

11.

```
a=[[1],[2,3],[4,5,6]]
```

```
n=0
```

```
for b in a:
```

```
    for d in b :
```

```
        n+=1
```

```
print(n)
```

6

12.13.

```
n=[1,2,3,4]
```

```
for l in range(len(n)):
```

```
    print(i)
```

6번의 함수 실행

18.

```
t=0
```

```
for p in range(3):
```

```
    if p <=1:          0,1
```

```
        for q in range(4):      0,1,2,3
```

```
            t+=q(t=t+q)
```

```
        for r in range(2):      0,1
```

```
            t +=r(t=t+r)
```

```
print(t*r)
```

14

-----

10/31

숫자들의 나열은 벡터의 형태가 된다.

행렬은 벡터는 아니지만, 길게 만들면, 한줄한줄 벡터화할 수 있다.

(이미지는 행렬이다. 그걸 길게 눌러놓은 것을 벡터화한다라고 말한다. )

모든 데이터는 벡터형태로 했을 때 다루기가 쉽다.

칼라 이미지는 3차원, 동영상은 4차원

소리도 벡터화 된다.

텍스트도 벡터화시킨다. 1첫째 단어 1000000000000 (0을 5만개)

numpy는 라이브러리

```
a=[1,3,5]
```

```
b=[2,4,6]
```

```
c=a+b
```

c # 곱하기, 더하기 안되는데, 이것을 해주는 것이 numpy이다.

```
→ [1,3,5,2,4,6]
```

```
import numpy # import numpy as np A=np.array(a), B=np.array(b)
```

```
A=numpy.array(a)
```

B=numpy.array(b) #array는 계산가능한 것을 바꾸어준다.

```
A+B
```

```
→ array([3, 7, 11])
```

```
type(A)
```

```
→ numpy.ndarray
```

```
import numpy as np
```

```
A=np.array(a) ; B=np.array(b)
```

```
X=np.array([[1,2,3],[4,5,6]])
```

```
X
```

```
→ array([[1,2,3],  
         [4,5,6]])
```

```
X.shape
```

```
→(2,3)
```

11.01

1. numpy.A.D.f

2. import numpy

numpy.A.D.f

3. from numpy import A

A.B.f

4. from numpy import A.D

#numpy 안에 A와 B가 부분집합으로, A안에 D

#import numpy numpy.A.D.f

#from numpy import A

A.D.f

#from numpy import A.D

```
import numpy as np
```

```
import matplotlib.pyplot as plt # from matplotlib import pyplot as plt
```

.은 포함관계이다.

```
np.empty([2,3], dtype='int')
→ array([[ 0, 1072168960,  0],
        [1072168960,  0,  0]])
```

```
np.empty([2,3])
→array([[ 4.64583300e-308,  4.66664552e-308, -2.57703408e+010],
        [-4.70231646e-064,  2.26262303e-319,  1.46914166e+195]])
```

numpy.empty(배열, dtype=자료형)을 사용하여 특정한 값으로 초기화하지 않는 배열을 생성할 수 있다.

```
np.zeros([2,3])
→ array([[0.,  0.,  0.],
        [0.,  0.,  0.]])
```

[[0,0,0],[0,0,0]] #list를 만든 것, 그런데 계산 안 됨. 계산되는 array로 만드는 방법이 밑에,

np.array([[0,0,0], [0,0,0]]) #np.zeros([2,3])과 똑같음

그냥 [[0,0,0], [0,0,0]] 은 벡터일 뿐이다.

np.ones([2,3]) #1이 6개 만들어진다. ones라는 함수는 데이터타입을 float로 하는구나 추측, 왜? 결과에 1. 이 돼서 = 따라서, np.ones([2,3], dtype='int')

#float64라고 쓰면 조금의 오차도 만들지 않으려고, 단점은 메모리를 차지한다. 정확도와 데이터 쓰는 양과 메모리가 반비례

np.arange(5) #for loop에서 range는 계산은 안 됨, 여기서는 계산이 됨.

```
→array([0,1,2,3,4])
```

```
np.arange(0,10,2)
```

```
→array([0,2,4,6,8])
```

```
np.arange(0,10,2, dtype='float64')
```

```
→ array([0., 2., 4., 6., 8.])
```

np.linspace(0,10,6) #0부터 10까지 6개의 숫자로 나눠라. linspace에서 linear은 늘 똑같다. 첫 번째에서 두 번째로 가는, 두 번째에서 세 번째로 가는 차이가 다 똑같다.

```
→ array([0., 2., 4., 6., 8., 10.] )
```

```
X=np.array([4,5,6])
```

X

```
→ array([4,5,6]) #벡터가 만들어진다.
```

```
X=np.array([[1,2,3],[4,5,6]]) #2by3
```

```
X=np.array([[1,2],[4,5],[8,9]]) #3by2
```

X

```
→array([[1,2],
        [4,5],
        [8,9]])
```

X=np.array([[1,2], [4,5], [8,9]]) #그냥 벡터는 1차원, 직사각형 매트릭스 2차원, volume이 있으면 3차원, 3차원으로 표기도 가능하다. 대괄호가 두 개 나오면 2차원, 대괄호가 세 개 나오면 3차원이다.

```
X=np.array([[[1,2], [4,5], [8,9]], [[1,2], [4,5], [8,9]]]) #2차원 행렬이 두 개 있으면 3차원이네
```

X

```
→ array([[[1,2],
          [4,5],
          [8,9]],
        [[1,2],
          [4,5],
          [8,9]]])
```

X.ndim

→3

X.shape

→(2,3,2) # 3x2 가 2개 있다.

X.dtype

→ dtype('int32')

X.astype(np.float64)

```
→ array([[[1., 2.],
          [4., 5.],
          [8., 9.]],
        [[1., 2.],
          [4., 5.],
          [8., 9.]])
```

np.zeros\_like(X) # X\*0 과 같다.

```
→ array([[[0, 0],
          [0, 0],
          [0, 0]]])
```

```
[0, 0]],
```

```
[[0, 0],  
 [0, 0],  
 [0, 0]])
```

```
data= np.random. normal(0,1,100) #정규분포 모양의 데이터를 만들어준다. 평균0, 표준편  
차1, 100(100개의 데이터를 만들어라.) random 하게 만들어봐라.  
print(data)
```

```
data.shape  
→(100,)
```

```
data.ndim  
→1
```

```
data=np.random.normal(0,1,100)  
print(data)  
plt.hist(data, bins=10) #matplotlib이라는 라이브러리 안에 있는 plt라는 subset안에 있는 hist  
바구니가 10개  
plt.show() # 그래프의 y축에는 0을 포함한 정수값만 나올 수 있다. 전체 값은 몇 개 인가?  
100개이다. (시험)
```

```
X=np.ones ([2,3,4]) #직사각형은 2차원, 3차원은 그게 여러 장 쌓인 것 [3,2,4] 이런 식으  
로 24개에 맞춰서 바꿀 수 있다. 그런데 reshape(-1,3,2) 는 -1은 니가 알아서 해라.
```

X

```
→ array([[[1., 1., 1., 1.,  
          [1., 1., 1., 1.,  
          [1., 1., 1., 1.]],
```

```
[[1., 1., 1., 1.,  
 [1., 1., 1., 1.,  
 [1., 1., 1., 1.]])
```

2by3by4 에 들어있는 element의 개수 24개 - 바꾸더라도 24개가 되도록 바꿀 수 있다.  
안되면 reshape은 error message가 뜬다.

```
Y=X.reshape(-1,3,2) #4인데, 4인지 뭔지 모르겠다. 그러면 -1넣을 수 있다. 4넣어도 똑같  
은 값이 나온다.
```

Y

```
→array([[[1., 1.,  
          [1., 1.,
```

```
[1., 1.]],
```

```
[[1., 1.],  
 [1., 1.],  
 [1., 1.]],
```

```
[[1., 1.],  
 [1., 1.],  
 [1., 1.]],
```

```
[[1., 1.],  
 [1., 1.],  
 [1., 1.]])
```

```
np.allclose(X.reshape(-1,3,2),Y)  
true  
#allclose는 똑같은지 아닌지 판단하는 함수
```

```
a=np.random.randint(0,10,[2,3])  
b=np.random.random([2,3])  
np.savez("test",a,b) ---- 파일로 저장
```

! ls -al test\* --- 실제 저장이 됐는지 안됐는지 보는 것이다.

```
del a,b #메모리 상에서 지우고 싶으면,  
%who #variable중에 뭐가 available한 지가 나옴.
```

```
npzfiles = np.load("test.npz") #저장한 후 파일을 불러오고 싶을 때 (앞에 저장했으니)  
npzfiles.files  
→['arr_0', 'arr_1']  
npzfiles['arr_0']  
→array([1,0,3],  
       [4,0,6]))
```

Comma Separated Values (CSV) (엑셀에서도 부를 수 있음)

```
data=np.loadtxt("regression.csv", delimiter=",",skiprows=1, dtype={'names': ("X",  
"Y"),'formats': ('f','f')}) #데이터를 파일로 주는 방법이다, delimiter 분리, skiprows는 첫  
번째 row(X, Y)는 빼겠다. f는 float라는 것, integer하고 싶으면, I쓰면 됨.
```

```
np.savetxt("regression_saved.csv", data, delimiter=",")  
!ls -al regression_saved.csv : 저장하는 것
```

```
arr= np.random.random([5,2,3])
```

```
print(type(arr))
```

```
print(len(arr))
```

```
print(arr.shape)
```

```
print(arr.ndim)
```

```
print(arr.size)
```

```
print(arr.dtype)
```

```
→ <class 'numpy.ndarray'>
```

```
5
```

```
(5, 2, 3)
```

```
3
```

```
30
```

```
float64
```

```
a=np.arange(1,5) #index만들어내라 1,2,3,4
```

```
b=np.arange(9,5,-1) #index 만들어내라 9,8,7,6
```

```
-- 계산 가능한 상태가 되었기 때문에,
```

```
print(a-b)
```

```
print(a *b) 계산 가능하다.
```

```
a,b 모두 numpy array이기 때문이다.
```

matrix는 다음에

```
a=np.arange(1,10).reshape(3,3) #reshape 해서 2차원으로 만들자
```

```
b=np.arange(9,0,-1).reshape(3,3)
```

```
→[[1 2 3]
```

```
   [4 5 6]
```

```
   [7 8 9]]
```

```
[[9 8 7]
```

```
   [6 5 4]
```

```
   [3 2 1]]
```

```
a==b
```

```
→array([[False, False, False],
```

```
        [False,  True, False],
```

```
        [False, False, False]])
```

```
a>b
```

```
→ array([[False, False, False],
```

```
        [False, False,  True],
```

```
[ True,  True,  True]])
```

#비교하려면 dimension과 shape이 같아야 한다.

