

ZhijiangOI 2025 Day1

dXqwq

2025 年 6 月 1 日

题目名称	Kanade 的水杯	Ena 的曲绘	Soyo 的秘密
题目类型	传统型	传统型	交互型
目录	bottle	set	divisors
可执行文件名	bottle	set	divisors
输入文件名	bottle.in	set.in	N/A
输出文件名	bottle.out	set.out	N/A
每个测试点时限	4.0 秒	3.0 秒	3.0 秒
内存限制	512 MiB	512 MiB	512 MiB
测试点数目	25	20	10
测试点是否等分	是	是	否

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	bottle.cpp	set.cpp	divisors.cpp
-----------	-------------------	----------------	---------------------

编译选项

对于 C++ 语言	-std=c++14 -O2 -lm
-----------	---------------------------

注意事项与提醒（请选手务必仔细阅读）

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C/C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须是 0。
3. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
4. 程序可使用的栈内存空间限制与题目的内存限制一致。
5. 我觉得 Day 2 比 Day 1 简单。

Kanade 的水杯 (bottle)

【题目背景】

你是否有认真聆听过，水从杯壁上留下，触碰液面的声音？

Kanade 喜欢聆听这样的声音：杂乱无章中又包含着几段绝妙的旋律。只要能捕捉其中的瞬间，便是创作的极佳灵感。

每当 Kanade 向自己最喜欢的猫猫日清拉面中注入开水，她便会将剩下的水于杯中反复地倾倒。

拿出 n 个容量各异的杯子，在第一个杯子里注满水，创作的过程就开始了。从左到右，依次拿起每一个，随意地将其中的水向任意一个杯子里倒入，便是一次创意浮现的过程。

当然，不会做家务的 Kanade 会在杯子的水溢出之前停下……她可不想手忙脚乱地拿着抹布拯救自己的电脑！

【题目描述】

有 n 个瓶子排成一排，编号为 $1, 2, \dots, n$ ，第 i 个瓶子的容积为 a_i 。最开始第 1 个瓶子是满的，其余瓶子是空的。

我们按照从左到右的顺序对每个瓶子依次执行以下操作：

- 在其余的 $n - 1$ 个瓶子中等概率选择一个。
- 将当前瓶子的水倒入选中的瓶子，直到当前瓶子为空或者选中的瓶子已满。

给定序列 a ，你需要输出每个瓶子在所有操作后期望盛有多少水。

因为处理浮点数比较复杂，你只需要输出答案对 998244353 取模后的结果即可。

【输入格式】

从文件 `bottle.in` 中读入数据。

第一行输入一个整数 n 。

第二行输入 n 个整数 a_i 。

【输出格式】

输出到文件 `bottle.out` 中。

输出 n 行，第 i 行输出第 i 个瓶子在所有操作后期望盛有水的体积对 998244353 取模的值。

【样例 1 输入】

```
1 2
2 1 1
```

【样例 1 输出】

```
1 1
2 0
```

【样例 1 解释】

水一定从第 1 个瓶子倒向第二个瓶子再倒回去，因此第一个瓶子必定为满，第二个瓶子必定为空。

【样例 2 输入】

```
1 3
2 3 1 2
```

【样例 2 输出】

```
1 623902723
2 623902721
3 748683265
```

【样例 2 解释】

三个瓶子的期望体积为 $\frac{19}{8}$ ， $\frac{3}{8}$ 和 $\frac{1}{4}$ 。

【样例 3 输入】

```
1 9
2 9 9 8 2 4 4 3 5 3
```

【样例 3 输出】

```
1 304464287
2 164086171
```

```
3 361005467
4 588475930
5 898938779
6 983453531
7 155241138
8 69810681
9 467501437
```

【样例 4】

见选手目录下的 `bottle/bottle4.in` 与 `bottle/bottle4.ans`。

该样例数据范围满足测试点 9 ~ 11。

【数据范围】

本题共 25 个测试点，全部测试点满足 $2 \leq n \leq 10^5$, $1 \leq a_i \leq n$ 。

测试点	数据范围
1	$n \leq 2$
2	$n \leq 3$
3 ~ 4	$n \leq 8$
5 ~ 6	$n \leq 16$
7 ~ 8	$n \leq 50$
9 ~ 11	$n \leq 300$
12 ~ 15	$n \leq 2 \times 10^3$
16 ~ 18	$n \leq 5 \times 10^4$
19 ~ 20	$a_i = 1$
21 ~ 24	$a_i \geq a_{i+1}$
25	无特殊限制

Ena 的曲绘 (set)

