

④四元数の計算(積)

$$\begin{aligned}
 & (S + iu + jv + kw)(S' + iu' + jv' + kw') \\
 &= SS' + iSu' + jSv' + kSw' + ius' - uu' + kuv' - juw' \\
 & \quad + jvs' - kvu' - vv' + ivw' + kws' + jwv' - iww' \\
 &= \underbrace{(SS' - uu' - vv' - ww')}_{\text{実部}} + i \underbrace{(Su' + us' + vW' - wV')}_{\text{外積}} + j \underbrace{(Sv' - uw' + vS' + wu')}_{\text{外積}} \\
 & \quad + k \underbrace{(Sw' + uv' - vu' + ws')}_{\text{外積}}
 \end{aligned}$$

そこで  $V = iu + jv + kw$  とすると

$$= \underbrace{(SS' - V \cdot V')}_{\text{内積}} + \underbrace{(SV' + S\bar{V} + V \times V')}_{\text{外積}}$$