

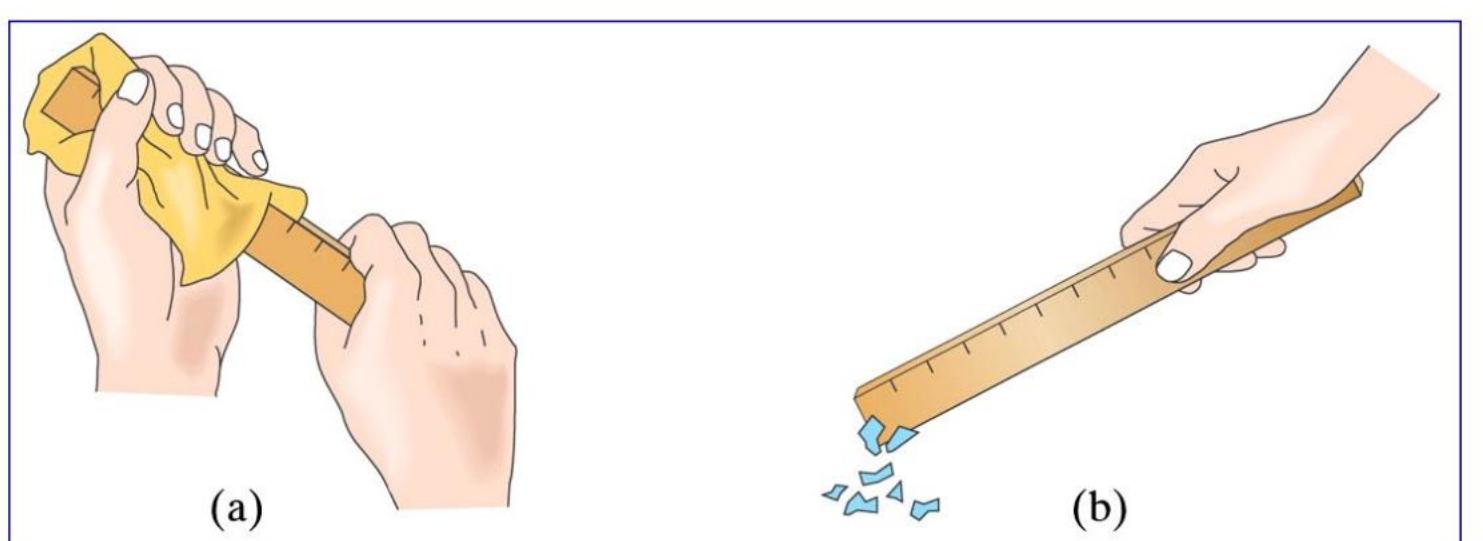
ELETTOLOGIA

Elettrologia

Carica elettrica. Conduttori, isolanti. Forza elettrostatica e legge di Coulomb. Campo elettrico: definizione, caratteristiche, calcoli e linee di forza. Flusso del campo elettrico. Legge di Gauss per il campo elettrico e applicazione a una carica puntiforme, a un conduttore, a una sfera. Potenziale elettrico: definizione, esempi e calcoli. Condensatori: campo elettrico, capacità . Condensatore piano, condensatori in parallelo e in serie. Corrente elettrica, resistenza elettrica, legge di Ohm, potenza. Generatori di forza elettromotrice. Circuiti, leggi di Kirchhoff, resistenze in serie e in parallelo. Processi di carica e di scarica di un condensatore. Strumenti di misura: amperometro e voltmetro. Problemi ed esercizi.

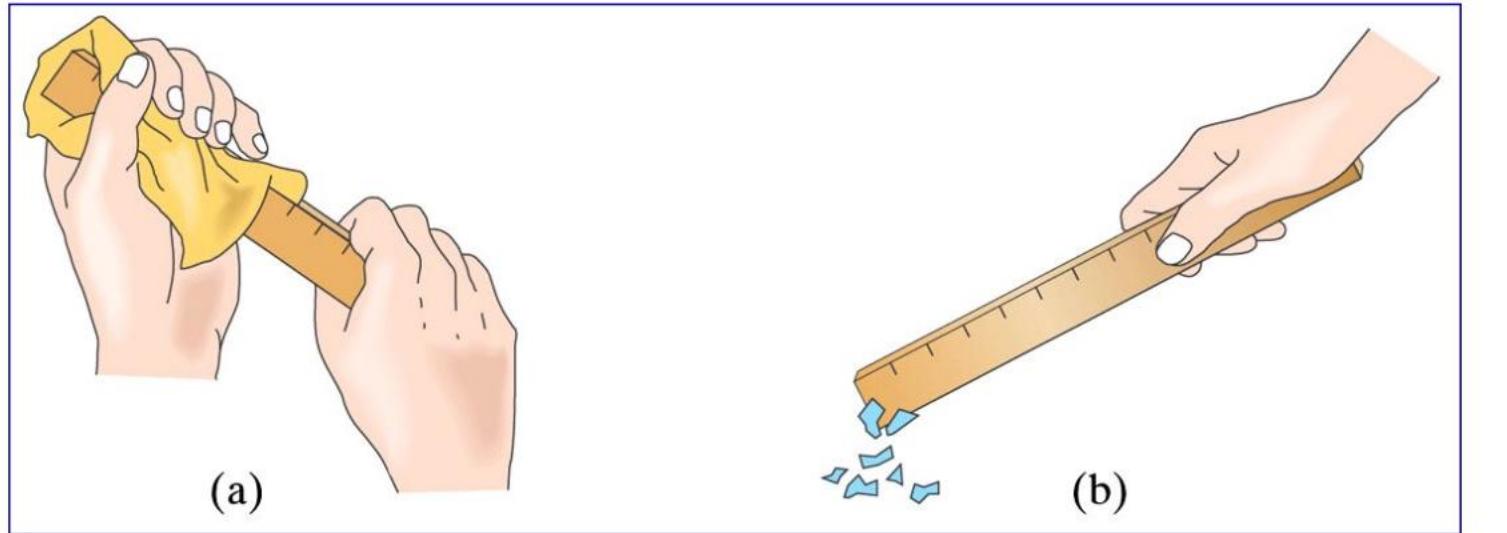
ELETTRICITÀ

Quando alcuni corpi (vetro, ambra, ecc.) sono strofinati con un panno di lana, essi acquistano una **carica elettrica netta**, cioè acquistano la proprietà di attrarre o di respingere altri corpi **elettrizzati**.



ELETTRICITÀ

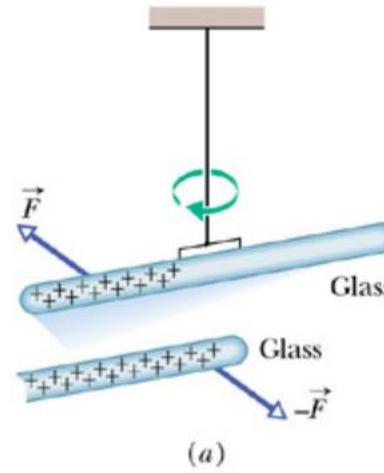
Quando alcuni corpi (vetro, ambra, ecc.) sono strofinati con un panno di lana, essi acquistano una **carica elettrica netta**, cioè acquistano la proprietà di attrarre o di respingere altri corpi **elettrizzati**.



In natura esistono due tipi di **elettricità**: **positiva** e **negativa**.

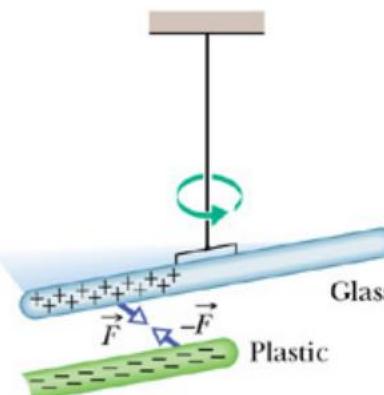
3

ELETTRICITÀ



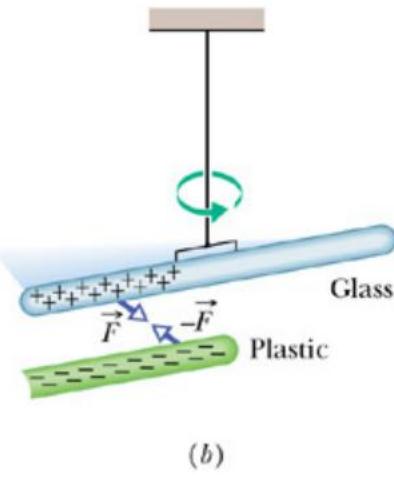
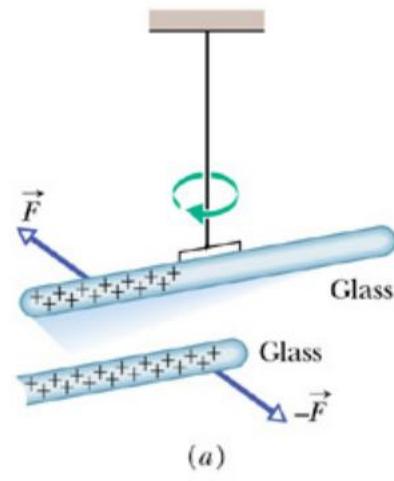
Evidenza sperimentale:

- Due bacchette di vetro strofinite con un panno di seta si respingono
- Una bacchetta di vetro strofinata con un panno di seta ed una bacchetta di plastica strofinata con un pezzo di pelle si attraggono



4

ELETTRICITÀ



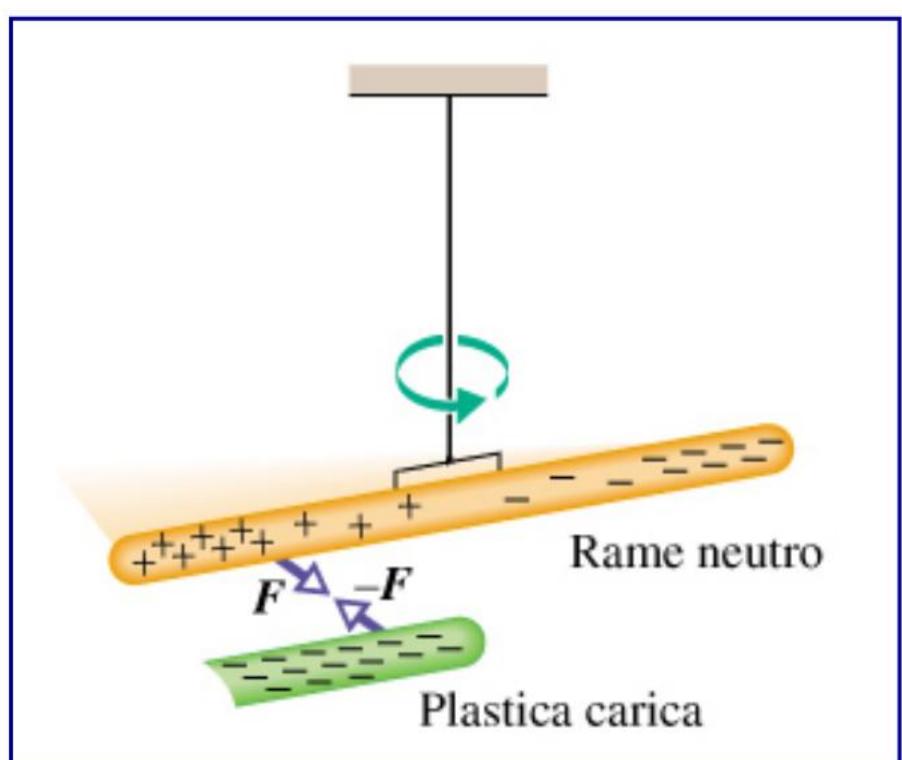
Evidenza sperimentale:

- Due bacchette di vetro strofinite con un panno di seta si respingono
- Una bacchetta di vetro strofinata con un panno di seta ed una bacchetta di plastica strofinata con un pezzo di pelle si attraggono
- Per effetto dello strofinio con la seta, cariche negative (elettroni) lasciano il vetro, su cui rimane un eccesso di carica positiva, e passano alla seta, che si carica negativamente. Analogamente, c'è un movimento di elettroni dalla pelle alla plastica, che resta carica negativamente, lasciando un eccesso di carica positiva sulla pelle

5

ELETTRICITÀ

Fenomeni elettrici si possono produrre anche per **induzione**, avvicinando un corpo elettrizzato ad un metallo isolato.



6

ELETTRICITÀ

Ciascun corpo contiene una enorme quantità di cariche elettriche positive e negative, mescolate uniformemente in modo che il corpo risulti **elettricamente neutro**.

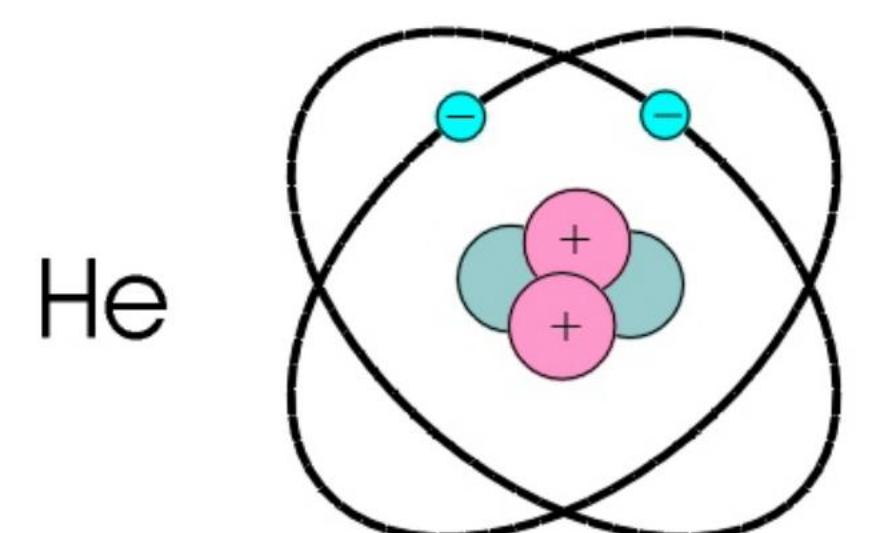
Lo strofinio rimuove o aggiunge alcune cariche in modo che si manifesti una carica netta positiva o negativa.

L'induzione elettrica consiste in una **ridistribuzione** non uniforme delle cariche elettriche sulla superficie del corpo in modo da evidenziare cariche elettriche dei due segni.

7

STRUTTURA DELL'ATOMO

L'atomo è costituito da un **nucleo centrale con carica positiva** e da **elettroni, con carica negativa**, orbitanti intorno ad esso.



8

STRUTTURA DELL'ATOMO

Il nucleo è composto da **protoni** (dotati di carica positiva) e **neutroni** (elettricamente neutri).

La carica elettrica totale del nucleo (positiva) è uguale ed opposta alla somma delle cariche elettroniche (negative) in modo che l'atomo risulti elettricamente neutro.

Acquistando o cedendo elettroni l'atomo diventa uno ione dotato di carica elettrica netta diversa da zero.

9

CARICA ELETTRICA

Quantizzazione della carica elettrica:

La carica elettrica è quantizzata, cioè non è possibile isolare cariche elettriche che siano frazioni di quelle portate dai protoni e dagli elettroni: **$q=ne$** .

Conservazione della carica elettrica:

La carica elettrica si conserva, cioè la somma delle cariche elettriche positive e di quelle negative è costante in un sistema isolato.

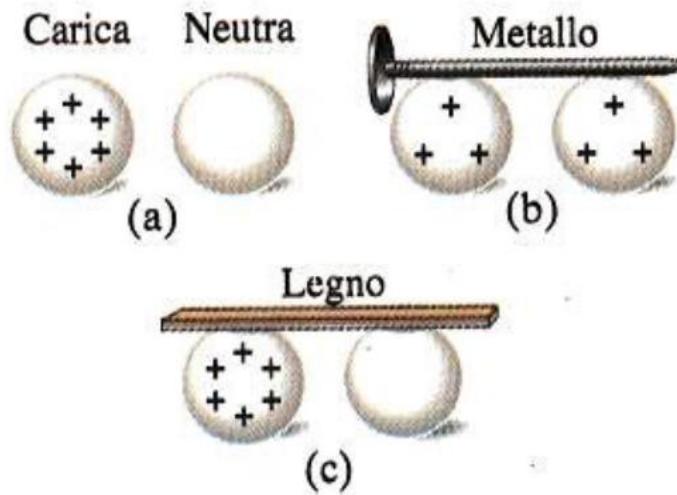
Esempi: $\gamma \rightarrow e^+e^-$ oppure $e^+e^- \rightarrow \gamma$

10

CONDUTTORI E ISOLANTI

Nei **conduttori** (corpi metallici) gli elettroni di valenza sono debolmente legati agli atomi e sono liberi di muoversi all'interno del corpo.

Negli **isolanti** (dielettrici) tutti gli elettroni sono strettamente legati agli atomi.



(a) Una sfera di metallo carica e una sfera di metallo neutra. (b) Le due sfere vengono poste in contatto tramite un chiodo di metallo (conduttore) che conduce la carica dall'una all'altra. (c) Le due sfere connesse da un isolante (legno); praticamente nessuna carica viene trasportata.

11

SEMICONDUTTORI e SUPERCONDUTTORI

- I *semiconduttori* sono materiali che possono comportarsi sia come isolanti sia come conduttori.

Questo comportamento può essere controllato elettricamente.

Le principali applicazioni sono nel campo dell'elettronica (transistor, diodi, LED, microprocessori, memorie, ecc.).

- I *superconduttori* sono materiali nei quali le cariche possono muoversi senza incontrare alcuna resistenza.

Questo comportamento si verifica solo a temperature molto basse (materiali "tipo 1" a qualche K, "tipo 2" sopra i 20 K, particolari ceramiche a circa 120 K).

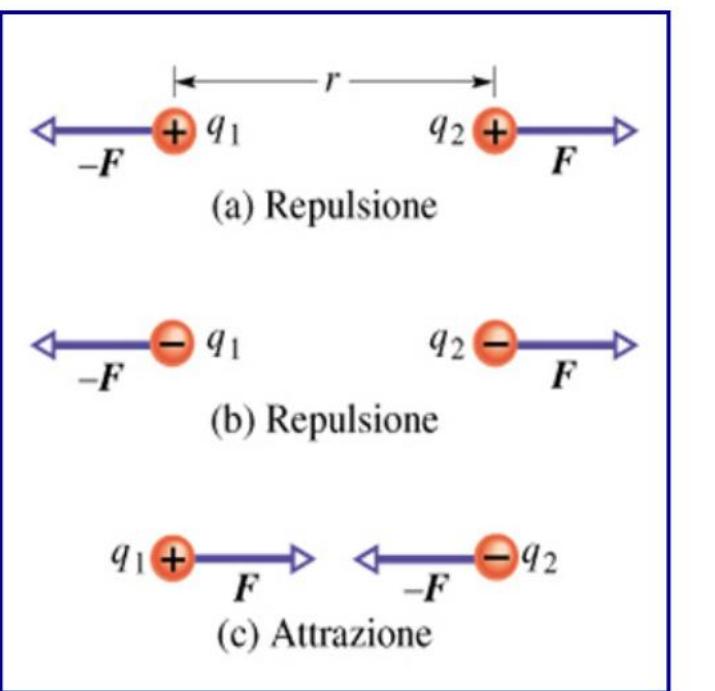
Le principali applicazioni sono in circuiti a bassissimo consumo energetico, magneti con correnti elevatissime, ecc.

12

FORZA ELETTROSTATICA

La forza elettrostatica d'interazione fra due cariche elettriche puntiformi è definita dalla **legge di Coulomb**:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{u}_r$$



$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2$ costante dielettrica del vuoto

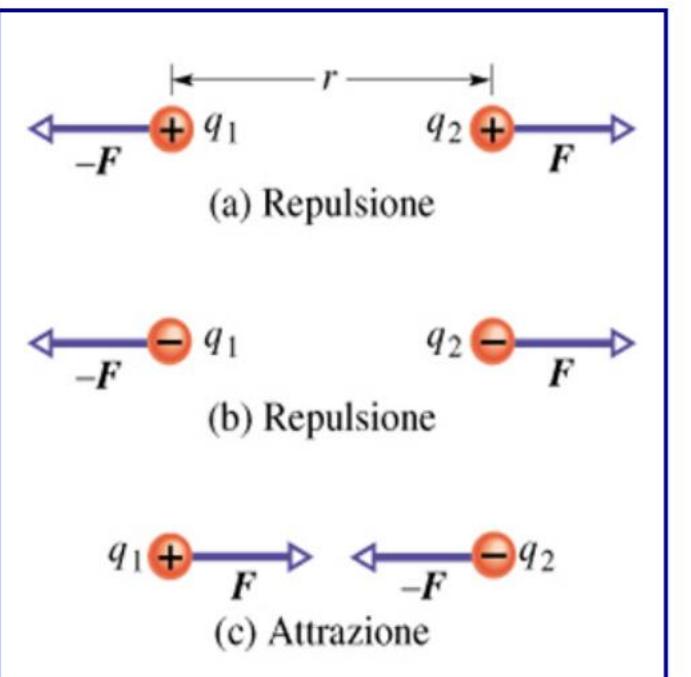
ϵ_r = costante dielettrica del mezzo rispetto al vuoto
(adimensionale, > 1 . Per il vuoto vale 1)

13

LEGGE DI COULOMB

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{u}_r$$

La direzione della forza di Coulomb è radiale cioè lungo la retta congiungente le due cariche (\hat{u}_r). Il verso dipende dal segno delle cariche

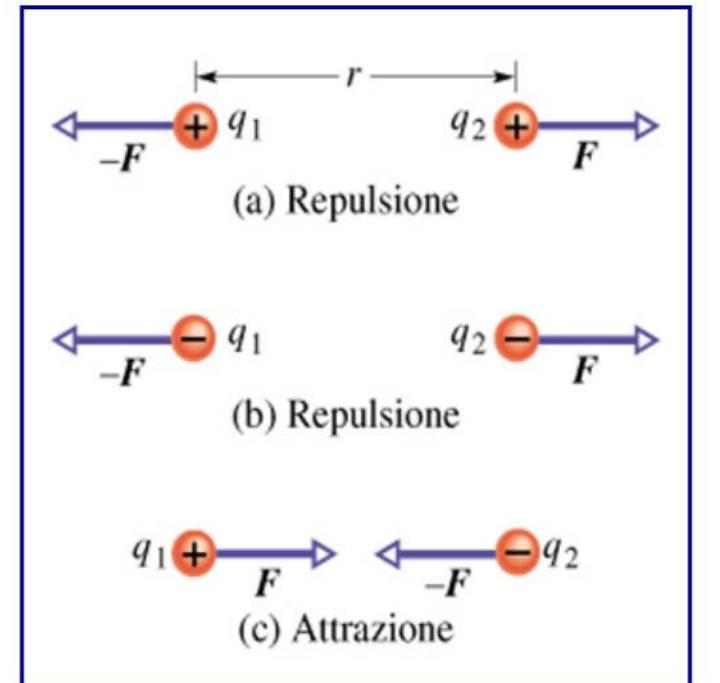


14

LEGGE DI COULOMB

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{u}_r$$

La direzione della forza di Coulomb è radiale cioè lungo la retta congiungente le due cariche (\hat{u}_r). Il verso dipende dal segno delle cariche



L'unità di misura della carica elettrica nel S.I. è il **Coulomb (C)**.

La carica elettrica di 1 C è quella carica che posta nel vuoto ad 1 m di distanza da una carica elettrica uguale la respinge con la forza di $9 \cdot 10^9$ N.

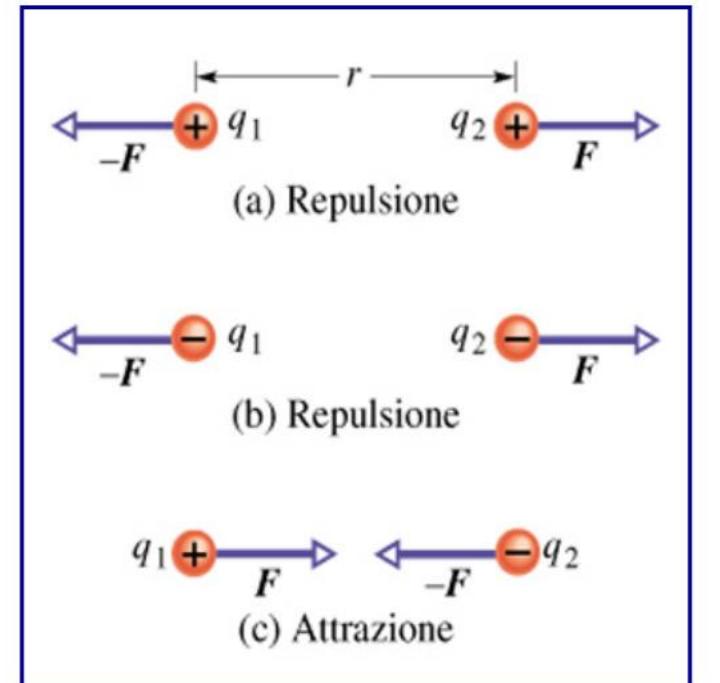
15

LEGGE DI COULOMB

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{u}_r$$

L'espressione si riferisce alla forza sulla carica q_2 ; quella sulla carica q_1 è uguale e opposta.

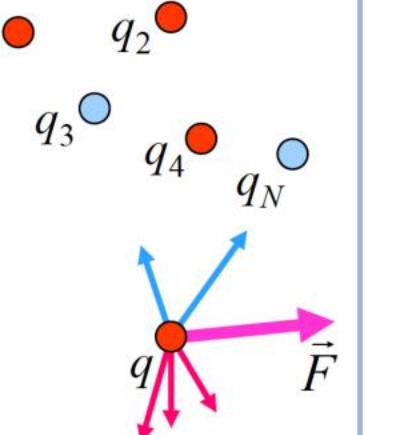
- Se vi sono piu' cariche, le forze prodotte su una di esse da parte delle altre si sommano vettorialmente.
- e' importante, quando si osserva una carica, distinguere se si sta considerando la forza che essa subisce da parte di altre, o se si stanno considerando le forze che essa produce sulle altre.



16

FORZA ELETTROSTATICA DI UN INSIEME DI CARICHE

- Supponiamo che in una regione di spazio ci siano N cariche q_1, q_2, \dots, q_N .
- Se in quella regione poniamo un'altra carica q , essa subisce una forza elettrostatica.
- Vogliamo determinare questa forza su q .
- Possiamo applicare la legge di Coulomb, calcolando la forza prodotta da ciascuna delle N cariche e trovando poi la risultante facendo la somma vettoriale.
- Può essere un calcolo molto complesso e laborioso.
- Inoltre se spostiamo la carica q in un'altra posizione, oppure se vogliamo determinare la forza che si avrebbe su un'altra carica q' , dobbiamo rifare tutto il lavoro.
- È utile quindi introdurre il concetto di *campo elettrico*.



CAMPO ELETTRICO

Supponiamo di avere una distribuzione di cariche Q in una data porzione di spazio.

Supponiamo ora di introdurre una carica q_0 (carica di prova) nella stessa porzione di spazio (con $q_0 \ll Q$)

q_0 subirà l'azione della forza \mathbf{F} dovuta a Q ;

Un modo per descrivere questa azione su q_0 è attraverso il concetto di campo elettrostatico \mathbf{E}

Il campo E generato da Q “perturba” la spazio indipendentemente dalla presenza o meno di q_0

CAMPO ELETTRICO

Indicando con **F** la forza agente su una carica di prova q_0 all'interno del campo elettrico generato da una carica puntiforme Q nel vuoto, **il campo elettrico** è definito da:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Nel S.I. il campo elettrico si misura in N/C.

19

CAMPO ELETTRICO

Indicando con **F** la forza agente su una carica di prova q_0 all'interno del campo elettrico generato da una carica puntiforme Q nel vuoto, **il campo elettrico** è definito da:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Nel S.I. il campo elettrico si misura in N/C.

per sapere la forza elettrostatica che agisce su un'altra carica q in un qualsiasi punto si fa $\vec{F} = q \vec{E}$ dove E e' il campo elettrico in quel punto.

CAMPO ELETTRICO

Il campo elettrico è un campo vettoriale, parallelo in ogni punto alla forza elettrica che agirebbe su una carica di prova positiva.

Il campo elettrico non è solo un concetto: è un ente concreto, prodotto da cariche elettriche e che produce forze su altre cariche elettriche.

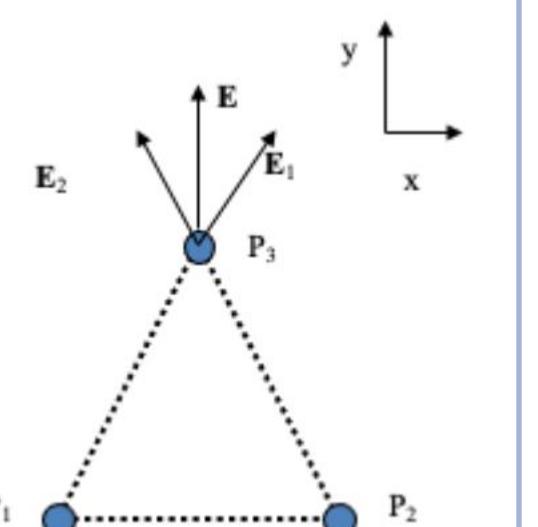
Il campo elettrico prodotto da più cariche (q_1, q_2 etc) è dato dalla somma vettoriale dei singoli campi [principio di sovrapposizione del campo elettrico]

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \dots + \vec{E}_N$$

21

ESERCIZIO

Tre cariche positive eguali $q_1=q_2=q_3 = q$ sono fisse nei vertici di un triangolo equilatero di lato l . Calcolare la forza elettrostatica agente su ognuna delle cariche e il campo elettrostatico nel centro del triangolo



22

ESERCIZIO

Tre cariche positive eguali $q_1 = q_2 = q_3 = q$ sono fisse nei vertici di un triangolo equilatero di lato l . Calcolare la forza elettrostatica agente su ognuna delle cariche e il campo elettrostatico nel centro del triangolo

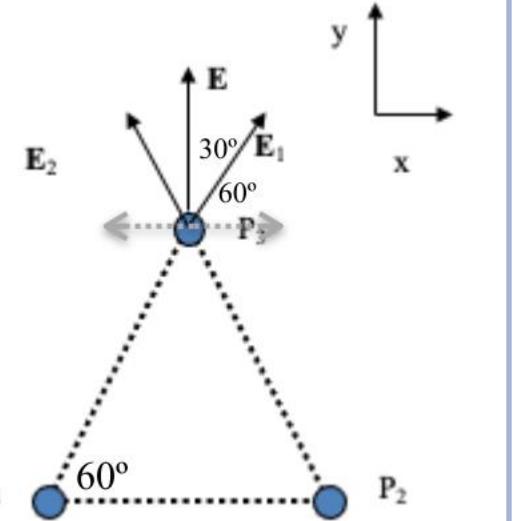
Calcoliamo il campo E in P_3 somma del campo prodotto da q_1 e q_2 (applicando il principio di sovrapposizione)

$$\vec{E} = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)$$

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{l^2} \quad (\text{Modulo del campo elettrico generato da } q_1 \text{ e } q_2)$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q \cos 30}{l^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\sqrt{3}}{l^2}$$

(Le componenti lungo x sono uguali ed opposte)



23

ESERCIZIO

Tre cariche positive eguali $q_1 = q_2 = q_3 = q$ sono fisse nei vertici di un triangolo equilatero di lato l . Calcolare la forza elettrostatica agente su ognuna delle cariche e il campo elettrostatico nel centro del triangolo

Calcoliamo il campo E in P_3 somma del campo prodotto da q_1 e q_2 (applicando il principio di sovrapposizione)

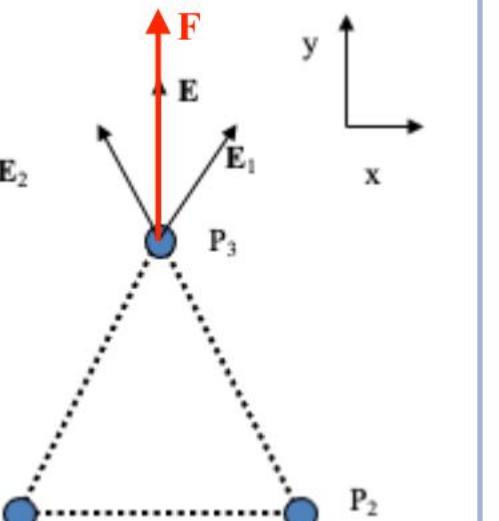
$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{l^2}$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q \cos 30}{l^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\sqrt{3}}{l^2}$$

La **forza che agisce su q_3** :

$$\vec{F} = q_3 \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2 \sqrt{3}}{l^2} \vec{u}_y$$

Analogamente su P_1 e P_2 .



