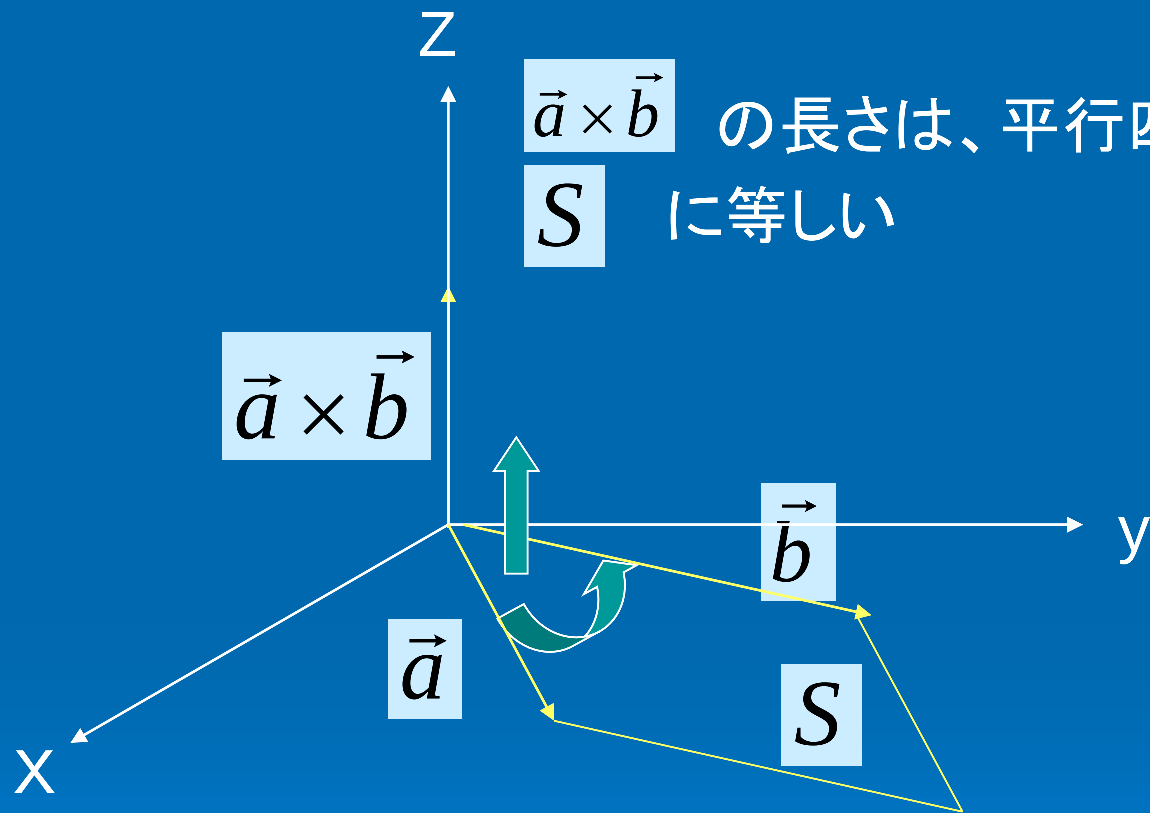
ベクトルの外積

第４回

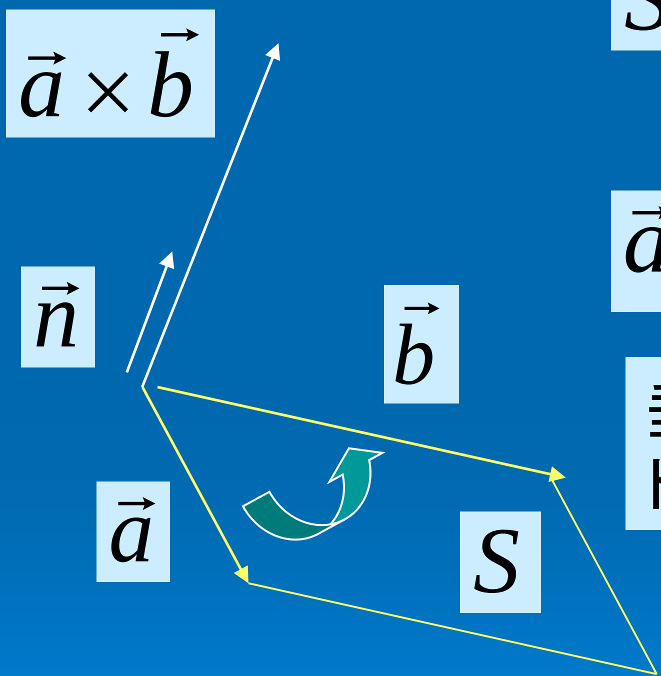
ベクトルの外積 $\vec{a}\times\vec{b}$

$\vec{a}\times\vec{b}$ の長さは、平行四辺形の面積 S に等しい



向きは、平行四辺形の面に垂直で $\vec{a}$ から $\vec{b}$ へねじを回したとき
ねじの進む方向である

平面の法線ベクトル



$\vec{a} \times \vec{b}$ の長さは、平行四辺形の面積

S に等しい

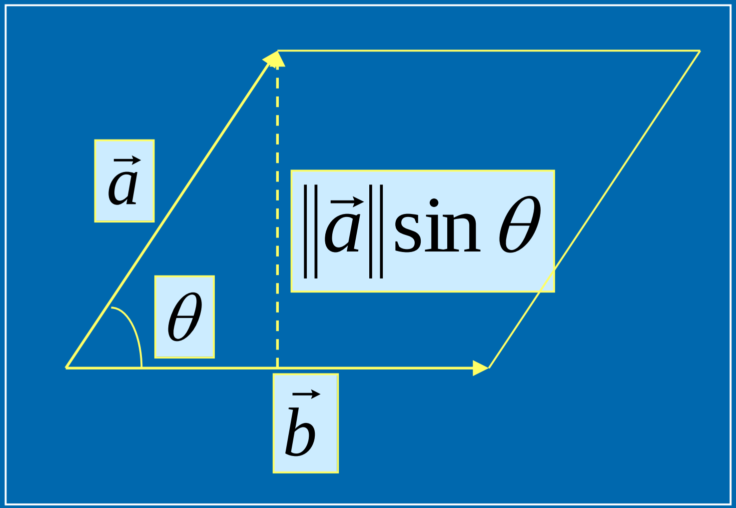
$$S = \left\| \vec{a} \times \vec{b} \right\|$$

$\vec{a}, b$ が作る平行四辺形を含む面に

垂直で、長さが1のベクトルを法線ベクトルといい、

$$\vec{n} = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{S} = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{\left\| \vec{a} \times \vec{b} \right\|}$$

２つのベクトルの外積



$\vec{a}, \vec{b}$ のなす角を θ $(0 \le \theta \le \pi)$

とするとき、 $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の外積

$\|\vec{a} \times \vec{b}\|$ は平行四辺形の面積だから

$$\|\vec{a} \times \vec{b}\| = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\|\sin\theta$$

方向は $\otimes$ 紙面の手前から奥に向かう方向

平行なベクトルまたはゼロベクトルとの外積

$$\left\|\vec{a}\times\vec{b}\right\| = \left\|\vec{a}\right\|\left\|\vec{b}\right\|\sin\theta$$

- 平行→ $\sin\theta = 0$ → $\left\|\vec{a}\times\vec{b}\right\| = \left\|\vec{a}\right\|\left\|\vec{b}\right\|\sin\theta = 0,$ $\vec{a}\times\vec{b} = \vec{0}$

特に $\left\|\vec{a}\times\vec{a}\right\| = \left\|\vec{a}\right\|\left\|\vec{a}\right\|\sin 0 = 0,\ \vec{a}\times\vec{a} = \vec{0}$

- どちらかが $\vec{0}$ → $\vec{a} = \vec{0},\ \left\|\vec{a}\times\vec{b}\right\| = \left\|\vec{0}\right\|\left\|\vec{b}\right\|\sin 0 = 0,$ $\vec{a}\times\vec{b} = \vec{0}$

