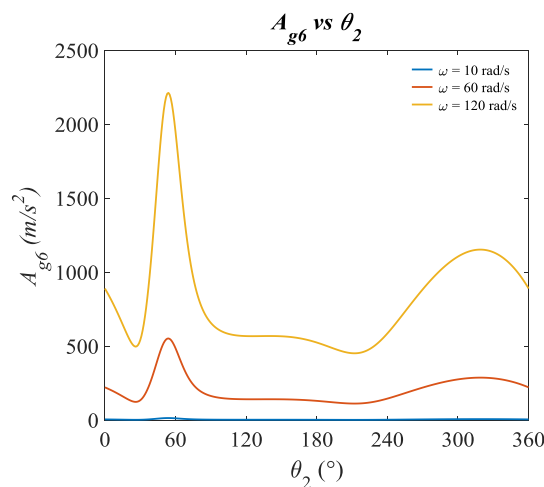


圖 3- 30 桿 6 對 θ_2 之質心加速度

上圖為低、中、高轉速下，各桿件對 θ_2 之質心加速度，圖中數值的計算方式是將質心加速度之 x 、 y 方向分量平方相加開根號，因此上表的加速度值必不為負值，因此無方向性之考量。

由圖 3- 28 可知 θ_2 大約在 60° 時，桿 3 質心加速度會有最大值，在 $90^\circ \sim 100^\circ$ 會有質心加速度極小值；由圖 3- 29 可知 θ_2 大約在 60° 時，桿 4 質心速度會有最大值，在 $90^\circ \sim 100^\circ$ 會有質心速度極小值；由圖 3- 27 可知 θ_2 大約在 60° 時，桿 3 質心速度會有最大值，在 $0^\circ \sim 10^\circ$ 以及 $90^\circ \sim 100^\circ$ 會有質心速度極小值，此極小值接近 0；此三張圖的曲線趨勢十分相像，質心加速度之極大值極小值所對應的輸入角 θ_2 也十分相近。

3.2 Recurdyn 模擬驗證

本章節為利用商用軟體 Recurdyn 來驗證先前推導的正確性為，圖 2- 1 為六連桿的沖床機構，將模擬的結果匯出成 txt 檔，再輸入至 Matlab 進行疊圖。