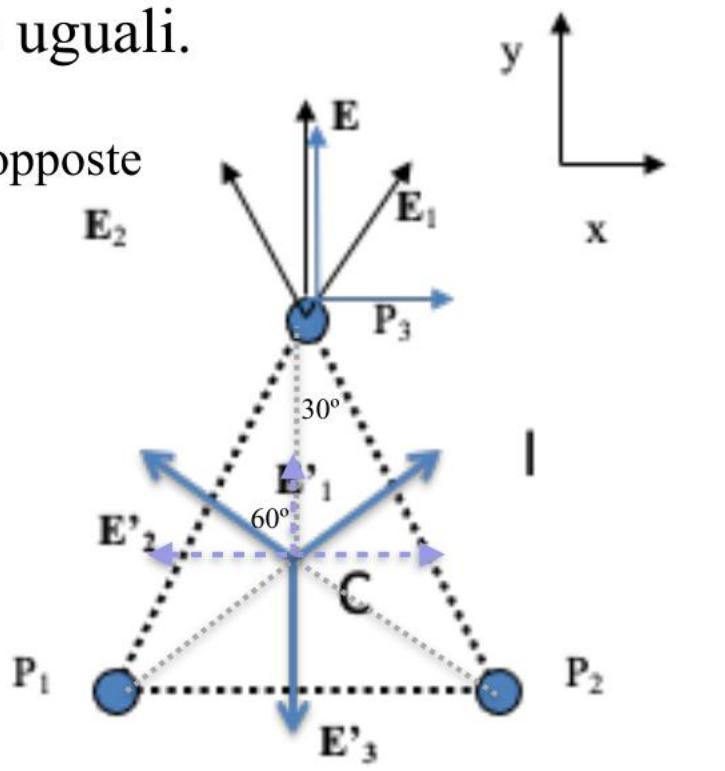
24

Nel centro C, equidistante dai vertici, i moduli dei campi generati dalle tre cariche eguali sono uguali.

Lungo x le componenti di E'_1 ed E'_2 sono uguali ed opposte

Lungo y ho $2E'\cos60 - E' = 0$

In C il campo elettrico è nullo



25

LINEE di CAMPO ELETTRICO

Un modo per rappresentare i campi elettrici è attraverso le **linee di forza elettrica** o **linee di campo elettrico**

Le linee di campo sono linee immaginarie che hanno le seguenti proprietà:

in ogni punto la linea di campo è tangente al vettore campo elettrico

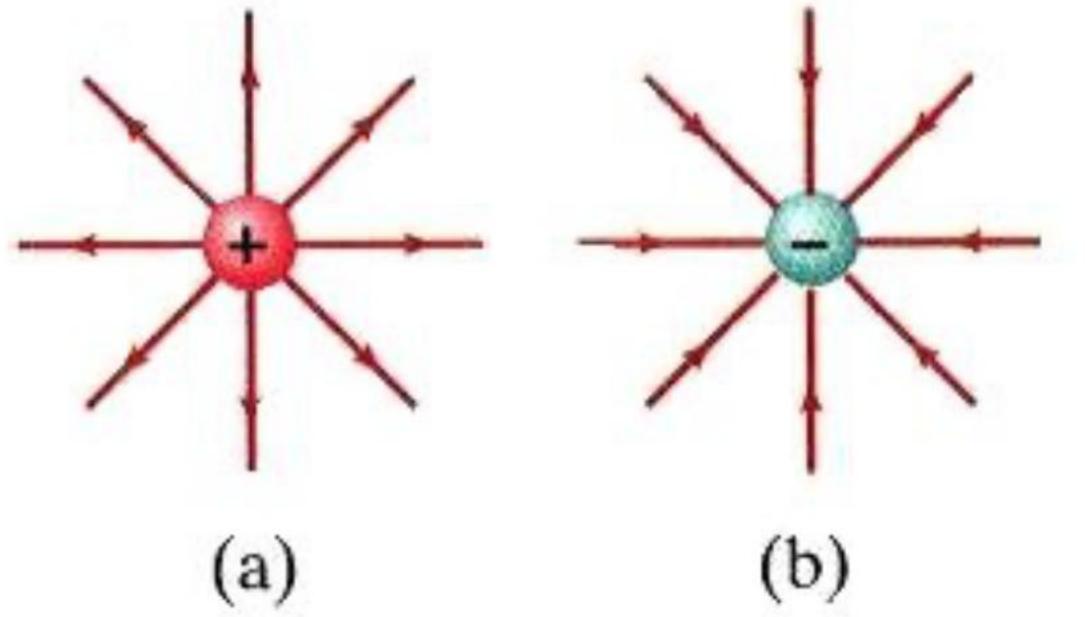
E in quel punto;

per convenzione le linee del campo elettrico hanno inizio/escono dalle cariche positive (sorgenti) ed hanno fine/entrano nelle cariche negative (pozzi);

le linee di forza sono tracciate in modo tale che il numero di linee che attraversano una superficie di area unitaria normale ad esse sia proporzionale all'intensità di **E** (Le linee si addensano dove il campo è più intenso).

CAMPO ELETTRICO

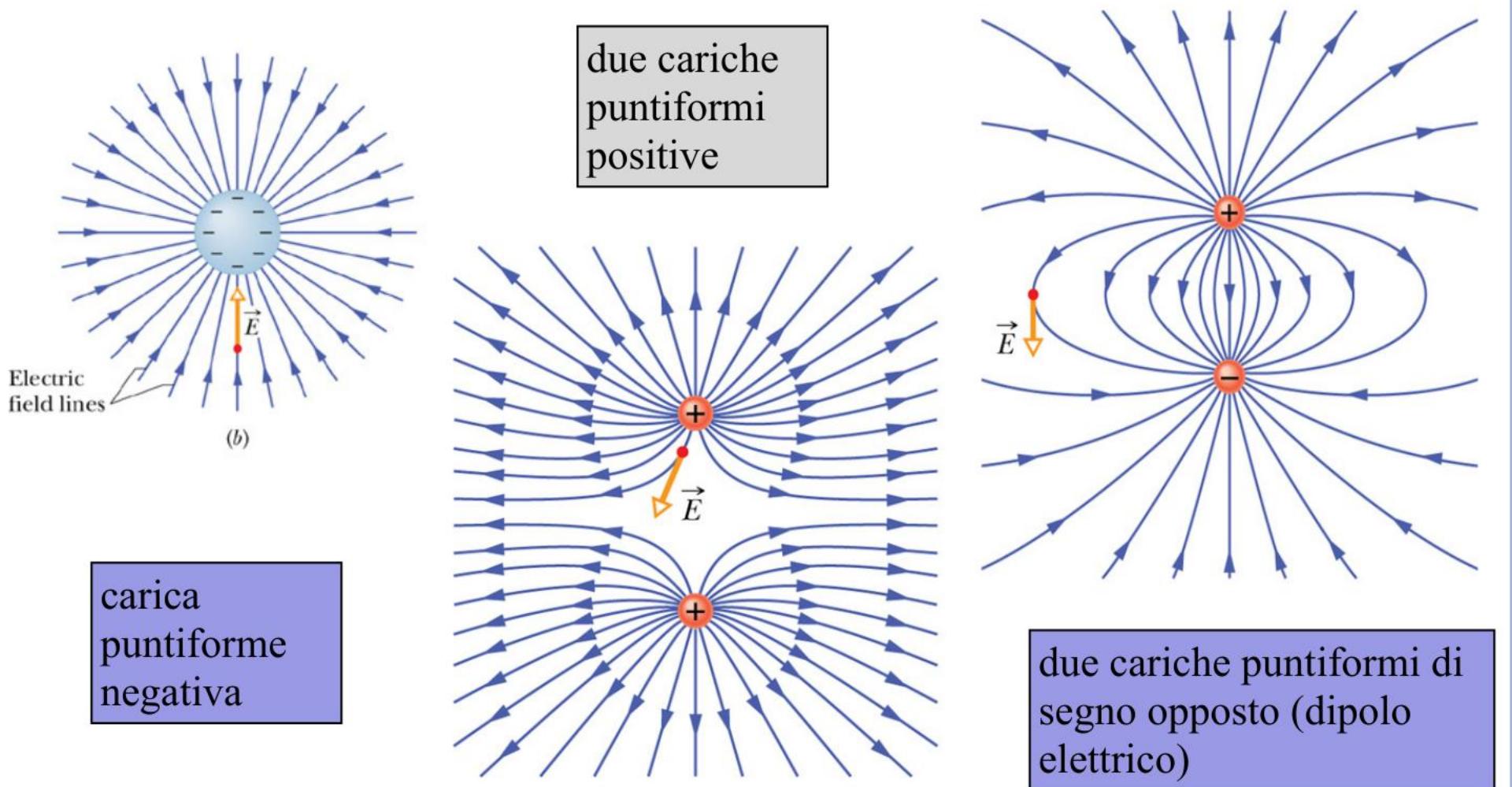
Le linee di forza escono dalle cariche positive ed entrano in quelle negative.



Linee di campo elettrico (a) generato da una singola carica puntiforme positiva, (b) da una singola carica puntiforme negativa.

27

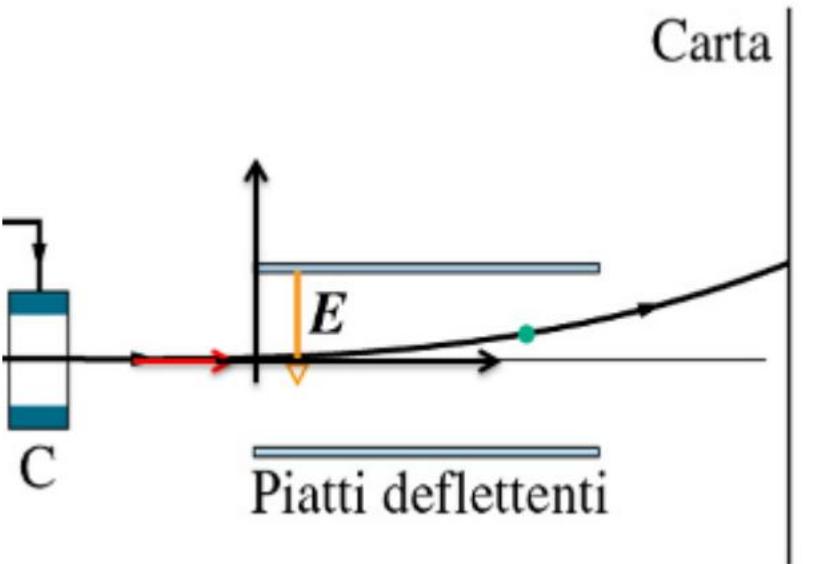
CAMPO ELETTRICO



28

ESERCIZIO: MOTO DI UNA CARICA IN UN CAMPO ELETROSTATICO TRASVERSALE

Un elettrone entra in una regione sede di un campo uniforme $E = 200 \text{ N/C}$ (diretto verticalmente verso il basso) e di lunghezza $l = 0.1 \text{ m}$, con velocità orizzontale $v_0 = 3 \times 10^6 \text{ m/s}$. Trovare il tempo impiegato dall'elettrone per attraversare la regione; lo spostamento verticale dopo che ha attraversato la regione e la sua velocità in quel punto.

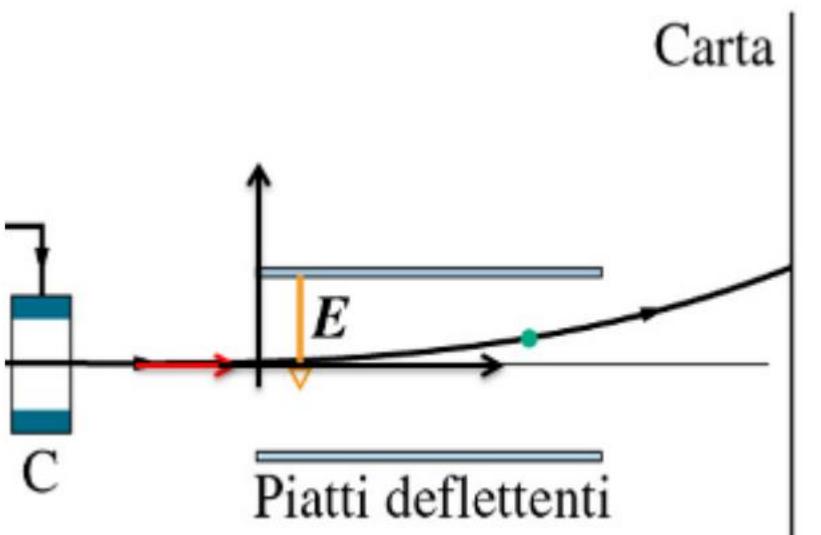


29

ESERCIZIO: MOTO DI UNA CARICA IN UN CAMPO ELETROSTATICO TRASVERSALE

Un elettrone entra in una regione sede di un campo uniforme $E = 200 \text{ N/C}$ (diretto verticalmente verso il basso) e di lunghezza $l = 0.1 \text{ m}$, con velocità orizzontale $v_0 = 3 \times 10^6 \text{ m/s}$. Trovare il tempo impiegato dall'elettrone per attraversare la regione; lo spostamento verticale dopo che ha attraversato la regione e la sua velocità in quel punto.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$



→ RETT. UNIFORME lungo x $x = v_0 t \Rightarrow t_1 = l/v_0 = 3.3 \times 10^{-8} \text{ s}$

↑ UNIF. ACCEL. lungo y $F_{el} = e E = ma_y \rightarrow a_y = 3.5 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$
 $y = \frac{1}{2} a_y t_1^2$ $y = 0.0195 \text{ m}$ F è settorialmente parallela ad E e diretta in verso opposto (elettrone età carica negativa)

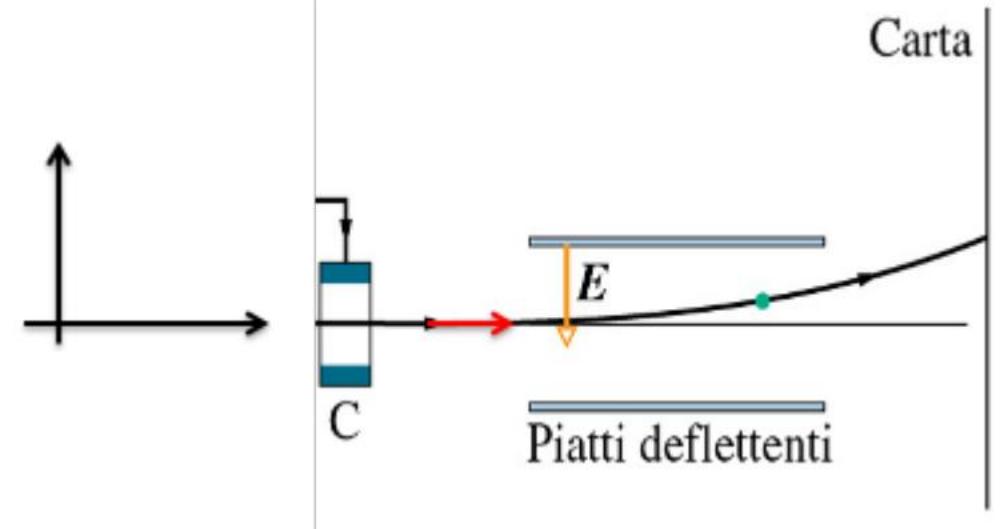
ESERCIZIO: MOTO DI UNA CARICA IN UN CAMPO ELETROSTATICO TRASVERSALE

Un elettrone entra in una regione sede di un campo uniforme $E = 200 \text{ N/C}$ (diretto verticalmente verso il basso) e di lunghezza $l = 0.1 \text{ m}$, con velocità orizzontale $v_0 = 3 \times 10^6 \text{ m/s}$. Trovare il tempo impiegato dall'elettrone per attraversare la regione; lo spostamento verticale dopo che ha attraversato la regione e la sua velocità in quel punto.

$$v_y(t) = (F_{el}/m)t$$

$$v_y = 1.155 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 3.22 \times 10^6 \text{ m/s}$$

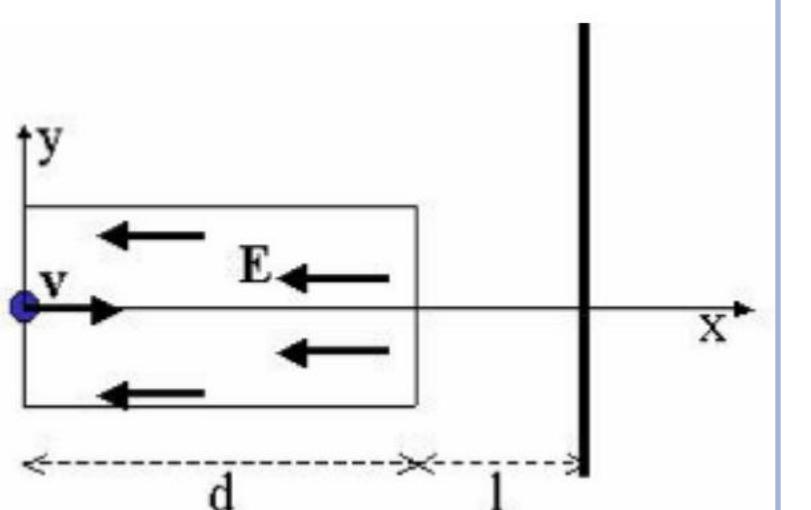


31

ESERCIZIO: MOTO DI UNA CARICA IN UN CAMPO ELETROSTATICO LONGITUDINALE

Un elettrone entra in una regione di lunghezza d sede di un campo elettrico E longitudinale (da destra verso sinistra).

Determinare la velocità di arrivo dell'elettrone sullo schermo posto a distanza l dalla regione di campo.



32

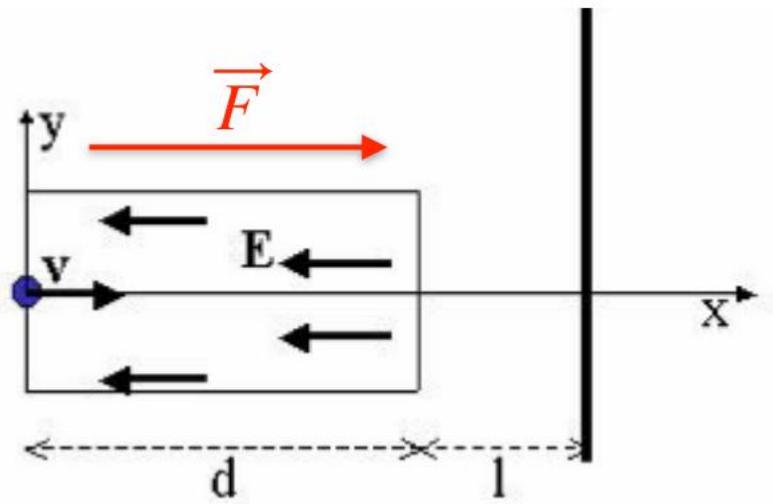
ESERCIZIO: MOTO DI UNA CARICA IN UN CAMPO ELETTROSTATICO LONGITUDINALE

Un elettrone entra in una regione di lunghezza d sede di un campo elettrico E longitudinale (da destra verso sinistra).

Determinare la velocità di arrivo dell'elettrone sullo schermo posto a distanza l dalla regione di campo.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$



Applichiamo il teorema dell'energia cinetica: $L_{F_{el}} = \Delta K$

$$eEd = \frac{1}{2}m_e v_f^2 - \frac{1}{2}m_e v^2 \quad v_f = \sqrt{v^2 + \frac{2eEd}{m_e}}$$

Nel tratto di lunghezza l si muoverà di moto uniforme. ³³

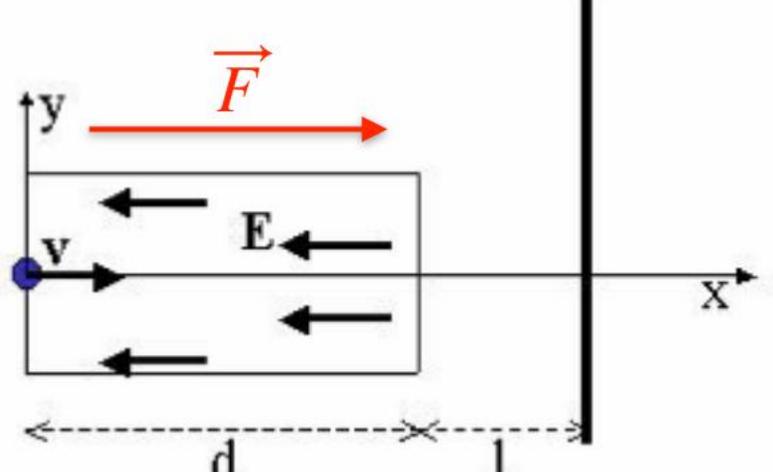
ESERCIZIO: MOTO DI UNA CARICA IN UN CAMPO ELETTROSTATICO LONGITUDINALE

Un elettrone entra in una regione di lunghezza d sede di un campo elettrico E longitudinale (da destra verso sinistra).

Determinare la velocità di arrivo dell'elettrone sullo schermo posto a distanza l dalla regione di campo.

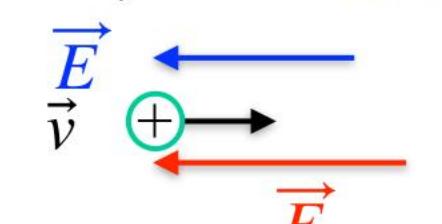
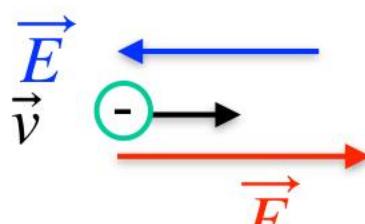
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$



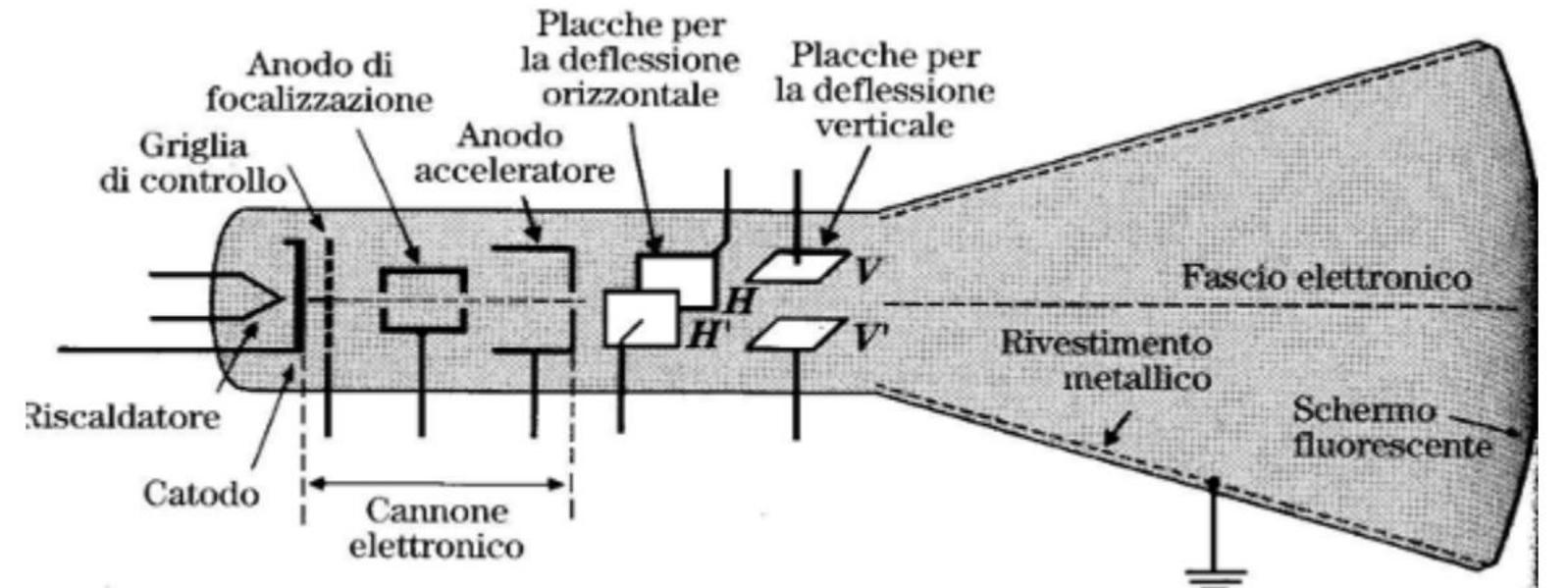
Per l'elettrone il campo è **accelerante**!

Lo stesso campo, su una carica positiva, sarebbe **decelerante**!



APPLICAZIONE: MOTO DI UNA CARICA IN UN CAMPO ELETROSTATICO TRASVERSALE e LONGITUDINALE

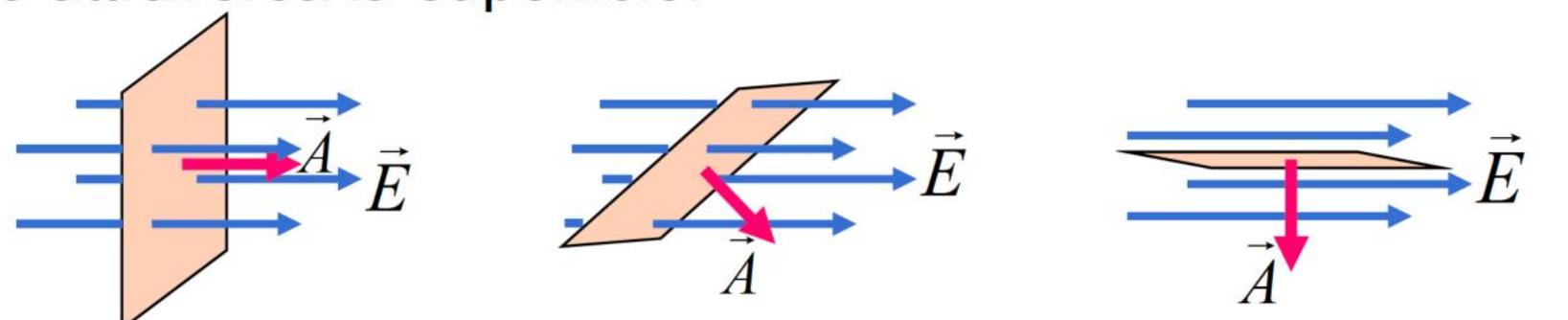
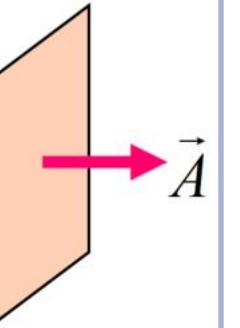
Tubo catodico (televisione, monitor, oscilloscopi....)



35

FLUSSO ATTRAVERSO una SUPERFICIE PIANA

- Rappresentiamo una superficie immaginaria piana di area \vec{A} con un vettore \vec{A} avente intensità A e direzione perpendicolare alla superficie.
- Supponiamo \vec{A} immersa in un campo elettrico \vec{E} .
- Secondo l'angolo θ tra \vec{E} e \vec{A} , è diversa la quantità di campo che attraversa la superficie.



- Si definisce *flusso* Φ_E del campo elettrico \vec{E} attraverso la superficie \vec{A} il prodotto scalare del campo per la superficie:

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \theta$$

36

FLUSSO ATTRAVERSO una SUPERFICIE GENERICA

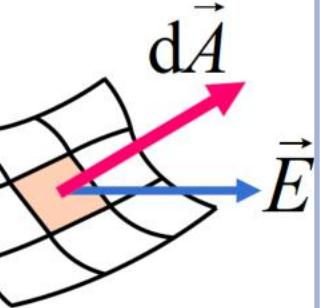
- Se la superficie non è piana, la si suddivide in tanti elementi $d\vec{A}$, così piccoli da poter essere considerati piani.
- Per ciascun elemento si calcola il flusso $\vec{E} \cdot d\vec{A}$.
- Il flusso totale è la somma di tutti i flussi elementari:

$$\Phi_E = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_A E dA \cos \theta$$

- Una superficie si dice *chiusa* o *gaussiana* se separa uno spazio tridimensionale interno da uno spazio esterno.
- Per una superficie chiusa, il flusso si scrive:

$$\Phi_E = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_A E dA \cos \theta$$

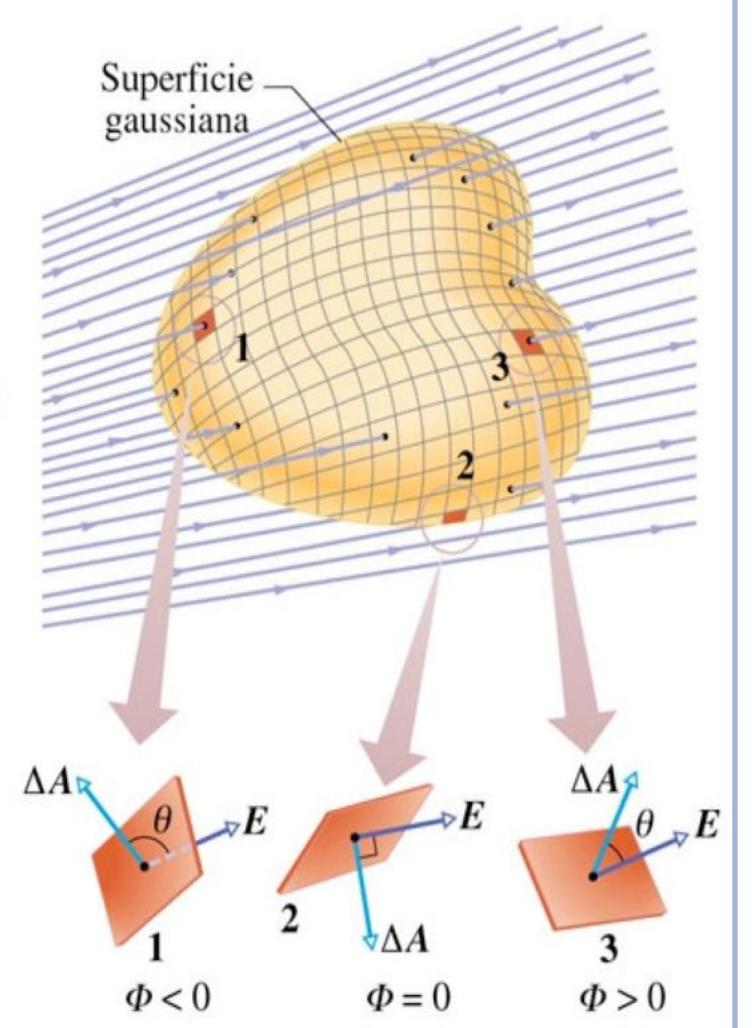
- Si noti che si tratta in tutti i casi di superfici immaginarie.



