Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Московский Государственный Технический Университет имени Н. Э. Баумана»

ОТЧЕТ  
По лабораторной работе №3  
«Метод наименьших квадратов»  
По курсу «Математическая статистика»  
Вариант 1

Студент: Анисимов Н.С. ИУ7-62

Преподаватель: Велищанский М.А.

Москва, 2018

Цель работы: аппроксимация неизвестной зависимости параболой.

1. Постановка задачи аппроксимации неизвестной зависимости по результатам наблюдений

Пусть – случайная величина, – детерминированные величины. Говорят, что переменная стохастически зависит от детерминированных переменных , если на изменение значений этих переменных реагирует изменением своего закона распределения.

Задачи, связанные с установлением стохастических зависимостей между случайной переменной и детерминированными переменными , составляет предмет изучения регрессионного анализа.

В регрессионном анализе используется модель черного ящика, как наиболее общая модель, ассоциированная с понятием отображения. На вход поступает вектор , который посредством некоторого отображения и случайных возмущений преобразуется в вектор .

При этом соответствующая модель обычно записывается в виде

Для простоты ограничимся случаем s = 1, m = 1:

Требуется на основании результатов n наблюдений (выборки объема n) подобрать функцию , чтобы она наилучшим образом аппроксимировала неизвестную функцию .

Достаточно часто в качестве функции рассматривают функцию

где функции , – известные функции, а задача сводится к подбору коэффициентов ,…, .

Так как функция зависит линейно от параметров ,…, , то в этом случае говорят, что рассматриваемая модель является линейной по параметрам.

2. Понятие МНК-оценки параметров линейной модели

Оценка = вектора называется оценкой, полученной по методу

наименьших квадратов (МНК-оценкой), если она доставляет минимальное значение функционалу

3. Формулы для вычисления МНК-оценки в рассматриваемом случае

В рассматриваемом случае базисные функции имеют вид , , = 3.

Для вычисления оценки вектора параметров используется формула

где

Среднеквадратичное отклонение полученной модели:

где - экспериментально полученное значение при , ) – значение Y, полученное с помощью МНК-оценки.

4. Листинг

T = csvread("t");

Y = csvread("y");

One(1:length(T),1) = 1;

T2 = T.^2;

F = horzcat(One, transpose(T), transpose(T2));

theta = inv(transpose(F)\*F) \* transpose(F) \* transpose(Y);

Yt = theta(1) + theta(2) \* T + theta(3) \* T2;

delta = sqrt(sum((Y - Yt).^2));

fprintf("%.2f\n%.2f, %.2f, %.2f\n", delta, theta(1), theta(2), theta(3));

plot(T, Y,".r");

hold on;

plot(T, Yt,"b");

hold off;

grid on;

5. Результаты расчетов и графики для выборки из индивидуального варианта

delta = 43.40

y(t) = -2.28 + 3.99\*t + 9.06\*t^2

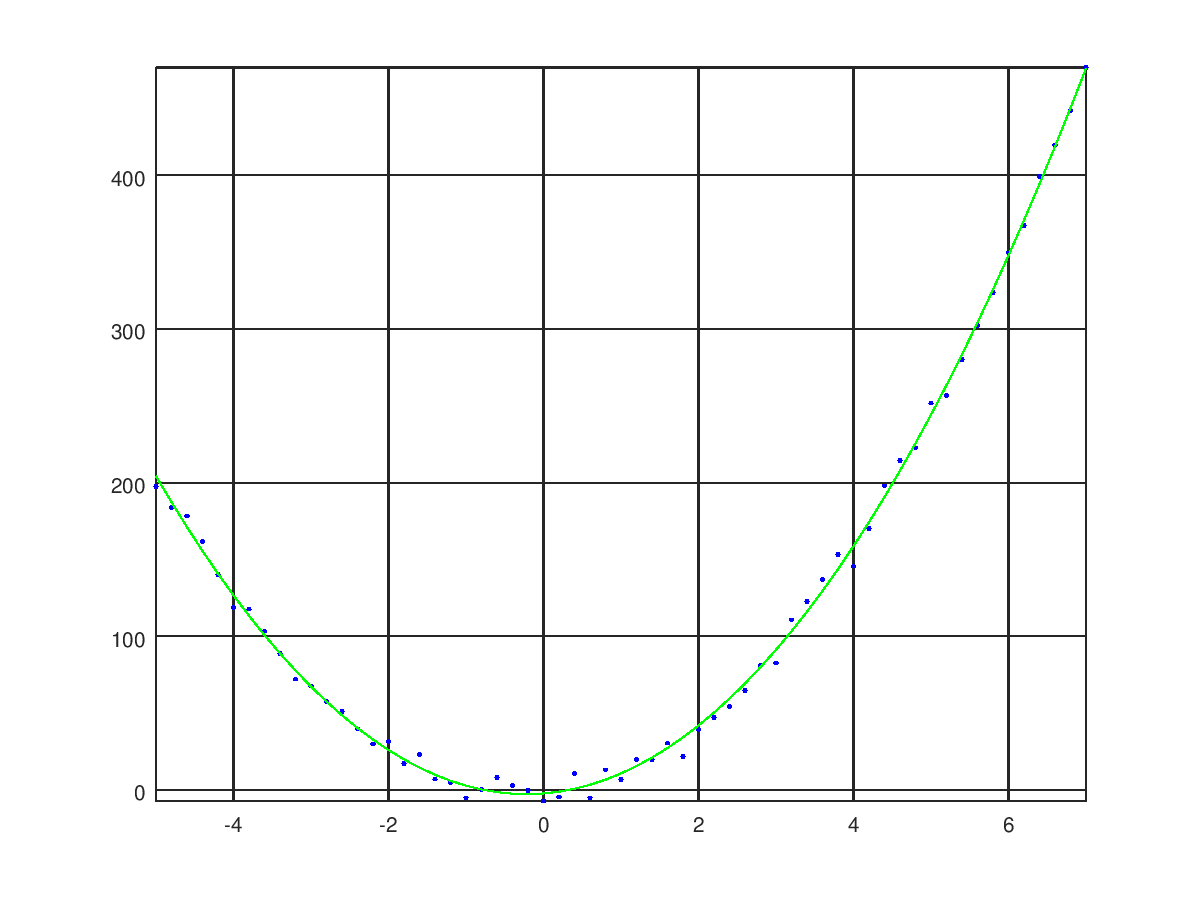


Рисунок 1. Экспериментальные данные и их аппроксимация