



# COMPUTER GRAPHICS

---

## ЗАСОБИ ПРОГРАМУВАННЯ КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ

# ЛЕКЦИЯ 9

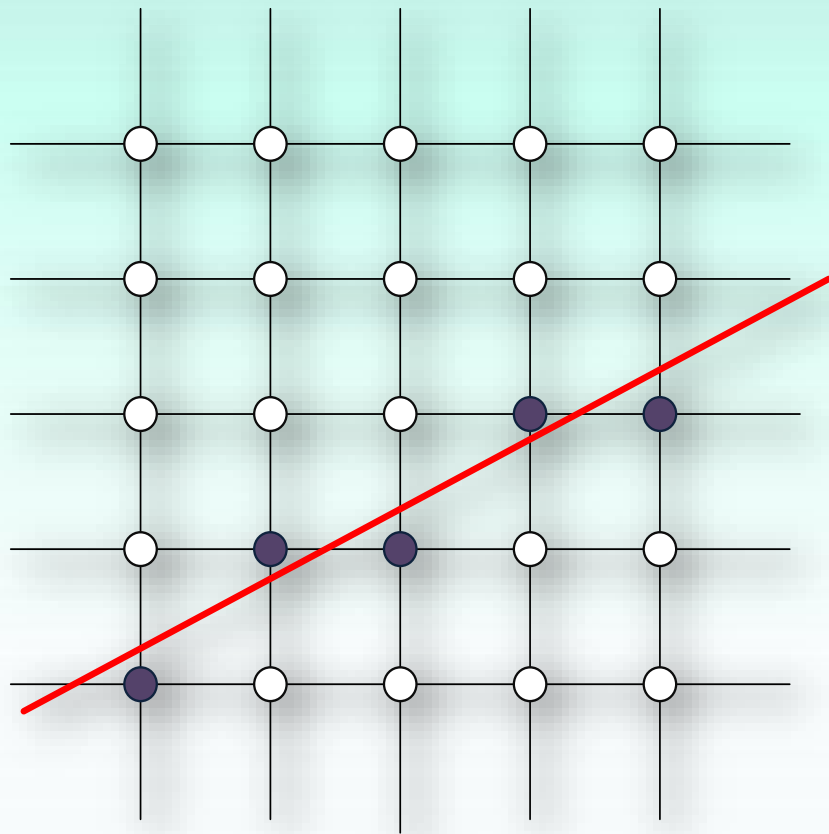
## РАСТЕРИЗАЦИЯ

**Алгоритмы растеризации графических примитивов**

- Отрезки
- Окружности

**Аппроксимация цвета вдоль отрезка**

# Растреризация отрезка прямой



Параметрическое задание  
прямой

$$S(x_S, y_S) \quad E(x_E, y_E)$$

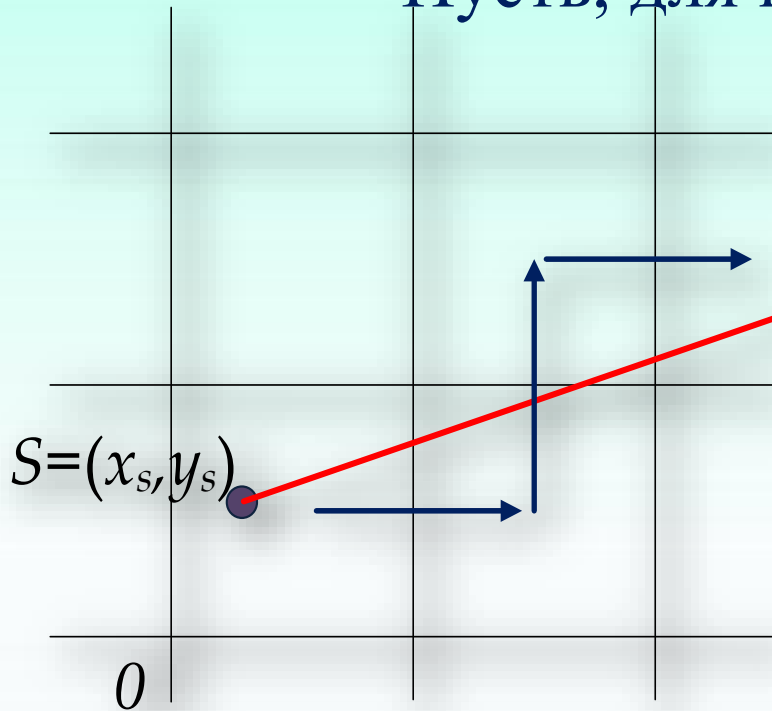
$$x = x_S + (x_E - x_S) * u$$

$$y = y_S + (y_E - y_S) * u$$

$u$  – параметр,  
который принимает  
значения от 0 до 1

# Параметрический алгоритм (4-связный, пл.зпт)

Пусть, для простоты  $x_S \in [0,1)$   
 $y_S \in [0,1)$



$$x = x_S + t^*(x_E - x_S)/C$$
$$y = y_S + t^*(y_E - y_S)/C$$
$$t \in [0, C]$$

$$d_x = C/(x_E - x_S)$$

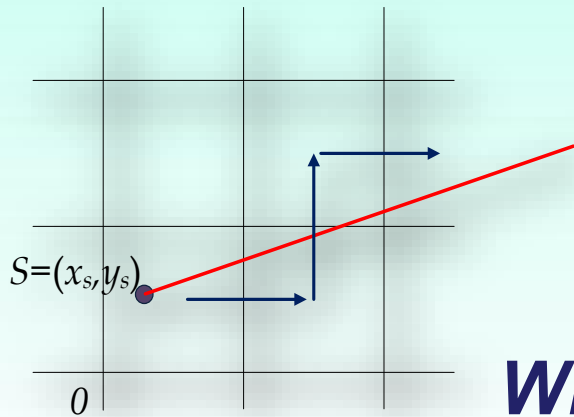
$$d_y = C/(y_E - y_S)$$

$d_x$  - приращение  $t$ , если  $x$  увеличивается на 1

$d_y$  - приращение  $t$ , если  $y$  увеличивается на 1