a.sum() #a가 numpy로부터 만들어진 산물이다. a라는 자체가 numpy이다. numpy가 만들어냈다. 함수니까 괄호친다. 자기 자신을 sum하는 건데 ()뭐 안써도 된다.

np.sum(a) #위의 것과 같다. np속에 있는 sum을 쓸건데, 뭘 sum을 하나? a

a.sum(axis=0), # 3x3 의 2차원, 첫 번째 차원은 1,2,3, 4,5,6, 7,8,9 두 번째 차원은 1,4,7 2,5,8 3,6,9 // a.sum(axis=0)은 행의 관점에서 sum을 해라

→ (array([12, 15, 18]))

np.sum(a, axis=0) #행의 관점에서 합을 하는 것이다. 첫 번째 차원

a.sum(axis=1), np.sum(a, axis=1)

→ array([ 6, 15, 24]), array([ 6, 15, 24]))

#reshape이 브로드캐스팅이다. (broadcasting)

a=np.arange(1,25). reshape(4,6) #2차원으로 4X6

→ array([[ 1, 2, 3, 4, 5, 6],  
 [ 7, 8, 9, 10, 11, 12],  
 [13, 14, 15, 16, 17, 18],  
 [19, 20, 21, 22, 23, 24]])

a + 100

→

array([[101, 102, 103, 104, 105, 106],  
 [107, 108, 109, 110, 111, 112],  
 [113, 114, 115, 116, 117, 118],  
 [119, 120, 121, 122, 123, 124]])

b = np.arange(6)

b

→ array([0, 1, 2, 3, 4, 5]) #a는 4by 6, b는 그냥 6

a + b

array([[ 1, 3, 5, 7, 9, 11],  
 [ 7, 9, 11, 13, 15, 17],  
 [13, 15, 17, 19, 21, 23],  
 [19, 21, 23, 25, 27, 29]])



#sound가 continuous wave이지만, 컴퓨터에서는 하나하나 값들로 담김. 1초동안 간격은 같지만, 얼마나 듬성듬성, 뽕뽕이 담을 것인가?=sampling rate.

#sampling rate를 만으로 한다고 정의한다면. 1초동안 만 개의 숫자를 담을 거다. 4만 4천 백이 CD, 그 이상은 사람의 귀로는 구분이 안되는데, 4만 4천 백이 인간이 구분할 수 있는 최대 음질.

# 1초를 표현하는 데 숫자의 개수가 4만 4천 백 개 있다. 아 - 소리 내는데 기록하는데 19만 ++ sine wave를 19만 2천개의 숫자로 표현도 되고, 3백 개도 되고, 이게 sampling rate이다. 1초에 얼마이다. Hz를 반드시 붙인다. 1초에 몇 번 떨리느냐 1초 당이라는 말이 들어가는 순간 모든 경우에서 Hz를 쓴다. 1초에 몇번 왔다갔다 하는가 pitch표현할 때도,

#sampling rate

## 11.5 화

list는 어떠한 계산도 안되니, numpy이 담아서 한다.

다차원의 array를 만든다.

차원에 대한 이야기

1차원이면 벡터, 2차원이면 정사각형 형태의 매트릭스, 3차원이면 volume 4차원이면 한 차원 더 늘어나서 되는 것이다.

#벡터는 숫자열이다. (1,0) (0,1) 이런 것 모두다 벡터이다.

#가로축이 theta - 오르락 내리락...

#pure tone들의 합이 복잡한 sound를 만들어 낸다. pure tone이 sine 코사인 wave, -- 그런것들을 - sinusoidal function - 이런 걸 만들어 내는 걸 phasor

#sine의 입력값으로 뭘 쓰는가? sin()

# 0~~~ 2X파이 = 6.1xxx 0은 0도, 2파이는 360도 -- 몇도는 degree 몇 도 이런것을 0, 2 $\pi$ 로 표현하는 것이 radians 이다.

#sin() cos() 입력값은 degree가 아닌 radians가 들어가야 한다.

#degree 0 180 360

#radian 0  $\pi$  2 $\pi$

#sin 곡선

## input은 각도값, 켄타

#frequency해당되는 개념이 들어가는가? (sin (켄타)라고 쓴다면 시간의 개념이 들어갈까?) - 시간의 개념이 안 들어가 있다. 몇 초에 몇 바퀴 돈든지는 안들어 있다. frequency는 초당 얼마, 몇번 왔다갔다 - 정확히 정의 안되었다.

#각도개념뿐만 아니라 초 개념도 넣어 줘야 진정한 소리가 나온다. 소리라는 실체는 시간의 개념이 들어있어야 함. sin켄타 라고만 하면 실제의 소리를 만들어 낼 수가 없다.

#parameter setting

amp=1 #range[0.0, 1.0]

sr=10000 #sampling rate, Hz

dur=0.5 #in seconds

freq=100.0 #sine frequency, Hz

#sampling rate에 단위도 Hz고, frequency도 Hz이다. sampling rate은 몇개의 숫자로 해

서, 음의 음질 상 얼마나 고 해상도로 하는가(음질의 해상도) 1초에 만개의 숫자를 가지고 표현하겠다. frequency는 1초에 태극문양이 얼마나 들어가는가

t 0.0001 0.0002 0.0003 .... 0.5000 #이렇게 하면 몇 개가 ? 1초라면 만개가 들어가야 한다.

```
t=np.arange(1, sr) #numpy쓰는 이유는 계산하려고, // 1에서 9999 까지 만들어짐. sr+1
하면 만 개가 만들어진다. 1초라면 딱 맞는데, 0.5초라서 안맞는데, 맞추려면 sr*dur+1/sr
t # array([1.000e-04, 2.000e-04,..... 4.998e-01]) 이런식으로 나온다.
```

#썰타에 들어가는 각도값을 phase라고 한다. 타임과 연동시켜서 phase로 바꾸어줘야 한다.

theta=t\*2\*np.pi \* freq #t \* 2\*np.pi (0초에서 1초까지 있는데  $2\pi$  곱하면 한바퀴 돈다. 몇 바퀴 만드느냐가 freq, freq=1이면 한바퀴돌면 끝 )

#time과 theta는 벡터, time의 벡터의 사이즈 와 썰타의 벡터의 사이즈는 같다? 맞다.

```
#ipd. Audio(s, rate=sr)
```

## 11.7 목

#phasor , 오일러 phasor

#plotting하기 위한 function부르기 위해

```
# import matplotlib.pyplot (from matplotlib import pyplot)
```

#parameter setting #목적 : 무엇을 바꿀 때 여기만 바꿔주면 된다. 목적상은 parameter, 파이썬에서 코딩할 때는 variable이다.

#function들이 받아들이는 입력은 각도값이다. radian을 넣어야 함. time x degree x (sin cos 모두, 오일러 공식에서)

#time이 필요한 이유? 각도값만 넣어서는 실체의 소리를 만들 수 없다. 그게 왜 그런지 보여 주겠다.

```
from matplotlib import pyplot as plt
```

```
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
```

```
from mpl_toolkits.axes_grid1 import make_axes_locatable
```

```
import IPython.display as ipd
```

```
import numpy as np
```

```
%matplotlib notebook
```

```
from scipy.signal import lfilter
```

theta= np.arange(0, 2\*np.pi) ##만약, theta=np.arange(0, 2\*np.pi, 0.1)하면 훨씬 더 뾰뾰하게 만들 수 있다.(밑에서)

theta #radian으로 정리

```
# array([0., 1., 2., 3., 4., 5., 6.])
```

```
s=np.sin(theta)
```

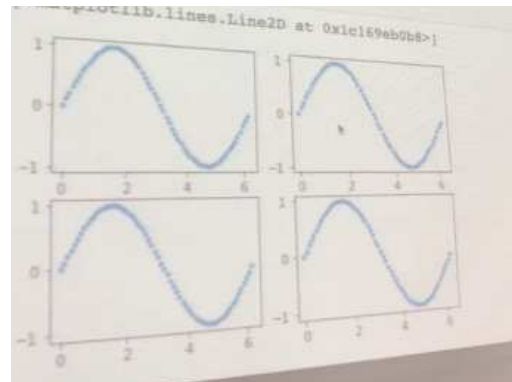
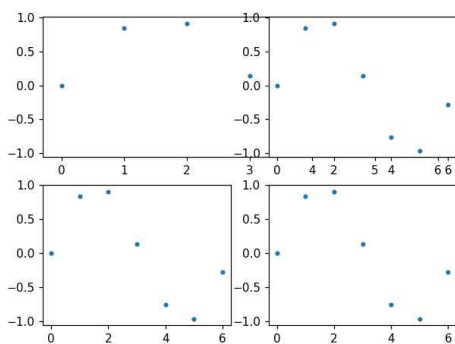
s #총 7개 벡터값이 나온다.

```
array([ 0.          ,  0.84147098,  0.90929743,  0.14112001, -0.7568025 ,
        -0.95892427, -0.2794155 ])
```

```

fig= plt.figure()
ax=fig.add_subplot(211)
ax.plot(theta, s, '.')
ax=fig.add_subplot(222)
ax.plot(theta, s, '.')
ax=fig.add_subplot(223)
ax.plot(theta, s, '.')
ax=fig.add_subplot(224)
ax.plot(theta,s, '.')
#theta는 0부터 2파이까지 만든거고, s는 sine이라는 것에 통과시켜서 /// 총 7개의 theta와
sine값 (corresponding)// (0,0) ... y축은sine 함수의 결과라고 보면됨