FLUSSO ATTRAVERSO una SUPERFICIE CHIUSA

- In una regione c'è un campo elettrico.
- Immaginiamo in tale regione una superficie chiusa, che suddividiamo in infiniti elementi infinitesimi dA ;
 - consideriamo ogni elemento come un vettore $d\vec{A}$ di intensità dA , direzione perpendicolare e verso uscente;
 - facciamo il prodotto scalare del campo elettrico per il vettore $d\vec{A}$;
 - il flusso è l'integrale di tutti questi prodotti scalari:

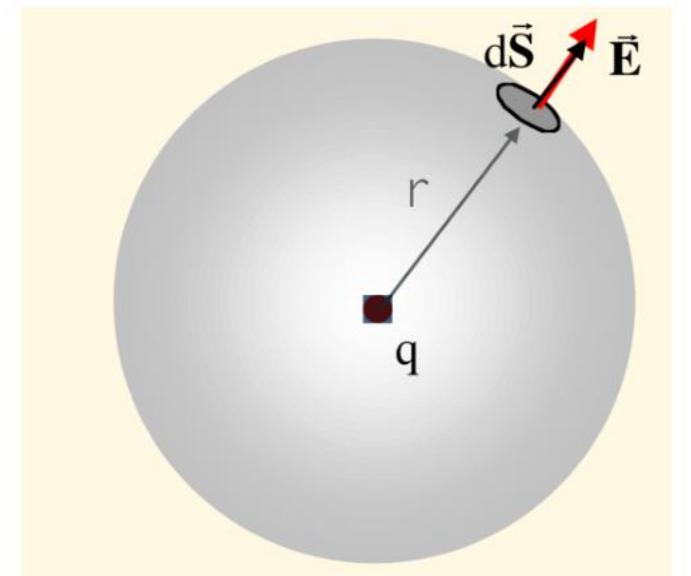
$$\Phi_E = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}$$



TEOREMA DI GAUSS

Il **flusso** del campo elettrico attraverso una superficie immaginaria chiusa è uguale alla **carica totale presente all'interno della superficie chiusa** diviso per ε_0 .

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$$



39

TEOREMA DI GAUSS - COMMENTI

- La legge di Gauss mette in relazione il campo che si trova su una superficie immaginaria chiusa con le cariche che si trovano dentro questa superficie.
- La legge di Gauss è legata al fatto che le cariche sono le sorgenti del campo elettrico.
- Le cariche esterne alla superficie danno flusso entrante e flusso uscente uguali e opposti: il loro flusso netto è nullo.
- Invece le cariche interne alla superficie danno un flusso netto non nullo (uscente se la carica netta interna è positiva, entrante se la carica netta interna è negativa) e proporzionale alla carica netta interna alla superficie.
- La legge di Gauss è utile per calcolare il campo elettrico in situazioni di simmetria.

40

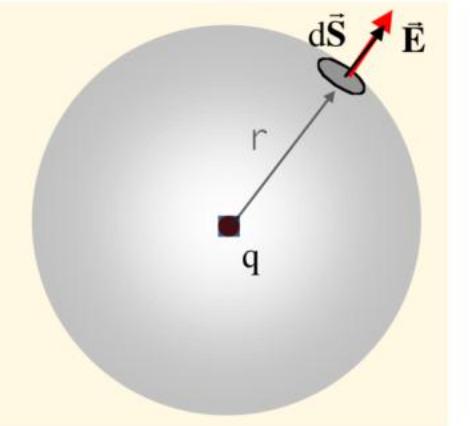
TEOR. GAUSS per una CARICA PUNTIFORME

Consideriamo una carica puntiforme con carica q.

Calcoliamo il flusso del campo elettrico:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} =$$

- Come superficie considero una sfera di raggio r centrata in q.
- Grazie alla sua simmetria, il campo elettrico è lo stesso in tutti i suoi punti



41

TEOR. GAUSS per una CARICA PUNTIFORME

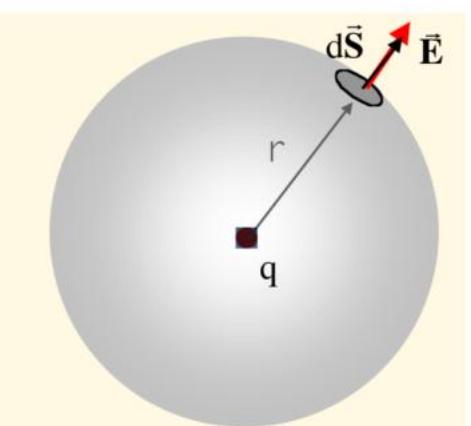
Consideriamo una carica puntiforme con carica q.

Calcoliamo il flusso del campo elettrico:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S EdS \cos 0 = \oint_S EdS = E \oint_S dS = ES$$

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E4\pi r^2$$

- Come superficie considero una sfera di raggio r centrata in q.
- Grazie alla sua simmetria, il campo elettrico è lo stesso in tutti i suoi punti



42

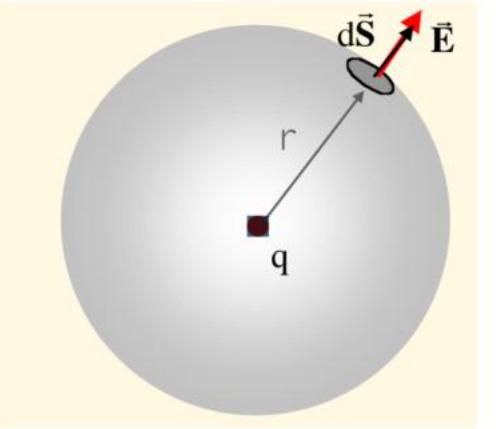
TEOR. GAUSS per una CARICA PUNTIFORME

Consideriamo una carica puntiforme con carica q .

Applichiamo il teorema di Gauss:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Come superficie considero una sfera di raggio r centrata in q .



43

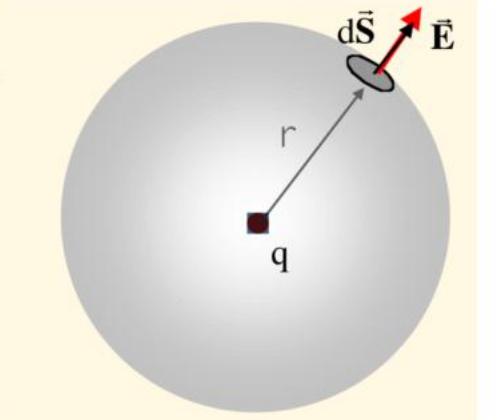
TEOR. GAUSS per una CARICA PUNTIFORME

Consideriamo una carica puntiforme con carica q .

Applichiamo il teorema di Gauss:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = E4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



Direzione sempre radiale.

Verso entrante o uscente a seconda della carica q .

Ecco ritrovato il campo elettrico data dalla Legge di Coulomb applicando il Teorema di Gauss

44

ENERGIA POTENZIALE ELETTRICA

La forza generata dal campo elettrico (forza elettrostatica) è
una forza conservativa.

Essendo un forza conservativa **possiamo definire una energia potenziale che dipende solo dalle coordinate** e tale che il lavoro fatto dalla forza elettrostatica sia pari alla sua variazione $L = -\Delta U$. Si definisce **energia potenziale elettrica** (o semplicemente energia elettrica) U posseduta da una carica elettrica puntiforme q , per un campo elettostatico generato da una carica puntiforme Q , una funzione della posizione:

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r}$$

45

ENERGIA ELETTRICA - COMMENTI

- La definizione dell'**energia potenziale elettrica** è identica a quella vista in meccanica per altre forze conservative.
- Anche per l'energia potenziale elettrica è possibile scegliere un livello di riferimento arbitrario, rispetto al quale misurare le sue variazioni.
- Il lavoro della forza elettrostatica, e quindi la differenza di energia potenziale elettrica, dipendono dal valore della carica spostata.
- Per svincolarsi dal valore della carica spostata, si preferisce usare una grandezza chiamata **potenziale elettrico**, che si ottiene dividendo l'energia potenziale elettrica per il valore della carica.

46

POTENZIALE ELETTRICO

Il **potenziale elettrico** (o semplicemente **potenziale**) è l'energia potenziale elettrica per unita' di carica:

$$V = \frac{U}{q}$$

- Il potenziale elettrico dunque non dipende dal valore della carica spostata q , ma solo dal campo elettrico che la sposta.
- Il potenziale elettrico è una grandezza scalare.

47

POTENZIALE ELETTRICO

Il **potenziale elettrico** (o semplicemente **potenziale**) è l'energia potenziale elettrica per unita' di carica:

$$V = \frac{U}{q}$$

Il lavoro per uno spostamento dalla posizione iniziale “i” alla posizione finale “f” è quindi dato da:

$$L = U_i - U_f = q(V_i - V_f) = -q\Delta V$$

48

POTENZIALE ELETTRICO

Differenza di potenziale (d.d.p.) o tensione elettrica:

$$\Delta V = V_f - V_i$$

Nel S.I. il potenziale elettrico si misura in **volt (V)**:

$$1 \text{ V} = \frac{1 \text{ joule}}{1 \text{ coulomb}} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}}$$

Fra due punti esiste la d.d.p. di 1 V quando le forze del campo elettrico compiono il lavoro di 1 J per spostare la carica elettrica di 1 C fra i due punti.

49

POTENZIALE ELETTRICO

Differenza di potenziale (d.d.p.) o tensione elettrica:

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{\Delta U}{q} = -\frac{L}{q}$$

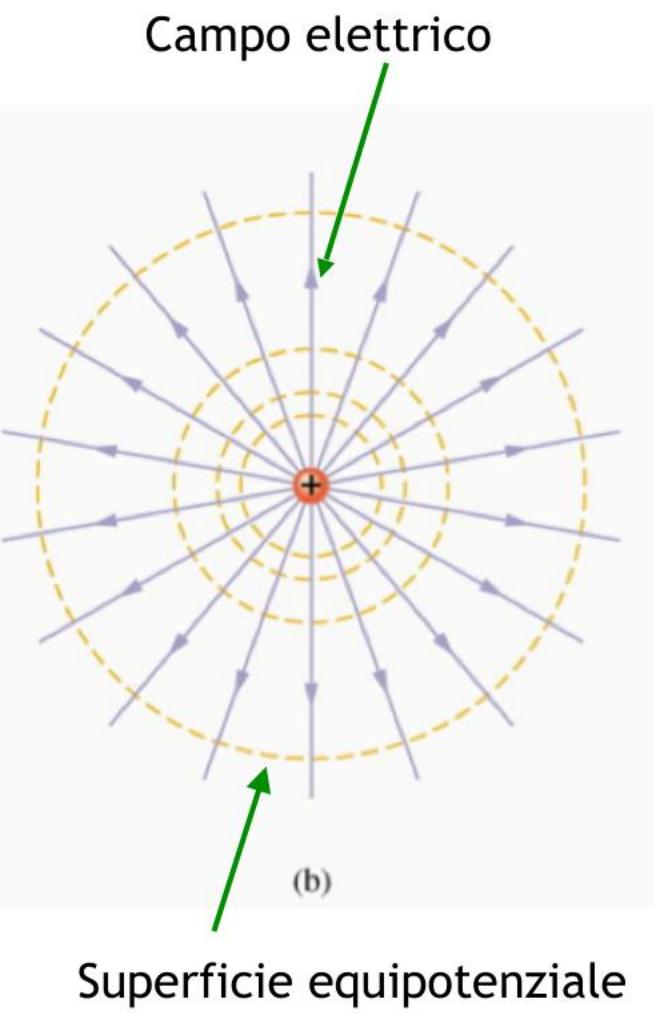
- Quindi se una carica q si sposta di una differenza di potenziale ΔV , si ricava la sua variazione di energia potenziale:
$$\Delta U = q\Delta V$$
- Possiamo ricavare il lavoro fatto dalla forza elettrostatica per spostare la carica q :
$$L = -q\Delta V$$

50

SUPERFICI EQUIPOTENZIALI

Si definisce **superficie equipotenziale** il luogo dei punti nello spazio che hanno lo **stesso potenziale**.

In generale si può affermare che le **superfici equipotenziali sono perpendicolari al campo elettrico**.



51

SUPERFICI EQUIPOTENZIALI

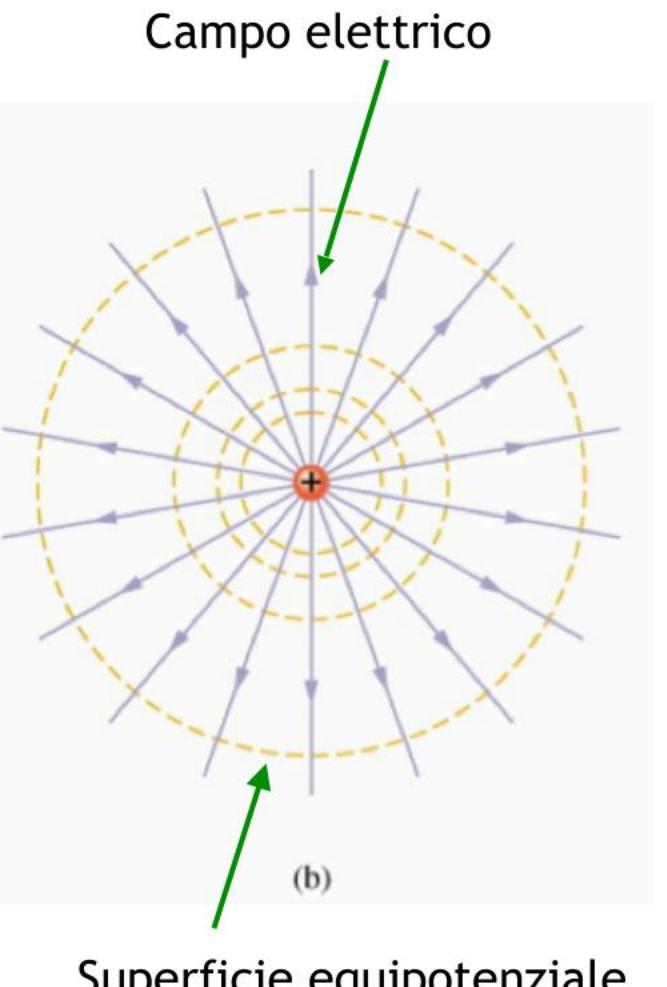
Si definisce **superficie equipotenziale** il luogo dei punti nello spazio che hanno lo **stesso potenziale**.

In generale si può affermare che le **superfici equipotenziali sono perpendicolari al campo elettrico**.

Il potenziale generato da una carica puntiforme Q in un punto a distanza r :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

- tutti i punti su una superficie sferica di raggio r hanno lo stesso potenziale
- se la carica è negativa, il potenziale è negativo



52

SPOSTAMENTO tra SUPERFICI EQUIPOTENZIALI

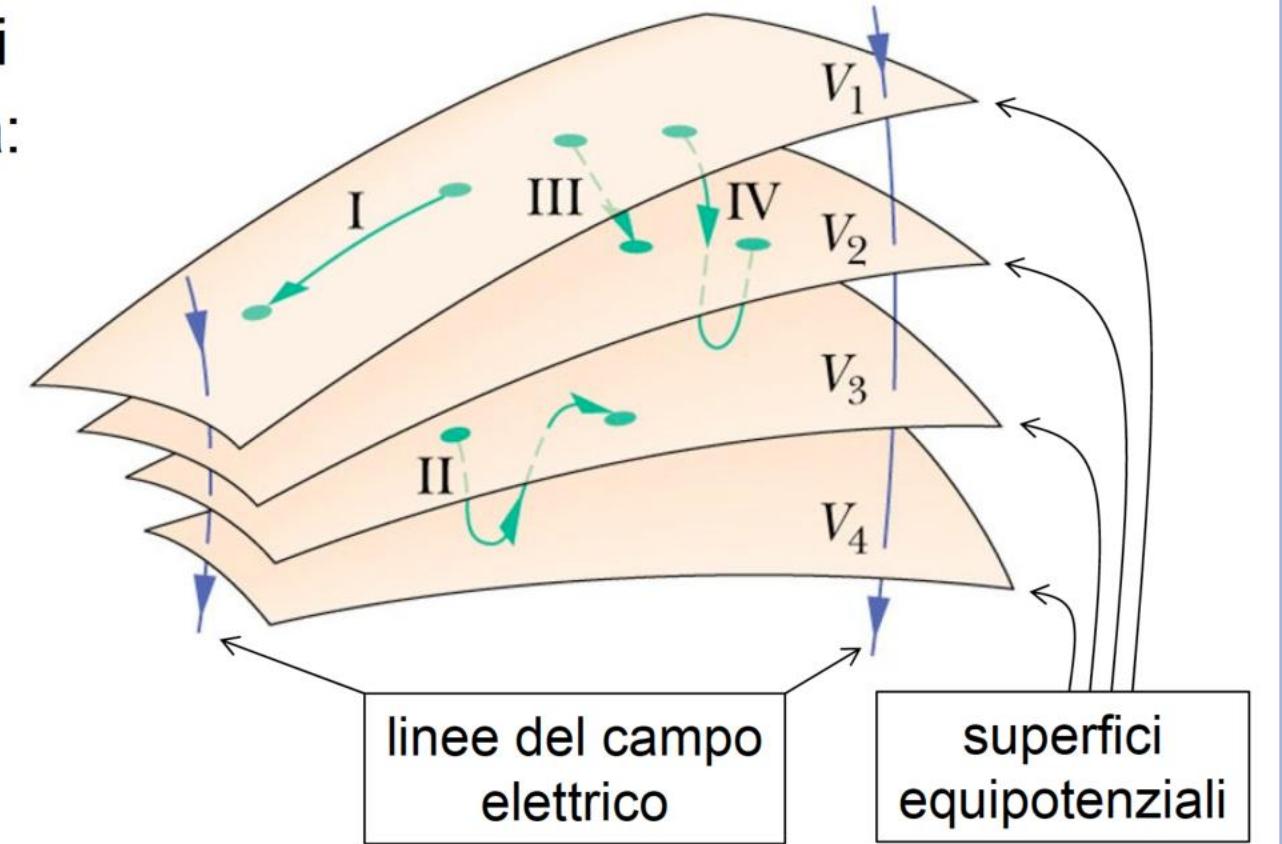
- Se una carica si sposta da una superficie equipotenziale a un'altra, la sua variazione di energia potenziale non dipende dal percorso ma solo dalla differenza di potenziale.
- P.es. per i percorsi I, II, III e IV si ha:

$$\Delta V_I = 0$$

$$\Delta V_{II} = 0$$

$$\Delta V_{III} = V_2 - V_1$$

$$\Delta V_{IV} = V_2 - V_1$$



ESEMPIO

Un elettrone che si muove parallelamente all'asse x ha una velocità iniziale di $3.7 \cdot 10^6$ m/s nell'origine. La velocità dell'elettrone si riduce a $1.4 \cdot 10^5$ m/s nel punto $x = 2\text{cm}$. Calcolare la differenza di potenziale tra origine e il punto. Quale punto si trova a potenziale maggiore?

ESEMPIO

Un elettrone che si muove parallelamente all'asse x ha una velocità iniziale di $3.7 \cdot 10^6$ m/s nell'origine. La velocità dell'elettrone si riduce a $1.4 \cdot 10^5$ m/s nel punto $x = 2\text{cm}$. Calcolare la differenza di potenziale tra origine e il punto. Quale punto si trova a potenziale maggiore?

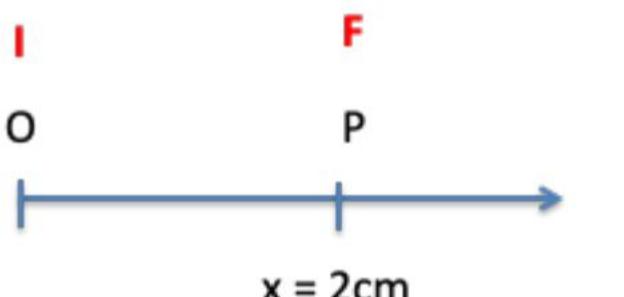
$$K_i + U_i = K_f + U_f \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + qV_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + qV_f$$

$$\frac{1}{2}m(v_i^2 - v_f^2) = +q(V_f - V_i) \Rightarrow$$

$$V_f - V_i = \frac{m(v_i^2 - v_f^2)}{2q} = -38.9V$$

La posizione iniziale si trova a
potenziale maggiore



55

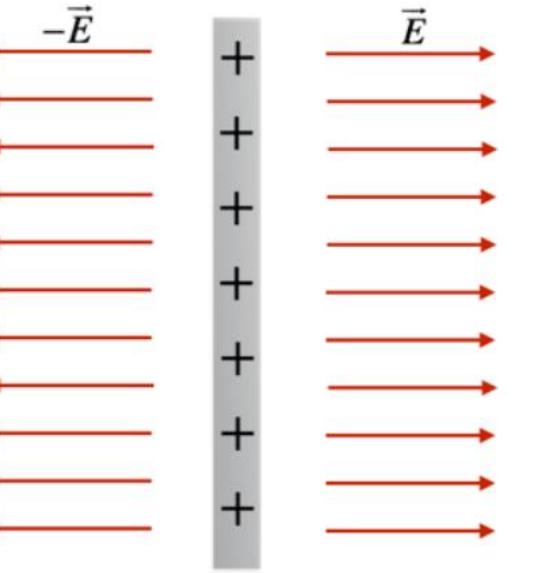
ESEMPIO

Calcoliamo il campo elettrico E ed il potenziale V nel caso di un piano carico

CAMPO ELETTRICO PIANO CARICO

Consideriamo un piano (infinitamente esteso) su cui è presente una carica q . Dal teorema di Gauss:

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S} =$$



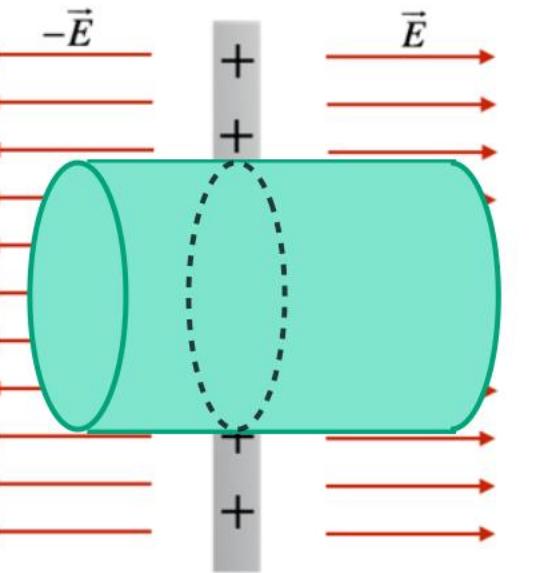
57

CAMPO ELETTRICO PIANO CARICO

Consideriamo un piano (infinitamente esteso) su cui è presente una carica q . Dal teorema di Gauss:

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S} =$$

Come superficie considero un cilindro tagliato dal piano



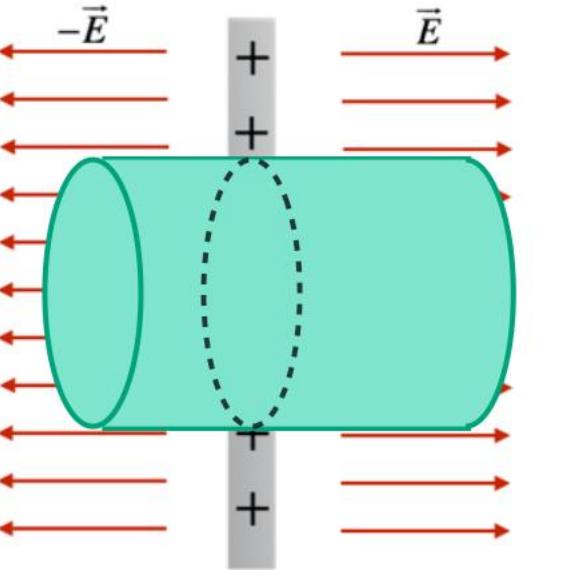
58

CAMPO ELETTRICO PIANO CARICO

Consideriamo un piano (infinitamente esteso) su cui è presente una carica q . Dal teorema di Gauss:

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \vec{E} \cdot \vec{S} = \\ &= \vec{E} \cdot \vec{S}_{sin} + \vec{E} \cdot \vec{S}_{lat} + \vec{E} \cdot \vec{S}_{des}\end{aligned}$$

Come superficie considero un cilindro tagliato dal piano

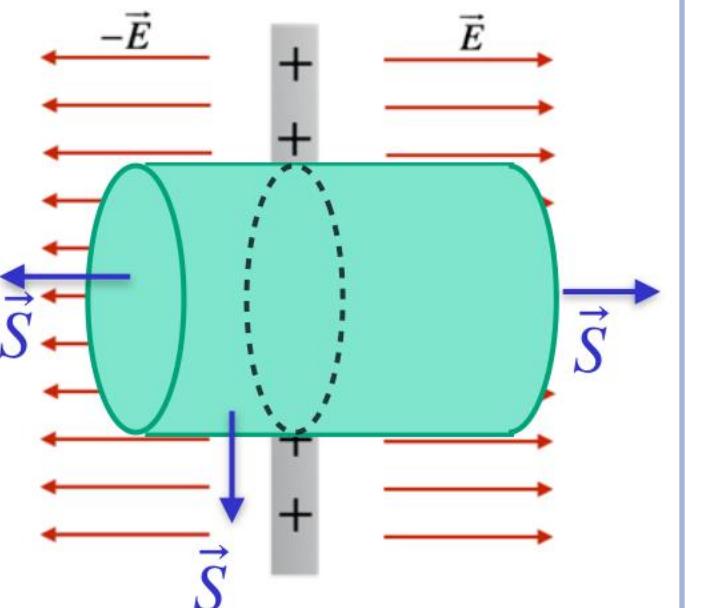
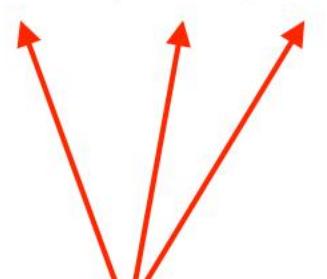


59

CAMPO ELETTRICO PIANO CARICO

Consideriamo un piano (infinitamente esteso) su cui è presente una carica q . Dal teorema di Gauss:

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \vec{E} \cdot \vec{S} = \\ &= \vec{E} \cdot \vec{S}_{sin} + \vec{E} \cdot \vec{S}_{lat} + \vec{E} \cdot \vec{S}_{des} \\ &= ES + 0 + ES = 2ES\end{aligned}$$



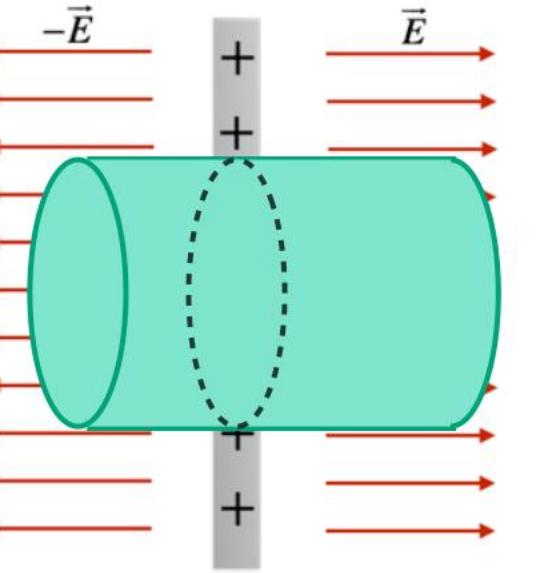
Il campo elettrico è
perpendicolare al vettore \vec{S} laterale del cilindro
parallelo ai vettori \vec{S} di base (sinistra e destra) del cilindro

60

CAMPO ELETTRICO PIANO CARICO

Consideriamo un piano (infinitamente esteso) su cui è presente una carica q . Dal teorema di Gauss:

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \vec{E} \cdot \vec{S} = \\ &= \vec{E} \cdot \vec{S}_{sin} + \vec{E} \cdot \vec{S}_{lat} + \vec{E} \cdot \vec{S}_{des} \\ &= ES + 0 + ES = 2ES \\ &= \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{Teorema di Gauss}\end{aligned}$$

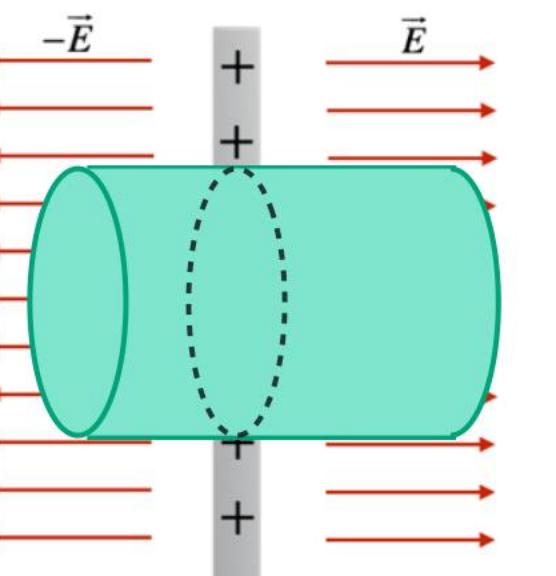


61

CAMPO ELETTRICO PIANO CARICO

Consideriamo un piano (infinitamente esteso) su cui è presente una carica q . Dal teorema di Gauss:

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \vec{E} \cdot \vec{S} = \\ &= \vec{E} \cdot \vec{S}_{sin} + \vec{E} \cdot \vec{S}_{lat} + \vec{E} \cdot \vec{S}_{des} \\ &= ES + 0 + ES = 2ES \\ &= \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow\end{aligned}$$



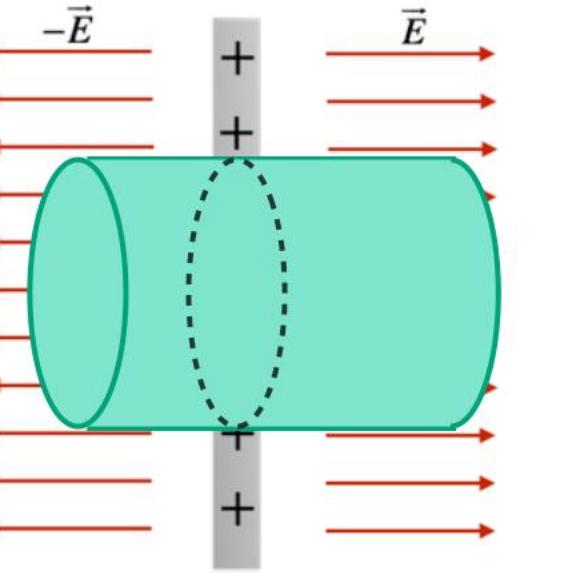
$$2ES = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{q}{S} \frac{1}{2\epsilon_0}$$

Il campo elettrico generato da un piano carico è UNIFORME: non dipende dalla distanza dal piano!