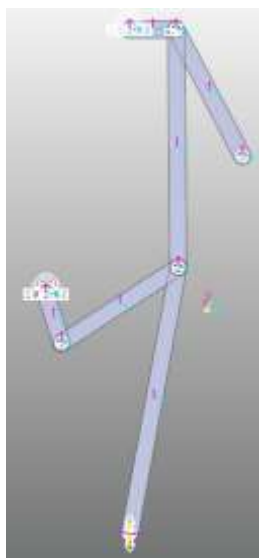


圖 3- 31 Recurdyn 模型圖

3.2.1 角速度驗證

本節為比較桿 3、桿 4、桿 6 角速度之 Matlab 計算結果和 Recurdyn 模擬是否有吻合，並且將兩輸出結果疊圖來做比較。

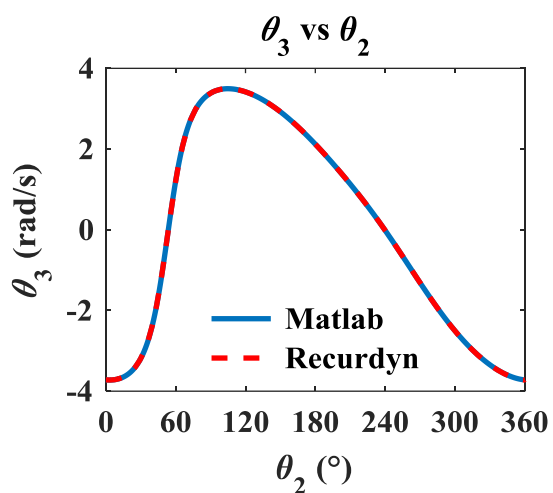


圖 3- 32 桿 3 角速度比較圖

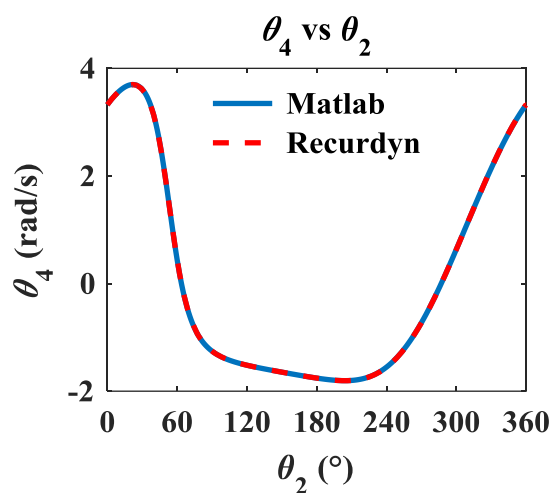


圖 3- 33 桿 4 角速度比較圖

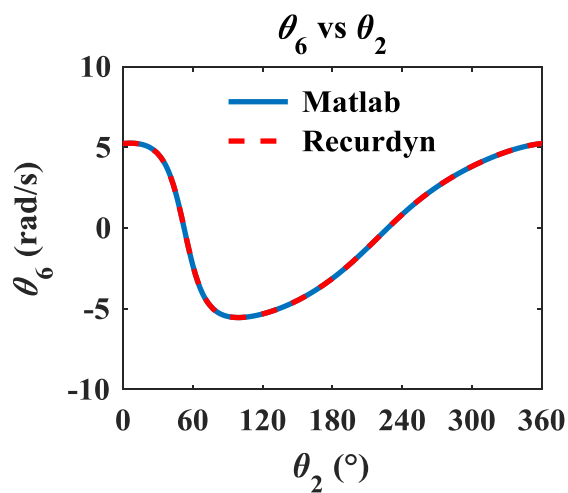


圖 3- 34 桿 6 角速度比較圖

3.2.2 角加速度驗證

本節為比較桿 3、桿 4、桿 6 角加速度之 Matlab 計算結果和 Recurdyn 模擬是否有吻合，並且將兩輸出結果以疊圖來做比較。

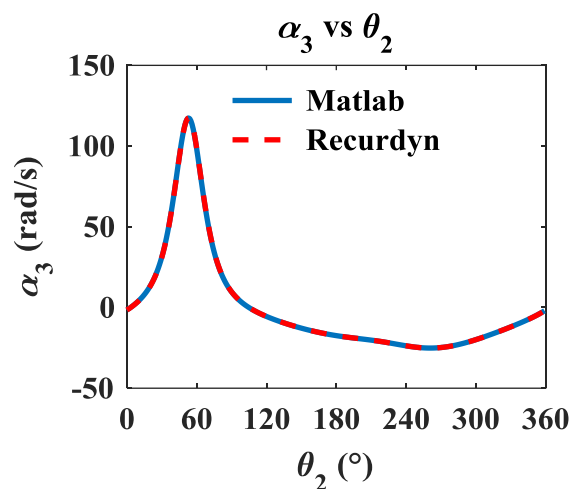