```

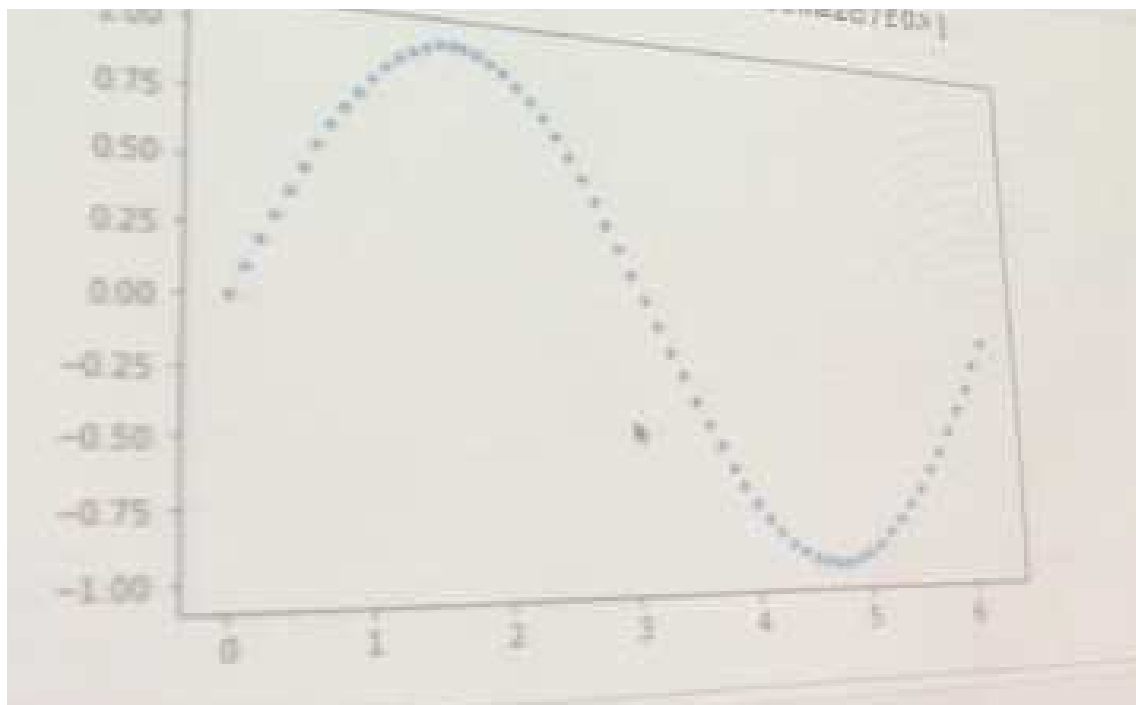
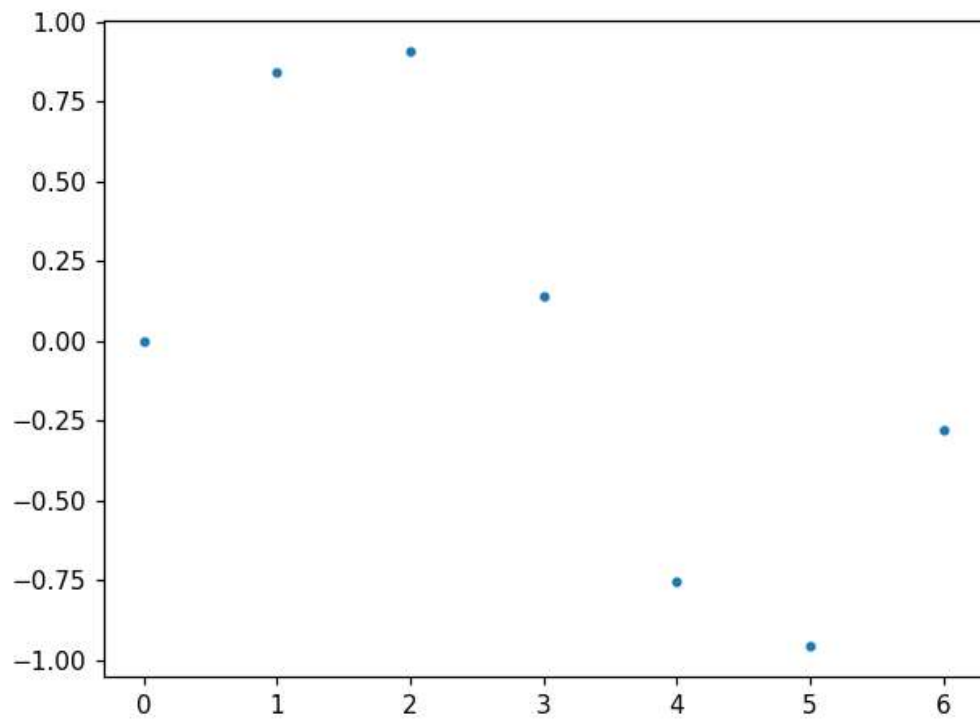


```

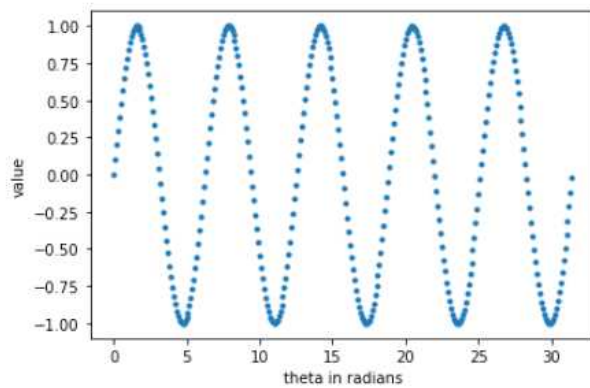
fig=plt.figure()
ax=fig.add_subplot(111)
ax.plot(theta,s, '-') # '.'을 빼고 '-'로 하면 line으로 된다. 아무것도 없어도 line이 된다.
ax.set_xlabel('theta in radians')
ax.set_ylabel('value') #시험 : x축에서는 equidistance한데, y축에서는 equidistance안하다.
그럼 어떤 경우가 둘다 equidistance한가? linear(line같이 생기면 x의 변화가
equidistance하면, y의 변화도 equidistance하다 - nonlinear이면 y변화는 equidistance안
하다 linear한 것은 ax+B의 형태이다. 이것을 제외한 모든 함수는 nonlinear하다. y=logx ,
y=1/x 등등 다 nonlinear하다 곡선이 나타난다는 자체가 x의 equidistance가 y에는 나타나
지 않는다는 뜻 )

```

#theta는 0부터 2파이까지 만들었고, sin function으로 들어가서 s가 나옴.



theta= np.arange(0, 2\*np.pi\*5, 0.1) #밑에 그래프에서 보면 5번 반복된다.



-----앞 부분에는 시간이 전혀 개입되어 있지 않다.

# generate signal by complex-phasor

c = np.exp(theta\*1j)

t = np.arange(1, sr) --- sampling rate만큼의 time tick을 만드는 것이다.

#time tick의 개수를 index로 먼저 만든다. 만약 1초라면 time tick을 총 몇 개 만드는 것인가? time tick의 개수는 sampling rate과 일치한다.

t= np.arange(1,sr\*dur+1)/sr

#1가 아니라면, 그거보다 작아져야 한다.

#dur 이 1초면, 1 0.5초면 0.5가 돼서 sr의 개수만큼time tick이 만들어진다. dur이 비율로 반영된 것, timetick을 sr을 기반으로 해서 먼저 만든 것이다.

시간은 아니다. 그냥 time tick해서 index를 해준 거고, sr로 나누어주어야 시간이 된다.

#time과 연동되는 theta를 만드는 작업을 하는 것이다.

theta=t \* 2\*np.pi \* freq

s= np.sin(theta)

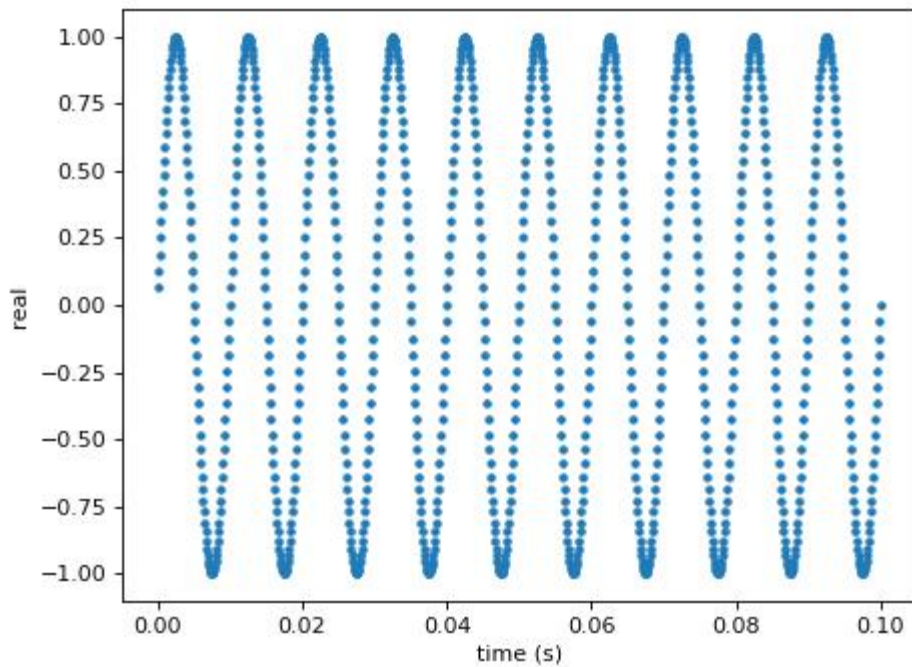
fig = plt.figure()

ax = fig.add\_subplot(111)

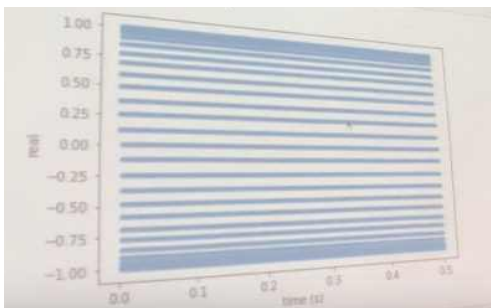
ax.plot(t[0:1000], s[0:1000], '.')

ax.set\_xlabel('time (s)')

ax.set\_ylabel('real')



#점들의 개수는? 1000개 , t와 s의 개수가 안맞으면 실행이 안된다. t[0:1000], s[0:1000] - 이렇게 되어 실행이 된다. 그냥 t,s로 하면 너무 뻑뻑해서 안보인다.



# generate signal by complex-phasor

```
c = np.exp(theta*1j)
```

#exp도 함수다. np.exp가 큰 e라고 생각하면 됨. 그 안에 들어가는 것이  $\theta * 1j$ 이다.

