Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Московский Государственный Технический Университет имени Н. Э. Баумана»

Отчет по лабораторной работе №2
«Интервальные оценки»
по курсу «Математическая статистика»
Вариант 1

Студент: Анисимов Н.С. ИУ7-62
Преподаватель: Велищанский М.А.

15 мая 2018 г.

Оглавление

1 Формулы и определения

1.1 Доверительный интервал

Доверительным интервалом уровня γ (γ-доверительным интервалом) для параметра Θ называют пару статистик $\underline{\Theta}(\vec{X_n})$, $\overline{\Theta}(\vec{X_n})$ таких, что $P\{\Theta \in [\underline{\Theta}(\vec{X_n}), \overline{\Theta}(\vec{X_n})]\} = \gamma$. Другими словами, γ-доверительный интервал – интервал, который покрывает теоретическое значение параметра Θ с вероятностью γ.

Односторонней нижней–доверительной границей для параметра Θ называется статистика $\underline{\Theta}(\vec{X_n})$ такая, что $P\{\Theta \in [\underline{\Theta}(\vec{X_n}), +\infty)\} = \gamma$.

Односторонней верхней–доверительной границей для параметра Θ называется статистика $\underline{\Theta}(\vec{X_n})$ такая, что $P\{\Theta \in (-\infty, \overline{\Theta}(\vec{X_n})]\} = \gamma$.

1.2 Формулы для вычисления границ γ-доверительного интервала

Оценка для математического ожидания при известной дисперсии
μ - неизвестна, σ^2 - известна

$$\underline{\mu}(\vec{X_n}) = \overline{X} - \frac{\sigma u_{1-\alpha}}{\sqrt{n}}, \tag{1.1}$$

$$\overline{\mu}(\vec{X_n}) = \overline{X} + \frac{\sigma u_{1-\alpha}}{\sqrt{n}} \tag{1.2}$$

Оценка для математического ожидания при неизвестной дисперсии
μ - неизвестна, σ^2 - неизвестна

$$\underline{\mu}(\vec{X_n}) = \overline{X} - \frac{S(\vec{X_n}) t_{1-\alpha}}{\sqrt{n}}, \tag{1.3}$$

$$\overline{\mu}(\vec{X_n}) = \overline{X} + \frac{S(\vec{X_n}) t_{1-\alpha}}{\sqrt{n}} \tag{1.4}$$

Оценка для дисперсии
μ - неизвестна, σ^2 - неизвестна

$$\underline{\sigma^2}(\vec{X_n}) = \frac{S(\vec{X_n})(n-1)}{h_{1-\alpha}}, \tag{1.5}$$

$$\overline{\sigma^2}(\vec{X_n}) = \frac{S(\vec{X_n})(n-1)}{h_{\alpha}} \tag{1.6}$$

где:

- $\alpha = \frac{1-\gamma}{2}$; u_a, t_a, h_a – квантили уровня α нормального распределения, распределения Стьюдента и распределения χ-квадрат соответственно; n – объем выборки.

2 Листинг

```
X = csvread('data');

gamma = 0.9;
alpha = (1 - gamma)/2;
N = 6:length(X);

meanX = mean(X);
varX = var(X);

M = [];
S = [];
for i=N
    M = [M, mean(X(1:i))];
    S = [S, var(X(1:i))];
end;

t = tinv(1 - alpha, N - 1)
hl = chi2inv(1 - alpha, N - 1)
hh = chi2inv(alpha, N - 1)

figure
plot([N(1), N(end)], [meanX, meanX], 'm');
hold on;
plot(N, M, 'g');
Ml = M .- sqrt(S).*t./sqrt(N);
plot(N, Ml, 'b');
Mh = M .+ sqrt(S).*t./sqrt(N);
plot(N, Mh, 'r');
hold off;

figure
plot([N(1), N(end)], [varX, varX], 'm');
hold on;
plot(N, S, 'g');
Sl = S.*(N - 1)./hl;
plot(N, Sl, 'b');
Sh = S.*(N - 1)./hh;
plot(N, Sh, 'r');
hold off;

fprintf('mu = %.2f\nS^2 = %.2f\n\n', meanX, varX);
fprintf('mu_low = %.2f\nmu_high = %.2f\n', Ml(end), Mh(end));
fprintf('sigma^2_low = %.2f\nsigma^2_high = %.2f\n', Sl(end), Sh(end));
```

3 Результаты ($\gamma = 0.9$)

$$\mu = -1.76$$
$$S^2 = = 1.03$$

$$\mu_{low} = -1.76$$
$$\mu_{high} = -1.45$$
$$\hat{\sigma}^2_{low} = 0.85$$
$$\hat{\sigma}^2_{high} = 1.30$$