圖 3-35 桿 3 角加速度比較圖

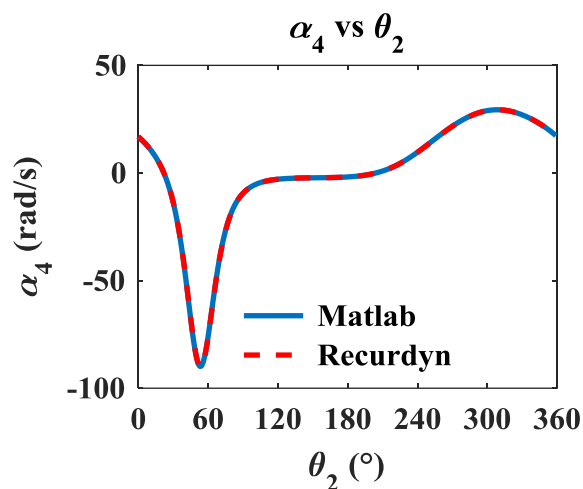


圖 3-36 桿 4 角加速度比較圖

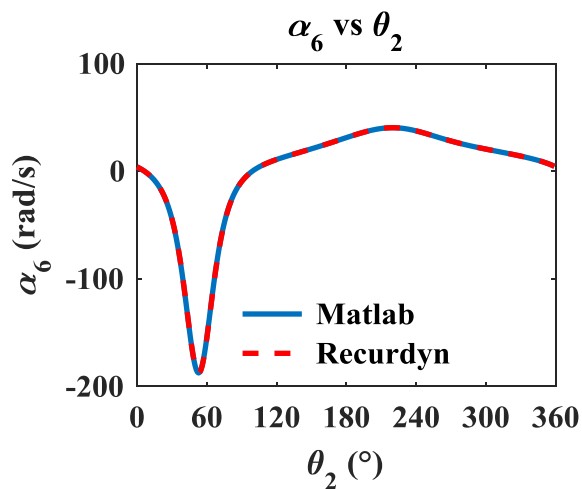


圖 3-37 桿 6 角加速度比較圖

3.2.3 滑塊速度以及滑塊加速度

比較滑塊(桿 5)之速度以及加速度之 Matlab 計算結果和 Recurdyn 模擬是否有吻合，並且將兩輸出結果以疊圖來做比較。

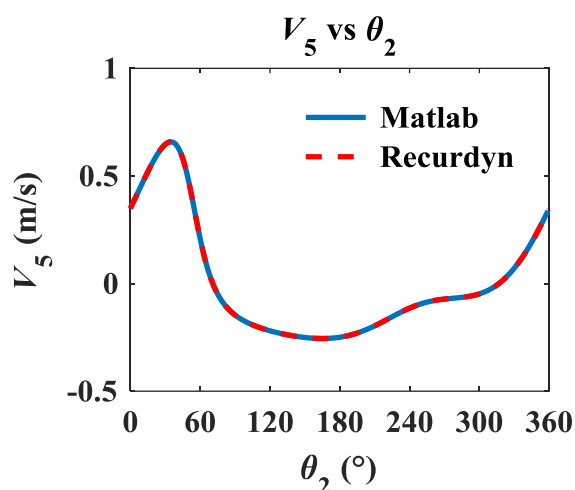


圖 3- 38 滑塊速度比較圖

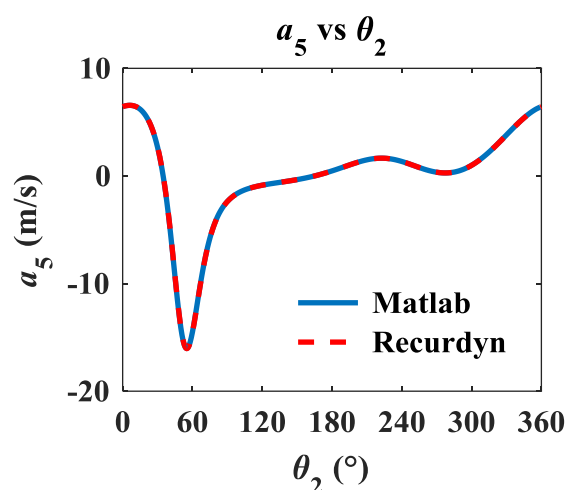


圖 3- 39 滑塊加速度比較圖

3.3 多邊形圖解法驗證

此章節為選定兩非特殊角角度，並且對六連桿沖床機構進行求證，此次繪圖軟體為 Visio，由已知的速度或加速度出發，劃出速度以及加速度的封閉多邊形，即可得到各桿件之速度和加速度。