外積の基本性質

反可換

$$\mathrm{I}.\ \vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a}$$

$$\mathrm{II}.\ \begin{cases} \vec{a}\times\left(\vec{b}+\vec{c}\right)=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c} \\ \left(\vec{b}+\vec{c}\right)\times\vec{a}=\vec{b}\times\vec{a}+\vec{c}\times\vec{a} \end{cases}$$

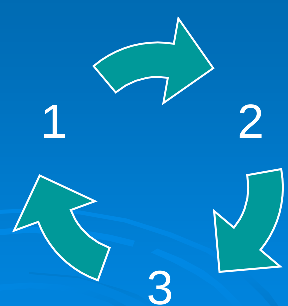
$$\mathrm{III}.\ \left(\lambda\vec{a}\right)\times\vec{b} = \lambda\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)=\vec{a}\times\left(\lambda\vec{b}\right)$$

基本ベクトルの外積

基本ベクトル　$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ について

$$\vec{e}_1 \times \vec{e}_2 = \vec{e}_3,\ \vec{e}_2 \times \vec{e}_3 = \vec{e}_1,\ \vec{e}_3 \times \vec{e}_1 = \vec{e}_2$$

$$\vec{e}_1 \times \vec{e}_1 = \vec{e}_2 \times \vec{e}_2 = \vec{e}_3 \times \vec{e}_3 = \vec{0}$$



外積の成分表示

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad \text{の外積}$$

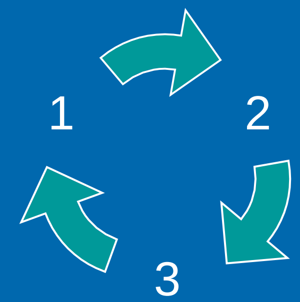
$$\begin{cases} \vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3 \\ \vec{b} = b_1\vec{e}_1 + b_2\vec{e}_2 + b_3\vec{e}_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\vec{a} \times \vec{b} &= \left(a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3\right) \times \left(b_1\vec{e}_1 + b_2\vec{e}_2 + b_3\vec{e}_3\right) \\
&= a_1b_1\vec{e}_1 \times \vec{e}_1 + a_1b_2\vec{e}_1 \times \vec{e}_2 + a_1b_3\vec{e}_1 \times \vec{e}_3 \\
&+ a_2b_1\vec{e}_2 \times \vec{e}_1 + a_2b_2\vec{e}_2 \times \vec{e}_2 + a_2b_3\vec{e}_2 \times \vec{e}_3 \\
&+ a_3b_1\vec{e}_3 \times \vec{e}_1 + a_3b_2\vec{e}_3 \times \vec{e}_2 + a_3b_3\vec{e}_3 \times \vec{e}_3
\end{aligned}$$

＝0

外積の成分表示つづき

$$
\begin{aligned}
&= a_1 b_2 \vec{e}_1 \times \vec{e}_2 + a_1 b_3 \vec{e}_1 \times \vec{e}_3 \\
&+ a_2 b_1 \vec{e}_2 \times \vec{e}_1 + a_2 b_3 \vec{e}_2 \times \vec{e}_3 \\
&+ a_3 b_1 \vec{e}_3 \times \vec{e}_1 + a_3 b_2 \vec{e}_3 \times \vec{e}_2
\end{aligned}
$$



123123123123123123123…

$$
\vec{e}_1 \times \vec{e}_2 = \vec{e}_3,\ \vec{e}_2 \times \vec{e}_3 = \vec{e}_1,\ \vec{e}_3 \times \vec{e}_1 = \vec{e}_2
$$

$$
\vec{e}_2 \times \vec{e}_1 = -\vec{e}_3,\ \vec{e}_3 \times \vec{e}_2 = -\vec{e}_1,\ \vec{e}_1 \times \vec{e}_3 = -\vec{e}_2
$$

$$
= \left(a_1 b_2 - a_2 b_1\right)\vec{e}_3 + \left(a_3 b_1 - a_1 b_3\right)\vec{e}_2 + \left(a_2 b_3 - a_3 b_2\right)\vec{e}_1
$$