# Параметрический алгоритм (4-связный)

$$X_0 = d_x * (1 - x_s); Y_0 = d_y * (1 - y_s);$$



$l = 1, 2, \dots$

**While**  $X_l < C$  and  $Y_l < C$ :

**If**  $X_{l-1} > Y_{l-1}$ :

$Y_{\text{шаг}}[i, j + 1]; X_l = X_{l-1}, Y_l = Y_{l-1} + d_y;$

**If**  $X_{l-1} < Y_{l-1}$ :

$X_{\text{шаг}}[i + 1, j]; X_l = X_{l-1} + d_x, Y_l = Y_{l-1};$

# Параметрический алгоритм

ПРЯМАЯ (пример)

$$x_S = 0.5, y_S = 0.5$$

$$x_E = 8.5, y_E = 4.5$$

$$x = 0.5 + 8 * u, y = 0.5 + 4 * u, \quad 0 \leq u < 1$$

---

$$C = 100, t = u * 100$$

$$x = 0.5 + 0.08 * t, y = 0.5 + 0.04 * t, \quad 0 \leq t < 100$$

$$d_x = 12.5, d_y = 25$$

$$X_0 = 6.25, Y_0 = 12.5$$

# Параметрический алгоритм

(пример)

ПРЯМАЯ

$$X_0 = 6.25, Y_0 = 12.5$$

$$x = 0, y = 0$$

STEP 1:

$$X_0 = 6.25, Y_0 = 12.5 \rightarrow X_0 > Y_0 ? \text{ step } x / x = 1, y = 0$$

STEP 1:

$$X_1 = 18.75, Y_1 = 12.5 \rightarrow X_1 > Y_1 ? \text{ step } y / x = 1, y = 1$$