CAMPO ELETTRICO PIANO CARICO

Consideriamo un piano (infinitamente esteso) su cui è presente una carica q . Dal teorema di Gauss:

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \vec{E} \cdot \vec{S} = \\ &= \vec{E} \cdot \vec{S}_{sin} + \vec{E} \cdot \vec{S}_{lat} + \vec{E} \cdot \vec{S}_{des} \\ &= ES + 0 + ES = 2ES \\ &= \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow\end{aligned}$$

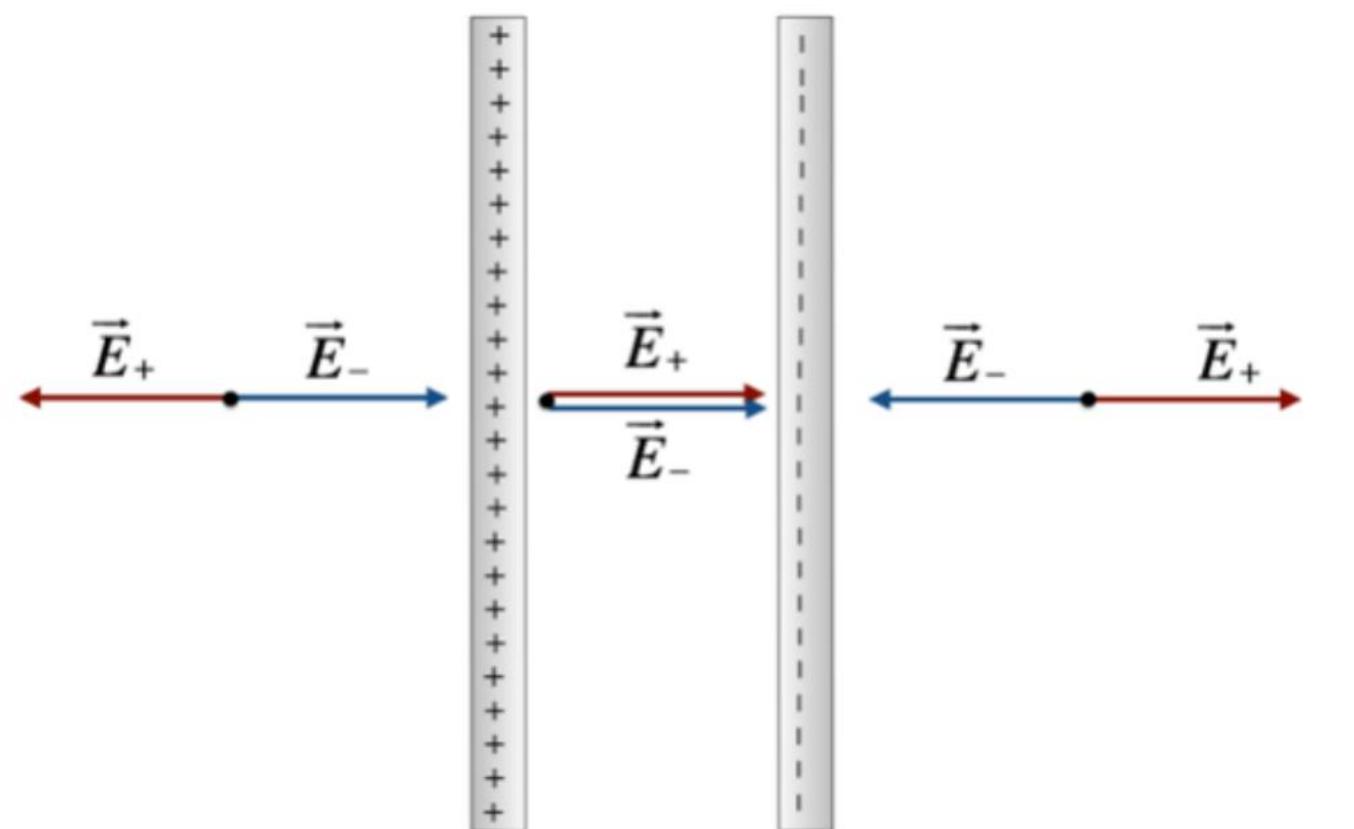


$$2ES = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{q}{S} \frac{1}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad \text{Densità di carica superficiale}$$

63

CAMPO ELETTRICO PIANO CARICO

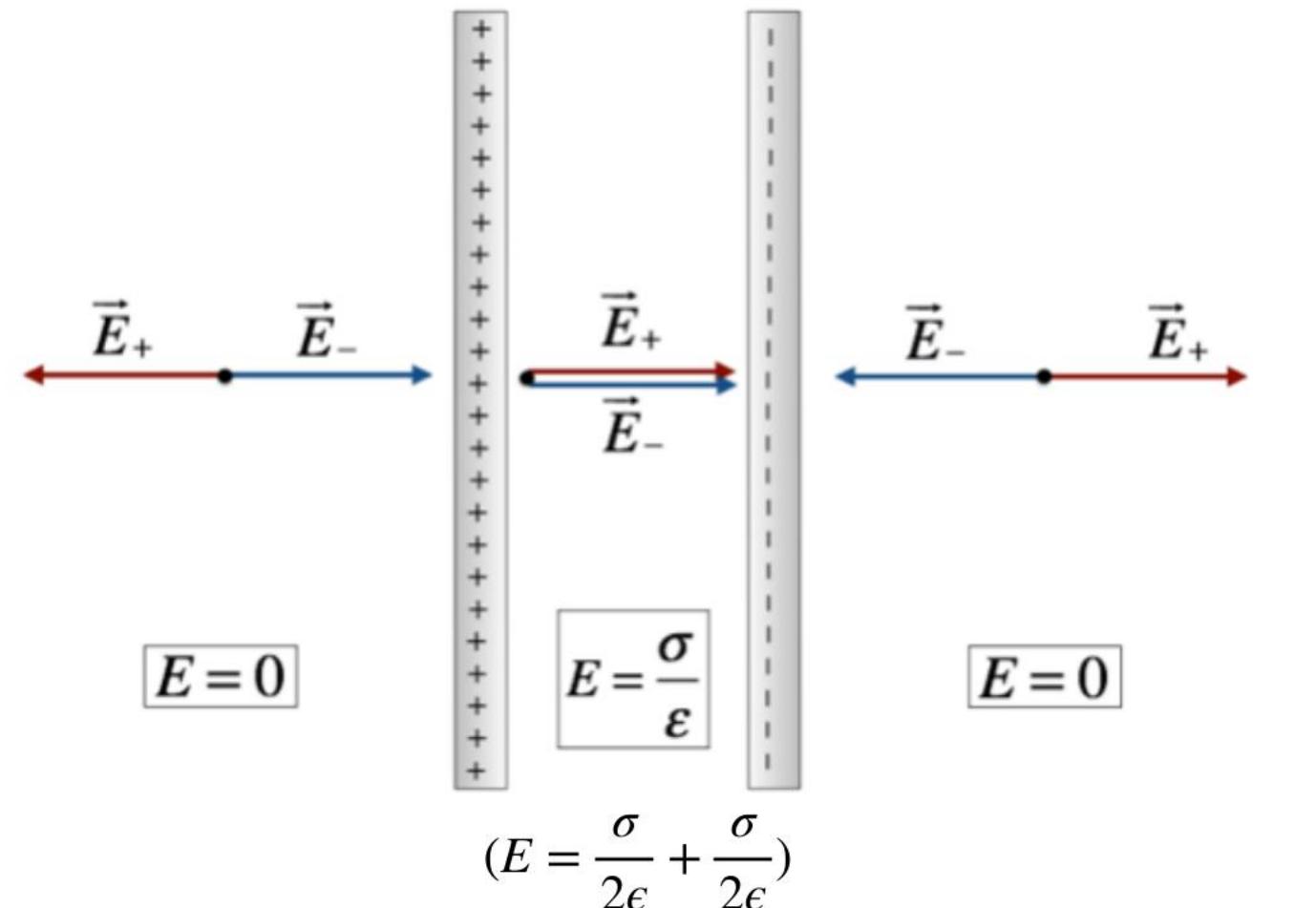
Campo elettrico generato da due lastre parallele uniformemente caricate (di segno opposto).



64

CAMPO ELETTRICO PIANO CARICO

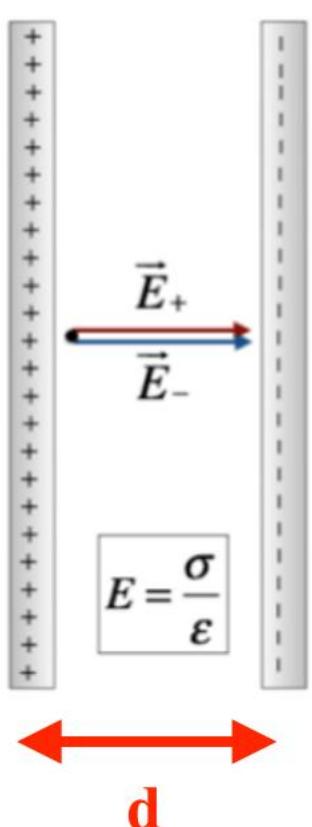
Campo elettrico generato da due lastre parallele uniformemente caricate (di segno opposto).



65

POTENZIALE ELETTRICO PIANI CARICHI

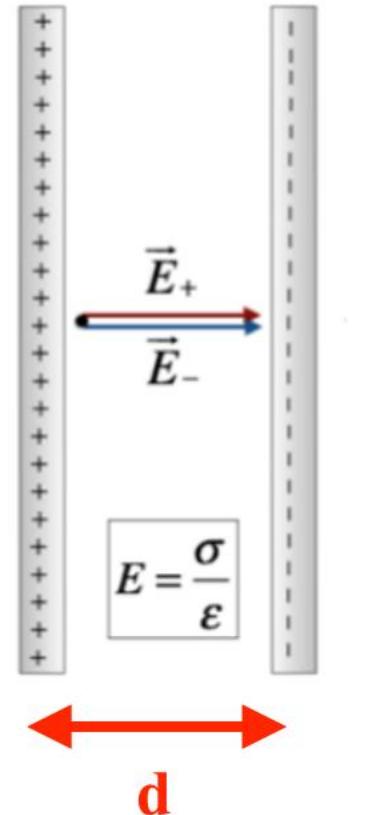
Consideriamo due piani infinitamente estesi su cui sono presenti due distribuzioni di cariche rispettivamente una positiva e una negativa. Valutiamo il potenziale elettrico del sistema in oggetto.



66

POTENZIALE ELETTRICO PIANI CARICHI

Consideriamo due piani infinitamente estesi su cui sono presenti due distribuzioni di cariche rispettivamente una positiva e una negativa. Valutiamo il potenziale elettrico del sistema in oggetto.

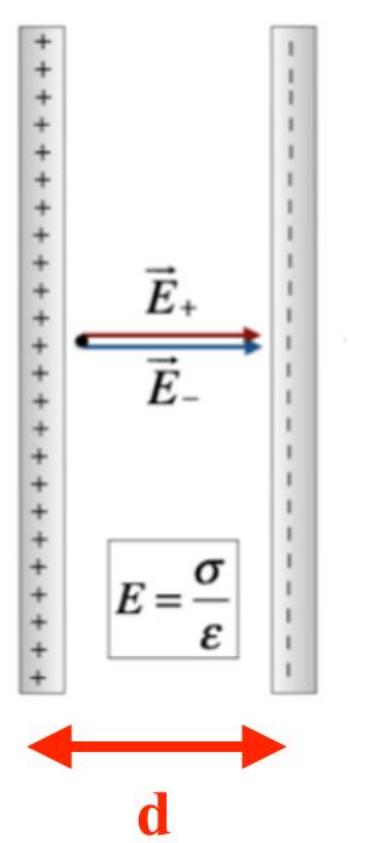


$$L = \vec{F}_e \cdot \vec{s} = -q\Delta V$$

67

POTENZIALE ELETTRICO PIANI CARICHI

Consideriamo due piani infinitamente estesi su cui sono presenti due distribuzioni di cariche rispettivamente una positiva e una negativa. Valutiamo il potenziale elettrico del sistema in oggetto.



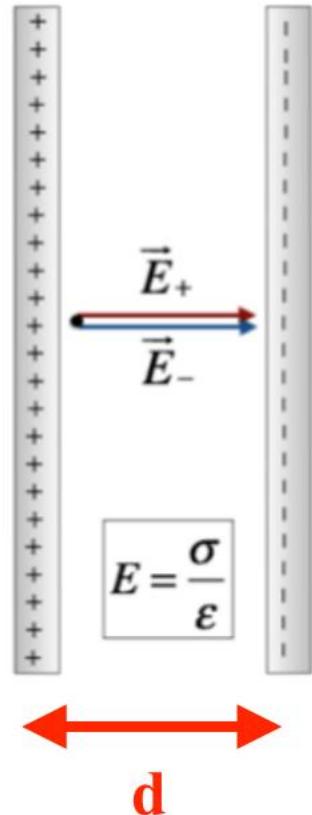
$$L = \vec{F}_e \cdot \vec{s} = -q\Delta V$$

$$L = q\vec{E} \cdot \vec{s} = -q\Delta V$$

68

POTENZIALE ELETTRICO PIANI CARICHI

Consideriamo due piani infinitamente estesi su cui sono presenti due distribuzioni di cariche rispettivamente una positiva e una negativa. Valutiamo il potenziale elettrico del sistema in oggetto.



$$L = \vec{F}_e \cdot \vec{s} = -q\Delta V$$

$$L = q\vec{E} \cdot \vec{s} = -q\Delta V$$

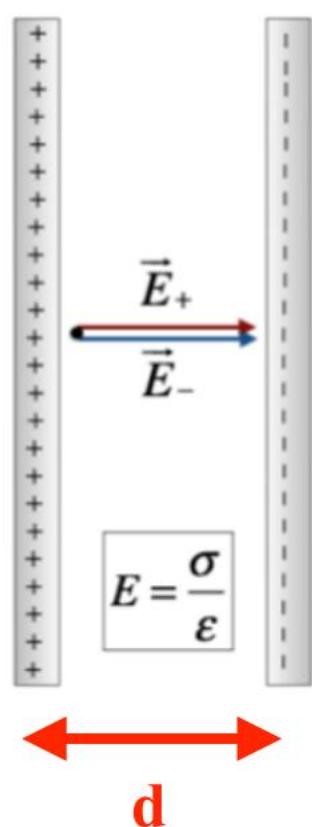
$$L = (\pm)qEd = -q\Delta V$$

Il simbolo \pm sottintende il fatto che il verso dello spostamento (quindi l'angolo fra E e d) dipende dalla carica q che si sposta:

- una carica positiva si muoverà verso destra [$\alpha = 0^\circ$]
- una carica negativa verso sinistra [$\alpha = 180^\circ$] 69

POTENZIALE ELETTRICO PIANI CARICHI

Consideriamo due piani infinitamente estesi su cui sono presenti due distribuzioni di cariche rispettivamente una positiva e una negativa. Valutiamo il potenziale elettrico del sistema in oggetto.



$$L = \vec{F}_e \cdot \vec{s} = -q\Delta V$$

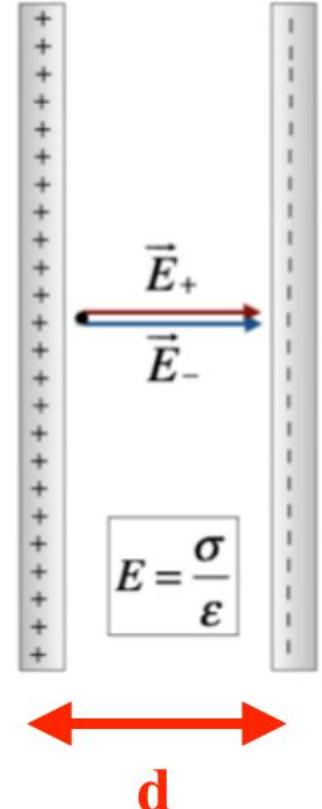
$$L = q\vec{E} \cdot \vec{s} = -q\Delta V$$

$$L = (\pm)qEd = -q\Delta V$$

$$-\Delta V = (\pm)Ed$$

POTENZIALE ELETTRICO PIANI CARICHI

Consideriamo due piani infinitamente estesi su cui sono presenti due distribuzioni di cariche rispettivamente una positiva e una negativa. Valutiamo il potenziale elettrico del sistema in oggetto.



$$-\Delta V = (\pm)Ed$$

Per cariche elettriche **negative**:

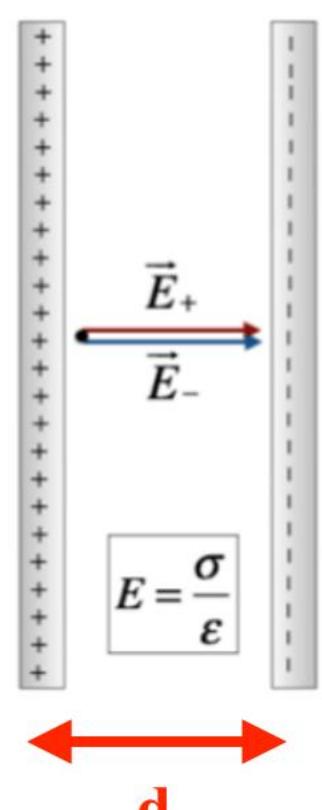
$$-\Delta V = -Ed \rightarrow \Delta V = Ed > 0$$

Le cariche elettriche si muovo verso potenziali **maggiori** [$V_f > V_i$]

71

POTENZIALE ELETTRICO PIANI CARICHI

Consideriamo due piani infinitamente estesi su cui sono presenti due distribuzioni di cariche rispettivamente una positiva e una negativa. Valutiamo il potenziale elettrico del sistema in oggetto.



$$-\Delta V = (\pm)Ed$$

Per cariche elettriche **positive**:

$$-\Delta V = Ed \rightarrow \Delta V = -Ed < 0$$

Le cariche elettriche si muovo verso potenziali **minori** [$V_f < V_i$]

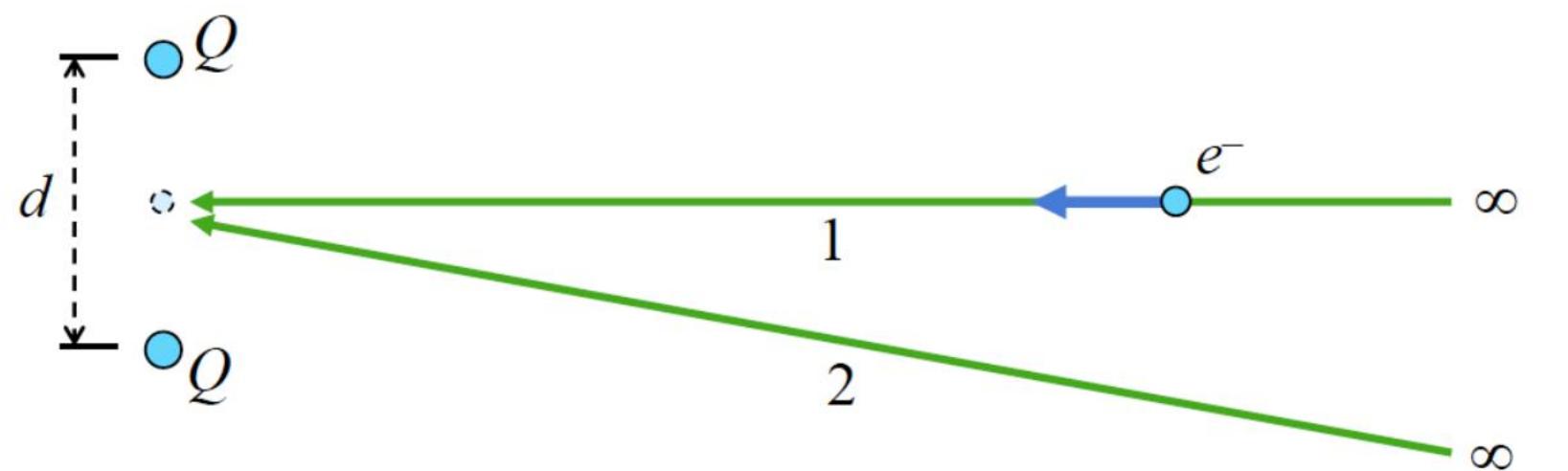
72

FINE ESEMPIO

73

ESEMPIO

Due particelle di carica $Q = -10^{-15} \text{ C}$ sono poste a $d = 2.0 \text{ cm}$ tra loro. Un elettrone (carica $q = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, massa $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$) viene lanciato da distanza infinita lungo la traiettoria 1 e si arresta nel punto a metà strada tra le due particelle. Qual era la sua velocità iniziale? Il risultato cambia se la traiettoria è la 2?



74

ESEMPIO

Dobbiamo avere ben chiara la distinzione tra:

- le due particelle, che generano il potenziale elettrico,
- l'elettrone, che si muove attraverso la differenza di potenziale.

Ricordiamo che il potenziale è uno scalare e dipende solo dalla distanza dalle particelle, e non dalla direzione.

A distanza infinita il potenziale delle due particelle è nullo:

$$V_i = V(\infty) = 0$$

Nel punto a metà strada tra le due particelle, il potenziale è la somma dei potenziali di ciascuna, a una distanza $d/2$:

$$V_f = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \frac{d}{2}} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \frac{d}{2}} = \frac{Q}{\pi\epsilon_0 d}$$

75

ESEMPIO

Ora occupiamoci dell'elettrone.

La forza elettrostatica è conservativa, perciò l'energia meccanica si conserva:

$$\begin{aligned} E_i &= E_f \\ \Rightarrow K_i + U_i &= K_f + U_f \\ \Rightarrow \frac{1}{2}m_e v_i^2 + qV_i &= \frac{1}{2}m_e v_f^2 + qV_f \end{aligned}$$

La velocità finale v_f è nulla. Quindi, sostituendo i valori di potenziale trovati a pagina precedente si ha:

$$\frac{1}{2}m_e v_i^2 + 0 = 0 + q \frac{Q}{\pi\epsilon_0 d}$$

Possiamo così ricavare

$$v_i = \sqrt{\frac{2qQ}{m_e \pi \epsilon_0 d}} = 25000 \text{ m/s.}$$

Il risultato non cambia se la traiettoria è la 2, perché dipende solo dalla differenza di potenziale e non dal percorso seguito.

76

POTENZIALE IN CASO DI CAMPO ELETTRICO UNIFORME

- Si dimostra che se tra due superfici equipotenziali distanti d c'è un campo elettrico uniforme, la d.d.p. ΔV è:

$$\Delta V = -Ed$$

- Spesso per brevità la d.d.p. viene indicata solo con V .
- Quindi, viceversa, il campo elettrico uniforme tra due superfici equipotenziali distanti d tra cui c'è una d.d.p. V , è:

$$E = -\frac{V}{d}$$

- Quindi, per calcolare il valore assoluto del campo elettrico uniforme quando è nota la d.d.p. basta usare:

$$E = \frac{V}{d}$$

CONDUTTORE IN EQUILIBRIO

Diremo che un conduttore è in **equilibrio elettrostatico** quando le sue cariche avranno velocità media nulla.

Questo implica che il **campo elettrico all'interno del conduttore è nullo**

CONDUTTORE IN EQUILIBRIO

Diremo che un conduttore è in **equilibrio elettrostatico** quando le sue cariche avranno velocità media nulla.

Questo implica che il **campo elettrico all'interno del conduttore è nullo**

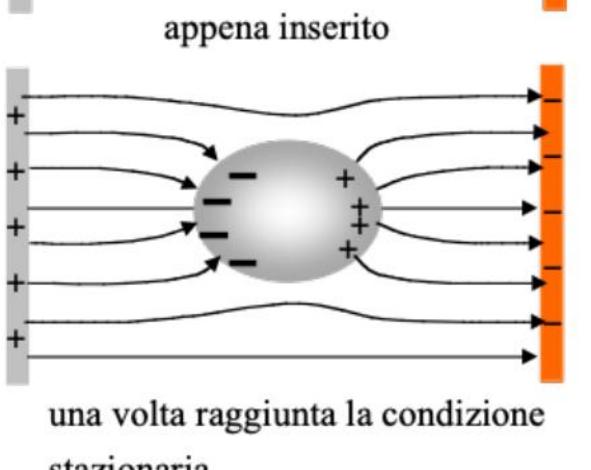
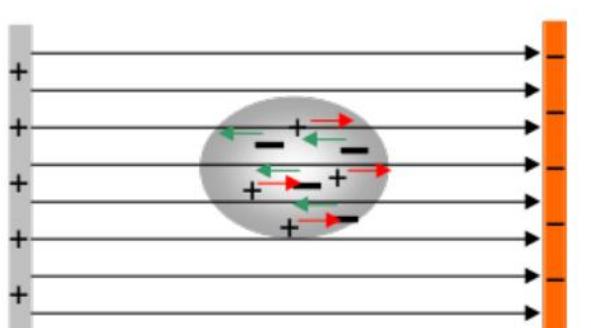
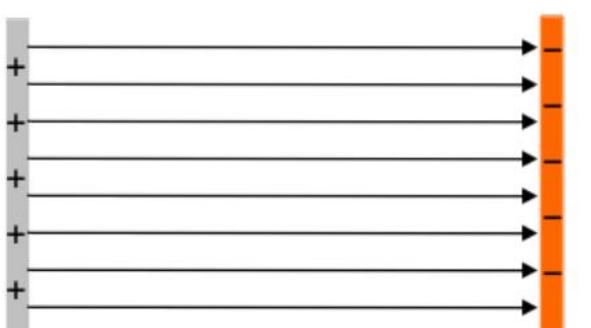
Supponiamo di caricare il conduttore. Affinché permanga la condizione di equilibrio elettrostatico, le cariche si dovranno disporre lungo la superficie.

Queste cariche genereranno un **campo elettrico** che sarà in ogni punto **normale alla superficie**

Infatti, la presenza di una componente parallela alla superficie del campo elettrico, comporterebbe la presenza di una forza parallela alla superficie con conseguente spostamento delle cariche.

CONDUTTORE IN EQUILIBRIO

Quando il conduttore viene immerso in un campo elettrostatico, si ha uno spostamento delle cariche libere all'interno del conduttore.

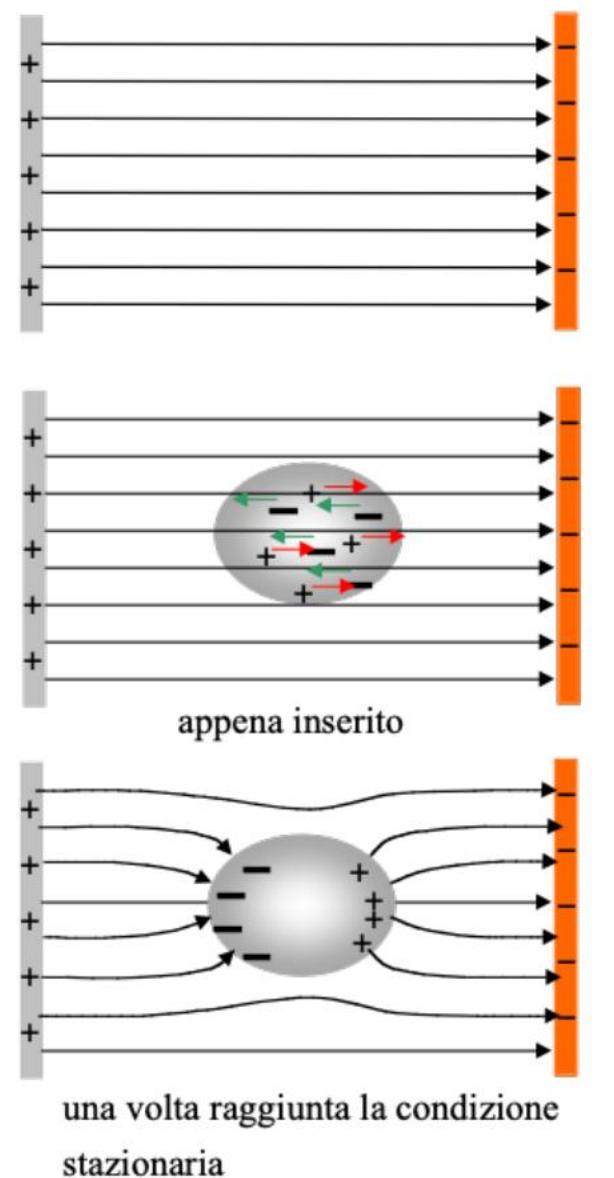


CONDUTTORE IN EQUILIBRIO

Quando il conduttore viene immerso in un campo elettrostatico, si ha uno spostamento delle cariche libere all'interno del conduttore.

A un certo punto il moto di cariche cessa: e' stata raggiunta una situazione di equilibrio (condizione stazionaria). In tali condizioni:

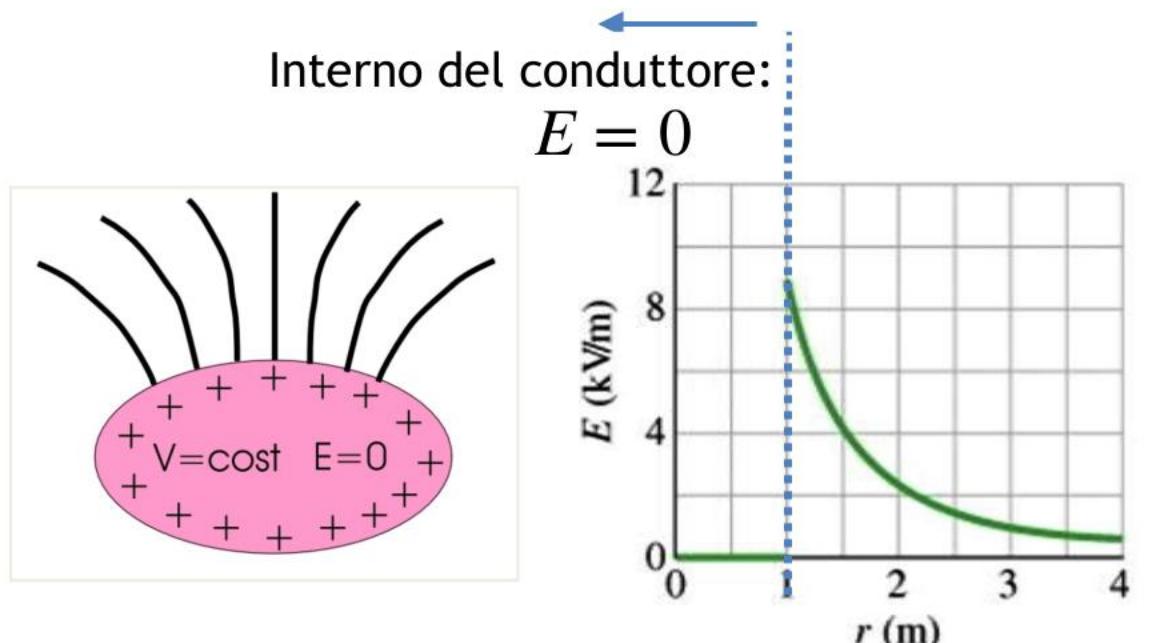
1. Il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo
2. Il campo elettrico immediatamente fuori al conduttore è perpendicolare al conduttore stesso
3. La superficie di un conduttore è una superficie equipotenziale.