外積の成分表示つづき

$$= (a_1b_2 - a_2b_1)\vec{e}_3 + (a_3b_1 - a_1b_3)\vec{e}_2 + (a_2b_3 - a_3b_2)\vec{e}_1$$

$$= (a_2b_3 - a_3b_2)\vec{e}_1 + (a_3b_1 - a_1b_3)\vec{e}_2 + (a_1b_2 - a_2b_1)\vec{e}_3$$

$$= (a_2b_3 - a_3b_2)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + (a_3b_1 - a_1b_3)\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + (a_1b_2 - a_2b_1)\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix}$$

覚え方

あとでやる行列式の形で覚えるのが楽でしょう

（1）　（2）　（3）　（4）　（5）　（6）

$$a\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3\\ a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\end{vmatrix}$$

—— ＋

—— −

黄色線上の成分を掛けて符号＋をつけ
橙色線上の成分を掛けて符号－をつけ
全部を加える

（1）　（2）　（3）

$$=\vec{e}_1a_2b_3+\vec{e}_2a_3b_1+\vec{e}_3b_2a_1$$
$$-\vec{e}_3b_2a_1-a_3b_2\vec{e}_1-b_3a_1\vec{e}_2$$

（4）　（5）　（6）

$$=\left(a_2b_3-a_3b_2\right)\vec{e}_1+\left(a_3b_1-b_3a_1\right)\vec{e}_2$$
$$+\left(a_1b_2-b_2a_1\right)\vec{e}_3$$

行列式2x2

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$a \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} \vec{e}_1 + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} \vec{e}_2 + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \vec{e}_3$$

外積の計算1

$$\vec{e}_1 \times \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \cdot 0 - 0 \cdot 1 \\ 0 \cdot 0 - 1 \cdot 0 \\ 1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \vec{e}_3$$

$$\vec{e}_1 \times \vec{e}_2 = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 + 1\vec{e}_3 + 0\vec{e}_3 + 0\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2 = \vec{e}_3$$

外積の計算1

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$ の外積

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_2 b_3 - a_3 b_2)\vec{e}_1 + (a_3 b_1 - b_3 a_1)\vec{e}_2 + (a_1 b_2 - b_2 a_1)\vec{e}_3$$

$$= \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} \vec{e}_1 + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} \vec{e}_2 + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \vec{e}_3$$

$$= \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} \vec{e}_1 + \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \vec{e}_2 + \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} \vec{e}_3 = -26\vec{e}_1 - 9\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3$$

$$\begin{pmatrix} -26 \\ -9 \\ 5 \end{pmatrix}$$

２つのベクトルの交角

ある座標系で空間のベクトル
$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

に対しても、
$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

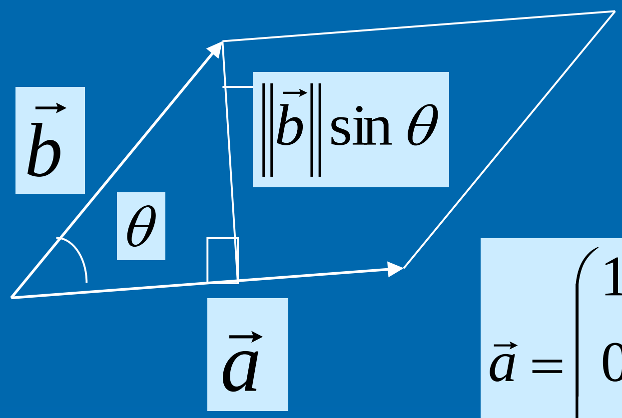
そして
$$\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq 0 \Longrightarrow \sin\theta = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|}$$
$$\Rightarrow \quad \theta = \sin^{-1} \frac{\|\vec{a} \times \vec{b}\|}{\|\vec{a}\| \|\vec{b}\|}$$