STEP 2:

$$X_2 = 18.75, Y_2 = 37.5 \rightarrow X_2 > Y_2 ? \text{ step } x / x = 2, y = 1$$

.....

$$\text{STEP 11: } X_{11} = 93.75, Y_{11} = 112.5 \rightarrow X_{11} > Y_{11} ?$$

$$\text{step } x / x = 8, y = 4$$

# Аппроксимация цвета вдоль отрезка прямой

Задан отрезок прямой  $S(x_S, y_S)$ ,  $E(x_E, y_E)$  .

$$k = (y_E - y_S) / (x_E - x_S) < 1 .$$

Количество шагов по Брезенхему  $N = (x_E - x_S)$  .

Заданы RGB цвета  $R_S, G_S, B_S$ , и  $R_E, G_E, B_E$  .

Простейший подход – линейная интерполяция каждой цветовой компоненты по параметру **номер шага**.

Пусть  $i=0, 1, \dots, N$  – номер шага. Тогда:

$$R_i = [(R_E - R_S) / N] * i + R_S ,$$

$$G_i = [(G_E - G_S) / N] * i + G_S ,$$

$$B_i = [(B_E - B_S) / N] * i + B_S .$$



# Алгоритм Брезенхема

## ОКРУЖНОСТЬ

Задана окружность  
радиус  $R$ .

Центр в начале координат.

$$x^2 + y^2 = R^2$$

Дуга в первом квадранте.

Обход по часовой.

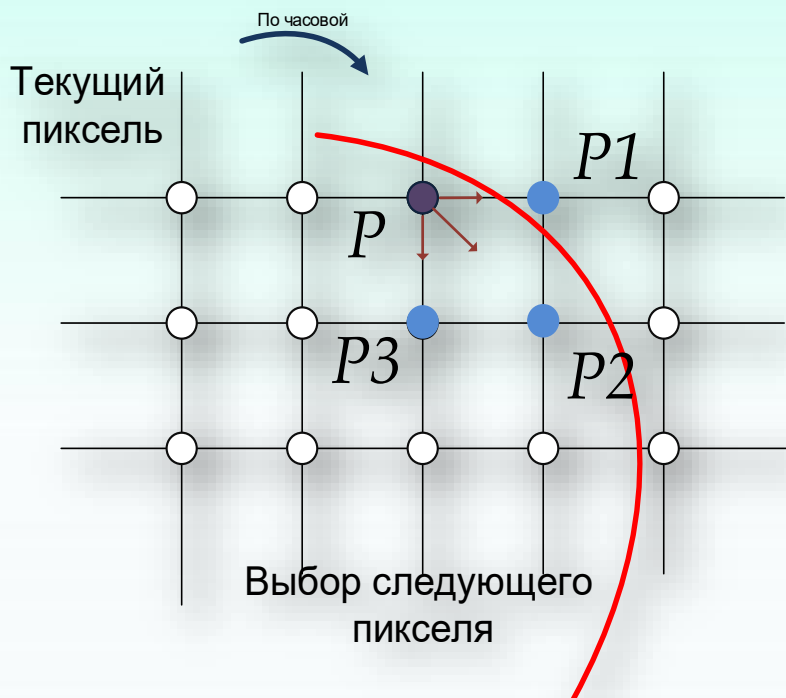
Найдена точка  $P$ .