【题目背景】

Ena 正在为 25 点, Nightcord 见。的新歌制作曲绘。

曲绘的最下方有一些格子, Ena 希望先将一些格子涂上某种颜色, 再将这些涂色的格子复制粘贴后改为新的颜色, 一条五彩斑斓的飘带就做完了。

但是 Ena 对艺术品有着完美的追求: 她认为艺术与数学有不约而同地具有着协调的美——对她自己的作品也是如此。

Ena 知道, 如果自己涂了 n 个格子, 复制了 m 次, 那么最多会有 nm 个格子被染色。要是恰好能将连续的 nm 个格子都不重不漏地染上了颜色……

拿起数位板的画笔, Ena 很快找到了一些简单的染色方法。你知道身为完美主义者的 Ena 一定会找出所有染色方法后再选出最好看的, 于是你决定算出 Ena 今天晚上的睡觉时间。

【题目描述】

如果你不喜欢阅读故事, 这里有一份形式化题面。

一个集合 S 是好的, 当且仅当存在另一个集合 T , 使得 (S, T) 满足以下条件:

- $|S| = n, |T| = m, 1 \in S$ 。
- $S \subseteq [1, nm] \cap \mathbb{Z}, T \subseteq \mathbb{Z}$ 。
- $\{i + j | i \in S, j \in T\} = \{1, 2, \dots, nm\}$ 。

给定 n, m , 求好的集合数量对质数 998244353 取模的值。

为了方便选手, n 和 m 都使用唯一分解形式给出。

【输入格式】

从文件 set.in 中读入数据。

第一行输入一个整数 L , 代表质因数个数。

接下来 L 行每行输入三个整数 p_i, x_i, y_i , 代表质数及其在 n, m 上的指数。

给定的 n, m 分别为 $\prod p_i^{x_i}$ 和 $\prod p_i^{y_i}$ 。

【输出格式】

输出到文件 set.out 中。

输出一个整数, 代表好的集合数量对 998244353 取模的值。

【样例 1 输入】

```
1 1
2 2 1 1
```

【样例 1 输出】

```
1 2
```

【样例 1 解释】

对于第一组样例, $n = 2$, $m = 2$, 合法的集合为 $S_1 = \{1, 2\}$ 和 $S_2 = \{1, 3\}$, 我们可以构造 $T_1 = \{0, 2\}$ 和 $T_2 = \{0, 1\}$ 。

【样例 2 输入】

```
1 2
2 2 1 1
3 3 1 0
```

【样例 2 输出】

```
1 4
```

【样例 2 解释】

对于第二组样例, $n = 6$, $m = 2$, 合法的集合为 $S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $S_2 = \{1, 2, 3, 7, 8, 9\}$, $S_3 = \{1, 2, 5, 6, 9, 10\}$ 和 $S_4 = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 。

【样例 3 输入】

```
1 3
2 2 2 2
3 3 2 2
4 5 1 0
```

【样例 3 输出】

```
1 4458
```

【样例 3 解释】

对于第三组样例, $n = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1 = 180$, $m = 2^2 \cdot 3^2 = 36$ 。

【样例 4】

见选手目录下的 `set/set4.in` 与 `set/set4.ans`。

该样例数据范围满足测试点 9, 11。

【数据范围】

本题共 20 个测试点, 全部测试点满足 $1 \leq n, m \leq 10^{20080520}$, $p_i \in [2, 998244353]$ 且 p_i 均为互不相同的素数, $\max(x_i, y_i) \geq 1$, $0 \leq \sum x_i, \sum y_i \leq 2 \times 10^5$ 。

对于编号为奇数的测试点, 保证 $\min(x_i, y_i) = 0$ 。

测试点	数据范围
1	$nm \leq 10, \sum x_i \leq 1$
2	$nm \leq 10$
3 ~ 4	$nm \leq 20$
5	$nm \leq 10^3, \sum x_i \leq 1$
6 ~ 7	$n, m \leq 10^3$
8	$\sum x_i \leq 1, \sum y_i \leq 500$
9 ~ 11	$\sum x_i, \sum y_i \leq 500$
12	$\sum x_i \leq 1, \sum y_i \leq 5 \times 10^3$
13 ~ 15	$\sum x_i, \sum y_i \leq 5 \times 10^3$
16	$\sum x_i \leq 1$
17 ~ 20	无特殊限制

在本题中, 你可能需要对于两个序列 a, b 快速求出满足 $c_i = \left(\sum_{j \leq i} a_j b_{i-j} \right) \bmod 998244353$ 的序列 c 。

我们可以用 FFT, 即快速傅里叶变换在 $O(n \log n)$ 的时间内解决, 其中 $n = |a| + |b|$ 。然而, 这是一个较为高级的知识点, 本题并不要求选手掌握。