特に、$\theta = 0$ のとき、$\vec{a}, \vec{b}$ は平行といい $\vec{a} \,//\, \vec{b}$ と表す

外積を用いた計算例

- 平行四辺形の面積

$$S=\left\|\vec{a}\times\vec{b}\right\|=\|\vec{a}\|\left\|\vec{b}\right\|\sin\theta$$



$$\left(S=\sqrt{\|\vec{a}\|^2\cdot\left\|\vec{b}\right\|^2-\left\langle\vec{a}\middle|\vec{b}\right\rangle^2}\right)$$

$$\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\ \vec{b}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix},\quad \vec{a}\times\vec{b}=\begin{pmatrix}a_2b_3-a_3b_2\\a_3b_1-a_1b_3\\a_1b_2-a_2b_1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix},\left\|\vec{a}\times\vec{b}\right\|=1$$

問　$\overrightarrow{OA}=\vec{a}=\begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix},\overrightarrow{OB}=\vec{b}=\begin{pmatrix}0\\4\\0\end{pmatrix}$ ΔOABの面積を求めよ

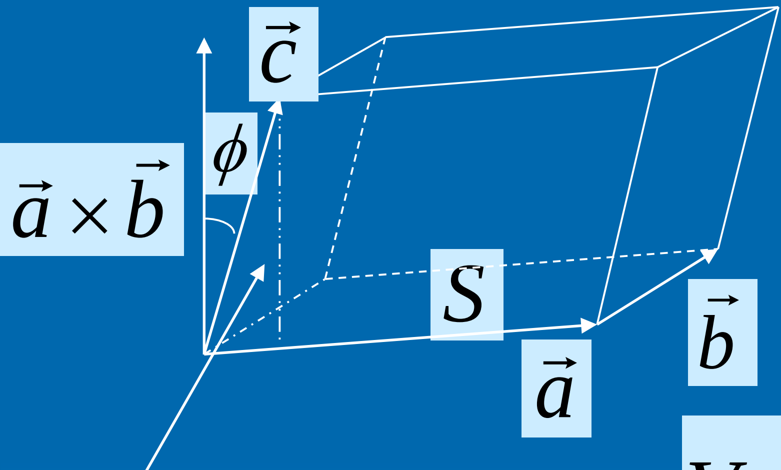
外積を用いた計算例

- 平行六面体の体積

$$V = S \cdot h$$

$$= \left\| \vec{a} \times \vec{b} \right\| \cdot \left\| \vec{c} \right\| \cos\phi$$

$$= \left\langle \vec{a} \times \vec{b} \middle| \vec{c} \right\rangle$$



$$h = \left\| \vec{c} \right\| \underline{\cos\phi}$$

$$= \left\| \vec{c} \right\| \frac{\left\langle \vec{c} \middle| \vec{a} \times \vec{b} \right\rangle}{\underline{\left\| \vec{c} \right\| \cdot \left\| \vec{a} \times \vec{b} \right\|}}$$

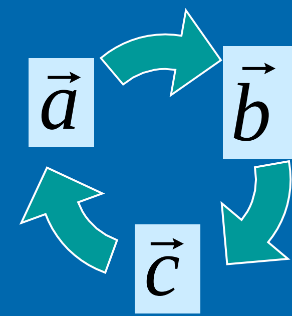
$$V = \left\langle \vec{c} \middle| \vec{a} \times \vec{b} \right\rangle = \left\langle \vec{a} \times \vec{b} \middle| \vec{c} \right\rangle \equiv \left[\vec{a}\vec{b}\vec{c} \right]$$

グラスマンの記号

box product, 三重積

三重積についての性質

$$\left\langle \vec{a}\times\vec{b} \middle| \vec{c} \right\rangle \equiv \left[\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right]$$



$$\left[\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right] = \left[\vec{c}\vec{a}\vec{b}\right] = \left[\vec{b}\vec{c}\vec{a}\right]$$

$$\left\langle \vec{c} \middle| \vec{a}\times\vec{b} \right\rangle = \left\langle \vec{a}\times\vec{b} \middle| \vec{c} \right\rangle$$