我選擇的非特殊角為 $\theta_2 = 87^\circ$ 和 306° 為固定輸入角，輸入角速度為 10 rad/s，並且利用此角繪出各桿件的位置、速度和加速度，最後測量長度以及角度並與理論比較方可驗證結果。

3.3.1 87 度之位置圖解法

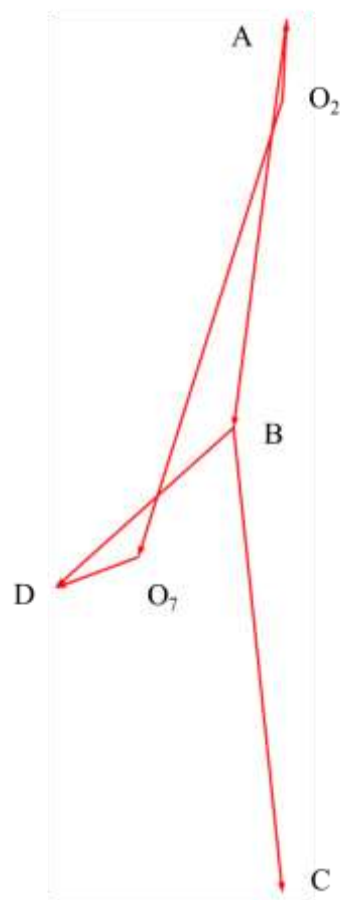


圖 3- 40 $\theta_2=87^\circ$ 位置向量圖

3.3.2 87 度之速度圖解法

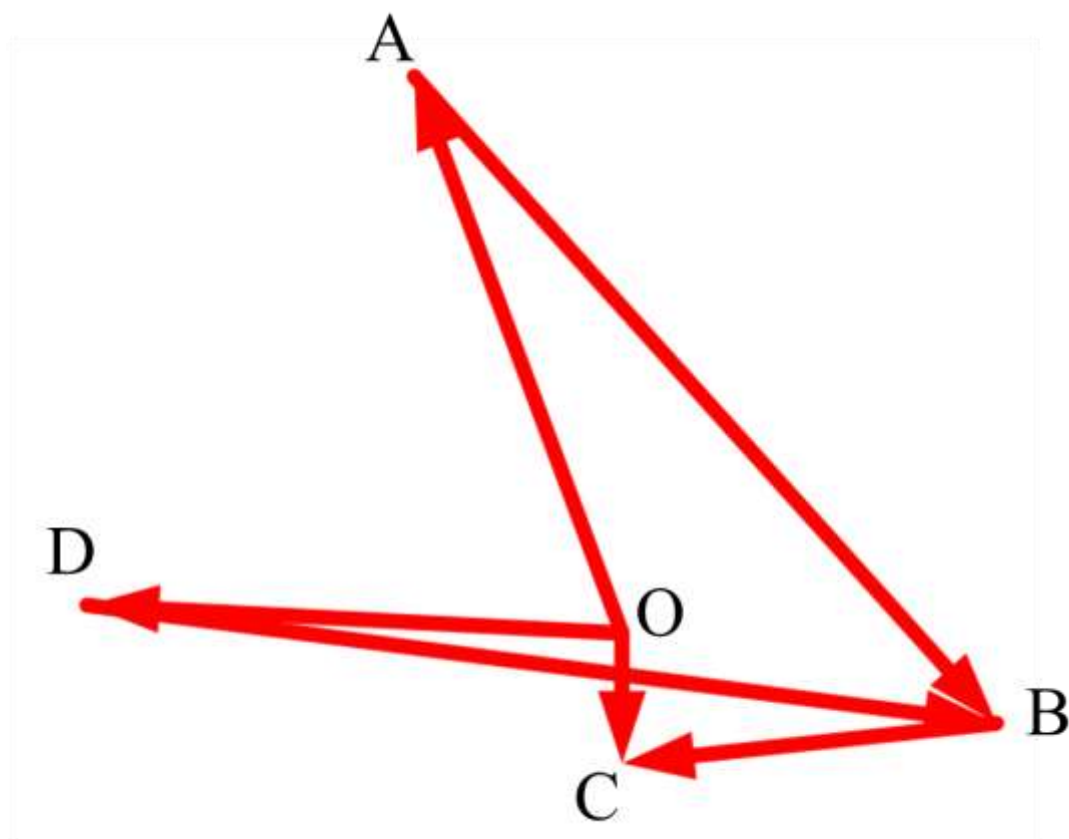


圖 3- 41 $\theta_2 = 87^\circ$ 速度封閉多邊形圖

驗證對象	Matlab	圖解法	誤差
桿 3 角速度	3.3271 rad/s	3.3272 rad/s	0.00300562 %
桿 4 角速度	-1.2005 rad/s	1.2006 rad/s	0.00832986 %
桿 6 角速度	-5.4143 rad/s	-5.4142 rad/s	0.0184696 %