*Три претендента*

$$P1(x_P + 1, y_P)$$

$$P2(x_P + 1, y_P - 1)$$

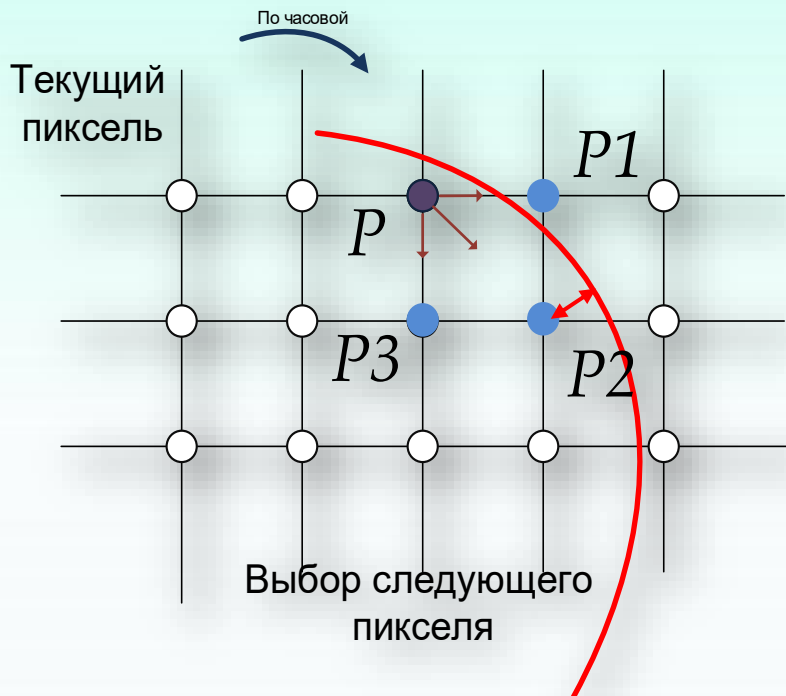
$$P3(x_P, y_P - 1)$$



# Алгоритм Брезенхема

## ОКРУЖНОСТЬ

$$E_{P2} = (x_P + 1)^2 + (y_P - 1)^2 - R^2$$

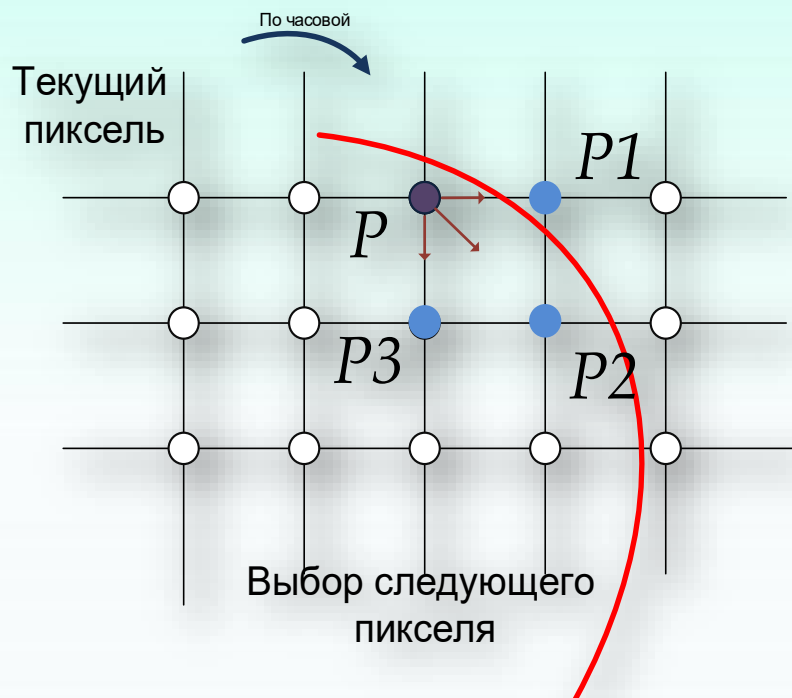


Случай А  $\rightarrow E_{P2} < 0$   
выбираем между  $P2$  и  $P1$

Случай В  $\rightarrow E_{P2} > 0$   
выбираем между  $P2$  и  $P3$

# Алгоритм Брезенхема

## ОКРУЖНОСТЬ



Случай А

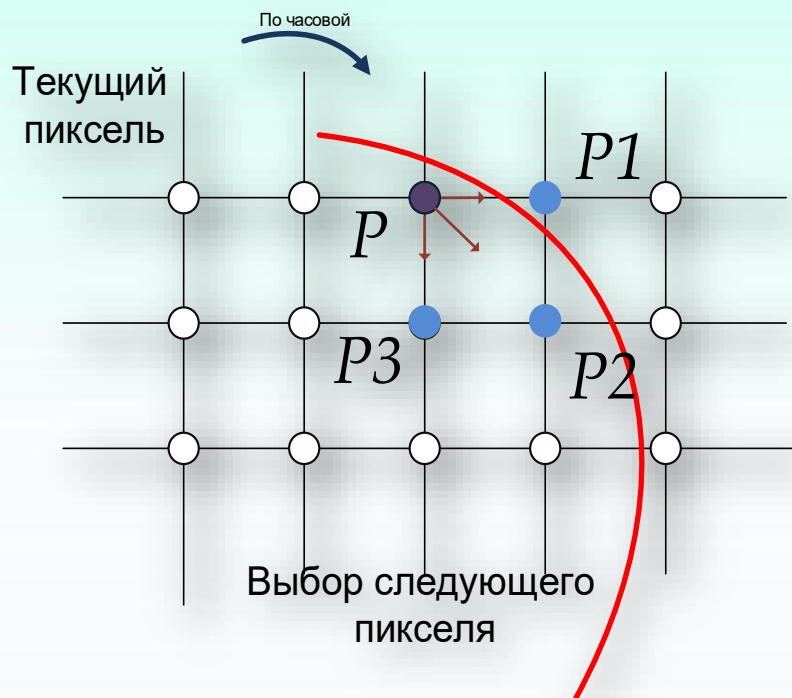