CONDUTTORE IN EQUILIBRIO

Consideriamo un condutore di raggio r . La carica si distribuisce sulla sua superficie in modo che:

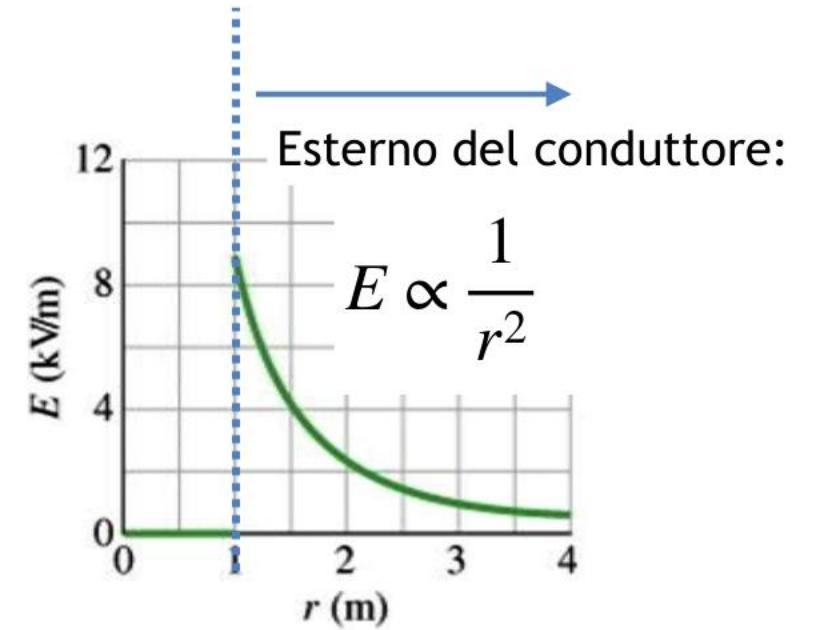
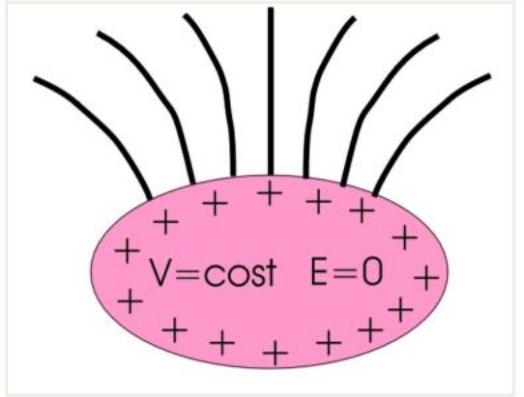
1. il campo elettrico sia nullo all'interno e normale alla sua superficie all'esterno.



CONDUTTORE IN EQUILIBRIO

Consideriamo un condutore di raggio r . La carica si distribuisce sulla sua superficie in modo che:

1. il campo elettrico sia nullo all'interno e normale alla sua superficie all'esterno.

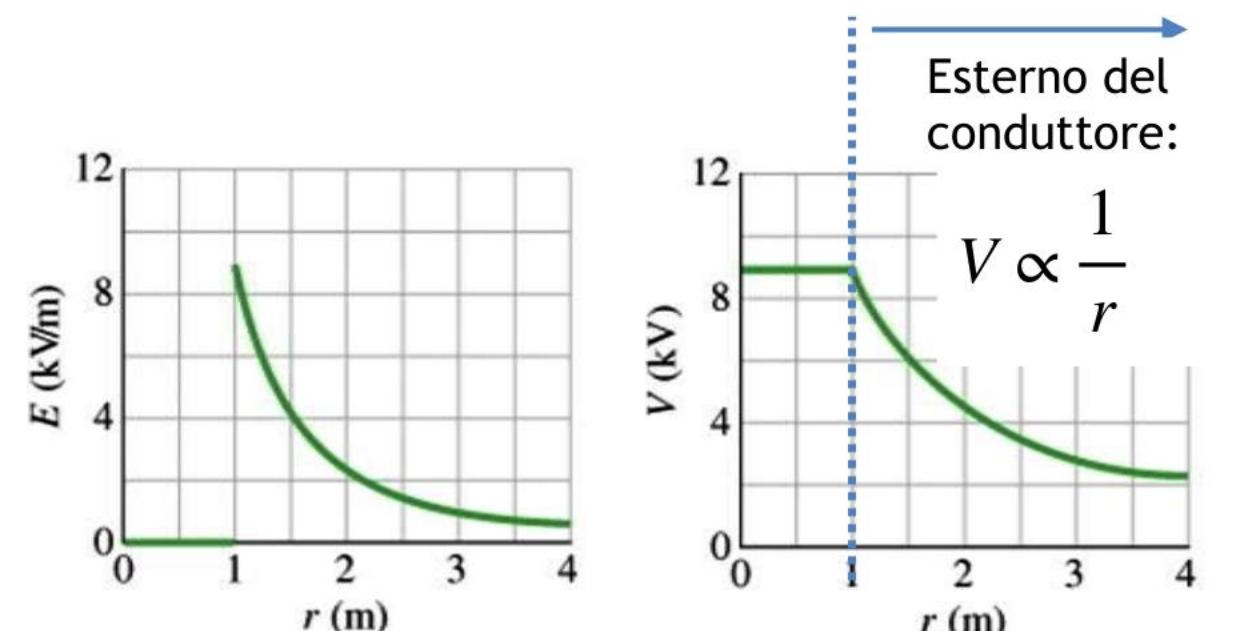
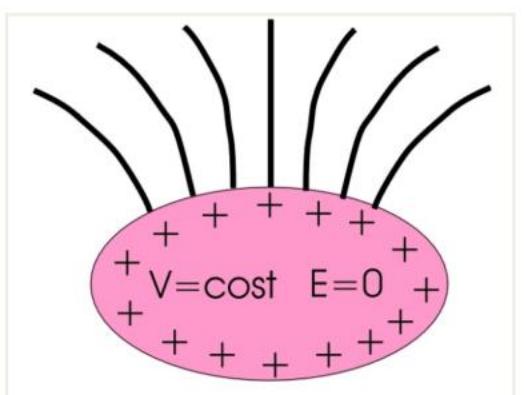


83

CONDUTTORE IN EQUILIBRIO

Consideriamo un condutore di raggio r . La carica si distribuisce sulla sua superficie in modo che:

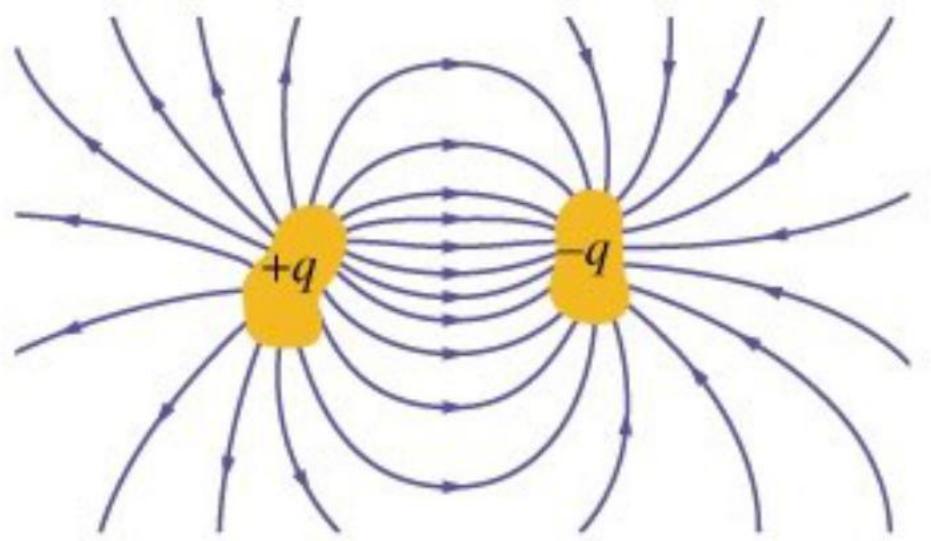
1. il campo elettrico sia nullo all'interno e normale alla sua superficie all'esterno.
2. il potenziale elettrico del conduttore sia costante in tutto il volume;



84

CONDENSATORE

Due conduttori isolati fra loro e dall'area circostante costituiscono un **condensatore**. Quando il condensatore è carico, i conduttori (i cosiddetti "piatti") portano cariche uguali e di segno opposto di intensità pari a q .



85

CONDENSATORE

Si definisce **capacità di un condensatore** il rapporto fra la carica elettrica distribuita su ciascuna delle armature (q) e la loro differenza di potenziale (V):

$$C = \frac{q}{V}$$

86

CONDENSATORE

Si definisce **capacità di un condensatore** il rapporto fra la carica elettrica distribuita su ciascuna delle armature (q) e la loro differenza di potenziale (V):

$$C = \frac{q}{V}$$

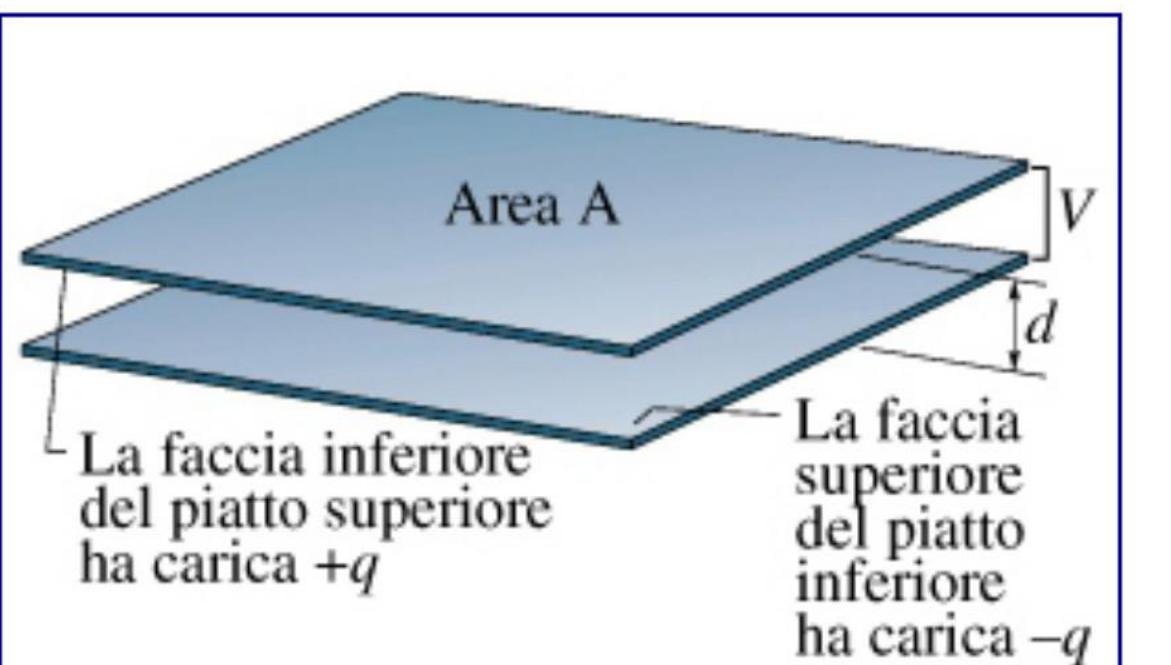
L'unità di misura della capacità elettrica nel S.I. è il **farad**

$$F = \frac{C}{J/C} = \frac{C^2}{J}$$

87

CONDENSATORE PIANO

Un condensatore piano (o a piatti paralleli) è costituito da due piani conduttori affiancati (armature) separate dall'aria o da un materiale isolante (dielettrico).



88

CONDENSATORE PIANO

Un condensatore piano (o a piatti paralleli) è costituito da due piani conduttori affiancati (armature) separate dall'aria o da un materiale isolante (dielettrico).

La capacità di un condensatore piano è uguale a:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\sigma S}{Eh} = \frac{\epsilon_0 S}{h}$$

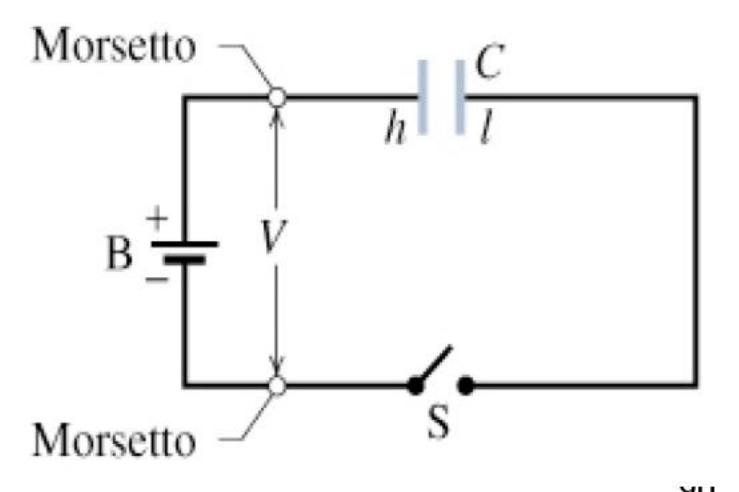
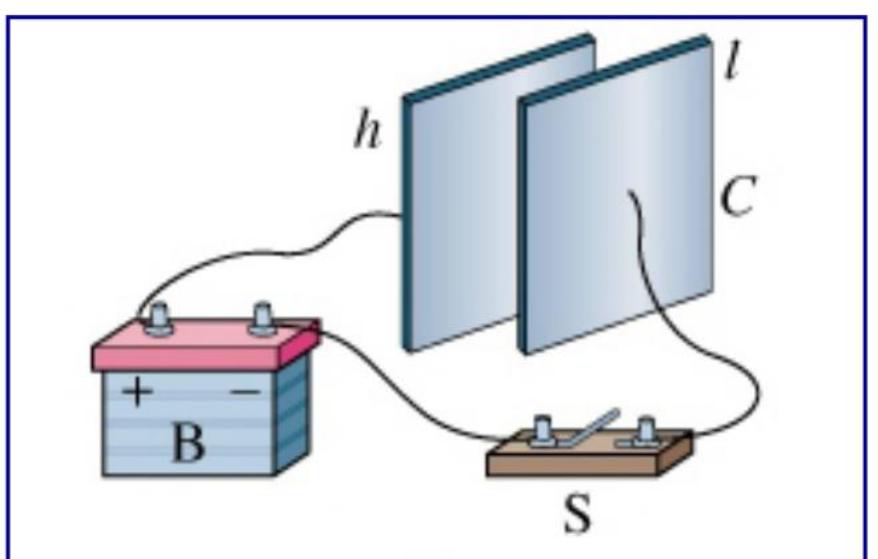
89

CONDENSATORE PIANO

Per caricare un condensatore si collegano le due armature ai poli di un generatore (batteria).

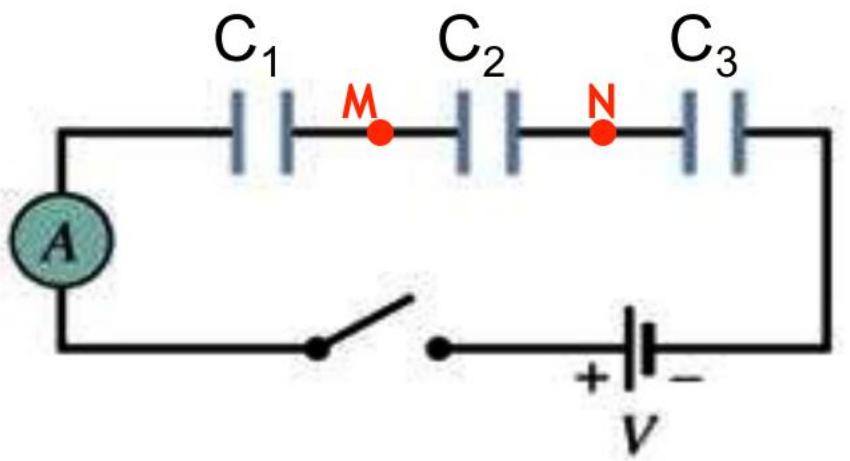
Un generatore di d.d.p. e' un dispositivo in grado di mantenere una d.d.p. costante V tra i propri poli.

Il processo di carica porta sulle due armature cariche uguali e di segno opposto e stabilisce fra di esse una differenza di potenziale V . Carica finale $q=CV$



90

CONDENSATORI IN SERIE

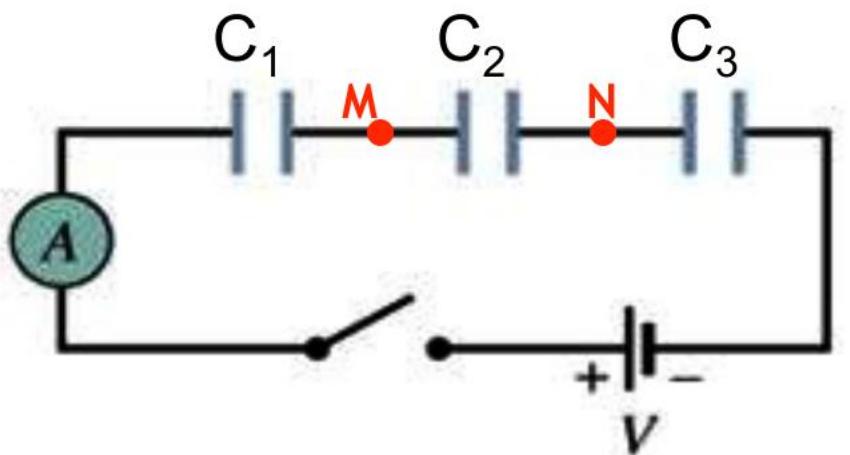


Due condensatori si dicono in **serie** quando hanno la **stessa carica q**.

$$V = V_1 + V_2 + V_3 =$$

91

CONDENSATORI IN SERIE

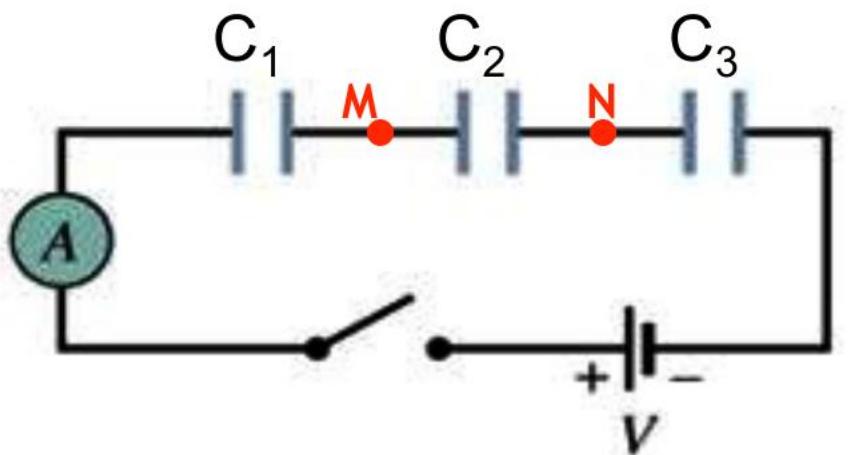


Due condensatori si dicono in **serie** quando hanno la **stessa carica q**.

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

92

CONDENSATORI IN SERIE

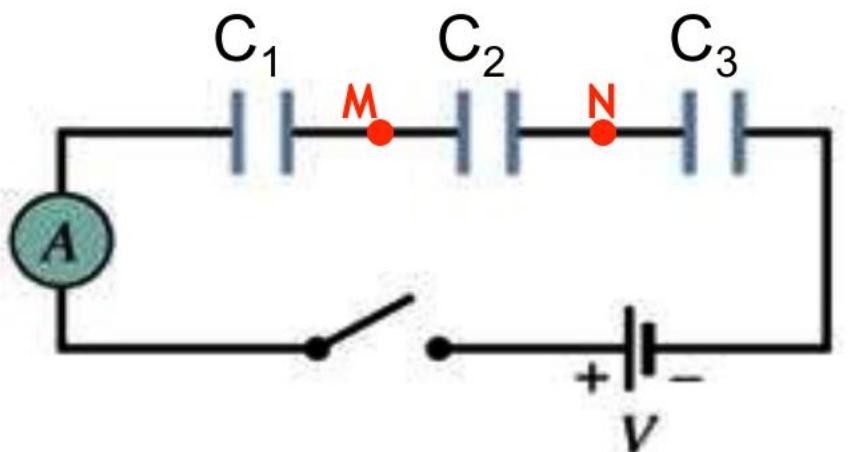


Due condensatori si dicono in **serie** quando hanno la **stessa carica q**.

$$\begin{aligned}V &= V_1 + V_2 + V_3 = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} \\&= q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \\&= \frac{q}{C_{eq}}\end{aligned}$$

93

CONDENSATORI IN SERIE



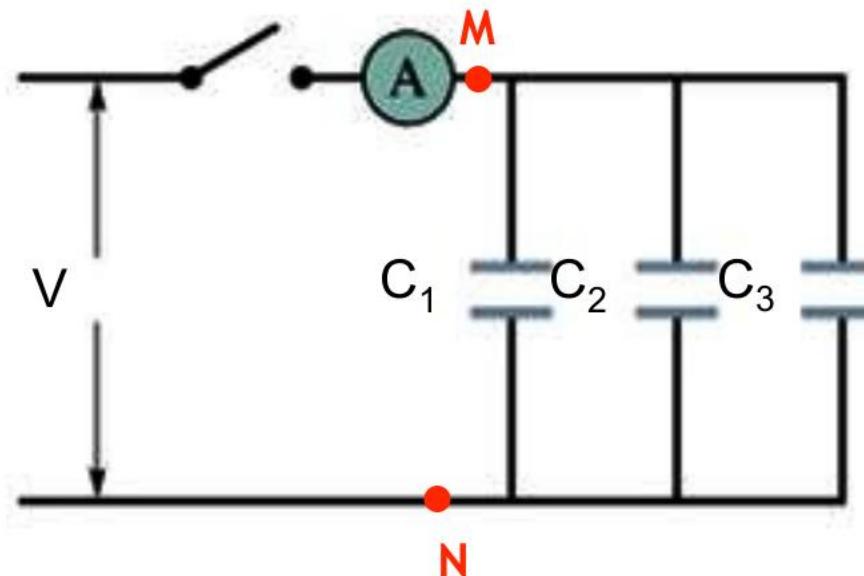
Due condensatori si dicono in **serie** quando hanno la **stessa carica q**.

$$\begin{aligned}V &= V_1 + V_2 + V_3 = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} \\&= q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \quad C_{eq}: \text{capacità equivalente} \\&= \frac{q}{C_{eq}}\end{aligned}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

94

CONDENSATORI IN PARALLELO

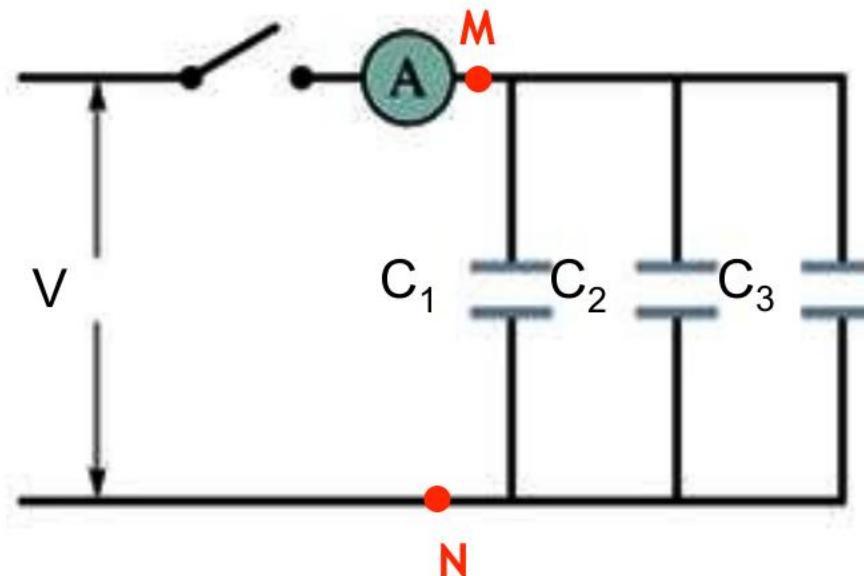


Due condensatori si dicono in **parallelo** quando hanno la **stessa differenza di potenziale**

$$q_M = q_N =$$

95

CONDENSATORI IN PARALLELO

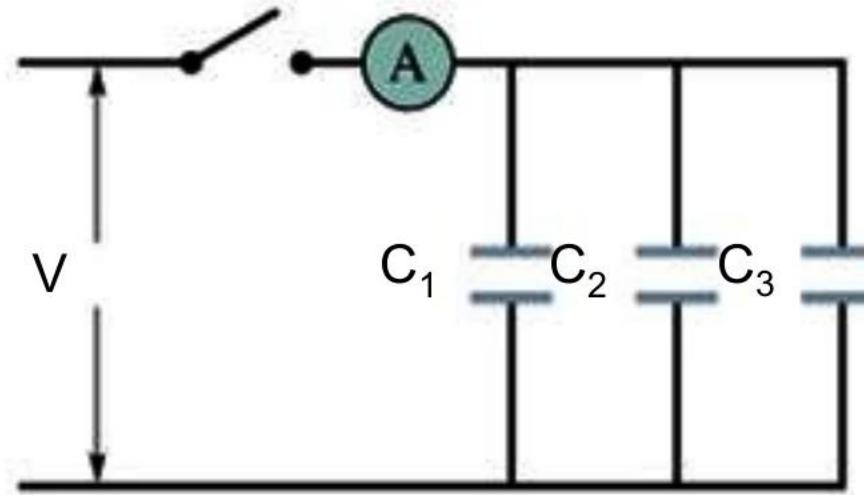


Due condensatori si dicono in **parallelo** quando hanno la **stessa differenza di potenziale**

$$q_M = q_N = q_1 + q_2 + q_3$$

96

CONDENSATORI IN PARALLELO

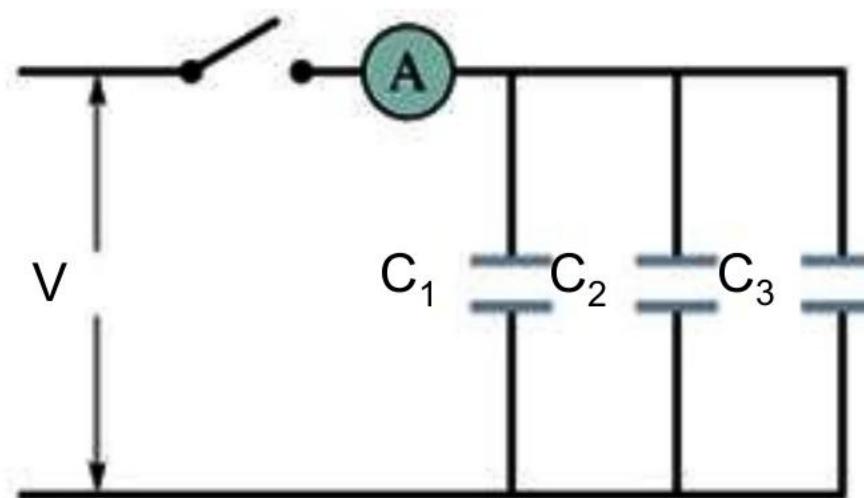


Due condensatori si dicono in **parallelo** quando hanno la **stessa differenza di potenziale**

$$q_M = q_N = q_1 + q_2 + q_3 = \Delta V_1 C_1 + \Delta V_2 C_2 + \Delta V_3 C_3$$

97

CONDENSATORI IN PARALLELO



Due condensatori si dicono in **parallelo** quando hanno la **stessa differenza di potenziale**

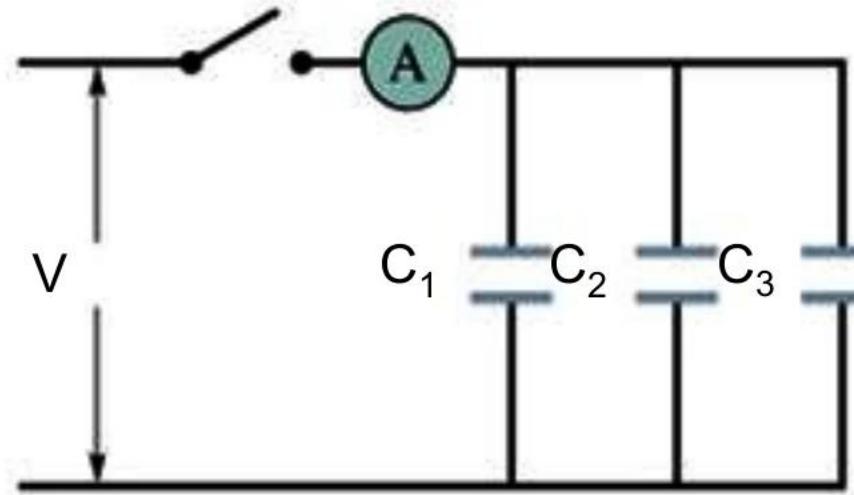
$$q_M = q_N = q_1 + q_2 + q_3 = \Delta V_1 C_1 + \Delta V_2 C_2 + \Delta V_3 C_3$$

$$= \Delta V(C_1 + C_2 + C_3)$$

$$= \Delta V C_{eq}$$

98

CONDENSATORI IN PARALLELO



Due condensatori si dicono in **parallelo** quando hanno la **stessa differenza di potenziale**

$$q_M = q_N = q_1 + q_2 + q_3 = \Delta V_1 C_1 + \Delta V_2 C_2 + \Delta V_3 C_3$$

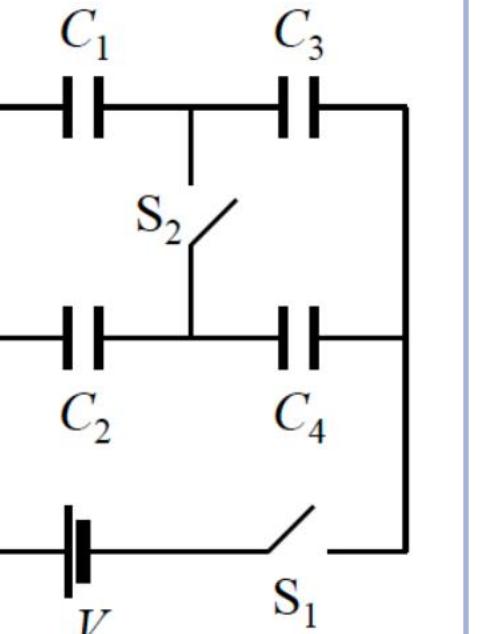
$$= \Delta V (C_1 + C_2 + C_3) \quad C_{eq}: \text{capacità equivalente}$$

$$= \Delta V C_{eq} \quad C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

99

ESEMPIO

- Nel circuito in figura $C_1 = 1.0 \mu\text{F}$, $C_2 = 2.0 \mu\text{F}$, $C_3 = 3.0 \mu\text{F}$, $C_4 = 4.0 \mu\text{F}$ e la batteria fornisce una d.d.p. $V = 12 \text{ V}$.
 - Si trovi la carica su ciascun condensatore quando l'interruttore S_1 è chiuso.
 - Si trovi la carica su ciascun condensatore quando, più tardi, anche l'interruttore S_2 è chiuso.

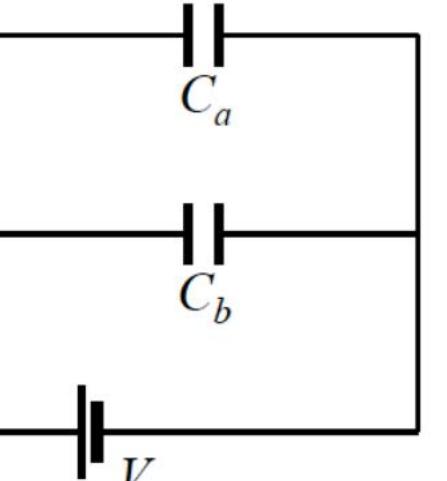
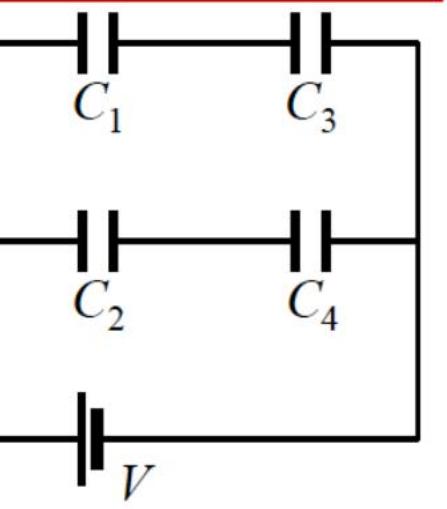


100

ESEMPIO

- a) Interruttori: S_1 chiuso, S_2 aperto.
La batteria è collegata ai condensatori.

