Министерство образования Российской Федерации
Московский Государственный Технический
Университет им. Н.Э. Баумана

Отчет по лабораторной работе №2
По курсу ««Математическая статистика»

Тема: «Интервальные оценки»

Вариант 11

Студент: **Медведев А.В.**
Группа: **ИУ7-62**

Преподаватель: **Власов П.А.**

Москва, 2019

Содержание

Определения

Доверительным интервалом уровня γ для параметра θ называют пару статистик $\underline{\theta}(\vec{X})$ и $\overline{\theta}(\vec{X})$ таких, что $P\{\theta \in (\underline{\theta}(\vec{X}), \overline{\theta}(\vec{X}))\} = \gamma$.

γ - доверительный интервал -интервал, который покрывает теоретическое значение параметра θ с вероятностью γ.

Односторонней нижней–доверительной границей для параметра Θ называется статистика $\underline{\Theta}(\vec{X_n})$ такая, что $P\{\Theta \in [\underline{\Theta}(\vec{X_n}), +\infty)\} = \gamma$.

Односторонней верхней–доверительной границей для параметра Θ называется статистика $\underline{\Theta}(\vec{X_n})$ такая, что $P\{\Theta \in (-\infty, \overline{\Theta}(\vec{X_n})]\} = \gamma$.

Формулы для вычисления

Для вычисления границ γ-доверительного интервала для параметров нормальной случайной величины используют три центральные статистики:

Параметры:	Оценить:	Центральная статистика:	Границы:
μ - неизвестно, σ - известно	μ	$\frac{\mu-\overline{X}}{\sigma}\sqrt{n} \sim N(0,1)$	$\underline{\mu} = \overline{X} - \frac{u_{1-\alpha}\sigma}{\sqrt{n}}$ $\overline{\mu} = \overline{X} + \frac{u_{1-\alpha}\sigma}{\sqrt{n}}$
μ - неизвестно, σ - неизвестно	μ	$\frac{\mu-\overline{X}}{S(\vec{X_n})}\sqrt{n} \sim St(n-1)$	$\underline{\mu} = \overline{X} - \frac{t_{1-\alpha}S(\vec{X_n})}{\sqrt{n}}$ $\overline{\mu} = \overline{X} + \frac{t_{1-\alpha}S(\vec{x_n})}{\sqrt{n}}$
μ - известно, σ - неизвестно	σ	$\frac{S^2(\vec{X_n})}{\sigma^2}(n-1) \sim \chi^2(n-1)$	$\underline{\sigma} = \frac{S^2(\vec{X_n})(n-1)}{h_{1-\alpha}}$ $\overline{\sigma} = \frac{S^2(\vec{X_n})(n-1)}{h_{\alpha}}$
μ -неизвестно, σ -неизвестно	σ		

где $\alpha = \frac{1-\gamma}{2}$;

$u_\alpha, t_\alpha, h_\alpha$ - квантили уровня α нормального распределения N(0;1), распределения Стьюдента с n-1 степенью свободы и распределения Хи-квадрат с n-1 степенью свободы соответственно

Текст программы

Листинг 1: Функция Main

```
function main()
    sample = importdata('data(var11).txt');
    N = length(sample);

    [mu] = GetMuExpectedValue(sample);
    [s2] = GetS2DispersionValue(sample);

    fprintf("mu: %.4f\n",mu);
    fprintf("s2: %.4f\n",s2);

    gam = 0.9;
    [lM, hM] = GetBordersForExpectedValue(gam, s2, mu, N);
    fprintf("MX borders with gamma=%.2f: (%.4f .. %.4f)\n",
        gam, lM, hM);

    [lD, hD] = GetBordersForDispersionValue(gam, s2, N);
    fprintf("DX borders with gamma=%.2f: (%.4f .. %.4f)\n",
        gam, lD, hD);
```

```

    figure(1);
    hold on;
    GetGraphMX(sample, N, gam);

    figure(2);
    hold on;
    GetGraphDX(sample, N, gam);
end
```

Листинг 2: Точечные оценки MX и DX

```
function [Mu] = GetMuExpectedValue(sample)
    n = length(sample);
    Mu = sum(sample)/n;
end

function [s2] = GetS2DispersionValue(sample)
    n = length(sample);
    m = GetMuExpectedValue(sample);
    if n > 1
        s2 = sum((sample-m).^2)/(n-1);
    else
        s2 = 0;
    end
end
```

Листинг 3: Границы γ-доверительного интервала для MX

```
function [lM, hM] = GetBordersForExpectedValue(gam, s2, mu,
    n)
    alpha = (1 + gam)/2;
    quantile = tinv(alpha, n-1);
    border = quantile * sqrt(s2) / sqrt(n);

    lM = mu - border;
    hM = mu + border;
end
```

Листинг 4: Границы γ-доверительного интервала для DX

```
function [lD, hD] =  GetBordersForDispersionValue(gam, s2,
   n)
    alpha1 = (1 - gam)/2;
```

```
    alpha2 = (1 + gam)/2;
    quantile1 = chi2inv(alpha1, n-1);
    quantile2 = chi2inv(alpha2, n-1);

    lD = s2*(n-1)/quantile2;
    hD = s2*(n-1)/quantile1;
end
```

