Първо домашно по Дискретни структури, 30.10.2023 г.

Име: _______________________________, ФН:__________, Курс:___

Задача	1	2	3	4	5	Общо
получени точки						
максимум точки	1	1	1	1	1	5

Задача 1. Докажете, че за произволно множество A и произволна фамилия от множества $\mathcal{F}$ е изпълнено:

а) $A \cap (\bigcup_{B\in\mathcal{F}} B) = \bigcup_{B\in\mathcal{F}} (A \cap B)$

б) $A \cup (\bigcap_{B\in\mathcal{F}} B) = \bigcap_{B\in\mathcal{F}} (A \cup B)$

Задача 2. Дадена е окръжност, върху която са разположени n сини и n червени точки.

„Разходка“ по окръжността от някоя оцветена точка x ще наричаме следната процедура: започвайки от x, обикаляме окръжността по часовниковата стрелка и записваме броя на посетените сини и червени точки (като наредена двойка) при всяка нова посетена оцветена точка. След края на процедурата (при повторно посещение на x), резултатът от нея е множество от $2n$ наредени двойки, съответстващи на наблюденията ни.

„Успешна разходка“ ще наричаме такава разходка, при която за всяка наредена двойка $(red_{count}, blue_{count})$ от резултатното множество, $red_{count} \geq blue_{count}$. Да се докаже, че за всяко $n \geq 1$ и подредба на точките, има такава точка, че разходката започваща от нея е „успешна“.

Задача 3. Дефинираме за произволно $n \in \mathbb{N}$:

$$f^n = \begin{cases} id, & n = 0 \\ f \circ f^{n-1}, & n > 0 \end{cases}$$

Нека X е крайно и $f : X \longrightarrow X$ е пермутация на X.

$\forall x \in X : F(x) := \left\{ f^i(x) | i \in \mathbb{N} \right\}$.

Дефинираме релацията R над X: $aRb \xrightarrow{def} b \in F(a)$.

Докажете, че R е релация на еквивалентност.

Задача 4. Разглеждаме редици от цели положителни числа. Нека $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ и $\{b_n\}_{n=0}^{\infty}$ са две редици. Ще казваме, че редицата $\{b_n\}$ е по-бърза от редицата $\{a_n\}$, ако $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$.

- Да се докаже, че за всяка редица съществува по-бърза от нея редица;
- Нека H е множество от редици, удовлетворяващи условието: за всяка редица $\{u_n\}_{n=0}^{\infty}$ съществува редица $\{v_n\}_{n=0}^{\infty}$ от H, която е по-бърза от $\{u_n\}$. Да се докаже, че H е неизброимо множество.

Задача 5. Да се намери броят на редиците от положителни естествени числа, чиито елементи имат най-голям общ делител 1 и сума 105.

Срок за предаване: Предайте домашното на асистента на вашата група до 3.12.2023 г.!

Варианти за описание на решенията:

(1) Ръкописно написани решенията. Предайте ги по начин, обсъден с асистента на групата!

(2) Файлове във формат *.tex и *.pdf, изготвени по стандарта LaTeX. Пратете мейл на асистента с приложените файлове. На следващата страница има кратки инструкции за LaTeX.

Как да ползваме LaTeX?

LaTeX е език за автоматизиране на издателската дейност. Като среда за типографска дейност, езикът е достъпен за различни операционни системи и е с отворен лиценз (open source). Той е създаден от Лесли Лампорд (Leslie Lamport), американски учен, по-известен с работите си по теория на разпределените компютърни системи, за които получава Тюрингова премия през 2013 г.

LaTeX е макро-разширение на TeX, език за описание на типографската дейност, създаден около 1978 г. от Доналд Кнут (Donald Knuth), американски учен, по-известен с многотомника си „Изкуството на програмирането“. Кнут е считан за баща на теорията за анализ на алгоритми, получава Тюрингова премия през 1974 г.

Първи стъпки:

Започнете с учебника https://www.latex-tutorial.com/tutorials/

Той съдържа инструкции за инсталиране на системата и въвежда в създаването на прости документи, ползването на математически формули и графика.

Образец:

За да напишете решенията си, ползвайте сорса на този документ (файла с разширение .tex), публикуван в Мудъл.

Изтрийте втората страница, съдържаща тези инструкции, а вашите решения опишете на последната страница.

После компилирайте до формат *.pdf.

Полезни връзки:

https://en.wikipedia.org/wiki/LaTeX

https://en.wikipedia.org/wiki/TeX

https://www.latex-tutorial.com/tutorials/

Решения

Задача 1.

Задача 2.

Задача 3.

Задача 4.

Задача 5.