C_1 e C_3 in serie:	C_2 e C_4 in serie:
$\frac{1}{C_a} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3}$	$\frac{1}{C_b} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_4}$
$C_a = \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3}$	$C_b = \frac{C_2 C_4}{C_2 + C_4}$
$\Rightarrow C_a = 0.75 \mu\text{F}$	$\Rightarrow C_b = 1.3 \mu\text{F}$
$q_a = C_a V = 9 \mu\text{C}$	$q_b = C_b V = 16 \mu\text{C}$
$q_1 = q_3 = q_a$	$q_2 = q_4 = q_b$



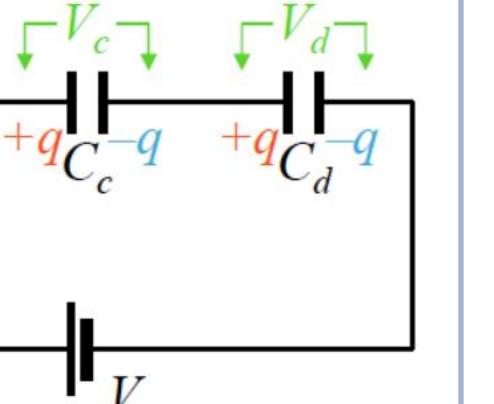
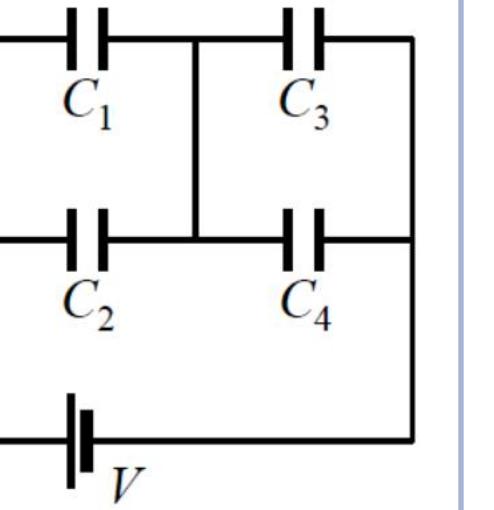
101

ESEMPIO

- b) Interruttori: S_1 chiuso, S_2 chiuso.
La batteria è collegata ai condensatori.

C_1, C_2 in parallelo:	C_3, C_4 in parallelo:
$C_c = C_1 + C_2$	$C_d = C_3 + C_4$
$\Rightarrow C_c = 3 \mu\text{F}$	$\Rightarrow C_d = 7 \mu\text{F}$

$$V_c = \frac{q}{C_c}$$

$$V_d = \frac{q}{C_d}$$


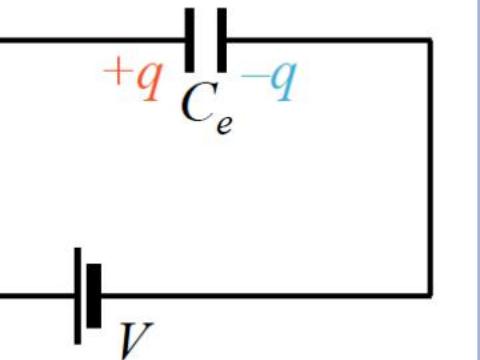
102

ESEMPIO

Ma C_c e C_d sono, a loro volta, in serie:

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_d} \Rightarrow C_e = \frac{C_c C_d}{C_c + C_d} = 2.1 \mu\text{F}$$

$$\Rightarrow q = C_e V = 25.2 \mu\text{C}$$



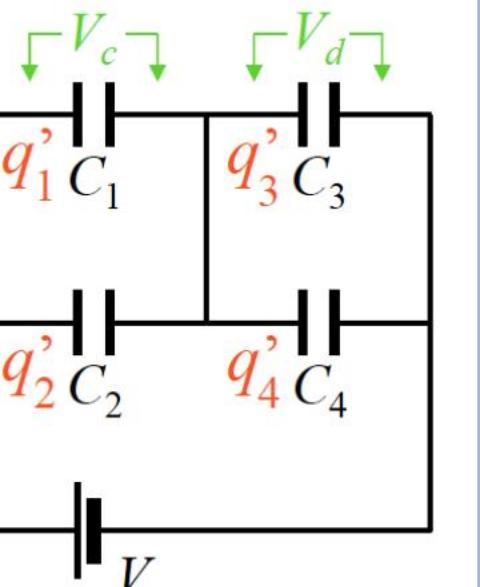
Ora, tornando indietro, ricaviamo:

$$q'_1 = C_1 V_c = C_1 q / C_c = 8.4 \mu\text{C}$$

$$q'_2 = C_2 V_c = C_2 q / C_c = 16.8 \mu\text{C}$$

$$q'_3 = C_3 V_d = C_3 q / C_d = 10.8 \mu\text{C}$$

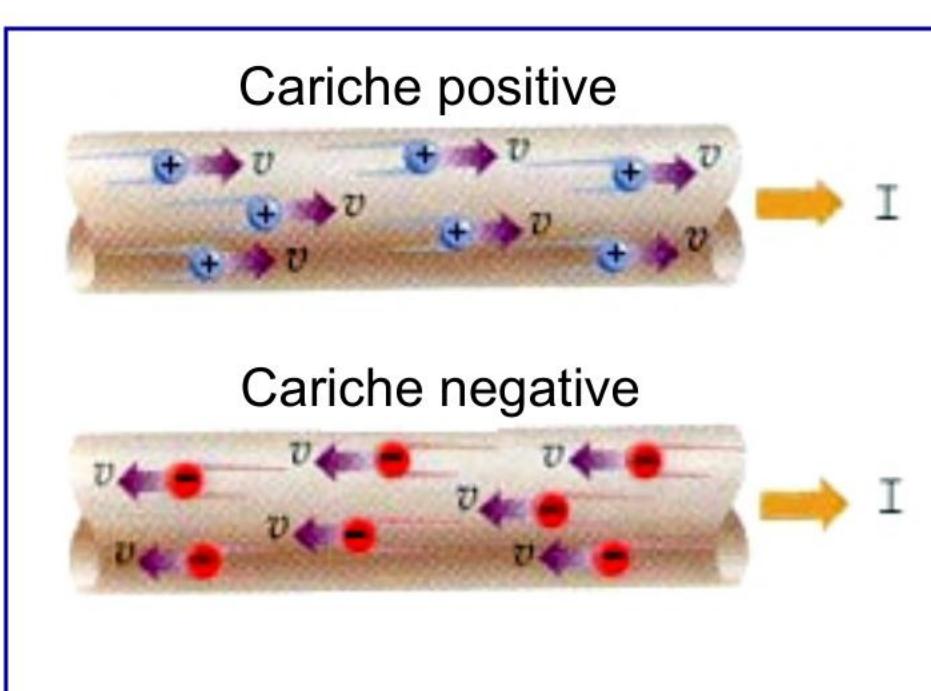
$$q'_4 = C_4 V_d = C_4 q / C_d = 14.4 \mu\text{C}$$



103

CORRENTE ELETTRICA

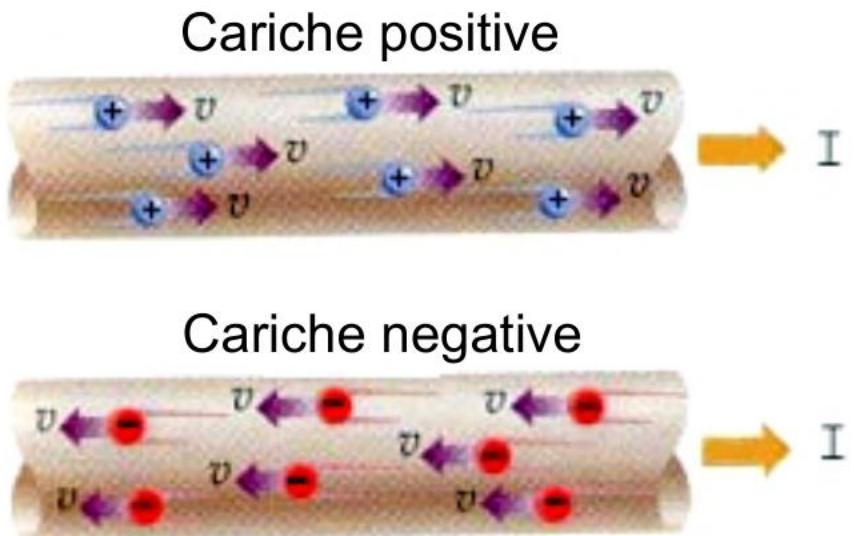
Applicando una d.d.p. ai capi di un filo conduttore si produce un flusso di particelle caricate, cioè una **corrente elettrica**.



104

CORRENTE ELETTRICA

Applicando una d.d.p. ai capi di un filo conduttore si produce un flusso di particelle caricate, cioè una **corrente elettrica**.



Per convenzione, il verso della corrente è quello del moto delle cariche positive (opposto a quello delle cariche negative).

105

CORRENTE ELETTRICA

Si definisce **intensità di corrente** la quantità di carica che attraversa la sezione di un conduttore nell'unità di tempo:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

106

CORRENTE ELETTRICA

Si definisce **intensità di corrente** la quantità di carica che attraversa la sezione di un conduttore nell'unità di tempo:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Nel S.I. l'unità di misura della corrente elettrica si chiama **ampere (A)** ed è una grandezza fondamentale (il coulomb è un'unità derivata dall'ampere).

$$1 \text{ ampere} = 1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$$

107

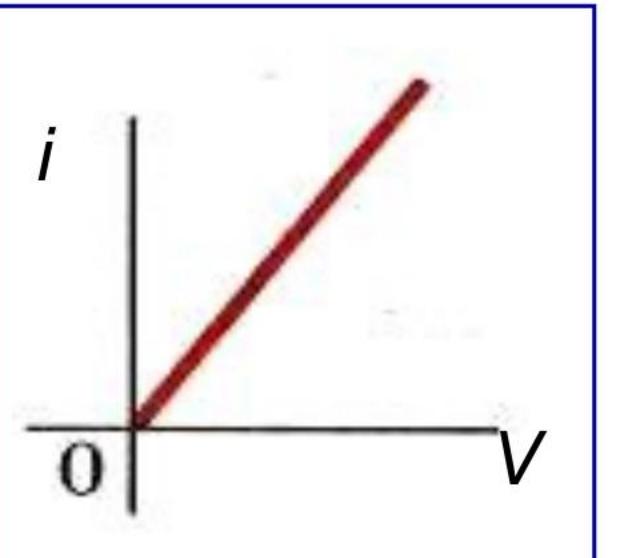
LEGGI DI OHM

1^a Legge di Ohm

Per un conduttore metallico l'intensità della corrente elettrica è proporzionale alla differenza di potenziale applicata ai suoi estremi:

$$\Delta V = R \cdot i$$

R : **resistenza** elettrica del conduttore metallico



- Per spostare le cariche in un conduttore ci vuole una forza elettrica, cioe' una d.d.p.
- Le cariche, spostandosi nel conduttore, ne urtano gli atomi e nel loro moto incontrano una certa resistenza.

108

LEGGI DI OHM

1^a Legge di Ohm

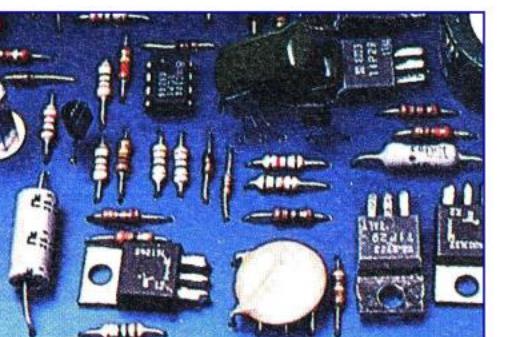
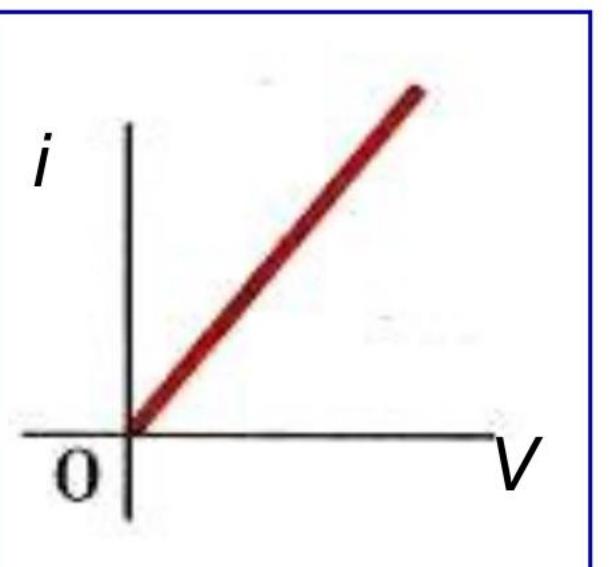
Per un conduttore metallico l'intensità della corrente elettrica è proporzionale alla differenza di potenziale applicata ai suoi estremi:

$$\Delta V = R \cdot i$$

R : **resistenza** del conduttore metallico

Nel S.I. la resistenza elettrica si misura in **ohm** (Ω).

$$1\text{ohm} = 1\Omega = 1\text{V/A}$$



109

LEGGI DI OHM

Calcolo della Resistenza

La resistenza R di un conduttore metallico, di lunghezza L ed area della sezione A, è data da:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

110

LEGGI DI OHM

Calcolo della Resistenza

La resistenza R di un conduttore metallico, di lunghezza L ed area della sezione A , è data da:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

ρ : resistività; dipende sia dalla natura del materiale sia dalla sua temperatura.

$\sigma = 1/\rho$: conducibilità

Se un materiale obbedisce alla legge di Ohm, la sua resistenza non dipende dalla d.d.p. applicata e, nell'espressione $V = R_i$, la R è costante.

111

LEGGI DI OHM

Calcolo della Resistenza

La resistenza R di un conduttore metallico, di lunghezza L ed area della sezione A , è data da:

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A}$$

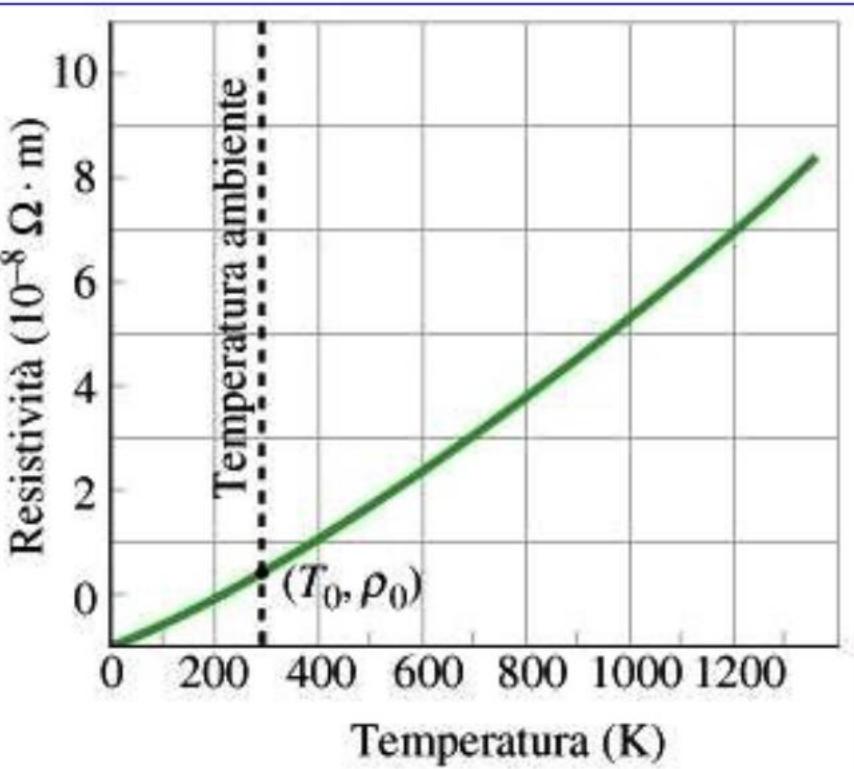
ρ : resistività; dipende sia dalla natura del materiale sia dalla sua temperatura.

$\sigma = 1/\rho$: conducibilità

Nel S.I. la resistività si misura in $\Omega \cdot m$
e la conducibilità in $\Omega^{-1} \cdot m^{-1}$.

112

RESISTIVITÀ



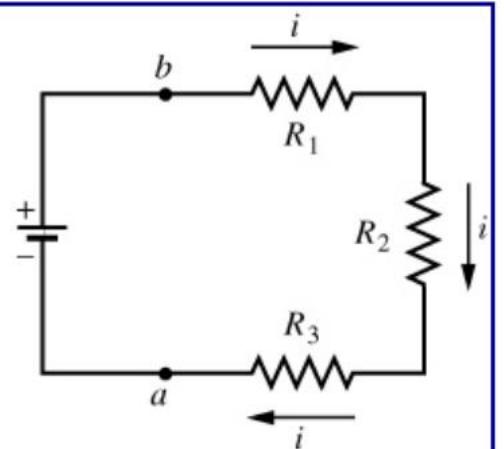
Sostanza	Resistività di alcune sostanze a temperatura ambiente (20 °C)	
	Resistività ρ ($\Omega \cdot \text{m}$)	Coefficiente termico α (K^{-1})
<i>Metalli tipici</i>		
Argento	$1.62 \cdot 10^{-8}$	$4.1 \cdot 10^{-3}$
Rame	$1.69 \cdot 10^{-8}$	$4.3 \cdot 10^{-3}$
Alluminio	$2.75 \cdot 10^{-8}$	$4.4 \cdot 10^{-3}$
Tungsteno	$5.25 \cdot 10^{-8}$	$4.5 \cdot 10^{-3}$
Ferro	$9.68 \cdot 10^{-8}$	$6.5 \cdot 10^{-3}$
Platino	$10.6 \cdot 10^{-8}$	$3.9 \cdot 10^{-3}$
Manganina ^a	$48.2 \cdot 10^{-8}$	$0.002 \cdot 10^{-3}$
<i>Semiconduttori tipici</i>		
Silicio puro	$2.5 \cdot 10^3$	$-70 \cdot 10^{-3}$
Silicio di tipo n ^b	$8.7 \cdot 10^{-4}$	
Silicio di tipo p ^c	$2.8 \cdot 10^{-3}$	
<i>Isolanti tipici</i>		
Vetro	$10^{10} - 10^{14}$	
Quarzo da fusione	$\sim 10^{16}$	

^a Lega specificamente progettata per avere un basso valore di α .
^b Silicio puro «drogato» con impurità di fosforo fino ad avere una densità di portatori di carica pari a 10^{23} m^{-3}
^c Silicio puro «drogato» con impurità di alluminio fino ad avere una densità di portatori di carica pari a 10^{23} m^{-3}

113

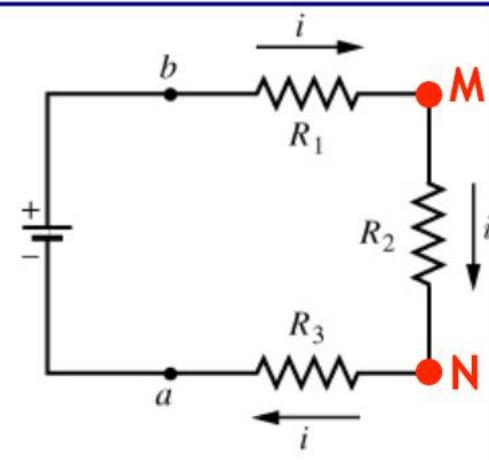
RESISTENZE IN SERIE

Due resistenze si dicono in **serie** se sono percorse dalla **stessa corrente elettrica**.



114

RESISTENZE IN SERIE

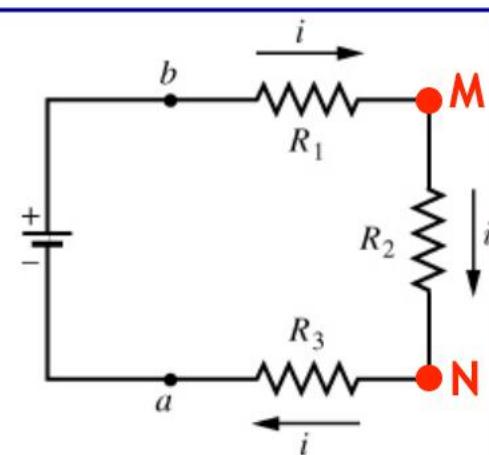


Due resistenze si dicono in **serie** se sono percorse dalla **stessa corrente elettrica**.

$$V_b - V_a =$$

115

RESISTENZE IN SERIE

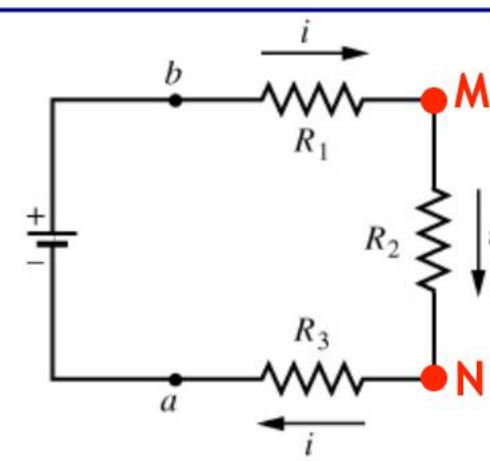


Due resistenze si dicono in **serie** se sono percorse dalla **stessa corrente elettrica**.

$$V_b - V_a = V_{bM} + V_{MN} + V_{Na} =$$

116

RESISTENZE IN SERIE

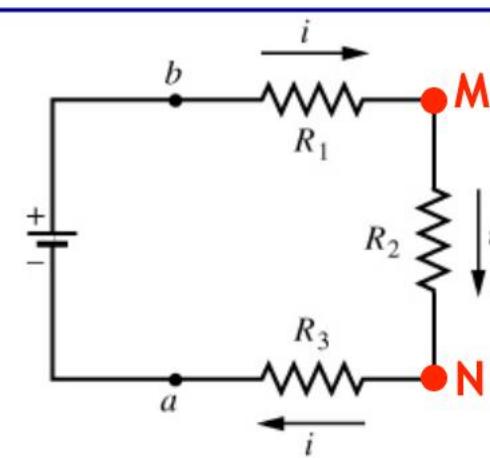


Due resistenze si dicono in **serie** se sono percorse dalla **stessa corrente elettrica**.

$$V_b - V_a = V_{bM} + V_{MN} + V_{Na} = \\ = i_1 R_1 + i_2 R_2 + i_3 R_3 =$$

117

RESISTENZE IN SERIE

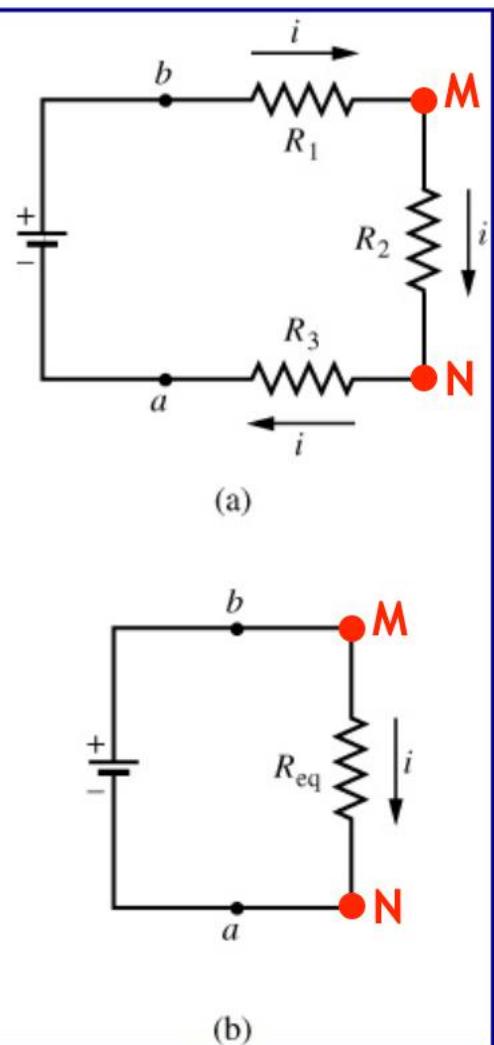


Due resistenze si dicono in **serie** se sono percorse dalla **stessa corrente elettrica**.

$$V_b - V_a = V_{bM} + V_{MN} + V_{Na} = \\ = i_1 R_1 + i_2 R_2 + i_3 R_3 = \\ = i(R_1 + R_2 + R_3) = iR_{eq}$$

118

RESISTENZE IN SERIE



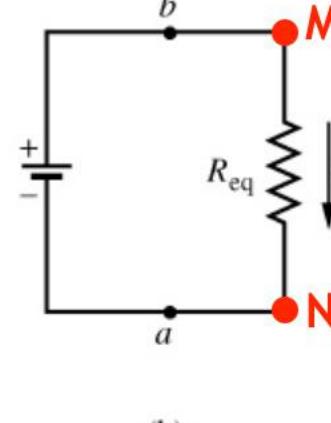
Due resistenze si dicono in **serie** se sono percorse dalla **stessa corrente elettrica**.

$$\begin{aligned}V_b - V_a &= V_{bM} + V_{MN} + V_{Na} = \\&= i_1 R_1 + i_2 R_2 + i_3 R_3 = \\&= i(R_1 + R_2 + R_3) = iR_{eq}\end{aligned}$$

R_{eq} : resistenza equivalente

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

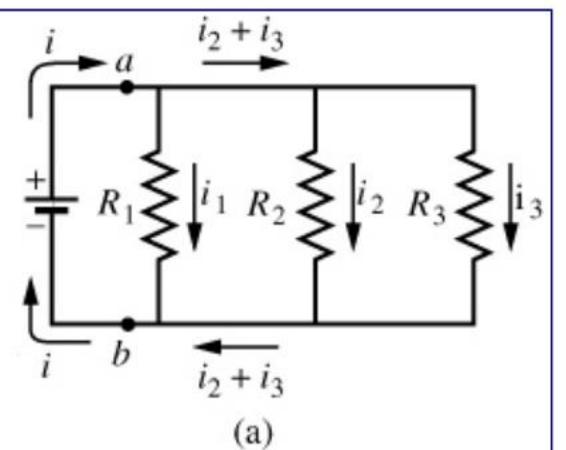
(a)



(b)

119

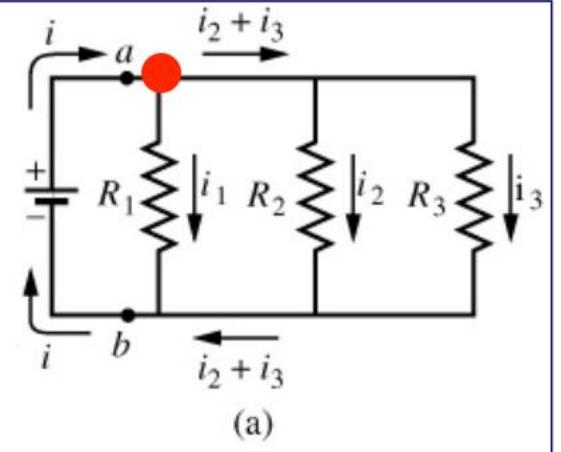
RESISTENZE IN PARALLELO



Due resistenze si dicono in **parallelo** se hanno la **stessa differenza potenziale**

120

RESISTENZE IN PARALLELO

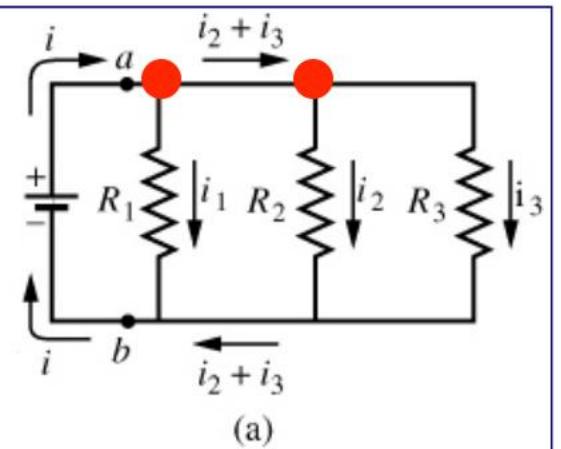


Due resistenze si dicono in **parallelo** se hanno la **stessa differenza potenziale**

$$i = i_1 + i_{23} =$$

121

RESISTENZE IN PARALLELO

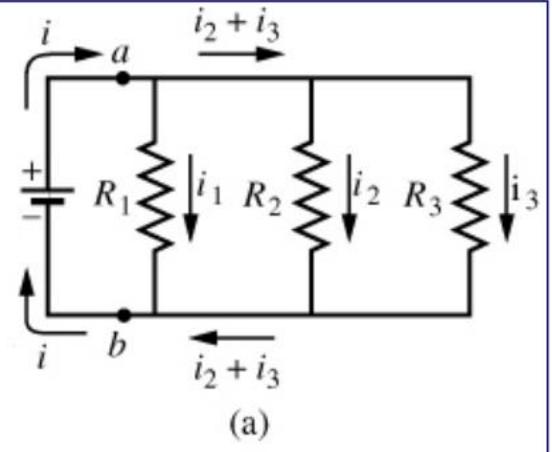


Due resistenze si dicono in **parallelo** se hanno la **stessa differenza potenziale**

$$i = i_1 + i_{23} = i_1 + i_2 + i_3 =$$

122

RESISTENZE IN PARALLELO

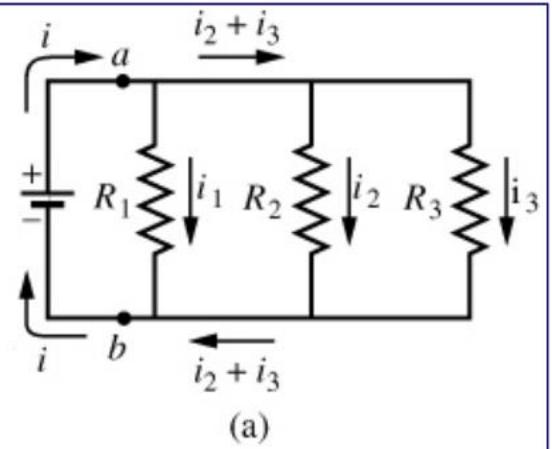


Due resistenze si dicono in **parallelo** se hanno la **stessa differenza potenziale**

$$\begin{aligned}i &= i_1 + i_{23} = i_1 + i_2 + i_3 = \\&= \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2} + \frac{\Delta V_3}{R_3}\end{aligned}$$

123

RESISTENZE IN PARALLELO

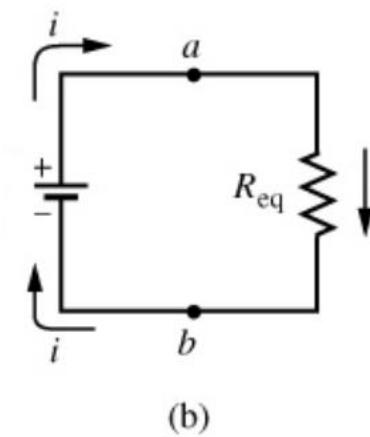
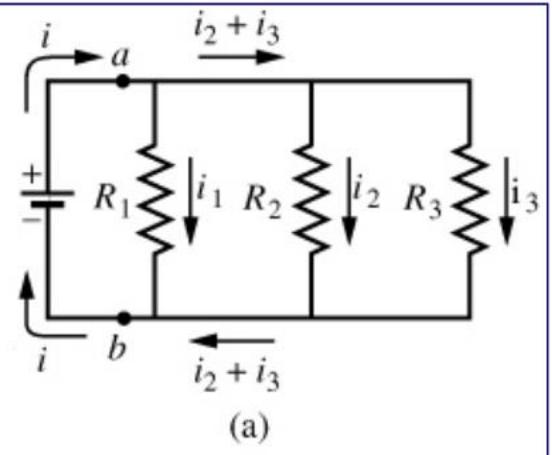


Due resistenze si dicono in **parallelo** se hanno la **stessa differenza potenziale**

$$\begin{aligned}i &= i_1 + i_{23} = i_1 + i_2 + i_3 = \\&= \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2} + \frac{\Delta V_3}{R_3} \\&= \Delta V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{\Delta V}{R_{eq}}\end{aligned}$$

124

RESISTENZE IN PARALLELO



Due resistenze si dicono in **parallelo** se hanno la **stessa differenza potenziale**

$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_{23} = i_1 + i_2 + i_3 = \\ &= \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2} + \frac{\Delta V_3}{R_3} \\ &= \Delta V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{\Delta V}{R_{eq}} \end{aligned}$$

R_{eq}: resistenza equivalente

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

125

RESISTENZE E CONDENSATORI IN SERIE E IN PARALLELO

Serie	Parallelo
-------	-----------

Resistenze

$$R_{eq} = \sum_{j=1}^n R_j$$

Stessa corrente attraverso tutte le resistenze

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_j}$$

Stessa differenza di potenziale ai capi di tutte le resistenze

Serie	Parallelo
-------	-----------

Condensatori

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{C_j}$$

Stessa carica in tutti i condensatori

$$C_{eq} = \sum_{j=1}^n C_j$$

Stessa differenza di potenziale ai capi di tutti i condensatori

126

EFFETTO JOULE

Il passaggio di corrente elettrica attraverso un conduttore è accompagnato dallo sviluppo di calore.