内積の可換性（対称性）

$$\left[\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right] = \left[\vec{b}\vec{c}\vec{a}\right]$$

$$\left[\vec{b}\vec{c}\vec{a}\right] = \left\langle \vec{b}\times\vec{c} \middle| \vec{a} \right\rangle = \left\langle \vec{a} \middle| \vec{b}\times\vec{c} \right\rangle$$

$$\left\langle \vec{a}\times\vec{b} \middle| \vec{c} \right\rangle = \left\langle \vec{a} \middle| \vec{b}\times\vec{c} \right\rangle$$

を示せばよい

$\left\langle \vec{a} \times \vec{b} \middle| \vec{c} \right\rangle = \left\langle \vec{a} \middle| \vec{b} \times \vec{c} \right\rangle$ の証明

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_2 b_3 - a_3 b_2)\vec{e}_1 + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\vec{e}_2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\vec{e}_3$$

$$\vec{c} = c_1 \vec{e}_1 + c_2 \vec{e}_2 + c_3 \vec{e}_3$$

$$\left\langle \vec{a} \times \vec{b} \middle| \vec{c} \right\rangle = (a_2 b_3 - a_3 b_2) c_1 + (a_3 b_1 - a_1 b_3) c_2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1) c_3$$

$$\left\langle \vec{a} \middle| \vec{b} \times \vec{c} \right\rangle$$

$$= \left\langle \vec{b} \times \vec{c} \middle| \vec{a} \right\rangle = (b_2 c_3 - b_3 c_2) a_1 + (b_3 c_1 - b_1 c_3) a_2 + (b_1 c_2 - b_2 c_1) a_3$$

$$= (a_2 b_3 - a_3 b_2) c_1 + (a_3 b_1 - a_1 b_3) c_2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1) c_3$$

実は

$$\vec{a}\times\vec{b}=\left(a_2b_3-a_3b_2\right)\boxed{\vec{e}_1}+\left(a_3b_1-a_1b_3\right)\boxed{\vec{e}_2}+\left(a_1b_2-a_2b_1\right)\boxed{\vec{e}_3}$$

$$\vec{c}=c_1\vec{e}_1+c_2\vec{e}_2+c_3\vec{e}_3$$

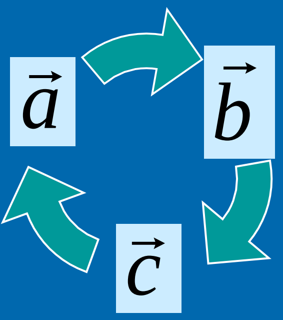
$$\left\langle\vec{a}\times\vec{b}\,\middle|\,\vec{c}\right\rangle=\left(a_2b_3-a_3b_2\right)\boxed{c_1}+\left(a_3b_1-a_1b_3\right)\boxed{c_2}+\left(a_1b_2-a_2b_1\right)\boxed{c_3}$$

$$=\begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

$$a\times\vec{b}=\begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

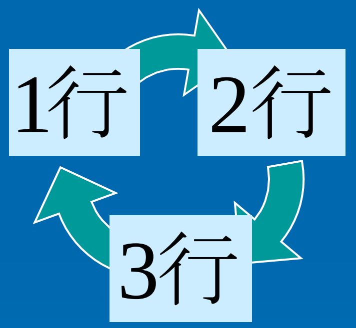
結局三重積の性質は

$$\left[\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right]=\left[\vec{c}\vec{a}\vec{b}\right]=\left[\vec{b}\vec{c}\vec{a}\right]$$



$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix}$$

1行目に



サイクリックに入れ替えないと符号が変わる

$$\left[\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right]=-\left[\vec{c}\vec{b}\vec{a}\right]=-\left[\vec{a}\vec{c}\vec{b}\right]=-\left[\vec{b}\vec{a}\vec{c}\right]$$

$$\left[\vec{a}\vec{a}\vec{c}\right]=0,\ etc\quad \because \vec{a}\times\vec{a}=\vec{0}$$

問題

$$\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix},\vec{b}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix},\vec{c}=\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}\text{とする}$$