1j는 I이다. 다 고정되어 있고,  $\theta$ 만 바뀐다. sin과 마찬가지로이다.

c #표기법 : 컴퓨터가 쓰는 정보량이 똑같아 진다.(컴퓨터는 정보량을 정할 필요가 있다.) c에는 복소수(complex number)의 벡터가 꼭 들어있구나. 이렇게 생각하면 됨. 왜 복소수가 들어가있느냐? i를 썼으니 복소수 까지 확대 되는 것이다.

```
array([ 1.          +0.j          ,  0.99500417+0.09983342j,
        0.98006658+0.19866933j,  0.95533649+0.29552021j,
```

```

0.92106099+0.38941834j, 0.87758256+0.47942554j,
0.82533561+0.56464247j, 0.76484219+0.64421769j,
0.69670671+0.71735609j, 0.62160997+0.78332691j,
0.54030231+0.84147098j, 0.45359612+0.89120736j,
0.36235775+0.93203909j, 0.26749883+0.96355819j,
0.16996714+0.98544973j, 0.0707372 +0.99749499j,
-0.02919952+0.9995736j , -0.12884449+0.99166481j,
-0.22720209+0.97384763j, -0.32328957+0.94630009j,
-0.41614684+0.90929743j, -0.5048461 +0.86320937j,
-0.58850112+0.8084964j , -0.66627602+0.74570521j,
-0.73739372+0.67546318j, -0.80114362+0.59847214j,
-0.85688875+0.51550137j, -0.90407214+0.42737988j,
-0.94222234+0.33498815j, -0.97095817+0.23924933j,
-0.9899925 +0.14112001j, -0.99913515+0.04158066j,
-0.99829478-0.05837414j, -0.98747977-0.15774569j,
-0.96679819-0.2555411j , -0.93645669-0.35078323j,
-0.89675842-0.44252044j, -0.84810003-0.52983614j,
-0.79096771-0.61185789j, -0.7259323 -0.68776616j,
-0.65364362-0.7568025j , -0.57482395-0.81827711j,
-0.49026082-0.87157577j, -0.40079917-0.91616594j,
-0.30733287-0.95160207j, -0.2107958 -0.97753012j,
-0.11215253-0.993691j , -0.01238866-0.99992326j,
0.08749898-0.99616461j, 0.18651237-0.98245261j,
0.28366219-0.95892427j, 0.37797774-0.92581468j,
0.46851667-0.88345466j, 0.55437434-0.83226744j,
0.63469288-0.77276449j, 0.70866977-0.70554033j,
0.77556588-0.63126664j, 0.83471278-0.55068554j,
0.88551952-0.46460218j, 0.92747843-0.37387666j,
0.96017029-0.2794155j , 0.98326844-0.1821625j ,
0.9965421 -0.0830894j ])

```

```

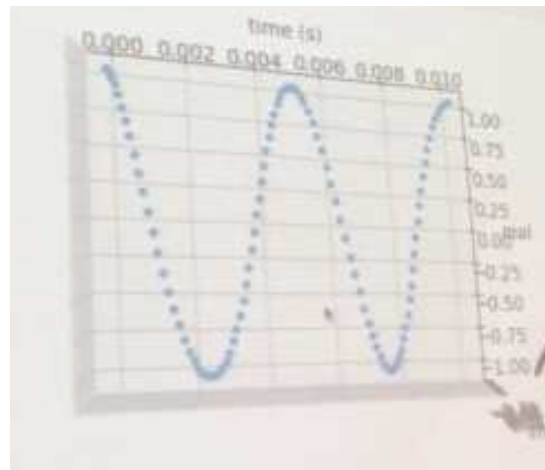
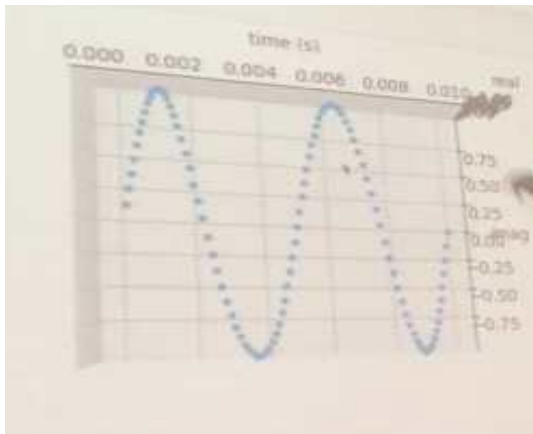
fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot(t[0:100], c.real[0:100], c.imag[0:100], '.') #t[0:100] s[0:100] -입력이 두 개,
// 여기서는 3차원 벡터 ..... // 3개의 값들은 서로서로 corresponding한다. 차례가 있는
데, 첫번째꺼 첫번째꺼 첫번째꺼 -- 한 점.. 총 1000개의 점이 찍힌다.
ax.set_xlabel('time (s)') #c.real이라고 하면, a+bi에서 a만 받아온다. c.imag라고 하면
b만 받아온다. real part와 imaginary part따로 받아와서
ax.set_ylabel('real')
ax.set_zlabel('imag') #c값들은 복소수형태로 나온다. 원래 값을 c라고 나오지만, 거기에는 2
개의 정보가 있다. sin 은 sin에 해당하는 하나만 나온다. exp function을 쓰면 2개의 값이
나온다.

```

#c.real이라고 하면 a만 쏙 받아온데, 0.9921147 만, c.imag라고 하면 1.25333234e-01j 만 받아온다.

#projection : 위에서 보면, real만 보는 것이다. 앞에서 보면 imaginary만 보는것(time은 항상 보고 있다.)

#real은 cosine과 같다. imaginery만 보면 sin이 나온다. (complex phasor(오일러 페이지)는 sin 과 cosine 둘다 가지고 있다.)



```
ipd.Audio(s, rate=sr) # ipd를 import했다. audio play하기 위해서
```

#s는 signal이고, 벡터와 원하는 sampling rate을 쓰면 됨.. s는 sin으로 만든 것이었는데, 그걸 안쓰고, c.imag로 해도 된다. c.real도 된다.

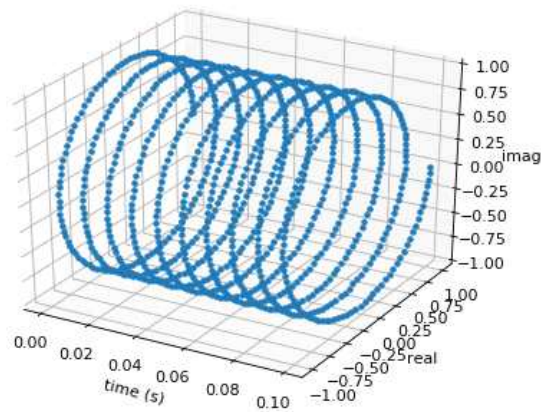
```
ipd.Audio(c.imag, rate=sr) #이 두개는 같다.
```

11.14

sine wave여러 개 쌓여서 성대에서 나는 소리

100Hz, 200Hz 이렇게 sine wave를 차곡차곡 더하면, sampling rate의 half까지 더하면,





pulse train이 만들어진다. pulse train의 가로축은 time이고, 세로축은 value(energy) 이다. 가로축을 time으로, 세로축은 frequency로 한 게 spectrogram이다. (frequency domain에서 보기)

어떤 frequency 성분대가 많은지 보여준다.

시간 축으로 쭉 나열해서 보는 것이다.

가로축은 frequency로, 세로축은 amplitude로 해서 보는 것이 spectrum이다. 한순간, 한 점의 시간에 어떤 성분이 있는지를 분석하는 것이다. 하나하나가 sine wave이다.(100Hz, 200Hz) 여기서 formant는 어디에 산맥이 있느냐 산맥의 특성에 따라 아~ 이~ 달라진다.

1. gradually decreasing하게 만드는 작업
  2. 산맥하나하나 만들기
- 이 두 작업을 할 것이다.

```
from matplotlib import pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from mpl_toolkits.axes_grid1 import make_axes_locatable
import IPython.display as ipd
import numpy as np
%matplotlib notebook
from scipy.signal import lfilter
```

```
# parameter setting
amp = 1          # range [0.0, 1.0]
sr = 10000       # sampling rate, Hz
dur = 0.5        # in seconds
freq = 440.0     # sine frequency, Hz
```

```
# generate time
t = np.arange(1, sr * dur+1)/sr
```

```
# generate phase
theta = t * 2*np.pi * freq
```

```
# generate phase
theta = t * 2*np.pi * freq
```

```
#generate signal by cosine-phasor
```

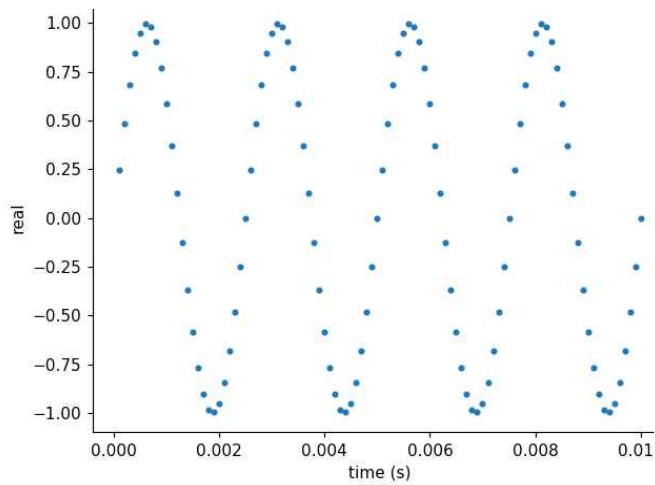
```
a=amp*np.sin(theta)    #cosine으로 바꾸어도 소리는 같다. 시작점이 달라질 뿐이다.
sin그래프를 cos로 바꾸려면 90도 차이가 있다. 2분의 파이만큼 차이, 8분의 파이만 이동
했다. 그러면 소리가 달라지는 가? 아니다. 얼마큼 이동하든 상관없다. 1도2도3도4도 이동해
도 소리가 다 똑같다. 각도를 이야기할 때 phase라고 한다. phase에는 우리가 sensitive하지
않아 인식하지 못한다. phase shift에 대한 어떠한 sensitivity를 갖고 있지 않다. frequency
에 대해 sensitivity가 가지고 있다.
```

```
fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
ax.plot(t[0:100], s[0:100], '.')
ax.set_xlabel('time (s)')
ax.set_ylabel('real')
```

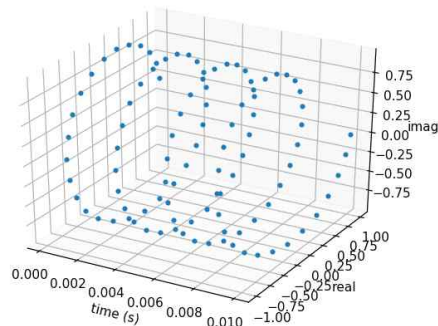
```
ipd.Audio(s, rate=sr)  #옥타브를 떨어뜨리면 배수로 하면 된다.
55, 110 ----- 같은 음이 나온다. '라'로 통일된다.
```

```
#generate signal by complex phasor
```

```
c=amp*np.exp(theta*1j) #theta들어간 것만 빼면, sine들어간것과 똑같다. #complex
number를 plotting못한다. 그래서 a에 real값, b에 imaginary... 2차원에서 ./ sin wave는
1차원상에서 찍는 것이고, 이거는 이차원 상에서 찍는 방법으로 구현한다.
```



```
fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot(t[0:100], c.real[0:100], c.imag[0:100], '.')
ax.set_xlabel('time (s)')
ax.set_ylabel('real')
ax.set_zlabel('imag')
```

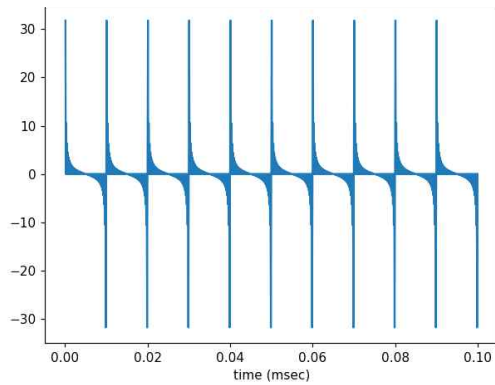


#import2번 실행하면, 3차원으로 돌려볼 수 있다.

```
ipd.Audio(c.real, rate=sr)
#real이니까 cosine이다. sin을 썼다면 c.imag하고 똑같은 소리가 나온다. cos과 sin소리가 다르지 않다.
```

```
# generate samples, note conversion to float32 array
F0 = 100; Fend = int(sr/2); s = np.zeros(len(t));
for freq in range(F0, Fend+1, F0):
    theta = t * 2*np.pi * freq
    tmp = amp * np.sin(theta)
    s = s + tmp
fig = plt.figure()
```

```
ax = fig.add_subplot(111)
ax.plot(t[0:1000], s[0:1000]);
ax.set_xlabel('time (msec)')
ipd.Audio(s, rate=sr)
```



-- 이 그림은 waveform이고, 스펙트럼이 아니다. 하나 time point에서의 spectrum, 어떤 주파수 성분이 많은지, 100 200 300 400 amplitude가 똑같으니 decreasing하게 만들고, 하나하나 산맥을 만들자.