下发文件中的 `convolution.cpp` 给出了 FFT 的一个实现, 函数 `convolution(a, b)` 会返回 c 的值, 时间复杂度为 $O(n \log n)$ 。你只需要将 `using namespace atcoder;` 以上的所有代码加入到你的代码的开头即可使用。

Soyo 的秘密 (divisors)

【题目背景】

Soyo 是一个温柔成熟的女孩子。

她总是喜欢能成为被依赖的人，被信任的人，但她却从未明白如何走进其他人的心。

或许 Soyo 一直都没有发现，在一段关系……或者说感情之中，人的了解是双向的。也许是她不愿将自己的过往坦诚地讲述出来，她总是在逃避，总是在逃避，以至于最后自己的努力终究对抗不过任何风吹雨打。

但这一切逃不过 Anon 的眼睛。她知道，Soyo 也是一个需要被爱的女孩子。怎么样才能走进她的心呢？Anon 知道自己的社交能力可以帮自己从不经意的角落中旁敲侧击出一些信息，尽管如此整合它们已经远远超出了少女的能力。

固执的 Anon 会一直问，直到她能拼凑出完整的故事，然后当面把这一切说出来。

【题目描述】

如果你不喜欢阅读故事，这里有一份形式化题面。

Soyo 有一个隐藏的整数 x 。

Anon 每次可以向 Soyo 询问一个非负整数 $y \leq C$ ，Soyo 会回答 $x + y$ 的正因数个数。 x 是 Soyo 事先选定的，不会随着你的询问而变化。

Anon 知道 x 是在 $[1, N]$ 中的整数，需要在若干次询问后求出 x 的精确值。更准确地说，她需要在 Q 次询问内求出 T 个 x 的值。

你需要帮助 Anon 完成这个任务。

【交互格式】

你需要实现主函数，并引用 `dzilib.h`。你可以调用六个函数。

```
1 int GetT()  
2 long long GetN()  
3 int GetQ()  
4 long long GetC()
```

每次调用会给出对应参数的值，保证每组数据中这四个值固定。

```
1 long long Ask(long long y)
```

向 Soyo 询问 $x + y$ 的正因数个数。你只能调用这个函数不超过 Q 次。


```
1 void Answer(long long x)
```

向 Soyo 报告自己求出了当前 x 的值。如果这是最后一个 x ，你应该立刻退出程序，否则你应该继续求解下一个 x 。

【输入格式】

以下部分为 grader 的输入格式，你不应该在程序中读入任何内容。
第一行输入四个整数 T, N, Q, C ，代表序列长度，询问个数和在线参数。
接下来 T 行，每行输入一个整数 x 。

【输出格式】

以下部分为 grader 的输出格式，你不应该在程序中输出任何内容。
如果你的程序成功在限制内回答所有问题，输出 Accepted。
否则会输出错误的原因，见 grader 的源代码。

【样例 1 输入】

```
1 2 1000000 10000 10000000000000000
2 1000
3 1
```

【样例 1 解释】

以下是一次可能的交互过程：

选手程序	交互库	解释
调用 GetT()	返回 2	$T = 2$
调用 GetQ()	返回 10^4	$Q = 10^4$
调用 Ask(1)	返回 8	$1001 = 7 \times 11 \times 13$
调用 Ask(3)	返回 4	$1003 = 17 \times 59$
调用 Answer(1000)		开始下一组数据
调用 GetT()	返回 2	这个值不会变化
调用 Ask(0)	返回 1	$1 = 1$
调用 Ask(99)	返回 9	$100 = 2^2 \times 5^2$
调用 Answer(1)	输出 Accepted	所有答案均正确

【样例 2】

见选手目录下的 divisors/divisors2.in 与 divisors/divisors2.ans。

该样例数据范围满足测试点 1。

【样例 3】

见选手目录下的 divisors/divisors3.in 与 divisors/divisors3.ans。

该样例数据范围满足测试点 3。

【数据范围】

本题共 10 个测试点，每个测试点有不超过 11 组数据，你需要通过一个测试点的全部测试数据才能获得该测试点的分数。请注意下发 grader 和实际评测的 grader 的实现可能不同。

测试点	分数	T	N	Q	C
1	13	50	10^5	5×10^4	10^{12}
2	12	50	10^6	5×10^3	10^{12}
3	16	10	10^9	5×10^4	10^{12}
4	15	10	10^{14}	5×10^3	10^{17}
5	14	10	10^{14}	2×10^3	10^{17}
6	8	10	10^{14}	1300	10^{17}
7	7	10	10^{14}	950	10^{17}
8	6	10	10^{14}	820	10^{17}
9	5	10	10^{14}	750	10^{17}
10	4	10	10^{14}	720	10^{17}