

Ejercicio 1.1

Determinar los siguientes conjuntos por extensión y por comprensión:

1. A es el conjunto formado por los cuadrados de los primeros diez números naturales.
2. B es el conjunto formado por las raíces cuadradas de los primeros cincuenta naturales y que además sean naturales.
3. C es el conjunto formado por los naturales múltiplos de tres que además son menores que diecisiete o múltiplos de cinco que además son menores que treinta.

Considero el 0 como no natural

10 primeros números naturales: 1,2,3,4,.....,10

$$A = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100\} \quad A \text{ por extensión}$$

Extensión: enumerar cada uno de los elementos del conjunto

Extensión: se dan propiedades que cumplen única y exclusivamente los elementos del conjunto.

$$A = \{x \in N, x = n^2, 1 \leq n \leq 10\} \quad A \text{ por comprensión}$$

Nota:

$n \in N^*$ -- Excluye el 0

Hay que tener una postura con respecto a si el 0 es o no natural

$$n \in N, n \leq 50$$

$$x \in N, x = \sqrt{n}$$

$$\sqrt{1} = 1 \in B$$

$$\sqrt{2} \notin N \quad \text{no es natural, no pertenece al conjunto B}$$

$$\sqrt{3} \notin N$$

$$\sqrt{4} = 2 \in B \quad \sqrt{9} = 3 \quad \sqrt{16} = 4 \quad \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{36} = 6 \quad \sqrt{49} = 7 \quad \cancel{\sqrt{64}}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \quad B \text{ por extensión}$$

$$B = \{x \in N / x \leq 7\} \quad B \text{ por comprensión}$$

$$x = \dot{3} \quad x < 17 \quad o \quad x = \dot{5} \quad x < 30$$

$$C = \{3, 6, 9, 12, \textcolor{red}{15}, 5, 10, \textcolor{red}{15}, 20, 25\} \text{ Un conjunto no tiene elementos repetidos}$$

$$C = \{3, 6, 9, 12, \textcolor{red}{15}, 5, 10, 20, 25\} \text{ Extensión}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} / x = \dot{3} \quad x < 17 \quad \vee \quad x = \dot{5} \quad x < 30\} \text{ Comprensión}$$

Ejercicio 1.2

Determinar todos los elementos de los siguientes conjuntos:

$$1. A = \{n \in \mathbb{N} : n \leq 5\}$$

$$3. C = \{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\}$$

$$2. B = \{n \in \mathbb{N} : n^2 \leq 12\}$$

$$4. D = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - x + 2 = 0\}$$

$$\textcolor{red}{A = \{1, 2, 3, 4, 5\}}$$

$$\textcolor{red}{B = \{1, 2, 3\}}$$

$$1^2 = 1 < 12$$

$$3^2 = 9 < 12$$

$$2^2 = 4 < 12$$

$$4^2 = 16 \not< 12$$

$$\textcolor{red}{C = \{-1, 1\}}$$

$$(-1)^1 = -1$$

$$(-1)^2 = 1$$

$$(-1)^3 = -1$$

$$(-1)^4 = 1$$

$$\textcolor{red}{D = \{ \} = \emptyset \text{ Conjunto vacío}}$$

$$x^2 - x + 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{-7}}{2} \notin \mathbb{R}$$

Ejercicio 1.3

Determinar todos los elementos de los siguientes conjuntos:

1. $A = \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) : n \in \mathbb{N} \right\}$

4. $B = \left\{ \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right) : n \in \mathbb{N} \right\}$

2. $B = \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{3}\right) : n \in \mathbb{N} \right\}$

5. $D = \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) : n \in \mathbb{N} \right\}$

3. $C = \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right) : n \in \mathbb{N} \right\}$

6. $E = \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right) : n \in \mathbb{N} \right\}$

Nota: $A \setminus B$ denota el conjunto formado por los elementos de A que no son elementos de B (diferencia de conjuntos).

$$A = \left\{ \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right), n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$\sin\left(\frac{1\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{6\pi}{4}\right) = -1$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{4}\right) = 1$$

$$\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{8\pi}{4}\right) = 0$$

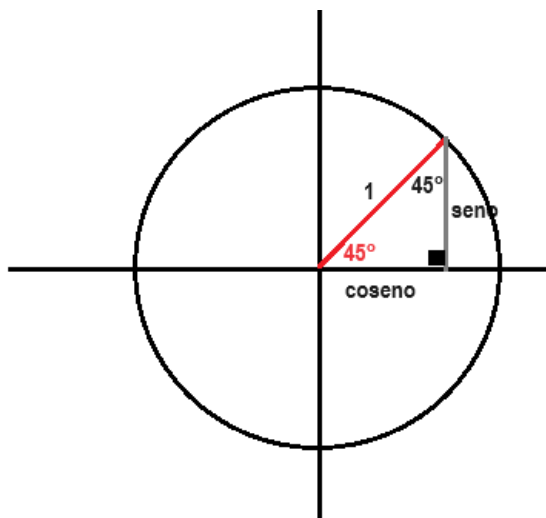
$$\sin\left(\frac{4\pi}{4}\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{9\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Comienza a repetirse

$$A = \left\{ 0, 1, -1, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$



$$\text{hip}^2 = \text{cat}^2 + \text{cat}^2$$

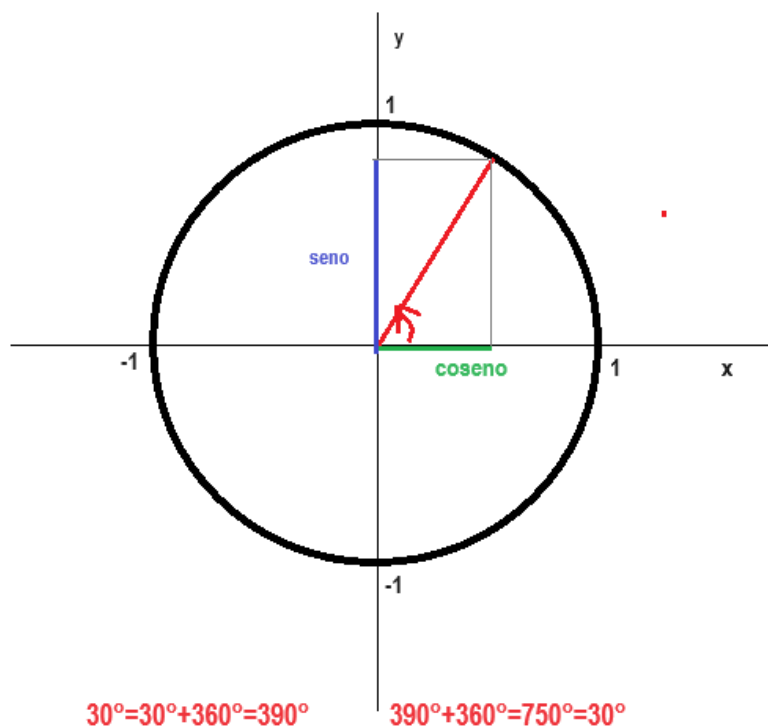
$$1^2 = x^2 + x^2$$

$$1 = 2x^2$$

$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{racionalizar denominador}} \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin(45^\circ) = \cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Angulo en sentido antihorario - positivo

Angulo en sentido horario - negativo

En grados

$$\alpha = \alpha + K \cdot 360^\circ$$

$$K \in \mathbb{Z}$$

En radianes (π radianes $\approx 180^\circ$)

$$\alpha = \alpha + K \cdot 2\pi$$

$$K \in \mathbb{Z}$$