桿 5 線速度	-0.1328 m/s	0.13297 m/s	0.128012 %
表 3. 1 $\theta_2 = 87^\circ$ 之各桿件角速度誤差表			

3.3.3 87 度之加速度圖解法

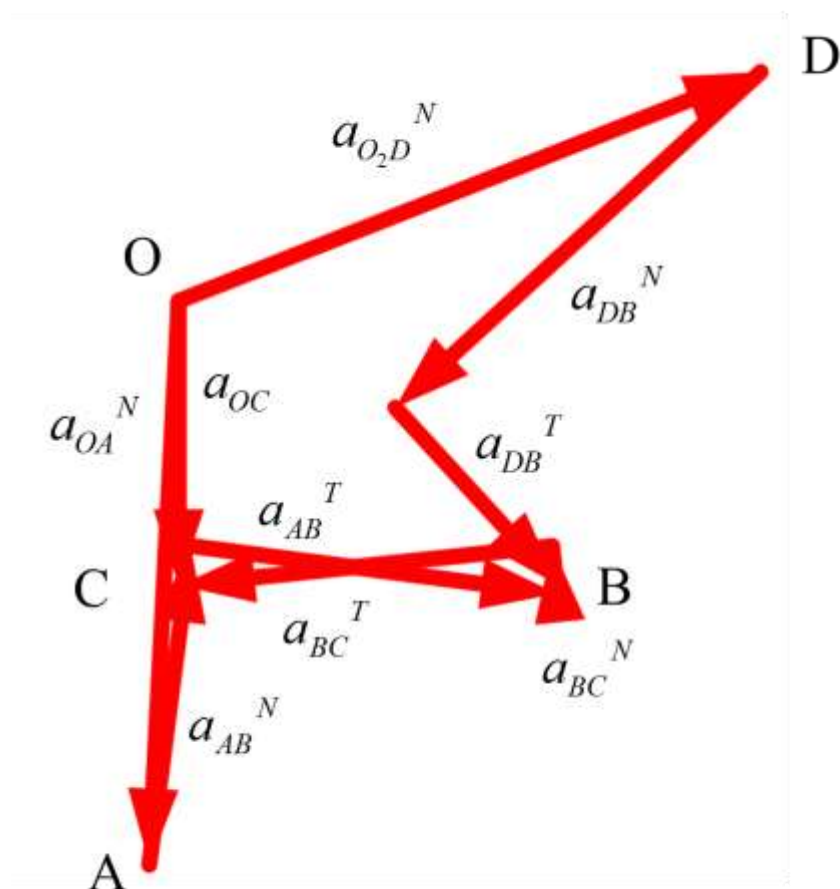


圖 3- 42 $\theta_2 = 87^\circ$ 速度封閉多邊形圖

驗證對象	Matlab	圖解法	誤差
桿 3 角加速度	12.7419 rad/s^2	12.7438 rad/s^2	0.014911 %
桿 4 角加速度	-11.3763 rad/s^2	-11.3766 rad/s^2	0.002637 %
桿 6 角加速度	-14.2372 rad/s^2	-14.2378 rad/s^2	0.0042143 %
桿 5 線加速度	-2.7708 m/s^2	-2.7709 m/s^2	0.00360906 %
表 3.2 $\theta_2 = 87^\circ$ 之各桿件角加速度誤差表			