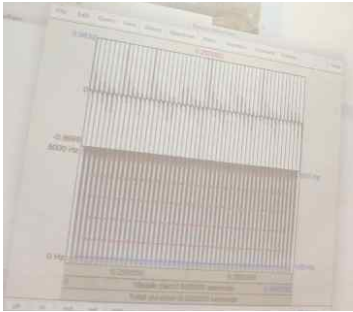
```
def hz2w(F, sr):
    NyFreq = sr/2;
    w = F/NyFreq *np.pi;
    return w

def resonance (srate, F, BW):
    a2 = np.exp(-hz2w(BW,srate))
    omega = F*2*np.pi/srate
    a1 = -2*np.sqrt(a2)*np.cos(omega)
    a = np.array([1, a1, a2])
    b = np.array([sum(a)])
    return a, b
```

#function 을 누가 만들었는데, 만든 실체, 만든 방법이다. def라고 적고 function name을 적는다. function이 두 개 있는 것이다. 괄호 열고, 내가 쓰고 싶은 입력들을 쓴다. 위의 것은 입력은 2개 밑의 것은 입력은 3개 return은 출력 return이 없으면 출력 없다.

#hn2w만들었는데, resonance 이 함수 속에서 hn2w를 또 불러온다. 우리는 resonance만 쓰면 됨. hn2w몰라도 됨.

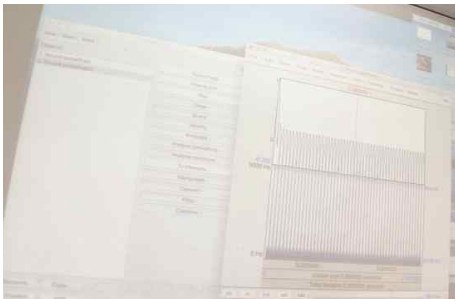
```
RG = 0 # RG is the frequency of the Glottal Resonator
BWG = 100 # BWG is the bandwidth of the Glottal Resonator
```



a, b=resonance(sr, RG, BWG) #산맥이 뾰족하면 width가 작고, 뚱뚱하게 생겼으면 width가 크다. 100정도면 꽤나 뚱뚱한 것이다. #0위치에다가 뚱뚱한 산을 만들어라.

s = lfilter(b, a, s, axis=0)

ipd.Audio(s, rate=sr)



# 아까는 북 찢어지는 소리였는데, 이제는 좀 더 부드러운 소리

RG = 500 # RG is the frequency of the Glottal Resonator

BWG = 60 # BWG is the bandwidth of the Glottal Resonator

a, b=resonance(sr, RG, BWG)

s = lfilter(b, a, s, axis=0)

ipd.Audio(s, rate=sr)

#formant를 만들기 시작, 500에다가 산맥을 하나 만들어 보자. 60이면 꽤나 훌쩍하다. 소리는 점점 사람이 되가고 있다. resonance함수를 써서 어디에다가 얼마나 뚱뚱하게 만들어서, a,b구하고 그걸 lfilter에 넣어주고, s는 이전단계의 signal이다. s는 위에서 받아서 또 쓰고 또 쓰고,

RG = 1500 # RG is the frequency of the Glottal Resonator

BWG = 200 # BWG is the bandwidth of the Glottal Resonator

a, b=resonance(sr, RG, BWG)

s = lfilter(b, a, s, axis=0)

ipd.Audio(s, rate=sr)

RG = 2500 # RG is the frequency of the Glottal Resonator

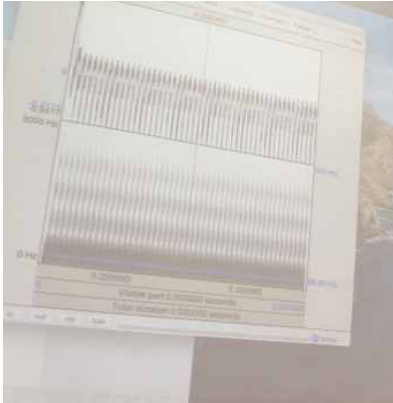
BWG = 200 # BWG is the bandwidth of the Glottal Resonator

a, b=resonance(sr, RG, BWG)

s = lfilter(b, a, s, axis=0)

```
ipd.Audio(s, rate=sr)
```

```
RG = 3500 # RG is the frequency of the Glottal Resonator
BWG = 200 # BWG is the bandwidth of the Glottal Resonator
a, b=resonance(sr, RG, BWG)
s = lfilter(b, a, s, axis=0)
ipd.Audio(s, rate=sr)
```



```
s = lfilter(np.array([1, -1]), np.array([1]), s)
```

ipd.Audio(s, rate=sr) #입술이 만약 없다면, 위의 소리에서 끝이다. 입술이 있기 때문에, ex) 나팔에 있는 입술 - 소리가 공명되서 크게 나가는 것이다. 입술이 없는 상태에서 - 입술을 만들면 - 소리가 더 커진다. 이게 여러분들의 어어 소리와 동일. 미묘하게 빠진게 있지만. ex)praat에서 500 1500되는 거 찾으면,.. // 제일 중간이다 사실. 소리도 그런소리가 난다. praat에서 만든 것과 위에서 만든 소리 별반 다르지 않다. 왜냐? 500 1500 2500으로 만들었고, praat에서 들은 소리도 500 1500으로 만들었기 때문이다.



## 11.19 화 영어음성학

matrices는 행렬이다.

행렬은 정의 상 직사각형의 형태로 생김

얼마큼 큰지, 행렬의 크기를 이야기할 때 dimension이라고 한다. 행렬의 차원. 이건 몇 차원

이다. 크기 말할 때 ,, 행부터 먼저 말한다.

dimension으로 말하면, m by n행렬이라고 한다. mxn행렬이다. 라고 이야기해도 됨

vector는 일종의 행렬이다.

1 by n 행렬 이런 것들

벡터는 가로로 길게 있든 세로로 길게 있든, a sequence of numbers - 그래서 data이다.

숫자를 벡터로 길게 표현할 수 있다.

길게 생긴 벡터를 column vector라고 한다. (열 벡터)

행렬은 직사각형으로 생겼다.

벡터는 행렬중에서도 한줄짜리로 길게 되었던지,

인공지능

데이터 - 기계 - 데이터

벡터                      벡터

숫자열이 꼭 같을 필요는 없다.

음성이 벡터의 형태로 들어가서 text형태의 벡터로 나오면, 음성인식이라는 인공지능이라고 한다.

text가 들어가서 뒤에서 음성이 나오면 음성의 벡터가 나오면, 음성합성이라고 부른다.

text(일본어) 들어가서 한국어 text가 나오면 기계번역

알파고 같은 경우에, 현재 바둑상태가 입력으로 들어가서 그렇다면 몇 번째 수를 두어야 하는가가 입력과 출력이다.

입력 형태의 벡터가 함수를 통해서 출력의 형태가 나오는 것이다.

기계를 인공지능이라고 부르기도 하고, 함수, 함수의 행렬이라고 불러도 됨.

인공지능에서 기계학습이야기를 하는데,

기계가 행렬이다.

데이터 부분은 벡터로 되어 있어야함

선형대수가 지금 AI 시대에 가장 중요한 게 선형대수이다.

5 3 0 1                      -1 0 2  
                                 0 1 3  
                                 3 -5 7  
                                 2 3 4

5 3 0 1 은 이미지도 될 수 있다. 이게 중간의 행렬형태를 거치면, -- 누구의 얼굴! 표현되서 나온다. -- 표현되서 나오는 값도 벡터값이다.

어떻게 중간에 있는 행렬이 벡터를 바꾸는지????

행렬의 쥔 왼쪽의 칼럼이

5 3 0 1 이 -1 0 3 2 와 곱해지고, 0 1 -5 3 , 2 3 7 4 가 곱해져서 결과값이 나온다.

인공지능에서 기계학습이 있는데 , 기계를 많은 데이터로부터 학습을 시켜서 저거 하나를 딱 얻어내는 것이다. 이게 인공지능이다.

인공지능은 행렬의 곱이다.

입력 벡터를 출력 벡터로 바꾸어주는 함수역할을 한다.

음성, text, 이미지 될 수있다.(입력, 출력 마찬가지로)

모든 데이터는 벡터로 되어져야 하는 이유는 곱셈을 하기 위해서 그렇다.

이런 것들을 하는 것이 선형대수이다.

선형대수는 행렬이라고 생각하면 된다.

이것보다 더 심오하고 재밌는 선형대수의 세계

모든 인공지능이 선형대수인데, 모르면 안되기 때문이다.

Linear algebra

m행n열

m by n 행렬이다.  $m \times n$  행렬이다.

vector는 일종의 행렬이다.

길게 생긴 벡터를 column vector라고 한다. (열 벡터)

$v, w$ 는 차원이 똑같은 길이가 같은 벡터이다.  $c$ 는 단순한 숫자 - 곱하고 더하고 하면 linear combination이다. 이게 아닌 것은 나누고 몇 승하고 이런거..// 하지말고 단순히 더하고 곱한게 linear combination이다.

vector space - 여러 벡터들이 만들어내는 공간이다. (여러 벡터라는 것이 중요하다)

2차원공간에서 그 벡터를 표현가능하다.

(3,4)같은 똑같은 차원의 벡터를 무한개를 만들어보자. (-1, ...) 무한히 많이 만들었을 때 그 vector space가 차지하는 공간은 그 2차원을 짝 다 덮는다. 2차원의 공간을 다 덮으면 vector space이다. 1사분면만 vector space가 될까? 안된다.linear combination을 통해서 ..., 1차원에 있지만 그걸 곱하기 더하기 하면 어디로 튈지 모른다. 즉, 일부분들은 vector space가 될 수 없다. 2차원, 3차원 모든 공간이어야 된다.

실수의 1차원 공간  $R$ 의 1승)), 실수의 2차원 공간  $R$ 의 제곱)) -- 모두 벡터 스페이스이다.