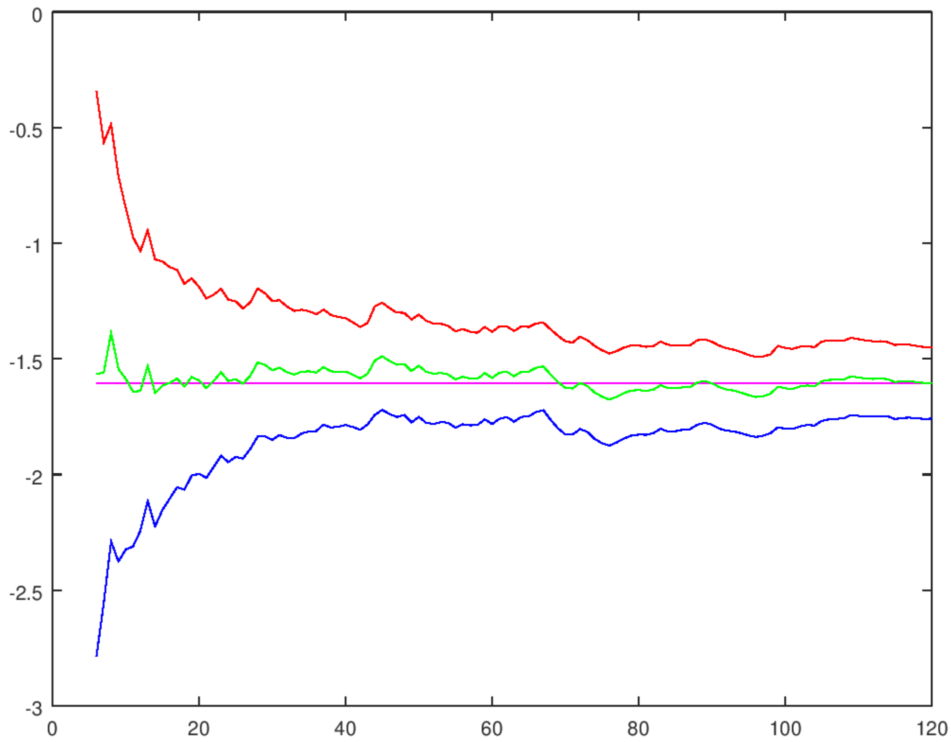

Рис. 3.1: Графики математического ожидания

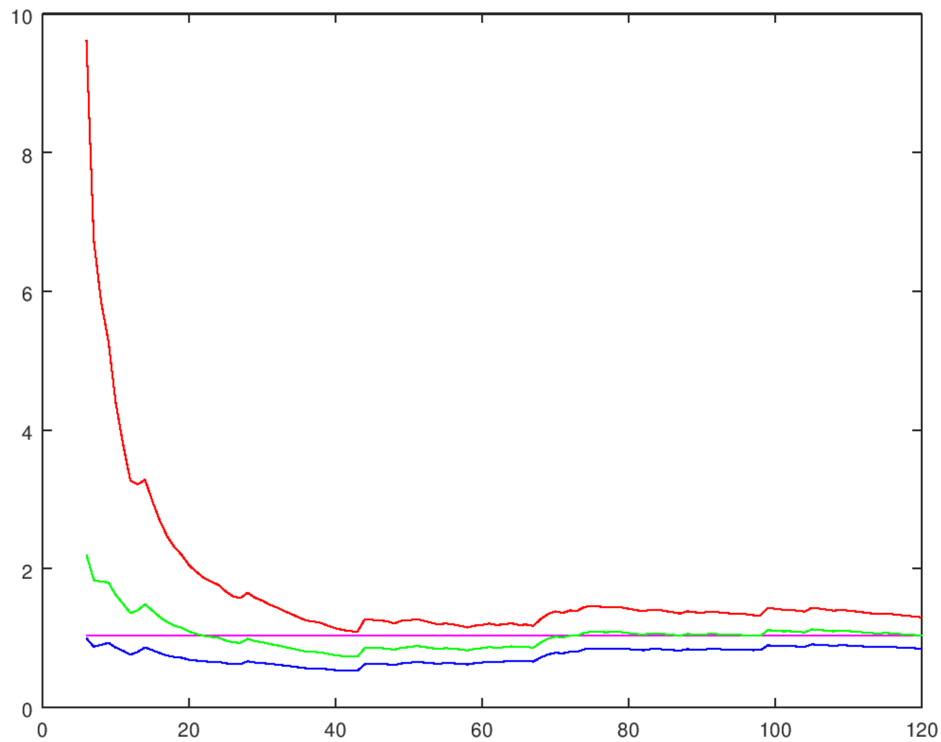

Рис. 3.2: Графики дисперсии