

JOULE-Prozessrechner

Formelsammlung für die Klausur

Dieser Formelkatalog enthält alle wichtigen Gleichungen zur Berechnung des JOULE-Prozesses, sortiert nach praktischer Anwendungsreihenfolge.

1 Grundlegende Größen und Zustandsänderungen

1.1 Zustandsgrößen idealer Gase

$$p \cdot v = R \cdot T \quad (\text{Ideale Gasgleichung}) \quad (1)$$

$$v = \frac{R \cdot T}{p} \quad (\text{Spezifisches Volumen}) \quad (2)$$

$$h = u + p \cdot v \quad (\text{Spezifische Enthalpie}) \quad (3)$$

$$h = c_p \cdot T \quad (\text{Für ideale Gase}) \quad (4)$$

$$u = c_v \cdot T \quad (\text{Für ideale Gase}) \quad (5)$$

1.2 Spezifische Wärmekapazitäten

$$c_p(T) = a + b \cdot T + c \cdot T^2 + d \cdot T^3 \quad (\text{Temperaturabhängig}) \quad (6)$$

$$c_v = c_p - R \quad (\text{Für ideale Gase}) \quad (7)$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \quad (\text{Isentropenexponent}) \quad (8)$$

1.3 Zustandsänderungen

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (\text{Isentrope Zustandsänderung}) \quad (9)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (\text{Umgestellte Form}) \quad (10)$$

$$\frac{p_2 \cdot v_2^\kappa}{p_1 \cdot v_1^\kappa} = 1 \quad (\text{Isentrope Zustandsänderung}) \quad (11)$$

$$p \cdot v^\kappa = \text{const.} \quad (\text{Isentrope}) \quad (12)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{v_1^{\kappa-1}}{v_2^{\kappa-1}} \quad (\text{Isentrope Zustandsänderung}) \quad (13)$$

1.4 Enthalpie- und Entropieänderungen

$$\Delta h = c_p \cdot (T_2 - T_1) \quad (\text{Enthalpieänderung}) \quad (14)$$

$$\Delta h = c_p \cdot \Delta T \quad (\text{Kurzform}) \quad (15)$$

$$\Delta s = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (\text{Entropieänderung, ideales Gas}) \quad (16)$$

2 JOULE-Prozess Berechnungen

2.1 Berechnungsreihenfolge der Zustände

$$\text{Zustand 1} \rightarrow \text{Zustand 2} \rightarrow \text{Zustand 3} \rightarrow \text{Zustand 4} \quad (1)$$

$$\text{ggf. mit Zwischenkühlung: } 1 \rightarrow 2a \rightarrow 2b \rightarrow 2c \rightarrow 3 \rightarrow 4 \quad (2)$$

$$\text{ggf. mit Regeneration: } \dots \rightarrow 2 \rightarrow 2^* \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 4^* \rightarrow 1 \quad (3)$$

2.2 Isentrope Verdichtung (1 → 2s)

$$T_{2s} = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (\text{Isentrope Verdichtung}) \quad (17)$$

$$h_{2s} = h_1 + c_p \cdot (T_{2s} - T_1) \quad (\text{Enthalpie nach isentroper Verdichtung}) \quad (18)$$

$$s_{2s} = s_1 \quad (\text{Entropie bleibt konstant}) \quad (19)$$

2.3 Reale Verdichtung mit Wirkungsgrad (1 → 2)

$$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{w_{c,s}}{w_c} \quad (\text{Isentroper Verdichterwirkungsgrad}) \quad (20)$$

$$\Delta T_{real} = \frac{T_{2s} - T_1}{\eta_c} \quad (\text{Reale Temperaturänderung}) \quad (21)$$

$$T_2 = T_1 + \Delta T_{real} \quad (\text{Temperatur nach realer Verdichtung}) \quad (22)$$

$$h_2 = h_1 + c_p \cdot (T_2 - T_1) \quad (\text{Enthalpie nach realer Verdichtung}) \quad (23)$$

2.4 Wärmezufuhr (2 → 3)

$$p_3 = p_2 \quad (\text{Isobare Wärmezufuhr}) \quad (24)$$

$$\Delta h_{23} = c_p \cdot (T_3 - T_2) \quad (\text{Enthalpieänderung}) \quad (25)$$

$$h_3 = h_2 + \Delta h_{23} \quad (\text{Enthalpie am Zustand 3}) \quad (26)$$

2.5 Isentrope Expansion (3 → 4s)

$$T_{4s} = T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (\text{Isentrope Expansion}) \quad (27)$$

$$h_{4s} = h_3 + c_p \cdot (T_{4s} - T_3) \quad (\text{Enthalpie nach isentroper Expansion}) \quad (28)$$

$$s_{4s} = s_3 \quad (\text{Entropie bleibt konstant}) \quad (29)$$

2.6 Reale Expansion mit Wirkungsgrad (3 → 4)

$$\eta_t = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} = \frac{w_t}{w_{t,s}} \quad (\text{Isentroper Turbinenwirkungsgrad}) \quad (30)$$

$$\Delta T_{real} = (T_3 - T_{4s}) \cdot \eta_t \quad (\text{Reale Temperaturänderung}) \quad (31)$$

$$T_4 = T_3 - \Delta T_{real} \quad (\text{Temperatur nach realer Expansion}) \quad (32)$$

$$h_4 = h_3 + c_p \cdot (T_4 - T_3) \quad (\text{Enthalpie nach realer Expansion}) \quad (33)$$