Листинг 5: Графики для оценок MX

```
function GetGraphMX(sample, n, gam)
    mu = zeros(n,1);
    s2 = zeros(n,1);
    lMu = zeros(n,1);
    hMu = zeros(n,1);
    line = zeros(n,1);

    line(1:n) = mu(n);
    for i = 1:n
        part = sample(1:i);
        [mu(i)] = GetMuExpectedValue(part);
        [s2(i)] = GetS2DispersionValue(part);
        [lMu(i), hMu(i)] = GetBordersForExpectedValue(gam,
           s2(i), mu(i), i);
    end

    plot(line, 'g');
    plot(lMu, 'r');
    plot(hMu, 'b');
    plot(mu, 'k');
    grid on;
    xlabel('n');
    ylabel('\mu');
    legend('\mu\^(x_N)','_{--}\mu^(x_n)', '^{--}\mu^(x_n)',
        '\mu\^(x_n)');
end
```

Листинг 6: Графики для оценок DX

```
function GetGraphDX(sample, n, gam)
    s2 = zeros(n,1);
    lSigma = zeros(n,1);
    hSigma = zeros(n,1);
    line = zeros(n,1);
```

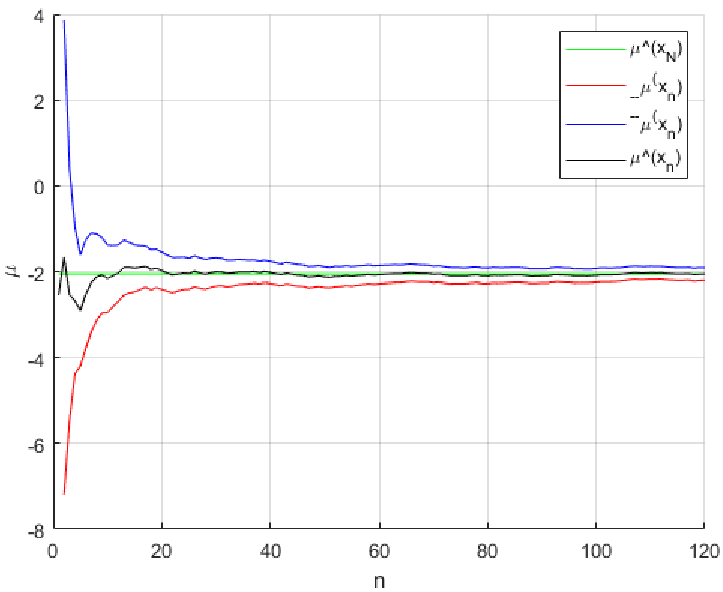
```
    startl = 3;

    line(startl:n) = s2(n);
    for i = startl:n
        part = sample(1:i);
        [s2(i)] = GetS2DispersionValue(part);
        [lSigma(i), hSigma(i)] =
            GetBordersForDispersionValue(gam, s2(i), i);
    end

    plot((startl:n), line(startl:n), 'g');
    plot((startl:n), lSigma(startl:n), 'r');
    plot((startl:n), hSigma(startl:n), 'b');
    plot((startl:n), s2(startl:n), 'k');
    grid on;
    xlabel('n');
    ylabel('\sigma');
    legend('S^2(x_N)','_{--}\sigma^2(x_n)', '^{--}\sigma^2(
        x_n)', 'S^2(x_n)');
end
```

Результаты расчетов и графики

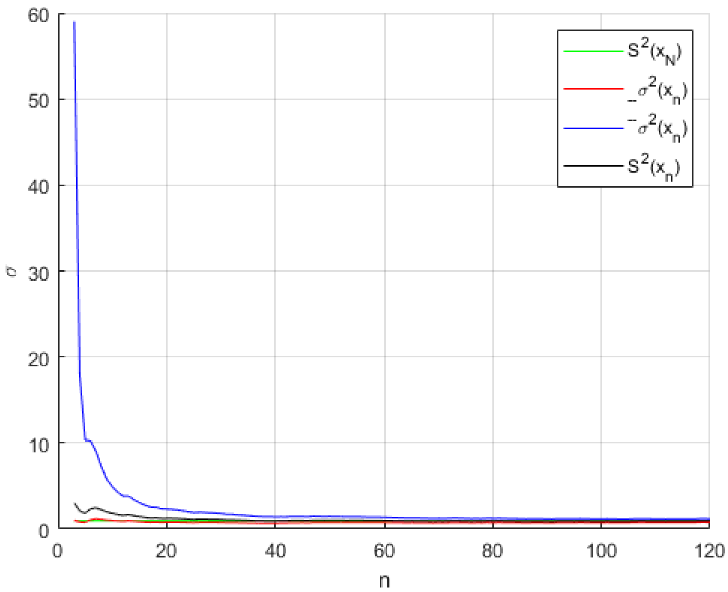
$\hat{\mu}(\vec{x_n})$	-2.0585
$S^2(\vec{x_n})$	0.9440

	Нижняя граница	Верхняя граница
μ	-2.2055	-1.9115
σ^2	0.7723	1.1848

На координатной плоскости OYn построить прямую $y = \hat{\mu}(\vec{x_N})$, также графики функций $y = \hat{\mu}(\vec{x_n})$, $y = \mu(\vec{x_N})$ и $y = \overline{\mu}(\vec{x_N})$ как функций объема n выборки, где n изменяется от 1 до N:



На другой координатной плоскости OZn построить прямую $z = S^2(\vec{x_N})$, также графики функций $z = S^2(\vec{x_n})$, $z = \underline{S^2}(\vec{x_N})$ и $z = \overline{S^2}(\vec{x_N})$ как функций объема n выборки, где n изменяется от 1 до N:



$S^2(x_N)$
$\underline{\sigma}^2(x_n)$
$\bar{\sigma}^2(x_n)$
$S^2(x_n)$
σ
n
0
10
20
30
40
50
60
80
100
120