La potenza dissipata da una resistenza R ai cui capi è applicata una d.d.p. V è data da:

$$P = \frac{L}{t} = \frac{qV}{t} = Vi$$

127

EFFETTO JOULE

Il passaggio di corrente elettrica attraverso un conduttore è accompagnato dallo sviluppo di calore.

La potenza dissipata da una resistenza R ai cui capi è applicata una d.d.p. V è data da:

$$P = \frac{L}{t} = \frac{qV}{t} = Vi$$

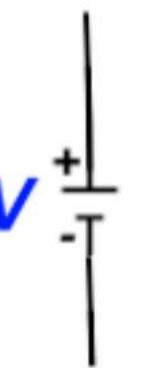
Dalla prima legge di Ohm ($V = i \cdot R$):

$$P = Vi = i^2R = \frac{V^2}{R}$$

128

GENERATORI DI FORZA ELETTROMOTRICE

supponiamo di avere realizzato un sistema che sia capace di creare e di mantenere separate in una certa regione di spazio un accumulo di carica positiva e negativa. Se collegiamo i due estremi di tale sistema con un filo conduttore, naturalmente osserviamo che gli elettroni tenderanno ad essere attratti dalle cariche positive, spostandosi dunque dal “polo” negativo in basso a quello positivo in alto, instaurando così una corrente diversa da zero all'interno del conduttore



Tale sistema si chiama generatore di forza elettromotrice (fem) ed è in grado di produrre una corrente che rimane costante nel tempo.

129

RETI ELETTRICHE

circuito

un insieme di conduttori che si chiude su se stesso comprendente uno o più generatori di fem.

nodo

punto d'incontro tra tre o più conduttori

ramo

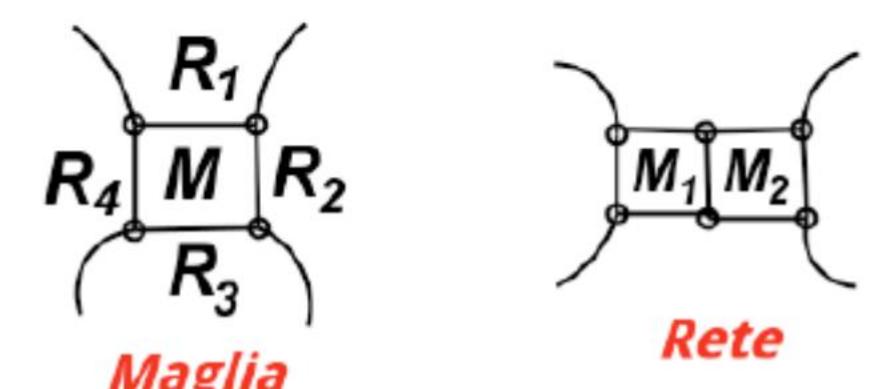
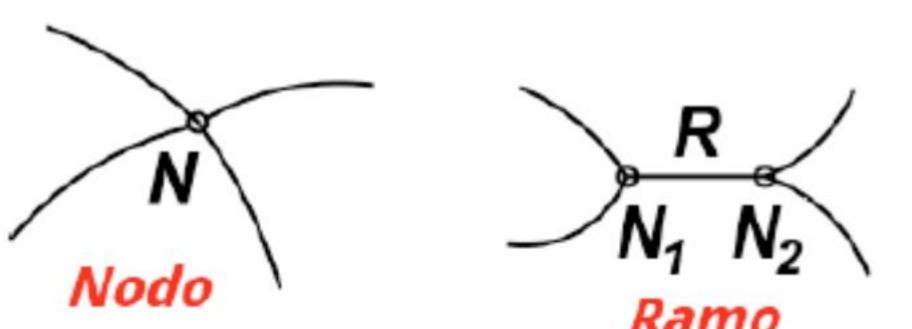
conduttore tra due nodi

maglia

successione chiusa di rami

rete

un insieme di maglie



130

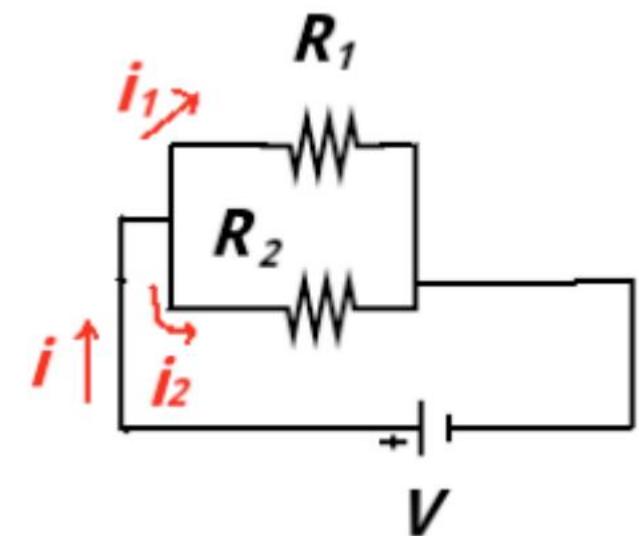
LEGGI DI KIRKHOFF

1 Legge (dei “nodi”)

la somma algebrica delle correnti uscenti da un nodo e' pari a zero

Per convenzione, le correnti entranti nel nodo hanno segno positivo, quelle uscenti hanno segno negativo.

$$i = i_1 + i_2$$



131

LEGGI DI KIRKHOFF

2 legge (delle “maglie”)

la somma algebrica delle delle cadute di tensione ai capi dei rami deve essere nulla

Per la seconda legge invece, occorre innanzitutto definire un senso arbitrario di circolazione positivo per la corrente di maglia, rispetto al quale sono assegnati i segni delle varie correnti che scorrono nei rami. L'analisi del circuito prevede due regole cui ci si puo' attenere nell'attribuire il segno algebrico alle cadute di tensioni degli elementi circuituali

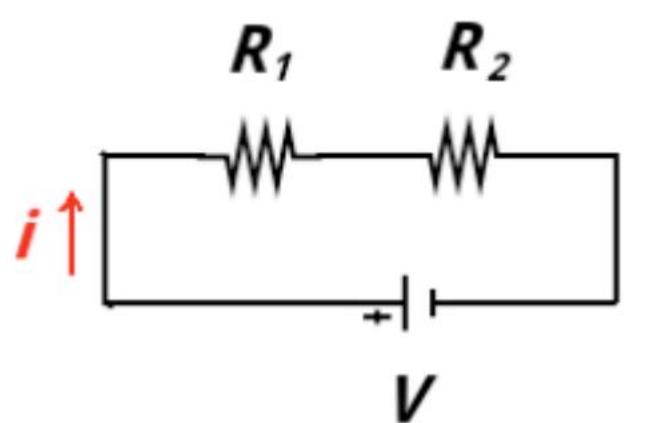
Se si percorre una resistenza R nel senso della corrente i , la caduta di tensione $-iR$.

Se si percorre una fem ε nel senso della fem, la caduta di tensione $+\varepsilon$

132

APPLICAZIONE delle LEGGI DI KIRKHOFF

Resistenze in serie



Nel caso della serie, all'interno dei resistori circola la stessa corrente i .

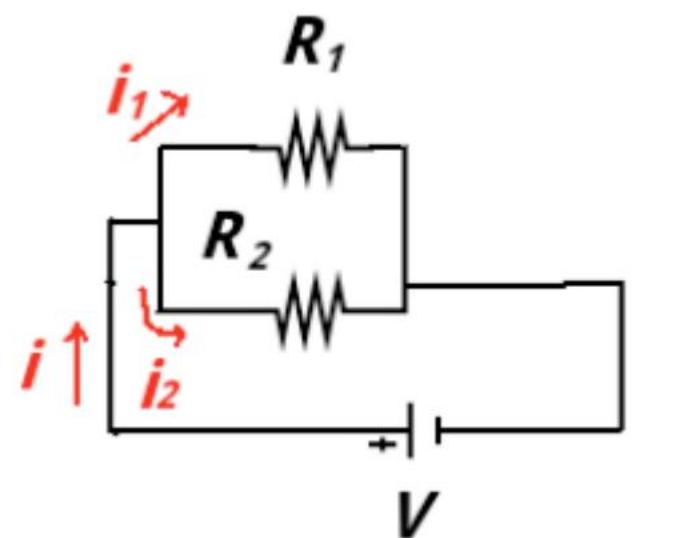
Quindi, per la seconda legge di Kirkhoff :

$$V - iR_1 - iR_2 = 0 \text{ da cui otteniamo } V = i(R_1 + R_2) = iR_{\text{eq}}$$

133

APPLICAZIONE delle LEGGI DI KIRKHOFF

Resistenze in parallelo



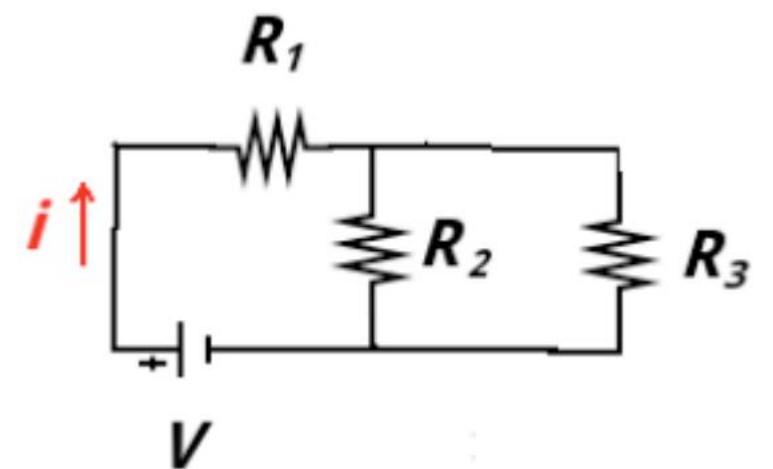
Nel caso del parallelo, la corrente i si divide in due correnti che circolano sui rami delle resistenze in parallelo. Gli estremi dei rami che contengono i resistori sono tenuti alla stessa tensione V . Per la prima legge d' Kirkhoff :

$$i = i_1 + i_2 \text{ da cui otteniamo } V/R = V/R_1 + V/R_2$$

134

APPLICAZIONE delle LEGGI DI KIRKHOFF

Successione di resistenze in serie e parallelo



Al generatore sono connesse una successione di resistenze in serie ed in parallelo. Per trovare la resistenza equivalente di calcola il parallelo tra R_2 e R_3 e il risultato si somma in serie con R_1

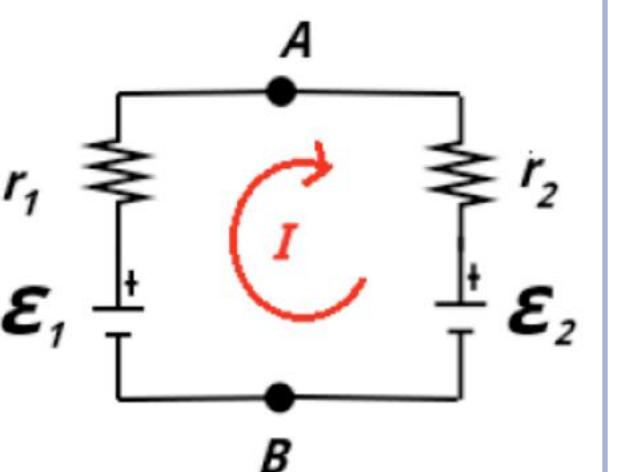
$$R_e = R_1 + \left(\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right)$$

135

ESERCIZIO CIRCUITI 1

Nel circuito in figura, la differenza di potenziale tra i capi A e B e' di $V = 10$ V. $r_1 = 1 \Omega$, $r_2 = 2 \Omega$, $\epsilon_1 = 12$ V.

Trovare ϵ_2



136

ESERCIZIO CIRCUITI 1

Nel circuito in figura, la differenza di potenziale tra i capi A e B è di $V = 10 \text{ V}$. $r_1 = 1 \Omega$, $r_2 = 2 \Omega$, $\epsilon_1 = 12 \text{ V}$.

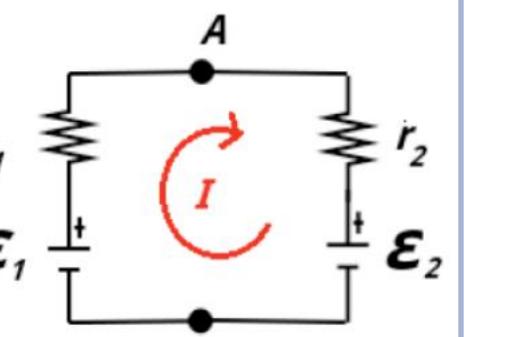
Trovare ϵ_2

Maglia in cui circola la stessa corrente i

$$\epsilon_1 - Ir_1 - Ir_2 - \epsilon_2 = 0$$

$$I = \frac{\epsilon_1}{r_1 + r_2} - \frac{\epsilon_2}{r_1 + r_2}$$

$$\Delta V = -Ir_1 + \epsilon_1$$



Sostituendo I :

$$\epsilon_2 = \frac{1}{r_2}(\Delta V(r_1 + r_2) - \epsilon_1 r_2) = 6 \text{ V}$$

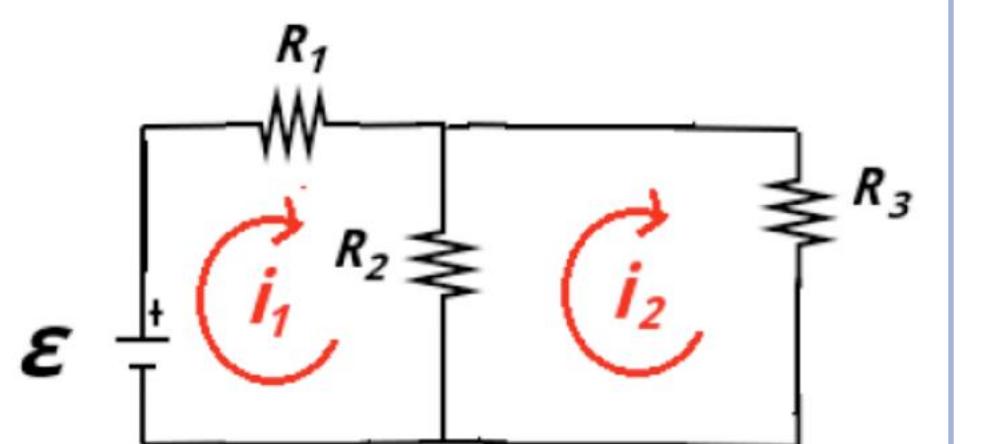
137

ESERCIZIO CIRCUITI 2

Nel circuito in figura, $\epsilon = 9 \text{ V}$, $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 4\Omega$

Trovare:

- la resistenza equivalente vista dal generatore
- le correnti di maglia i_1 e i_2 .



138

ESERCIZIO CIRCUITI 2

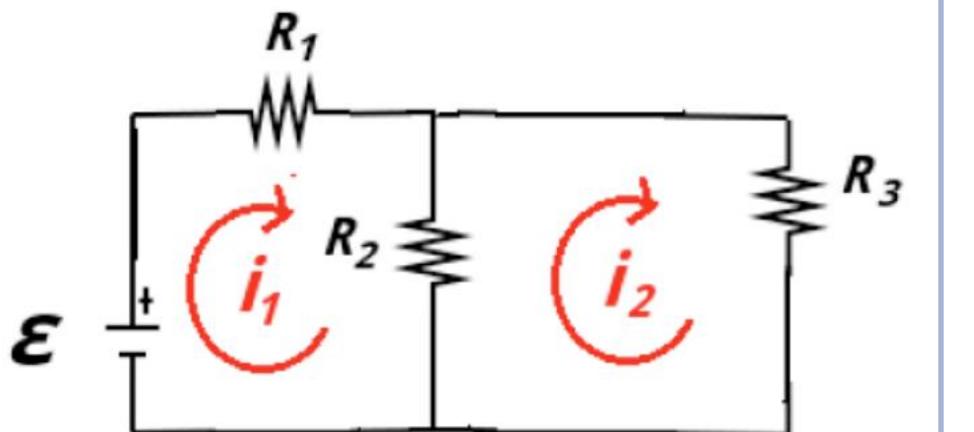
Nel circuito in figura, $\varepsilon = 9 \text{ V}$, $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 4\Omega$

Trovare:

- la resistenza equivalente vista dal generatore
- le correnti di maglia i_1 e i_2 .

a) R_2 ed R_3 sono in parallelo.

La loro resistenza equivalente è
 $1/R_{23} = 1/R_2 + 1/R_3$



R_{23} è in serie ad R_1 , da cui si ricava la resistenza equivalente vista dal generatore:

$$R_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = 3 \Omega$$

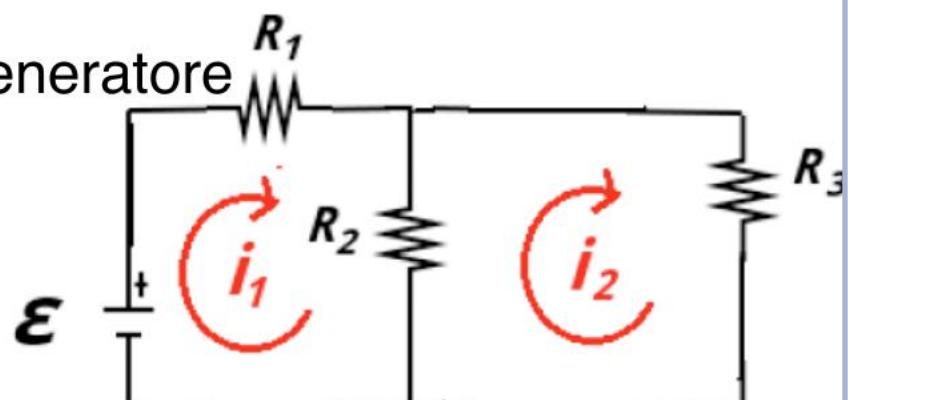
139

ESERCIZIO CIRCUITI 2

Nel circuito in figura, $\varepsilon = 9 \text{ V}$, $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 4\Omega$

Trovare:

- la resistenza equivalente vista dal generatore
- le correnti di maglia i_1 e i_2 .



b)

Le equazioni per le due maglie (scegliendo un verso orario) sono:

$$\begin{aligned}\varepsilon - i_1 R_1 - i_1 R_2 + i_2 R_2 &= 0 \\ i_1 R_2 - i_2 R_2 - i_2 R_3 &= 0\end{aligned}$$

da cui:

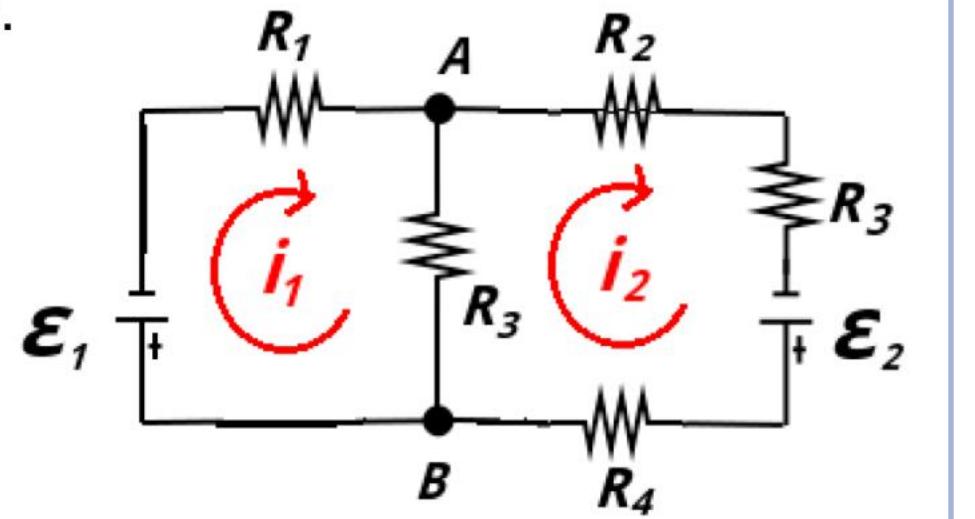
$$i_1 = 3.0 \text{ A}$$

$$i_2 = 1.5 \text{ A}$$

140

ESERCIZIO CIRCUITI 3

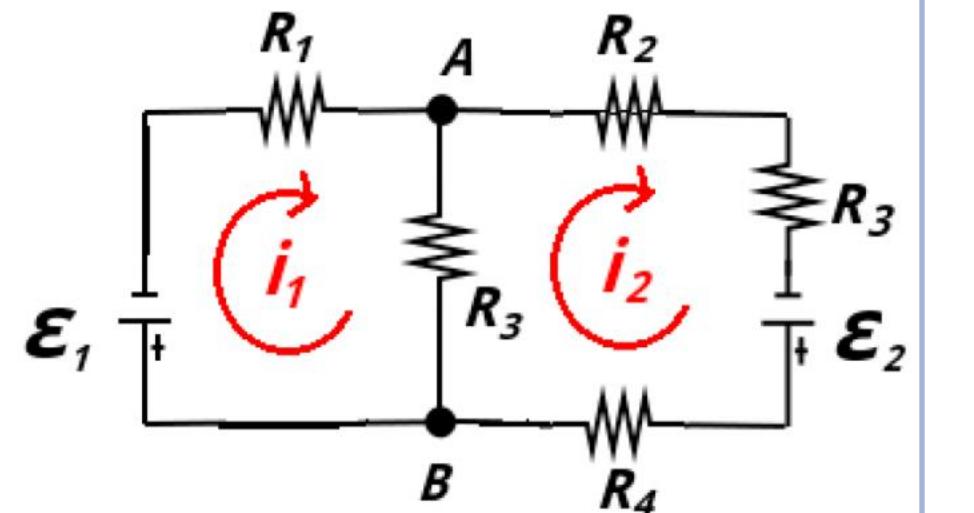
Nel circuito in figura, $\epsilon_1 = 18 \text{ V}$, $\epsilon_2 = 12 \text{ V}$, $R_1 = 12\Omega$, $R_2 = 2.0\Omega$,
 $R_3 = 6.0\Omega$ e $R_4 = 4\Omega$
Trovare le correnti di maglia i_1 e i_2 .



141

ESERCIZIO CIRCUITI 3

Nel circuito in figura, $\epsilon_1 = 18 \text{ V}$, $\epsilon_2 = 12 \text{ V}$, $R_1 = 12\Omega$, $R_2 = 2.0\Omega$,
 $R_3 = 6.0\Omega$ e $R_4 = 4\Omega$
Trovare le correnti di maglia i_1 e i_2 .



In senso orario:

$$-\epsilon_1 - i_1 R_1 - i_1 R_3 + i_2 R_3 = 0$$

$$i_1 R_3 - i_2 R_3 - i_2 (R_2 + R_3 + R_4) + \epsilon_2 = 0$$

$$i_1 = -0.90 \text{ A}$$

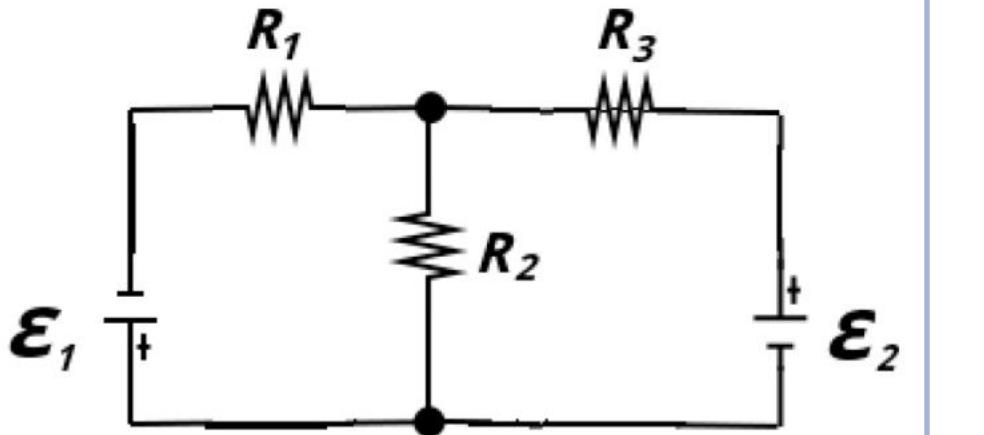
$$i_2 = 0.30 \text{ A}$$

142

ESERCIZIO CIRCUITI 4

Nel circuito in figura, $\epsilon_1 = 10 \text{ V}$, $\epsilon_2 = 2 \text{ V}$, e tutte le resistenze hanno valore 100Ω

Trovare la potenza termica dissipata sulla resistenza R_2



143

ESERCIZIO CIRCUITI 4

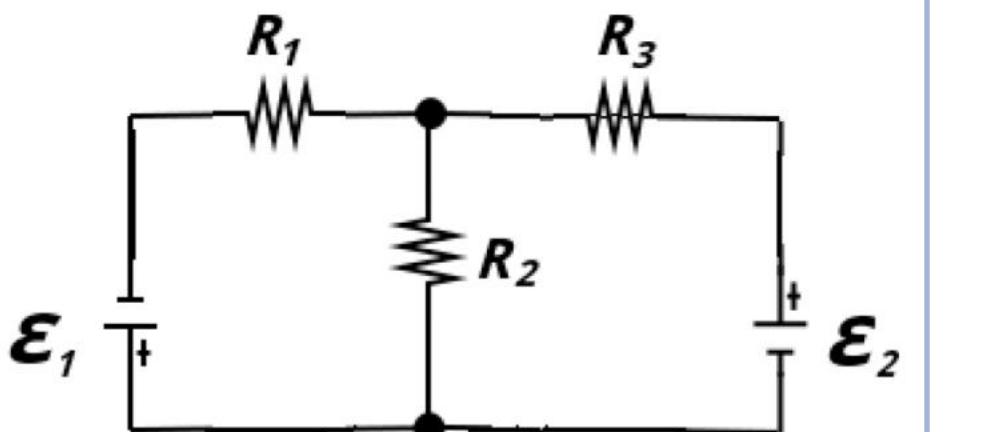
Nel circuito in figura, $\epsilon_1 = 10 \text{ V}$, $\epsilon_2 = 2 \text{ V}$, e tutte le resistenze hanno valore 100Ω

Trovare la potenza termica dissipata sulla resistenza R_2

In senso orario:

$$-\epsilon_1 - i_1 R_1 - i_1 R_2 + i_2 R_2 = 0$$

$$i_1 R_2 - i_2 R_2 - i_2 R_3 - \epsilon_2 = 0$$



$$i_1 = -73 \text{ mA}$$

$$i_2 = -47 \text{ A}$$

$$i = i_1 - i_2$$

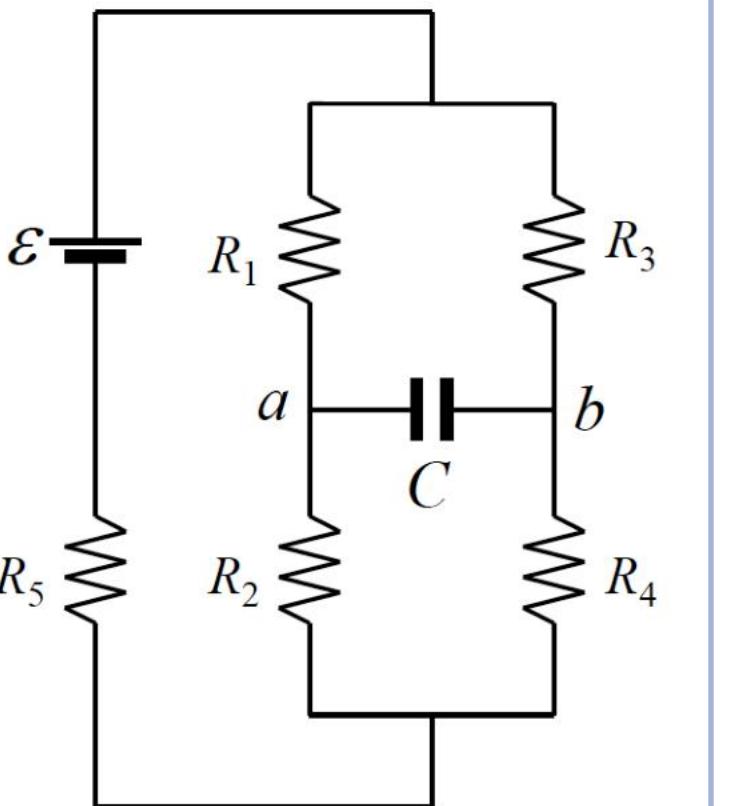
$$\mathcal{P} = i^2 R = 71 \text{ mW}$$

144

ESERCIZIO CIRCUITI 5

Il circuito in figura è in condizioni stazionarie e i valori dei componenti sono $\mathcal{E} = 25 \text{ V}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 8 \Omega$, $R_4 = 2 \Omega$, $R_5 = 5 \Omega$, $C = 3 \mu\text{F}$. Determinare:

- la d.d.p. $V_a - V_b$;
- la carica presente sul condensatore.



145

ESERCIZIO

Condizioni stazionarie: il condensatore si comporta come un circuito aperto.