3 Prozessgrößen

3.1 Arbeit und Wärme

$$w_c = h_1 - h_2 \quad (\text{Verdichterarbeit, negativ}) \quad (34)$$

$$w_t = h_3 - h_4 \quad (\text{Turbinenarbeit, positiv}) \quad (35)$$

$$w_{KP} = w_c + w_t \quad (\text{Kreisprozessarbeit}) \quad (36)$$

$$q_{zu} = h_3 - h_2 \quad (\text{Wärmezufuhr, ohne Regeneration}) \quad (37)$$

$$q_{ab} = h_4 - h_1 \quad (\text{Wärmeabfuhr, ohne Regeneration}) \quad (38)$$

3.2 Wirkungsgrad

$$\eta_{th} = \frac{w_{KP}}{q_{zu}} \quad (\text{Thermischer Wirkungsgrad}) \quad (39)$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \cdot \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1} \quad (\text{Alternative Form}) \quad (40)$$

$$\eta_{th,C} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \quad (\text{Carnot-Wirkungsgrad zum Vergleich}) \quad (41)$$

3.3 Druckverhältnis und Temperaturverhältnis

$$\pi = \frac{p_2}{p_1} \quad (\text{Druckverhältnis}) \quad (42)$$

$$\tau = \frac{T_3}{T_1} \quad (\text{Temperaturverhältnis}) \quad (43)$$

$$\pi_{opt} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{2(\kappa-1)}} \quad (\text{Optimales Druckverhältnis}) \quad (44)$$

4 Regeneration

4.1 Regenerative Wärmeübertragung

$$T_{2*} = T_2 + \eta_{reg} \cdot (T_4 - T_2) \quad (\text{Temperatur nach Regeneration, Hochdruckseite}) \quad (45)$$

$$T_{2*} = \min(T_{2*}, T_4 - \Delta T_{PP}) \quad (\text{Mit Pinch-Point-Beschränkung}) \quad (46)$$

$$T_{4*} = T_4 - (T_{2*} - T_2) \quad (\text{Temperatur nach Regeneration, Niederdruckseite}) \quad (47)$$

4.2 Prozessgrößen mit Regeneration

$$q_{zu,reg} = h_3 - h_{2*} \quad (\text{Wärmezufuhr mit Regeneration}) \quad (48)$$

$$q_{ab,reg} = h_{4*} - h_1 \quad (\text{Wärmeabfuhr mit Regeneration}) \quad (49)$$

$$q_{reg} = h_{2*} - h_2 = h_4 - h_{4*} \quad (\text{Regenerativ übertragene Wärme}) \quad (50)$$

5 Zwischenkühlung

5.1 Zwischendruckberechnung

$$p_{zwi,opt} = \sqrt{p_1 \cdot p_2} \quad (\text{Optimaler Zwischendruck}) \quad (51)$$

$$p_{zwi,arith} = \frac{p_1 + p_2}{2} \quad (\text{Arithmetisches Mittel}) \quad (52)$$

5.2 Mehrstufige Verdichtung

$$w_{c1} = h_1 - h_{2a} \quad (\text{Arbeit erste Verdichterstufe}) \quad (53)$$

$$q_{zwi} = h_{2a} - h_{2b} \quad (\text{Wärmeabfuhr bei Zwischenkühlung}) \quad (54)$$

$$w_{c2} = h_{2b} - h_{2c} \quad (\text{Arbeit zweite Verdichterstufe}) \quad (55)$$

$$w_c = w_{c1} + w_{c2} \quad (\text{Gesamte Verdichterarbeit}) \quad (56)$$

6 Leistungsberechnung

6.1 Spezifische Größen in Leistungen umrechnen

$$P_c = \dot{m} \cdot w_c \quad (\text{Verdichterleistung}) \quad (57)$$

$$P_t = \dot{m} \cdot w_t \quad (\text{Turbinenleistung}) \quad (58)$$

$$P_{KP} = \dot{m} \cdot w_{KP} \quad (\text{Kreisprozessleistung}) \quad (59)$$

$$\dot{Q}_{zu} = \dot{m} \cdot q_{zu} \quad (\text{Wärmestrom Zufuhr}) \quad (60)$$

$$\dot{Q}_{ab} = \dot{m} \cdot q_{ab} \quad (\text{Wärmestrom Abfuhr}) \quad (61)$$

7 Umrechnungen

7.1 Einheitenumrechnung

$$T[K] = T[^\circ C] + 273,15 \quad (\text{Temperaturumrechnung}) \quad (62)$$

$$p[Pa] = p[bar] \cdot 10^5 \quad (\text{Druckumrechnung}) \quad (63)$$

$$P[kW] = P[W] \cdot 10^{-3} \quad (\text{Leistungsrechnung}) \quad (64)$$

7.2 Mittlere Temperaturen

$$T_{m,zu} = \frac{T_3 - T_2}{\ln(T_3/T_2)} \quad (\text{Mittlere Temperatur der Wärmezufuhr}) \quad (65)$$

$$T_{m,ab} = \frac{T_4 - T_1}{\ln(T_4/T_1)} \quad (\text{Mittlere Temperatur der Wärmeabfuhr}) \quad (66)$$

8 Häufige Stoffwerte

Gas	M [g/mol]	R [J kg ⁻¹ K ⁻¹]	κ [-]	c_p [J kg ⁻¹ K ⁻¹]	c_v [J kg ⁻¹ K ⁻¹]
Luft	28,9647	287,058	1,4	1005,0	717,9
Helium	4,0026	2077,1	1,667	5193,0	3115,9
Stickstoff	28,0134	296,8	1,4	1040,0	743,2
Kohlendioxid	44,01	188,9	1,3	846,0	657,1

Tabelle 1: Stoffwerte idealer Gase bei Standardbedingungen