1. $\vec{a}\times\vec{b}$を求めよ

2. $\vec{a},\vec{b}$と平行な線分で作られる平行四辺形の面積を求めよ

3. $\left[\vec{a}\vec{b}\vec{c}\right]$を求めよ

4. 原点と$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$で作られる4面体の体積を求めよ

外積計算に便利な記号

３階完全反対称テンソル

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & (i \neq j,\ j \neq k, k \neq i \wedge 1,2,3\text{の}cyclic) \\ -1 & (i \neq j,\ j \neq k, k \neq i \wedge 1,2,3\text{の}cyclic\text{ではない}) \\ 0 & (\text{上記以外。例えば}i = j\text{の場合}) \end{cases}$$

$$\varepsilon_{123} = \varepsilon_{312} = \varepsilon_{231} = 1$$

$$\varepsilon_{321} = \varepsilon_{132} = \varepsilon_{213} = -1$$

$$\varepsilon_{113} = \varepsilon_{122} = \varepsilon_{331} = \cdots = \varepsilon_{111} = 0$$

外積計算に便利な記号

３階完全反対称テンソルを使うと

$$\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)_i = \sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\varepsilon_{ijk}a_j b_k = \sum_{j,k=1}^{3}\varepsilon_{ijk}a_j b_k = \varepsilon_{ijk}a_j b_k$$

和の記号の省略

省略した場合は2回同じ添え字が出てきたら、
その添え字について和をとる約束とする

外積計算に便利な記号

$\varepsilon_{113} = 0,\ \varepsilon_{122} = 0, \cdots$などに注意

$$\left(\vec{a} \times \vec{b}\right)_1 = \varepsilon_{1jk} a_j b_k = \varepsilon_{123} a_2 b_3 + \varepsilon_{132} a_3 b_2$$

$$\varepsilon_{123} = 1,\ \ \varepsilon_{132} = -1$$

$$\left(\vec{a} \times \vec{b}\right)_1 = a_2 b_3 - a_3 b_2$$

同様に

$$\left(\vec{a} \times \vec{b}\right)_2 = \varepsilon_{2jk} a_j b_k = \varepsilon_{231} a_3 b_1 + \varepsilon_{213} a_1 b_3 = a_3 b_1 - a_1 b_3$$

$$\left(\vec{a} \times \vec{b}\right)_3 = \varepsilon_{3jk} a_j b_k = \varepsilon_{312} a_1 b_2 + \varepsilon_{321} a_2 b_1 = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

３つのベクトルの外積 $\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)$

$$\left[\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)\right]_i=\varepsilon_{ijk}a_j\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)_k$$
$$=\varepsilon_{ijk}a_j\varepsilon_{klm}b_l c_m=\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}a_j b_l c_m$$

ここで、公式 $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}=\varepsilon_{kij}\varepsilon_{klm}=\delta_{il}\delta_{jm}-\delta_{im}\delta_{jl}$ を使うと

$$\left[\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)\right]_i=\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{klm}a_j b_l c_m$$
$$=\left(\delta_{il}\delta_{jm}-\delta_{im}\delta_{jl}\right)a_j b_l c_m$$
$$=\delta_{il}\delta_{jm}a_j b_l c_m-\delta_{im}\delta_{jl}a_j b_l c_m$$
$$=a_j b_i c_j-a_j b_j c_i=\left\langle\vec{c}\middle|\vec{a}\right\rangle b_i-\left\langle\vec{a}\middle|\vec{b}\right\rangle c_i$$

３つのベクトルの外積 $\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)$

$$\left[\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)\right]_i=\langle\vec{c}|\vec{a}\rangle b_i-\left\langle\vec{a}\middle|\vec{b}\right\rangle c_i$$

$$\therefore\ \left[\vec{a}\times\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)\right]=\langle\vec{c}|\vec{a}\rangle\vec{b}-\left\langle\vec{a}\middle|\vec{b}\right\rangle\vec{c}$$

問題

1. $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\times\vec{c}$を計算しなさい
2. $\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)\times\left(\vec{c}\times\vec{d}\right)$を計算しなさい