R의 n차원의 공간은 n개의 component - 3차원의 vector space는 3개의 component의 모든 벡터들이 모두 채워져있는 공간을 n차원의 벡터스페이스라고 한다.

1차원 - 모든게 채워져 있는게 1차원의 벡터스페이스

2차원 -

3차원 -

다 마찬가지로이다.

n차원은 n개의 component가 그 공간을 다 채우면 된다.

column space

행렬을 대문자, 행렬 중에서 벡터를 소문자로 쓴다. 인공지능하고 기계말했는데, 입력벡터 출력벡터 - x가 입력벡터, b는 출력벡터 - 두 차원은 달라질 수 있다.

A는 행렬인데, 이게 몇바이 몇이냐에 따라 해줄 수 있다.

기계는 행렬함수라고도 하고, linear transformation라고 부른다. 왜linear라고 할까? 곱하고 더했으니가 linear이다. transformation이란, 4개짜리를 3개짜리로 바꿨는데, 차원도 바꾸고 숫자도 바꿨으니가 transformation x를 b로 바꾸어주는 transformation matrix는 뭔가? A이다.

determinant = 행렬식이 0 이되면 역함수가 없다. dependent한걸 다시 돌리려면 안됨.

다이아몬드 같은 면적이 determinant와 동일하고 이 면적이 0 이 된다는 말은 dependent하다. 같은 선상에 열 벡터가 2개 있으니가 그 면적이 0 이된다.

행렬식 그리고 invertibility를 말해주는 행렬식이 0이 됨과 동일하고 왜 inverse가 존재하지 않는지 설명해준다. determinant는 기하적으로 다이아몬드 같은 면적과 같다. transformation의 열 벡터 그 면적과 똑같다.

11.21 목

행렬

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \\ 6 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 & 2 & 0 \\ 3 & 9 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 29 & 3 \\ 33 & 19 & 1 \\ 33 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

2 x 3

3x2

2x 뭐

3 x 3

2 부분이 똑같아야 한다.

인접한 두 수가 똑같아야 곱해진다. 똑같지 않으면 곱해지지 않는다.

A

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \\ 6 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ 33 \\ 33 \end{bmatrix}$$

$3 \times 2$        $2 \times 1$        $3 \times 1$   
 기계함수      입력      출력

입력과 출력은 모두 벡터화해서 표현해야 한다. 입력이 들어가서 출력이 나온다.

[6

3] 을 A 앞에 두면 곱해지지 않는다. 곱하려면 어떻게 해야하는가?  $1 \times b \times 2$  하면 된다. [6,3]

$$[6,3] \times \begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 33 & 33 \end{bmatrix}$$

$Ax=b$ ,  $xAt=b$        $x$  A b 다 transpose된다.

A

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$3 \times 2$

칼럼쪽을 생각해보면 3쪽이다. 점 이 세 개니까  $1 \ -1 \ 3$  이고  $2 \ 0 \ 5$  면 3차원상에서 찍어야 한다. 칼럼 차원에서 3이면 whole space이다. column vector가 represent 되는 세상은 3차원의 whole space 이다 3차원상에 점을 찍고 칠해보면, 세 점을 찍으면 plain위에 있는 삼각형이 되는 것이다. 이것을 더 밀가루 밀 듯이 밀면 전첼르 커버하게 된다. 이것을 spanning이라고 한다. 2차원의 plane이 나온다. plane = column space //whole space는 3차원인데, /// plane = column space 와 whole space는 안똑같다. whole space가 더 크다. 다른 한 차원은 null 인데 left null이다. left null space이다.

플레인과 수직인 것은 하나가 있다. 한 선을 생각할 수 있다. 이 선은 1차원이다. 이것이 null space이다. column vector가 만들어내는 space와 수직인게 null space이다. whole space 에서 column space를 뺀 선 하나를 생각할 수 있다. 이렇게 해서 전체를 커버한다. 그래서 총 3차원이 된다.

spanning이라는 것은 linear combination으로 표현가능한 모든 것. 기하적으로는... column vector두 개를 linear combinatino을 한다. 모든 가능한 Bs 가 column space가 되구나. spanning한 plane을 넘어서지 않는다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} + B$$

row space의 whole space는 2차원

A

[1 2 이것들이 스페닝 하는 공간은 몇차원인가? 2차원을 넘어가지 않는다.

-1 0

3 5]

-- 좌표평면에 점 찍고, 원점을 포함하여 삼각형 그리기

independent한 것이 몇 개 인가가 중요 - column space에서 independent한 건 2개 :  
column space의 spanning된 space와 똑같다. = rank

row vector는 3개이다. independent linear combination으로 만들어지면 안됨.

c는 a, b 에 대해 dependent 하다. independent한 것이 2개 밖에 없다. = rank

column 이든 row든 independent한 숫자는 같다.

3 x 2

3은 columnized whole space, 2는 rowrized whole space

2 = 2 (같아야 하고 이를 rank라고 부른다.)

column space , row space

1 0

null space null space

null space는 다를 수 있음.

[1 2

-1 0

3 5]

$xA = 0$  A에 다가 뭐를 곱해도 0되는 무엇  $=x$

$xA = 0$  x는 반드시 왼쪽에 있어야 한다.

$x = 1 \times 3, A = 3 \times 2$

한 벡터(숫자의 열, sequence of numbers) 는 차원에서의 점이다.

0.5[6

8] 0.5는  $1 \times 1$  matrix 이고, 스케일러이다.

[6 [-1

-2 + 0

4] 2]

ws 는 3차원이다.

linear combination해서 만들어지는 점은 두 개를 합해도 여전히 plane위에 있다.

이 두 개가 만들어내는 linear combination 중 하나일 경우,

linear combination하면 scaling해서 더한다.

$R^3$  = 3차원 속에 있는 모든 공간은 3차원으로 표현하는 모든 벡터들

column space는 행렬로 설명,

1. 어떤 matrix 있다면, column에 해당하는 벡터들이 spanning 된 것이다.
2. column vector들이 linear combination으로 만들어내는 모든 공간

whole space의 포함관계는 subspace이다.

m차원이 columnized whole space이고 column space는 그걸 넘어갈 수 없다는 점에서 subspace라고 불린다.

1차원은 선, 0 차원은 원 0점, 3차원은 공간, 2차원은 plane

row로 바꾸면 row space의 정의가 된다.

n이 rowrized whole space보다 같거나 작은게 row space이다.

2차원의 평면상에 직선으로 그려지면, ws는 2차원이고, cs는 1차원이다.

row, column space차원은 같아야 한다. column space dimension 3, row space dimension 3 = rank = independent

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & 0 \\ 4 & 8 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1+1=2 \\ 2+1=3 \\ 4+1=5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1+1x2=3 \\ 2+1x2=4 \\ 4+1x2=6 \end{bmatrix}$
WS : $R^3$		
CS : P		

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 8 \\ 4 & 8 & 16 \end{bmatrix}$	
WS : $R^3$	
CS : L	
null space : P	

given that matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

여기는 무조건 2차원이 와야 한다. (right null space)

$$\begin{matrix} xA = [x_1, x_2, x_3] & x & \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \text{3차원,} & & & & \\ \text{(left null space)} & & & & \end{matrix}$$

$$Ax = b$$

A는 matrix이고, x와 b는 matrix중 vector이다. x와 b의 차원은 같을 필요는 없다. A에 의해 b바뀜

ex

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

을 미리 만들어 둔다.

역함수의 경우

determinant가 면적과 동일하다. 즉, 면적이 0인 것.

$$1 \times 0,125 - 0,5 \times 0,25 = 0$$

column vector 2개가 일직선 상에 있는 것과 일치

AD-BC=0, inverse matrix가 존재 하지 않는다.

$$\begin{bmatrix} 1.25 & 0.25 & 1 \\ 0.25 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

transformation  $\begin{bmatrix} 1$

1]은 transformation하면 원점과 일직선 상에 있지 않으므로,

$$\begin{bmatrix} 1.25 & 0.25 \\ 0.25 & 1 \end{bmatrix}$$

의 eigenvector가 뭐냐? eigenvector하면, 어떤 행렬의 eigen vector가 무엇이냐는 질문이다.

$$\begin{bmatrix} 1$$

1]은 eigenvector가 아니다. transformation하면 원점과 일직선 상에 있지 않으므로,

다른 벡터는 transformation해도 원점과 일직선상에 있다. -- 이것이 eigenvector이다.

eigenvector하면, 어떤 행렬의 eigen vector가 무엇이냐는 질문이다.

11.26 화

실용적인 측면에서 null space가 왜 필요한가

$$\begin{matrix} A & x & b \\ \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 6 & -1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \\ 2 \times 3 & 3 \times 1 & 2 \times 1 \end{matrix}$$

3차원이 whole space가 되는 것은 rowrized 이다.

row vector 2개가 있는게 그게 나타낼 수 있는 whole space는 3차원이다.

이게 spanning 해낼 수 있는 총 공간 row space는 2차원 (같은 라인 선상에 있지 않다.) 서로 independent하다. 3차원은 절대 될 수 없다. 자생적으로 이 공간에서는 3차원으로 갈 수가 없다. 갖고 있는 것이 두 점이기 때문이다. null space는 1차원(2차원과 수직인 선 하나)

null space를 정의할 때  $Ax=0$  라고 정의한다.  $x$ 가 뭐가 오던지, given  $A$ 에 대해서 0이 되는  $x$ 를 찾아라.

$Ax=[0$

$0]$  한 직선상에 해당하는 모든 점들이  $x$ 이다.

어떤 입력이 들어오든 출력에 영향을 미치지 않는,, 그 효과가 0이다. 일상생활과 인공지능에서 중요한 의미가 있다. skilled action이 되면 필요없는, 부가적인 것들을 많이 한다. 어떤 입력이 들어갔을 때 출력에 별로 영향 안 미치는 것이 null space이다. 실제로 그 task를 위해서는 별로 중요하지는 않지만, 점점 더 그 공간을 확대시켜서 output에는 별로 영향 안 미친다.

$$\begin{array}{ccc} A & x & b \\ \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 6 & -1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} & = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \\ 2 \times 3 & 3 \times 1 & 2 \times 1 \end{array}$$

$A$ (기계이고 학습이 가능하다.) 인 기계만 있으면 null space와 그렇지 않은 공간으로 쪼갤 수 있다.

$x$ 인 입력이 조금 바뀌더라도 영향안주는 것과 바뀌는 것

1. null space의 수학적 해석  $Ax=[0$   
 $0]$

2. 기하적 해석

3. 실용적, 응용적 해석



어떤 이미지나 그림이 들어가면 뭐다 이렇게 인식을 한다.

강아지 사진을  $x$ 에 주면 나온다. 입력값을 다른 강아지로 해도 출력에 영향을 미치지 않는다.  $x$ 가 null space를 따라서 움직인다.

