● 四元数 = 4次元の数

$a+bi+cj+dk$

4次元とは：2つの直交する平面からなる空間

→ 回転も2つの平面で考えればいい？

1. Simple Rot

$$\begin{pmatrix} w' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w \\ x \\ y\cos\theta - z\sin\theta \\ y\sin\theta + z\cos\theta \end{pmatrix}$$

2. Isonic Rot

2つの平面で同じ角度 $\pm\alpha$ 回転する

→ 計算上、都合の良い特性があるので

$(a+bi+cj+dk)(w+xi+yj+zk)$

$=(aw-bx-cy-dz)$

$+(bw+ax-dy+cz)i$

$$(\cos\theta + i\sin\theta + j\sin\theta + k\sin\theta)(w + ix + jy + kz)$$

$$= w(\cos\theta + (i+j+k)\sin\theta) + x(i\cos\theta + (i^2 + ji + ki)\sin\theta) + y(j\cos\theta + (ij + j^2 + jk)\sin\theta) + z(k\cos\theta + (ik + kj + k^2)\sin\theta)$$

$$w' = w\cos\theta - x\sin\theta - y\sin\theta - z\sin\theta$$

$$x' = x\cos\theta + w\sin\theta + y\sin\theta - z\sin\theta$$

$$y' = w\sin\theta + x\sin\theta + y\cos\theta - z\sin\theta$$

$$z' = w\sin\theta - x\sin\theta - y\sin\theta + z\cos\theta$$

实在

$a.x+b.w+a.w\times b.x-a.z\times b.y+a.y*b.z$

$a.y\times b.w+a.z\times b.x+a.w\times b.y-a.x\times b.z$

$a.z\times b.w$

$-a.y\times b.x+a.x+b.y+a.w\times b.z$