3.3.4 306 度之位置圖解法

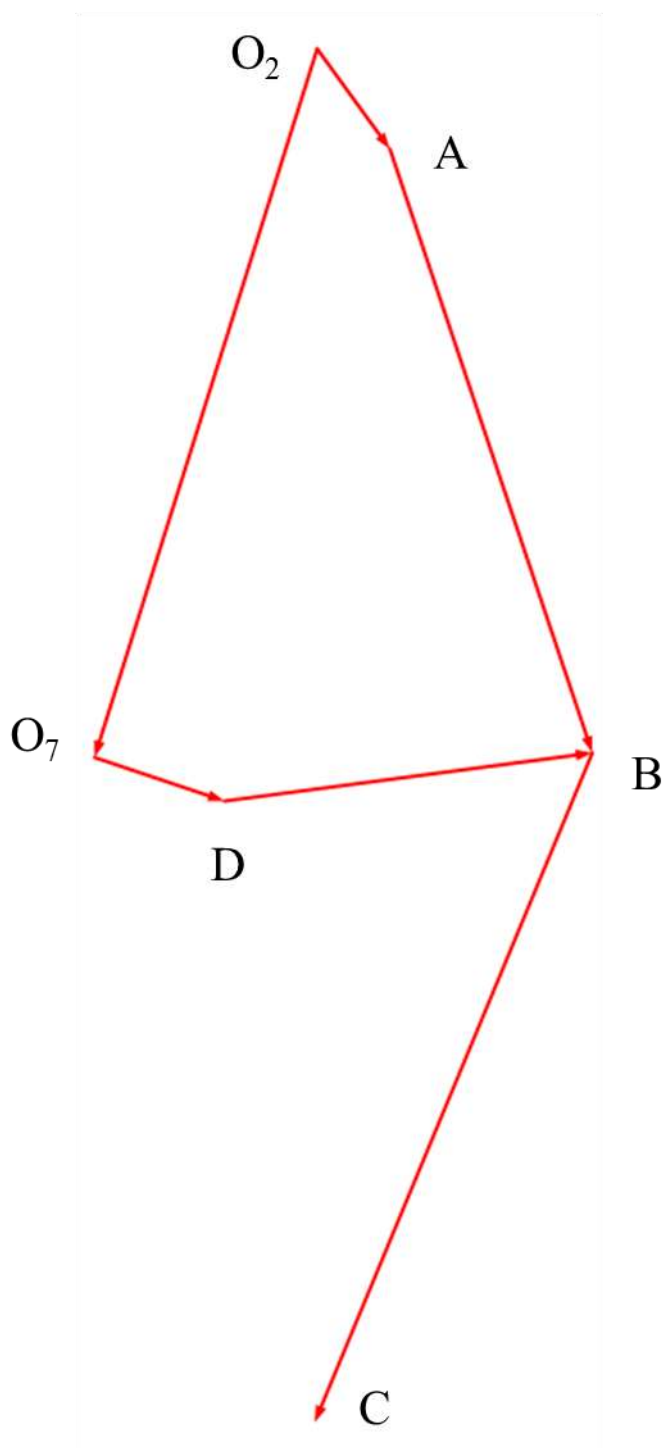


圖 3- 43 $\theta_2 = 306^\circ$ 位置向量圖

3.3.5 306 度之速度圖解法

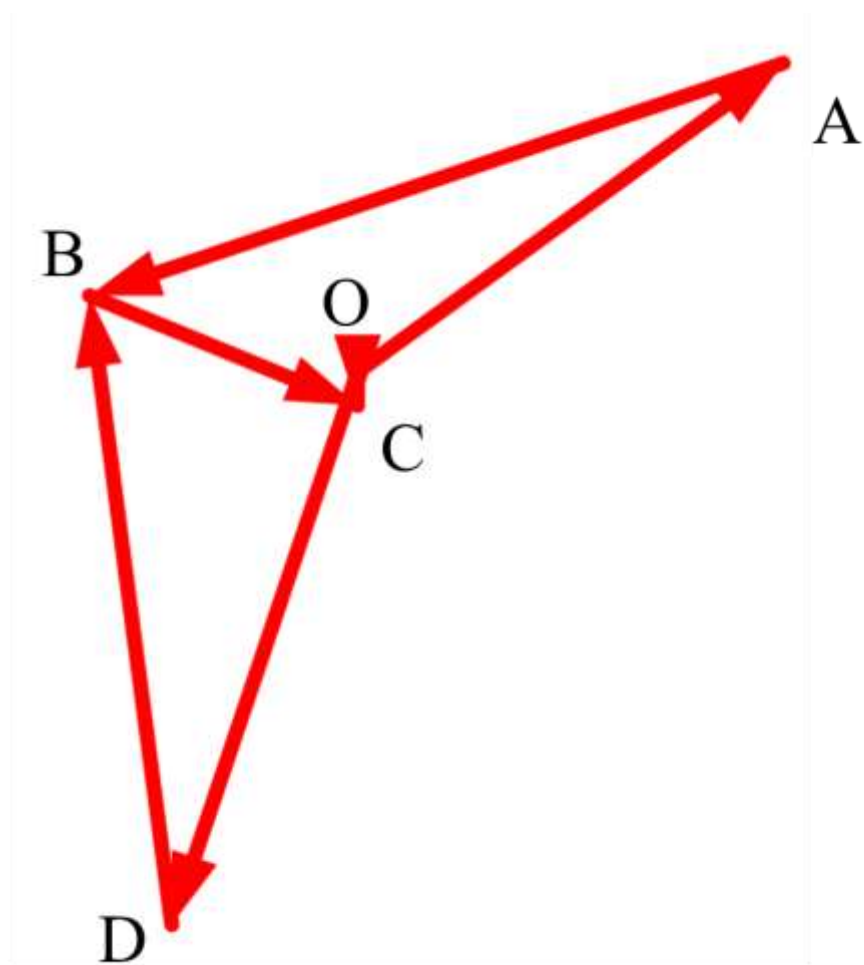


圖 3- 44 $\theta_2 = 306^\circ$ 速度封閉多邊形圖

驗證對象	Matlab	圖解法	誤差
桿 3 角速度	-2.7026 rad/s	-2.7025 rad/s	0.003700 %
桿 4 角速度	0.9406 rad/s	0.9403 rad/s	0.0318945 %
桿 6 角速度	4.0233 rad/s	4.0231 rad/s	0.002485521 %
桿 5 線速度	-0.0352 m/s	-0.0355 m/s	0.460122 %
表 3. 3 $\theta_2 = 306^\circ$ 之各桿件角速度誤差表			