선형대수와 인공지능과의 관계를 null space차원에서 말하는 것

eigenvectors

given  $A$ 가 있을 때

$v$ 는 입력값

$A = \begin{bmatrix} 2.14 & 0.49 \\ 1.92 & 2.35 \end{bmatrix}$



$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

-은 아무런 영향도 안마친다. 입력이 어떻게 들어가도 그대로 있다.

정사각형 꼭짓점 있던 것은 평행사변형 꼭짓점으로 이동한다.

transformation matrix와 기하적인 visualization을 눈으로 확인한 것이다

eigenvector

원점과 입출력이 평행한 현상이 생긴다.

벡터라는 것을 정의할 때 matrix의 한 형태이다. 숫자열이다. 사실은 조금 더 물리학적 개념으로 벡터는 방향이다. 아까도 null space를 말할 때 방향이다. (null space의 방향으로 평행하게, 방향이 중요한 것이지 그 선을 반드시 따라갈 필요는 없다는 것)

eigenvector - 2by2 행렬에 eigenvector는 무엇인가? given 해열이 있을 때 eigenvector는 뭐냐?? 어떤 값만 딱 존재한다. x 엄밀히 말하면 eigenvector는 여러 가능한 eigenvector의 집합이니까 eigenvector space라고 부른다.

vector는 한 값이라기 보다는 방향이 더 중요하다.

eigen vector의 방향은 두 개다. two by two에서 eigenvalue는 두개가 있다. 3 by 3는 세개가 있다.

eigen vector는 two by two matrix에서는 2개가 있다. 그런데 각각의 eigenvector에 대해서 eigen value가 있다. 얼마큼 확대를 시키는 느낌? 확대시키는 비율 - eigenvalue는 2.35배로 확장. 1.49정도만 확장시키는 것.

null space가 왜 필요하냐? 1. 우리가 살면서도 늘 쓴다. 2. 더 skilled하게 보이는데 목적이 아니라, 진화를 해오면서 null space를 확보해왔다. 늘, 사냥도 하고 위험도 받고 있다. 어떤 task를 할 때,  $ax=b$  라고 할 때, 출력의 부분이 우리가 하려나 일이다. 아무런 장애가 없으면... 장애가 존재할 수 있다. 피해서 돌아가야한다. task를 이루는 데에는 지장이 없는... 왜 null space의 확장시켜야 하는 이유이다. b라는 task를 하는데 방해받을 수 있는 방해요인을 피해갈 수 있는 것이 null space이다. 3. machine learning에서 어떤 이미지를 인식한다. 인식을 하는데, 인식되는 결과가 그림이 많이 변해도(입력이 많이 변해도) -- null space를 많이 이용하고 있구나.

하지만 eigen은 왜 배우는 것인가?

선형대수를 하면 eigen이 늘 필수적으로 나온다. 왜 배우는 건가??? 어떤 걸로 eigen이 나오는지?

하나의 matrix가 있다.  $A_1$ 이라는 column vector  $A_2$ 라는 column vector 두 개의 벡터를 또 다른 두 개의 벡터로 바꾼 것이다. 2by2 matrix - 또 다른 두 개의 eigenvector로 갖고

있게 되는 것이다. 왜 하나? 우리말로 고유벡터라고 한다. 훨씬 더 고유한게 뭐냐? unique하다는 의미. 어떤 것을 분석할 때 딱 쪼개고 싶은 경우가 많다. 서로서로가 영향을 주지 않는 correlation 하지 않게 고유의 능력으로 쪼개고 싶다. 그냥 주어진 matrix는 그냥 섞여있는..., eigen analysis를 하면 더 고유한 것으로 바꾸어준다. 통계에서는 Principle component analysis-- PCA 도 이 방법을 쓴다.

국어 점수 올라가면 영어점수 올라가고 같이 가는 느낌이 상관관계라고 한다. (correlation) 매우 중요한 개념이다. machine learning에서도 늘 나오는 이야기이다.

상관관계를 r이라는 값으로 표현할 수 있다. -1보다 크거나 같고 1보다 작거나 같다. 상관관계가 0 일 때 상관관계가 제일 낮다. -1은 음으로 높은 것이다. 그래프 상으로는 음의 상관관계를 보이는 예 x가 커피 y는 수면시간이 들어갈 수 있다. 음의 상관관계든 양의 상관관계는 -1, 1이 정확하게 나올 수는 없으나, -1, 1 이라고 정확하게 나오는 순간은 언제인가. 그래프가 더 뽕족해지면 된다 완전한 선 상에 있으면 -1 또는 1이면 된다. 기울기가 어떻게 든 간에 선 상이면 된다. 얼마나 더 선 상에 가까운가가 절대값이라고 생각하면 된다. 완전 원, 동그랗게 뒀으면 어디로 갔는지 알 수 없으므로 r=0이라고 할 수 있다. 근데 완벽히 동그란 경우는 잘 없으므로 r=0에 가까운 경우가 있을 것이다.

85차원에서 한 차원은 첫 번째 학생, 그다음은 두 번째 학생 등등  
국어 vector하나만들고, 영어 vector하나 만들고 .... 다른 차원을 지우면 삼각형이 된다. 그냥 점 세 개다. 3차원 상에서 두 점이 있다고 생각하면 된다. 3차원이라 할지라도 원점이랑 하면 삼각형이 된다. 그럼 간단한 문제가 된다.

각도 값 어떻게 재냐??? inner product(dot) - spectrogram을 직접 만들기 위해서  
a가 (1,2,3), b가 (4,5,6) 일 때, 기하학적 계산법은  $|a| \times \cos\theta \times |b|$  이다.

$$\begin{aligned} \text{inner product } [1,2,3] \\ & \quad \times [4,5,6] \\ & = 32 \end{aligned}$$

inner product 하면, 서로 유사하면, inner product가 높은 값 - 이 원리 이용하여 spectrogram만든다.

11.28 목

인공지능에 핵심에 해당하는 게 수학이다.

보이는 수학, 이야기 수학, 필요한 수학 - 기하학적으로 아는 것이 중요(이야기에 의해 습득하는 수학)

안녕하세요라고 말하면 기계 통해서 안녕하세요라는 글이 나오는 인공지능 등등



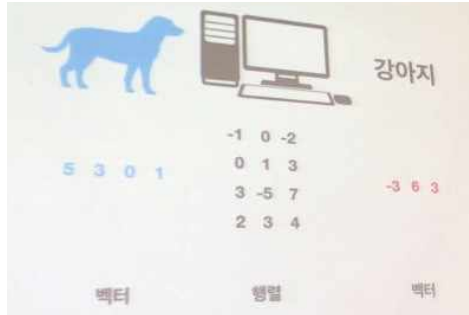
영상 소리 텍스트라는 데이터를 받아서 또 다른 형태의 데이터로.

데이터는 숫자열이다.

(영상데이터 - 픽셀은 다 숫자로 이루어져 있다. 하나씩 전체 그림에서 숫자를 따오면,

소리데이터 - 말하면, 소리 음파가 나오는데, 이것을 확대해서 끊어서, 숫자로 표현할 수 있다.

텍스트 데이터 - 1번 단어는 10000000000000000.... 2번째 단어는 010000000000..... 총 500000개 )



eigen analysis

어떤 A라는 행렬이 있을 때,

$A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \times$

v나 x나 같은데,

given A에 어떤 벡터를 곱했을 때, (given matrix에 어떤 벡터를 곱했을 때), Av는 transformation의 결과이다. 이것은 transformation되지 않은 v의 상수배이다.

$Av = \lambda v$  (람다는 상수이고, Av는 transformation된 것이 원래 v의 상수배이다.) - 결국 한 라인 상에 있다. -- 이 식이 eigen analysis에 대한 식이다.

b가 eigen vector라고 할 때 ratio - 얼마나 확장이 되는가? eigen value가 람다이다. v는 eigen vector이다.

inner product

1. 기하로 이해

삼각형이 만들어지면,

$a \cdot b$   $a = [1, 2, 3]$   $1 \times 3$

$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix}$   $b = [2, 4, 7]$   $1 \times 3$

$2 \times 4$   $a \cdot b$

$3 \cdot 7$   $1 \times 3$   $1 \times 3$

$a \cdot x \cdot b$  b를  $3 \times 1$ 로 바꾸면,  $a \cdot x \cdot b$ 가 된다.

$b = [2, 4, 7]$   $1 \times 3$

$a \cdot b$

$1 \times 3$   $1 \times 3$

b를 3x1로 바꾸면, a x bt가 된다.

1. a x bt

3 x 1

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} = 31$$

2. at x b

3x1 1x3

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 \end{bmatrix} = 3 \times 3$$

= 1번을 inner product , 2번을 outer product라고 부른다.

inner product는 a x bt 인데, a.b가 무조건 1x1 가 나와야 한다.

cos 쉼타 각도를 어떻게 측정하는가?

a.b/ |a| |b| = cos쉼타 즉, a=[1,2,3] b=[2,4,7] 이것만 있으면 다 구할 수 있다.

cos90=0

project 시킨 게 0 이면, inner product가 0 이 될 수 밖에 없다.

cosine similarity - a와 b가 얼마나 비슷한가? 두 벡터가 얼마나 비슷한지 말해주는.

inner product

phasor

100Hz =10 (성분이 거의 없다.)

200Hz - 1000 (크게 있다. 즉, 스펙트로그램에서 진하다)

.

.

.

5000Hz

inner product하면, 똑같은게 들어있으면 높은 innerproduct 값 나오고, 다르면 낮게 나온다.

(a가 올라갈 때 b도 올라가고, 완전 correlate - a.b는 상당히 크다.

a가 올라갈 때 c는 조금 떨어짐. 불일치 존재 - a.c는 a.b보다 조금 작다.)

phasor 차원에서의 각도와 벡터 차원에서의 각도가 같다.

inner product는 wave내에서 어떤 주파수가 많은가??

그러나, 같음을 이용한 idea는 좋았으나, phase shift하면 일치하지 않는다는 점에서 phase shift에 대한 민감도가 안 좋음. 그래서 sine cosine phasor말고 complex phasor를 왜 쓸

까? sine cosine은 phase shift에 대한 민감도가 안 좋음. wave는 real에서 존재하는 데, 근데 inner product - 여러 개 wave를 만들어서 이걸 inner product 할 것을 complex로 -complex value도 한 값이니깐 9개를 만들어서 inner product로 그러면 phase에 대한 민감도 해결 가능

### 12.03 화

앵글 값에 의해서 dot product가 고정되 된다. -- a와 b길이가 고정되어있다면,

- - - - -  
- - - - -  
-----

이런 것들이 다 들어있기는 들어있다.