$$eps = |R_{P1}| - |R_{P2}| = \\ \frac{|(x_P + 1)^2 + y_P^2 - R^2|}{2} - \\ \frac{|(x_P + 1)^2 + (y_P - 1)^2 - R^2|}{2}$$

*If  $eps > 0$  выбираем  $P2$*

*If  $eps < 0$  выбираем  $P1$*

# Алгоритм Брезенхема

## ОКРУЖНОСТЬ



Случай В

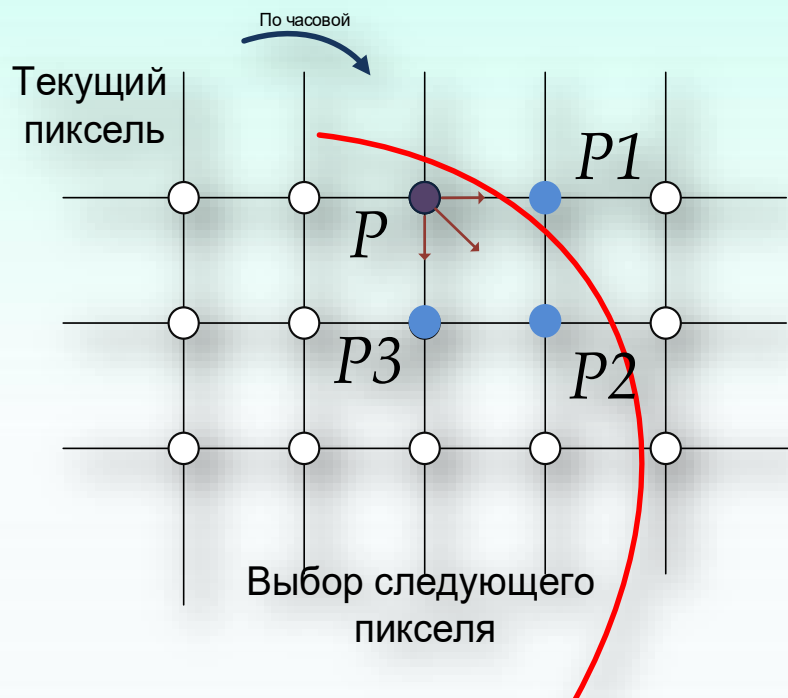
$$eps = |R_{P3}| - |R_{P2}| = \\ \frac{|x_P^2 + (y_P - 1)^2 - R^2|}{|x_P^2 + (y_P - 1)^2 - R^2|} - \frac{|(x_P + 1)^2 + (y_P - 1)^2 - R^2|}{|x_P^2 + (y_P - 1)^2 - R^2|}$$