3.3.6 306 度之加速度圖解法

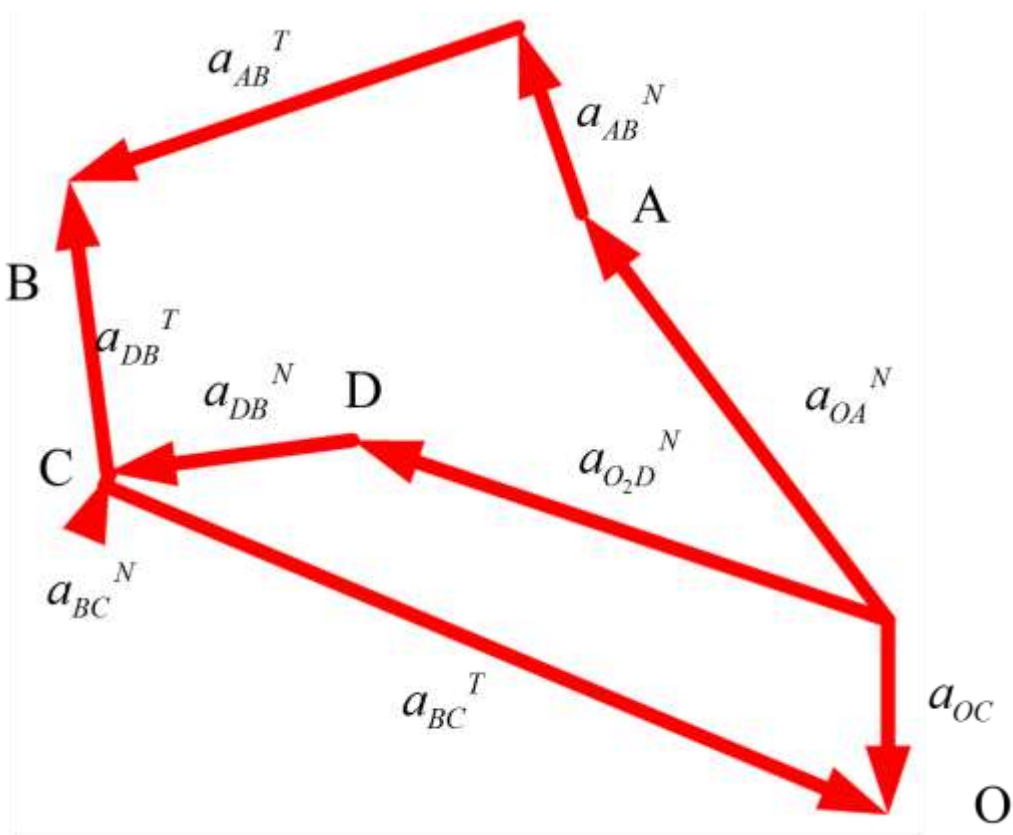


圖 3- 45 $\theta_2 = 306^\circ$ 速度封閉多邊形圖

驗證對象	Matlab	圖解法	誤差
桿 3 角加速度	-18.2133rad/s ²	-18.2135rad/s ²	0.00109809 %
桿 4 角加速度	29.3290rad/s ²	29.3299rad/s ²	0.003068635 %
桿 6 角加速度	19.2697rad/s ²	19.2695rad/s ²	0.00103789 %
桿 5 線加速度	1.4214m/s ²	1.4208m/s ²	0.422119 %
表 3. 4 $\theta_2 = 306^\circ$ 之各桿件角加速度誤差表			

3.3.7 圖解法結果討論

以多邊形作圖法驗證輸入桿 $\theta_2 = 87^\circ$ 以及 $\theta_2 = 306^\circ$ 的位置、速度以及加速度，可得此結果與理論的結果相差甚小，驗證了 Matlab 所跑出數值的正確性，使結果更加完整；誤差最大的地方通常是在桿 5 的地方，原因是因為我桿 5 是圖解法最後繪製的桿件，因此我會將原點與桿 5 先連起來，在比較其長度是否與理論一致。

第四章 結論與建議

本文為對六連桿沖床機構做運動分析，先以理論推導來算出運動的各項資訊，再使用 Recurdyn 進行動態分析和圖解法對兩非特殊角做分析，兩驗證方法都有誤差，Recurdyn 的誤差有可能是因為所以桿件皆非剛體，因此在運動的時候，剛體有可能會被壓縮進而造成微小誤差；圖解法有誤差可能是精度的問題造成有些數值會被忽略掉；此次模擬無對力量的分析，之後會考慮重力、慣性力、阻尼力以及彈簧力做模擬，上述的模擬需要用到這次運動分析的結果，更確立了運動分析的重要性。

第五章 參考文獻

1. Norton , R. L. , 2013 , Kinematics and Dynamics of Machinery, 2nd Ed. In SI Units, McGraw-Hill, New York, USA