

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1.1. Среднее потребление электрэнергии в мае в некотором населенном пункте составляет 360 000 кВт·ч.

- а) С использованием первого неравенства Чебышева оценить вероятность того, что в мае очередного года это значение превысит 1 000 000 кВт·ч.
- б) Оценить вероятность события из п. а) с использованием второго неравенства Чебышева, если дополнительно известно, что среднеквадратичное отклонение потребления энергии в этом населенном пункте в мае составляет 40 000 кВт·ч.

Ответ: а) $P\{X > 1\,000\,000\} < 0.36$; б) $P\{X > 1\,000\,000\} < 1/256$.

1.2. Среднее квадратичное отклонение погрешности измерения курса самолета составляет 2° . Считая, что систематические ошибки измерения отсутствуют (то есть математическое ожидание погрешности измерения равно нулю), оценить вероятность того, что погрешность очередного измерения курса самолета превысит 5° .

Ответ: $P\{\text{погрешность превысит } 5^\circ\} < 0.16$.

1.3. Проверить, применим ли к последовательности X_1, X_2, \dots независимых непрерывных случайных величин закон больших чисел в форме Чебышева (закон больших чисел в форме Чебышева с ослабленным условием), если функция плотности распределения вероятностей случайной величины X_n имеет вид

$$f_n(x) = \frac{(n+1)n^{2(n+1)}|x|}{(x^2+n^2)^{n+2}}, \quad x \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}.$$

Ответ: нет, неприменим (с ослабленным условием тоже неприменим).

1.4. Значение некоторой величины a находят как среднее результатов n измерений, которые содержат ошибки. Считая, что систематические ошибки отсутствуют, а среднеквадратичное отклонение величины ошибки равно σ , найти вероятность p_0 того, что в результате $n = 100$ измерений найденное значение будет отличаться от a не более, чем на 0.1σ . Сколько измерений нужно сделать, чтобы гарантировать значение вероятности этого события не менее, чем $(1 + p_0)/2$?

Ответ: а) $p_0 = 0.68$; б) $n \geq 198$.

1.5. Известно, что в среднем 5% студентов носят очки. Оценить вероятность того, что среди 200 находящихся в аудитории студентов не менее 10% носят очки.

Ответ: 0.00059.

1.6. Вероятность рождения мальчика равна 0.512. Считая применимой интегральную теорему Муавра-Лапласа, найти вероятность того, что среди 100 последовательно родившихся в некотором роддоме детей

- а) мальчиков, больше, чем девочек (событие A);
- б) количество мальчиков будет отличаться от количества девочек не более чем на 10 единиц (событие B).

Ответ: а) 0.516; б) 0.669.

1.7. Оценить, сколько необходимо произвести испытаний по схеме Бернулли, чтобы с вероятностью не менее 0.975 гарантировать выполнение неравенства $|\hat{p} - p| < \varepsilon$, где \hat{p} – наблюдаемая частота успеха в серии, $p = 1/2$ – теоретическая частота успеха (вероятность успеха в одном испытании), $\varepsilon = 0.1$. Решить задачу

- а) с использованием второго неравенства Чебышева;
- б) с использованием интегральной теоремы Муавра-Лапласа.

Ответ: а) $n \geq 1\,000$; б) $n \geq 126$.