R_1 e R_2 in serie; l'equivalente è:

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 5 \Omega.$$

R_3 e R_4 in serie; l'equivalente è:

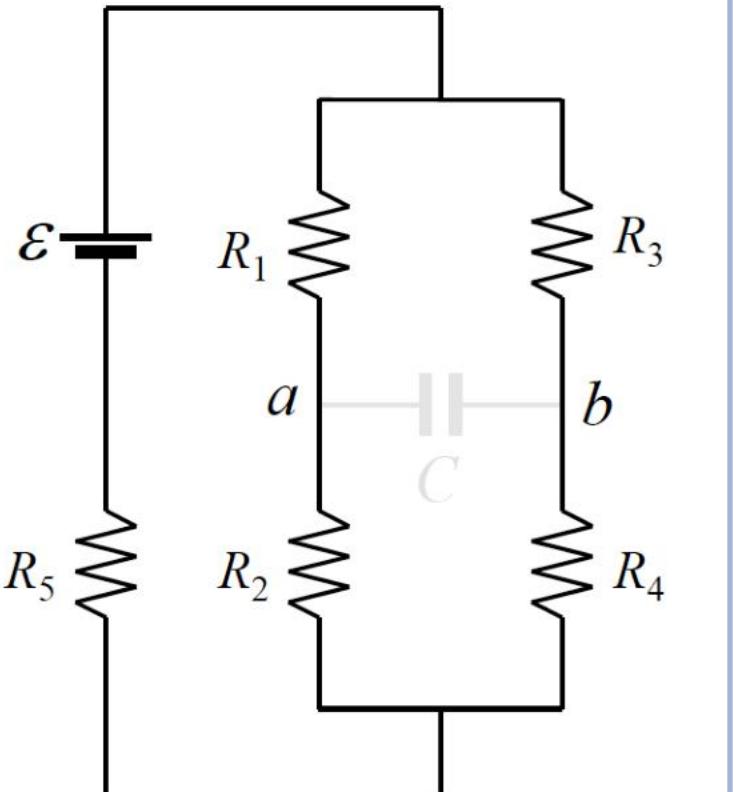
$$R_{34} = R_3 + R_4 = 10 \Omega.$$

R_{12} e R_{34} in parallelo; l'equivalente è:

$$\frac{1}{R_{1234}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{34}} \Rightarrow R_{1234} = 3.33 \Omega.$$

R_{1234} e R_5 in serie; l'equivalente è la resistenza totale applicata al generatore:

$$R_{tot} = R_{1234} + R_5 = 8.33 \Omega.$$



145

ESERCIZIO

La corrente erogata dal generatore è quindi:

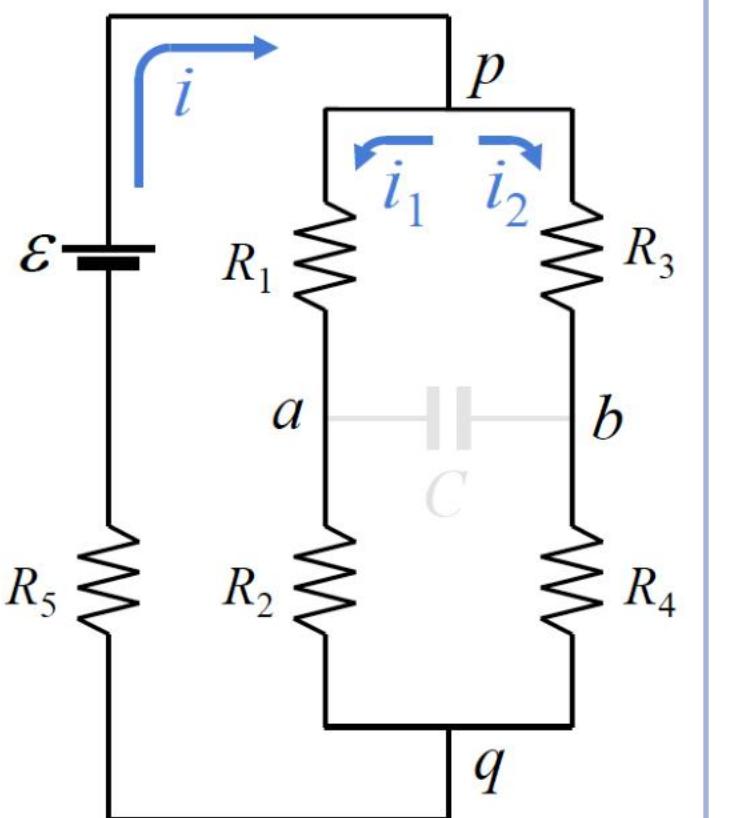
$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_{tot}} = 3 \text{ A}$$

Ora procediamo a ritroso: troviamo la d.d.p. tra i punti *p* e *q*:

$$V_{pq} = i R_{1234} = 10 \text{ V}$$

e con essa calcoliamo le correnti nei due rami:

$$i_1 = \frac{V_{pq}}{R_{12}} = 2 \text{ A} \quad i_2 = \frac{V_{pq}}{R_{34}} = 1 \text{ A}$$



147

ESERCIZIO

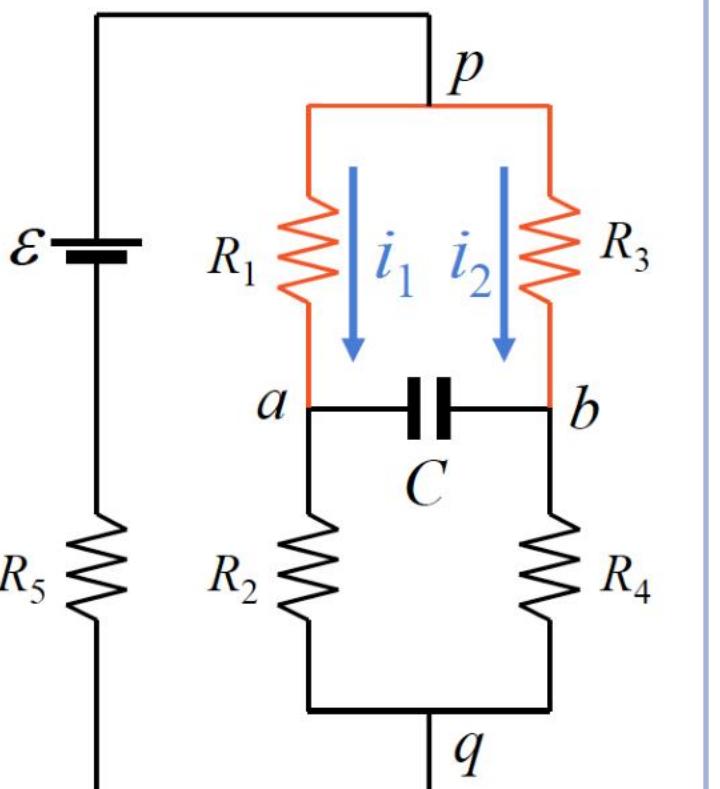
a) Ora possiamo calcolare la d.d.p. tra *a* e *b* sul percorso aperto che passa per *p*:

$$V_a + i_1 R_1 - i_2 R_3 = V_b$$

$$\Rightarrow V_a - V_b = -i_1 R_1 + i_2 R_3 = 6 \text{ V}$$

b) La carica sul condensatore è

$$q = C(V_a - V_b) = 18 \mu\text{C}$$

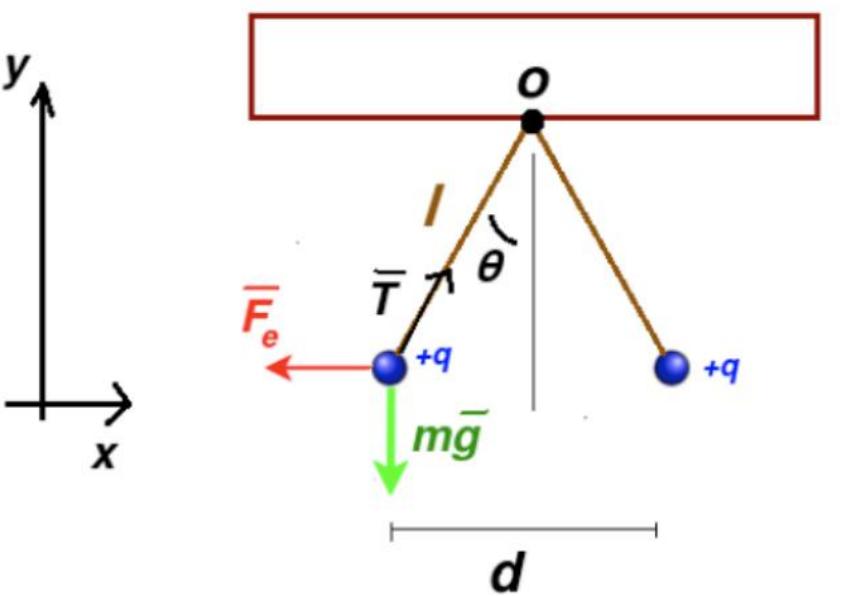


148

ESERCIZIO 1

Due masse identiche ($m = 5.0 \text{ g}$) e con stessa carica q si trovano appese verticalmente tramite due fili inestensibili di lunghezza $l = 10 \text{ cm}$ che hanno in comune il punto di ancoraggio al soffitto. Alla condizione di equilibrio il modulo della tensione di ciascun filo è $T = 0.098 \text{ N}$.

Si trovi q .



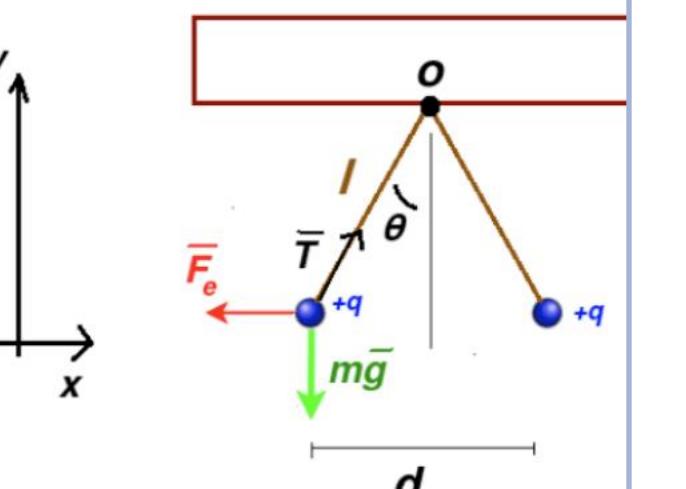
ESERCIZIO 1

Due masse identiche ($m = 5.0 \text{ g}$) e con stessa carica q si trovano appese verticalmente tramite due fili inestensibili di lunghezza $l = 10 \text{ cm}$ che hanno in comune il punto di ancoraggio al soffitto. Alla condizione di equilibrio il modulo della tensione di ciascun filo è $T = 0.098 \text{ N}$.

Si trovi q .

Su ciascuna massa agisce la forza peso, la forza elettrostatica e la tensione del filo.
Data la simmetria del problema, si può studiare solo una delle due masse. L'equilibrio si ha per:

$$\vec{F}_e + \vec{T} + \vec{mg} = \vec{0}$$



ESERCIZIO 1

Due masse identiche ($m = 5.0 \text{ g}$) e con stessa carica q si trovano appese verticalmente tramite due fili inestensibili di lunghezza $l = 10 \text{ cm}$ che hanno in comune il punto di ancoraggio al soffitto. Alla condizione di equilibrio il modulo della tensione di ciascun filo è $T = 0.098 \text{ N}$.

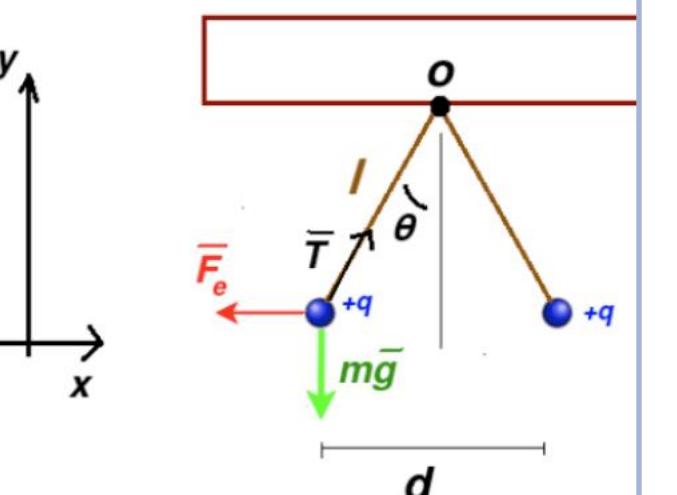
Si trovi q .

Su ciascuna massa agisce la forza peso, la forza elettrostatica e la tensione del filo.

Data la simmetria del problema, si può studiare solo una delle due masse. L'equilibrio si ha per:

$$\vec{F}_e + \vec{T} + m\vec{g} = \vec{0}$$

$$\hat{x} : -F_e + T \sin \theta = 0$$



Componenti cartesiane

$$\hat{y} : T \cos \theta - mg = 0$$

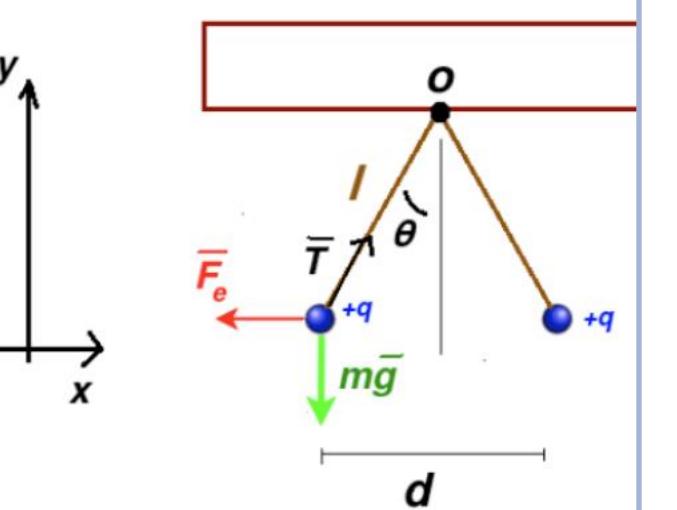
ESERCIZIO 1

Due masse identiche ($m = 5.0 \text{ g}$) e con stessa carica q si trovano appese verticalmente tramite due fili inestensibili di lunghezza $l = 10 \text{ cm}$ che hanno in comune il punto di ancoraggio al soffitto. Alla condizione di equilibrio il modulo della tensione di ciascun filo è $T = 0.098 \text{ N}$.

Si trovi q .

Si ricava θ :

$$\theta = \arccos \left(\frac{mg}{T} \right)$$



Sostituendo l'espressione per F_e :

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{d^2} - T \sin \theta = 0$$

d si può esprimere come:

$$d = 2l \sin \theta$$

Quindi:

$$q = 4l \sqrt{\pi\epsilon_0 T} \sin^{3/2} \theta = 0.53 \text{ } \mu\text{C}$$

ESERCIZIO 2

Una particella di massa m 40 g e carica q 10 nC si trova in un punto molto lontano da una carica Q 1 uC e con velocità diretta verso quest'ultima e di modulo v 10 cm/s. Qual è la distanza minima d di avvicinamento?

ESERCIZIO 2

Una particella di massa $m = 40 \text{ g}$ e carica $q = 10 \text{ nC}$ si trova in un punto molto lontano da una carica $Q = 1 \text{ uC}$ e con velocità diretta verso quest'ultima e di modulo $v = 10 \text{ cm/s}$. Qual è la distanza minima d di avvicinamento?

Dato che le forze in gioco sono conservative si conserva l'energia meccanica:

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

Per i dati del problema:

$$U_f = K_1$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{d} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$d = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{mv^2} = 450 \text{ m}$$

ESERCIZIO 3

(Esperimento di Millikan) Una goccia di olio di raggio $r = 1.64 \mu\text{m}$ e densità di massa $\rho = 0.851 \text{ g/cm}^3$ si trova sospesa verticalmente in una camera in cui c'è un campo elettrico \vec{E} diretto verso il basso e di modulo $1.92 \cdot 10^5 \text{ N/C}$. Se la goccia resta in equilibrio, quanto è la sua carica espressa in multipli di e ?

ESERCIZIO 3

(Esperimento di Millikan) Una goccia di olio di raggio $r = 1.64 \mu\text{m}$ e densità di massa $\rho = 0.851 \text{ g/cm}^3$ si trova sospesa verticalmente in una camera in cui c'è un campo elettrico \vec{E} diretto verso il basso e di modulo $1.92 \cdot 10^5 \text{ N/C}$. Se la goccia resta in equilibrio, quanto è la sua carica espressa in multipli di e ?

All'equilibrio, proiettando le forze lungo l'asse verticale:

$$mg + qE = 0$$

dove:

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

quindi:

$$q = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g / E = -8.0 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\frac{q}{e} = -5$$

$$q = -5e$$

ESERCIZIO 4

Un dipolo elettrico è costituito da cariche di modulo 150 nC ad una distanza di $6.20 \mu\text{m}$ e viene immerso in un campo elettrico uniforme di intensità $E = 1100 \text{ N/C}$. Si trovi:

- a) il modulo del momento di dipolo
- b) il modulo τ del momento torcente quando \vec{E} forma un angolo di 90° con il momento di dipolo

ESERCIZIO 4

Un dipolo elettrico è costituito da cariche di modulo 150 nC ad una distanza di 6.20 μm e viene immerso in un campo elettrico uniforme di intensità E 1100 N/C. Si trovi:

- a) il modulo del momento di dipolo
- b) il modulo τ del momento torcente quando \vec{E} forma un angolo di 90° con il momento di dipolo

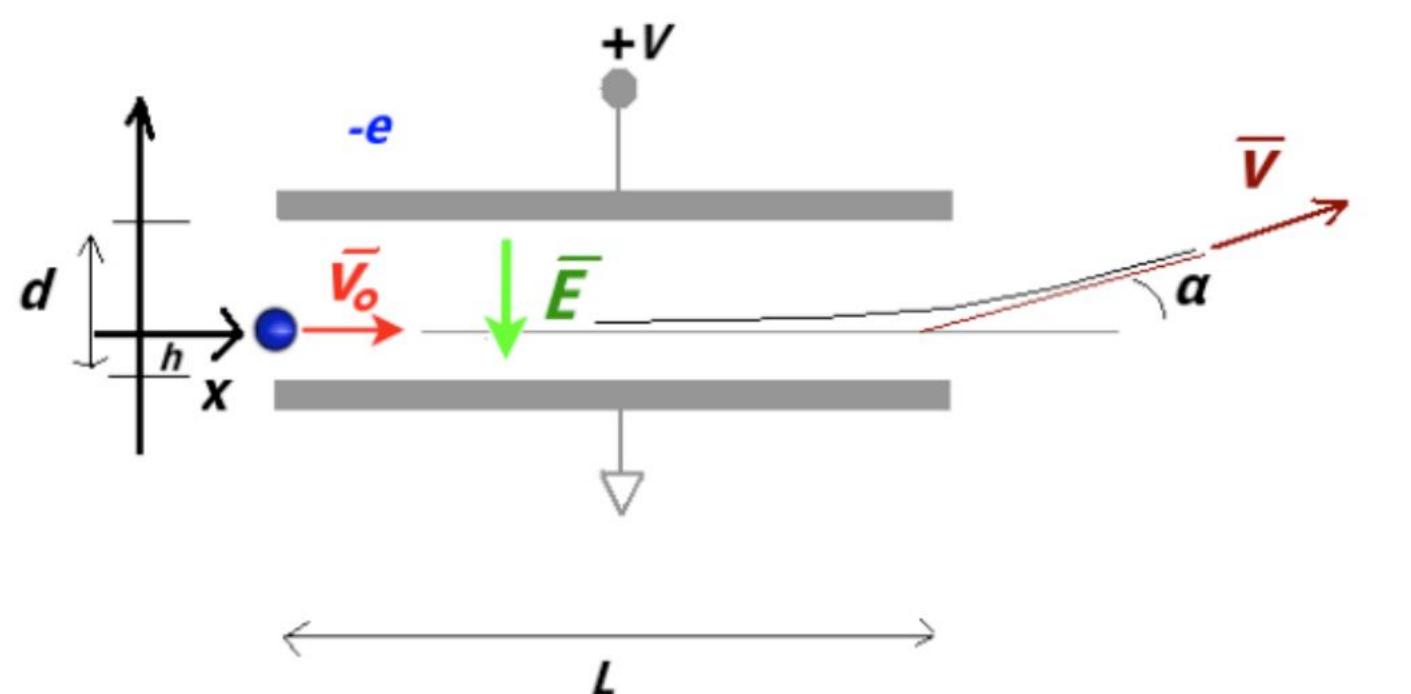
$$\text{a)} |\vec{p}| = qd = 9.30 \cdot 10^{-15} \text{ Cm.}$$

$$\text{b)} \vec{\tau} = \vec{p} \wedge \vec{E}.$$

$$|\vec{\tau}| = pE \sin \frac{\pi}{2} = pE = 1.02 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}$$

ESERCIZIO 5

Un elettrone entra nella zona compresa tra due armature caricate di un condensatore a facce piane e parallele con velocità parallela alle armature e di modulo $v_0 = 10^7 \text{ m/s}$. Le armature sono di forma quadrata di lato $L = 5.0 \text{ cm}$ e distanti tra loro di $d = 0.50 \text{ cm}$. L'armatura inferiore è collegata a massa, mentre quella superiore è alla tensione (rispetto a massa) di $+V$. Determinare la massima distanza del punto di ingresso dell'elettrone dall'armatura inferiore perché non collida con quella superiore prima di uscire dal condensatore e la velocità v nel punto di uscita.



STRUTTURA DELL'ATOMO

Parametri fisici delle particelle dell'atomo

	Carica	Massa
Elettrone	$-1.6 \cdot 10^{-19}$ C	$9.1 \cdot 10^{-31}$ kg
Protone	$1.6 \cdot 10^{-19}$ C	$1.6 \cdot 10^{-27}$ kg
Neutrone	0	$1.6 \cdot 10^{-27}$ kg

161

ESERCIZIO 5

Un elettrone entra nella zona compresa tra due armature cariche di un condensatore a facce piane e parallele con velocità parallela alle armature e di modulo $v_0 = 10^7$ m/s. Le armature sono di forma quadrata di lato $L = 5.0$ cm e distanti tra loro di $d = 0.50$ cm. L'armatura inferiore è collegata a massa, mentre quella superiore è alla tensione (rispetto a massa) di $+V$. Determinare la massima distanza del punto di ingresso dell'elettrone dall'armatura inferiore perché non collida con quella superiore prima di uscire dal condensatore e la velocità \bar{v} nel punto di uscita.

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

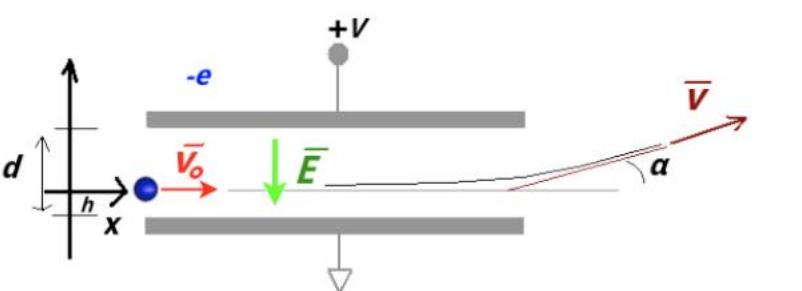
$$e\mathbf{E} = m\mathbf{a}$$

L'elettrone subisce una acc. uniforme

$$\vec{d} = -\frac{e\vec{E}}{m}$$

$$\hat{x} \quad a_x = 0$$

$$\hat{y} \quad a_y = \frac{eE}{m}$$



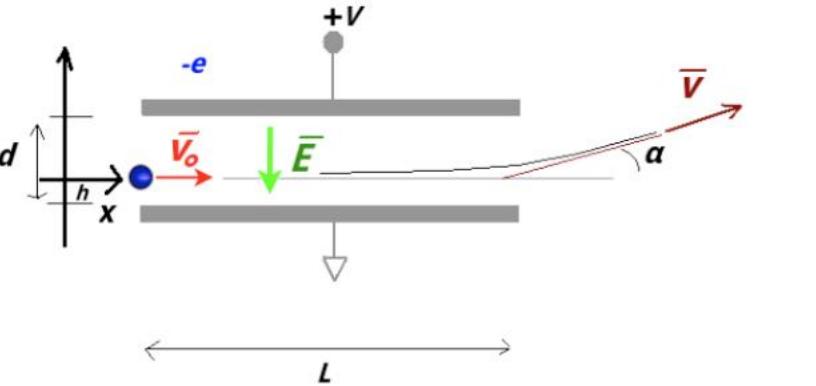
162

ESERCIZIO 5

Un elettrone entra nella zona compresa tra due armature cariche di un condensatore a facce piane e parallele con velocità parallela alle armature e di modulo $v_0 = 10^7$ m/s. Le armature sono di forma quadrata di lato $L = 5.0$ cm e distanti tra loro di $d = 0.50$ cm. L'armatura inferiore è collegata a massa, mentre quella superiore è alla tensione (rispetto a massa) di 10 V. Determinare la massima distanza del punto di ingresso dell'elettrone dall'armatura inferiore perché non collida con quella superiore prima di uscire dal condensatore e la velocità \bar{v} nel punto di uscita.

$$\text{Per un condensatore piano } E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{V}{d}$$

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{eV}{md} \end{cases}$$



Leggi della cinematica considerando il moto uniforme lungo x e uniformemente accelerato lungo y:
(l'origine del sistema di riferimento nel punto di ingresso dell'elettrone)

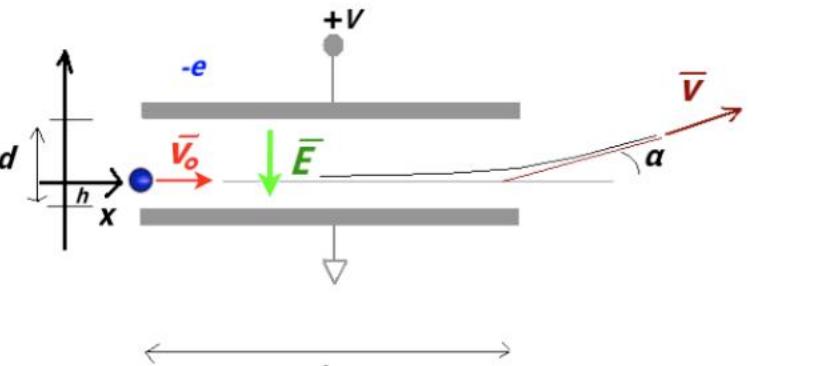
$$\begin{cases} v_x = v_{x0} \\ v_y = a_y t + v_{y0} \end{cases} \quad \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = \frac{1}{2} \frac{eV}{md} t^2 \end{cases}$$

163

ESERCIZIO 5

Un elettrone entra nella zona compresa tra due armature cariche di un condensatore a facce piane e parallele con velocità parallela alle armature e di modulo $v_0 = 10^7$ m/s. Le armature sono di forma quadrata di lato $L = 5.0$ cm e distanti tra loro di $d = 0.50$ cm. L'armatura inferiore è collegata a massa, mentre quella superiore è alla tensione (rispetto a massa) di 10 V. Determinare la massima distanza del punto di ingresso dell'elettrone dall'armatura inferiore perché non collida con quella superiore prima di uscire dal condensatore e la velocità \bar{v} nel punto di uscita.

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = \frac{1}{2} \frac{eV}{md} t^2 \end{cases}$$



Trovando t nella prima e sostituendolo nella seconda:

$$y(t) = \frac{eV}{2mdv_0^2} x(t)^2$$

Quindi l'elettrone compirà una traiettoria parabolica, in analogia con il moto parabolico. alla fine del condensatore, $x(t') = L$, dove $t' = L/v_0$. Coordinata x all'uscita dal condensatore = L

$$y(t') = 0.44 \text{ cm} \quad \text{Coordinata y all'uscita dal condensatore calcolata}^{164} \text{ rispetto alla posizione in ingresso lungo y}$$

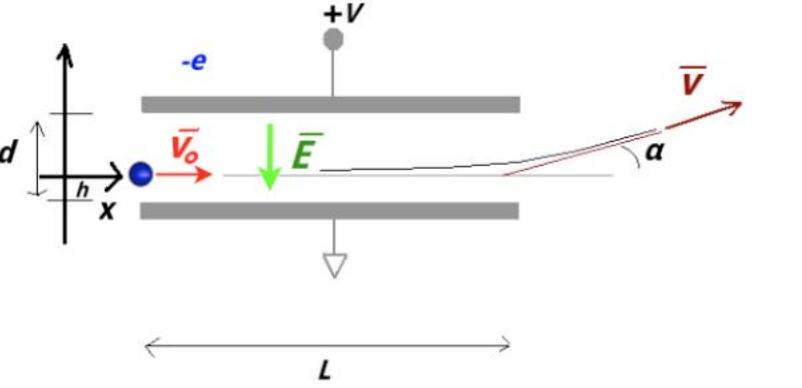
ESERCIZIO 5

Un elettrone entra nella zona compresa tra due armature cariche di un condensatore a facce piane e parallele con velocità parallela alle armature e di modulo $v_0 = 10^7 \text{ m/s}$. Le armature sono di forma quadrata di lato $L = 5.0 \text{ cm}$ e distanti tra loro di $d = 0.50 \text{ cm}$. L'armatura inferiore è collegata a massa, mentre quella superiore è alla tensione (rispetto a massa) di $+V = 10 \text{ V}$. Determinare la massima distanza del punto di ingresso dell'elettrone dall'armatura inferiore perché non collida con quella superiore prima di uscire dal condensatore e la velocità \vec{v} nel punto di uscita.

$y(t')$ è la variazione di quota rispetto alla quota iniziale h
 $y(t') + h \leq d$

Quota in ingresso massima

$$h = d - y(t') = 0.06 \text{ cm}$$



165

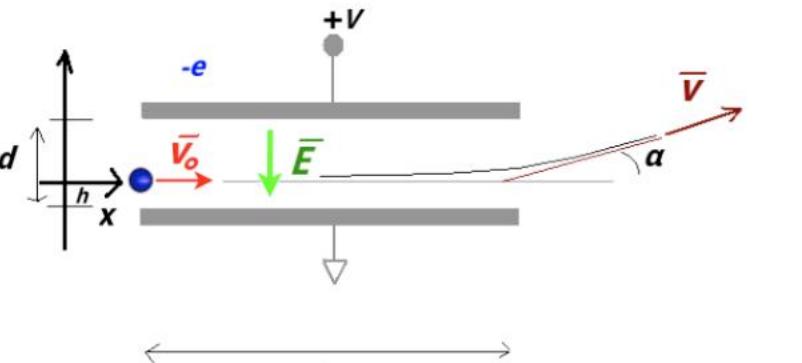
ESERCIZIO 5

Un elettrone entra nella zona compresa tra due armature cariche di un condensatore a facce piane e parallele con velocità parallela alle armature e di modulo $v_0 = 10^7 \text{ m/s}$. Le armature sono di forma quadrata di lato $L = 5.0 \text{ cm}$ e distanti tra loro di $d = 0.50 \text{ cm}$. L'armatura inferiore è collegata a massa, mentre quella superiore è alla tensione (rispetto a massa) di $+V = 10 \text{ V}$. Determinare la massima distanza del punto di ingresso dell'elettrone dall'armatura inferiore perché non collida con quella superiore prima di uscire dal condensatore e la velocità \vec{v} nel punto di uscita.

Calcoliamo la velocità:

All'uscita del condensatore avremo:

$$\begin{cases} v_x(t') = v_{x0} \\ v_y(t') = \frac{eV}{md} \frac{L}{v_0} \end{cases}$$



La velocità di uscita \vec{v} avrà quindi modulo:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_{x0}^2 + \left(\frac{eV}{md} \frac{L}{v_0}\right)^2} = 1.02 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

Questa velocità formerà un angolo α con l'asse x :

$$\alpha = \arctan \frac{v_y}{v_x} = \arctan \frac{eVL}{mdv_0^2} = 10.1^\circ$$

166