그런데 어떤 것은 10 들어있고, 0.00001 들어있고 - 이걸 plotting하는 게 spectrum이다.

inner product의 기법을 쓰는 것이다.

phasor는 두가지가 있다. complex phasor가 있는데 쓰는 방법은 e의 켤레 I 켤레를 변형시켜서 만들 수 있다. e가 complex number니까 plotting을 해보면, 실수 허수

target 에 대해서 여러가지 wave를 만들어서 각각을 곱해서 probe를 한다. target이 조금씩 shift함에 따라서 probe되는 결과값들, inner product되는 값들이 phase에 따라 민감하게 변한다. phase sensitivity가 너무 커서 아이디어는 좋지만 쓸 수 가 없다. 그래서 phase에 대한 sensitive하지 않은 complex phasor를 쓰게 된다.

허수를 포함하는 complex number가 나온다. - 곱하기는 할 수 있지만 해서 inner product 해서 나오는 그 값이 complex 값이 나오게 된다.

a b cos켤레

1xn nx1 들어가는 게 complex number라서 결과값이 complex number가 나온다.

우리가 inner product할 때에는 두 개의 dimension이 똑같아야 한다. 즉, probing할 때 sample 이 30개 이면, complex phasor도 30개로 쭉쭉 여러 가지들을 만들어주면 된다.

//그런데 complex number가 만들어졌다. complex number가 inner product결과로 만들어졌을 때, real value가지고는 inner product하면 0 7 이렇게 real value(실수값이 나와서 plotting 이 가능하다.) complex number는 plotting이 불가능하다. a+bi 에 절댓값을 씌운다. 그러면 실수값이 나온다. - 기존에 있는 wave(실수 벡터)와 complex 벡터와 inner product하면 complex가 나온다. 절댓값을 하면 실수가 나온다.

complex number의 절댓값 하는 방법은?

(0,0)에서 (a,b)까지의 거리를 a+bi라고 부른다. 기하학적으로는 wave가 있고 그 wave에 다 frequency변화시켜 만들고 inner product해서 하나의 값이 inner product로 만들어지는데 complex number니까 그것을 절댓값을 취하면 complex plane에서의 원점으로부터의 거리이다. 각 frequency별로의 에너지를 알 수 있다.

외부에서 어떤소리를 wavefile로 가져올 때

from scipy.io import wavfile 쓰면 됨

s는 금방 만든 500 1500 등에 formant가 있는, vector의 사이즈는? 사이즈를 알아야 한다.

sample의 개수가 중요하다. nSamp = len(s)

s가 target wave이다. target wave가 vector size, sample의 개수가 어떻게 되는지 알았고,

nFFT = nSamp (이름을 바꿈)

amp = []:

sample개수만큼 for loop를 도는 구나

for n in range(0, nFFT):

    Omega=2\*np.pi\*n/nFFT #angular velocity

    z=np.exp(omega\*1j)\*\*(np.arange(0,nSamp)) - complex phasor를 이용한 줄이다.

complex wave를 만드는 줄이다.

    amp.append(np.abs(np.dot(s,z)))

x=np.exp(omega\*1j)\*\*(np.arange(0,nsamp)) == (e의 오메가i승)의 [0 1 2 ..... 100]

오메가는 뭐냐면  $w = 2\pi \times 0/100 = 0$

$w = [2\pi \times 1/100 [0.....100]]i = 2\pi \times 1 [0....1]i = [0....2\pi]i$  이건

한바퀴이다. e의 제타i sampling의 개수는 100개를 만들고, 한 바퀴를 돈 것이다.

두 번째는 1, 세 번째는 2  $[0.....4\pi]i$  0 radian에서 4파이까지 --- 두 바퀴돈다.

100바퀴까지 간다. nsamp까지간다.

original signal, target signal이 s가 있고, z라는 것을 여러개를 만들었다. complex wave를 loop의 개수만큼 만드는 것이다. 그러면 z가 0번째부터 여러 개 있다.

s z

znsamp-1

abs는 절댓값이다. dot product에서 complex 값이 나올지라도 absolute값으로 취하면, 0부터 a+bi의 길이라고 하면된다.

amp.append하면 할 때마다 하나씩 append한다. amp라는 variable에다가. loop가 다 끝나면 loop의 개수만큼 amp는 크기를 가지고 있다.

len(amp) = amp의 길이는???

시험문제 : amp의 허수가 들어있다. 라고 하면 틀린 말이다. amp에는 절대 허수는 들어갈 수 없다. 왜냐하면 absolute를 해버렸기 때문에.. 이제 우리는 amp를 plotting해야 한다.

ax.plot(freq, amp) y에 해당하는 값은 위에서 amp라고 만들었다. 왜 amp라고 했냐면 에너지 값이니까 각 frequency성분에 대한 에너지값이니까 amplitude의 느낌을 생각하면됨 ... plotting을 할 때 y에 해당하는 값들을 알아냈는데,

fig = plt.figure()

ax = fig.add\_subplot(111)

freq = np.arange(1,nFFT+1)\*sr/nFFT;

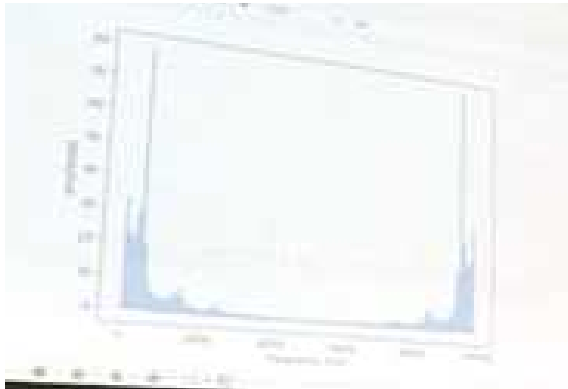
ax.plot(freq, amp)

ax.set\_xlabel('frequency (Hz)')

ax.set\_ylabel('amplitude')

x에 해당하는 좌표는 뭔가??  $[1.....100] \times 10000/100 = [100 \ 200 \ 300 \ 400-----10000]$   
= 100개의 벡터가 된다.

한 바에 해당하는 것이 하나의 inner product하고 absolute친 값이다.



시험문제 : 여기에 있는 총 바의 개수는 sample의 개수와 같다. sample개수만큼 여기서 값들이 나오는 것이다. 이 그래프가 어떤 의미를 갖는가 볼 때? 왼쪽과 오른쪽이 똑같다. 서로 서로 대칭이 된다. sampling rate의 half만 의미가 있다. 10000이면 5000까지만 의미 niquist frequency만 의미가 있다. 표현가능한 frequency의 범위이다. 반만 의미있다. 뒤는 중복되는 것이다. half만 의미가 있다. 그런데 이걸 spectro analysis라고 하고, spectrum이라고 한다. 각 frequency 성분들이 probing을하면서 inner product하면서 absolute값이다. 해석을 할 때 2000hz의 성분이 어 라는 소리를 만들었는데,2000hz성분이 이만큼 있다. 500에 해당하는 성분은 엄청나게 크더라.

sine wave를 여러 개 harmonics를 만들 때 gradually decreasing하게,, 500에 산이 있다. 그리고 1500에 산을 만들어 준다. 그리고 2500에 산을 만들어준다. 만약 우리가 위에서 2500에다가 산을 안만들어주면 산이 빠져있다 graudally decreasing(resonance써서)하게 안해주면 flat하게 있다. 이거는, spectrum은 equalize 같은거다. 해당 frequency의 에너지가 얼마나 있는가???

이 그림을 보고 첼로나 베이스 같은 것을 연주할 때, 그 음악을 100개의 sample로 똑같이 analysis를 하면 똑같이 나온다. 저주파가 세고, 고주파가 약하고,,, 바이올린 하는 데에서 땀다고 치면, 높은 곳에서 많이 나오게 된다.

타임에 따라 바뀌는,, 시간별로 변하는 것은 어떻게 할까? 가 spectrogram이다. 여기서 하나의 슬라이스가 spectrum 이다.

## 12.05 목

dot product하는 것

spectrogram이 뭔지에 대해서 한학기 동안 했는데 이걸 다른 관점에서 이야기해보고.

dot product

$\cos(\text{썰타}) = r$  과 비슷한데, 똑같다고 생각하면 된다.

얼마나 라인에 붙어있느냐가  $r$ 의 절댓값이다.

한 점이 subject가 되는 그래프와 한 축이 subject가 되는 그래프=  $\cos$ 썰타와  $r$ 이 같아진다.

진폭커져도(크기와는 상관없음) - 길이가 길어지기는 하겠지만, 즉 길이차이만 존재

하나의 wave가 길게 있을 때 wave를 푸리에 분석해서 뺄 뺄이면 한 장 짜리 스펙트럼이 나올 텐데 어떻게 여러 개 있는 걸 만들까(스펙트로그램)?

```
window_size, win_step
max_freq = None # cutoff freq
win_size = 0.008 # sec
win_step = 0.001 # sec
win_type = 'hanning' # options: 'rect', 'hamming', 'hanning', 'kaiser', 'blackman'
nfft = 1024
```

앞 부분에서 조금만 잘라서, spectrum을 만든다. 조금 이동해서 또 만들고. 또 만들고. 해서 다 // movie file에서도 봤듯이, 하나의 스펙트럼 만들고 concatenate시킨게 spectrogram이구나.. 한 장 한 장 씩 만들 때 얼마큼의 벡터를 가지고 dot product를 하겠냐를 정하는데 그 사이즈가,,,,,

0.008초를 하고 살짝이동, 0.001을 하고 또 이동 - concatenate하면 spectrogram이구나.

진한 것은 1보다 큰 값, 연한 것은 1보다 작은 값이 나온다. 제곱을 하면 진한부분은 더 커지고, 1보다 큰 값들은 훨씬 커지고, 1보다 작은 값들은 훨씬 작아지는(0에 가까워지는) 그래도 0밑으로는 안나온다., power spectrum

(magspec\*\*2) - 제곱을 하는 것이다.

1보다 큰 값은 엄청나게 커지고, 1보다 작은 값은 엄청나게 0에 가까워지는데,

np.log10(magspec)

0.00001에 로그10을 하면 10의 5승에 해당하는 부분이 떨어진다. -4 , -5 이렇게 나온다.

10만에 로그10을 하면 4 이렇게 나온다. 값들이 골고루 짝 퍼진다.

너무 크거나 작아지지 않은 reasonable하게 다룰 수 있는 숫자가 나온다.log 처리를 통해 너무 0으로 가던지 너무 커지는 숫자를 다룰 수 있는 범위로 바꿔주는 작업이다. 기껏해야 -3 -4 4 5 이므로 더하기 10정도 해주면 골고루 대충 나올 수 있다.

값들이 올라갈수록 희미해지는 게 있지만 산맥이 급하게 저주파에서 고주파로 낮아지는 것을 visualize를 위쪽으로도 clear하게 볼 수 있도록

원래 값에 power하고 log해주니까 그렇게 되더라.

함수는function적이고, input부분에 괄호를 쓴다. , , 해서 여러 input을 갖는다.

output쪽에 return 해야 된다. 반드시 적어줘야 한다.