*If  $eps > 0$  выбираем  $P2$*

*If  $eps < 0$  выбираем  $P3$*

# Алгоритм Брезенхема

## ОКРУЖНОСТЬ



Случай А

$$(x_P+1)^2 + y_P^2 - R^2 > 0$$

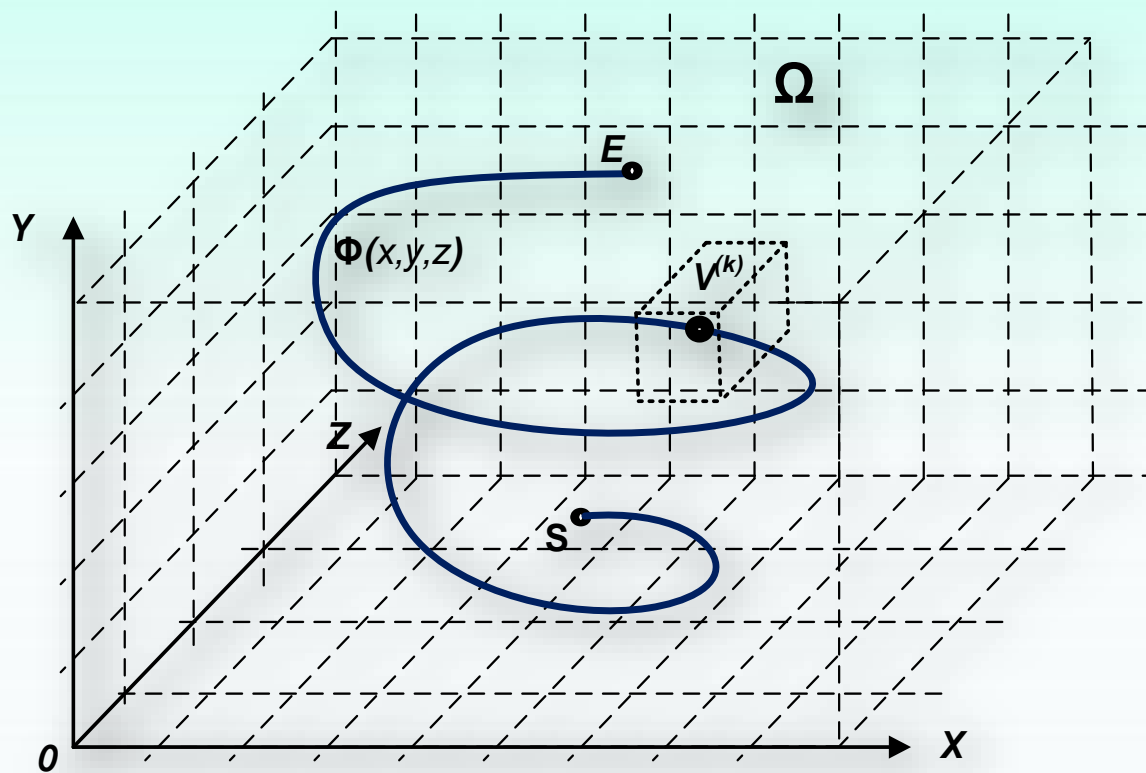
$$(x_P+1)^2 + (y_P-1)^2 - R^2 < 0$$

$$epss = (x_P+1)^2 + y_P^2 - R^2 + \\ + (x_P+1)^2 + (y_P-1)^2 - R^2$$

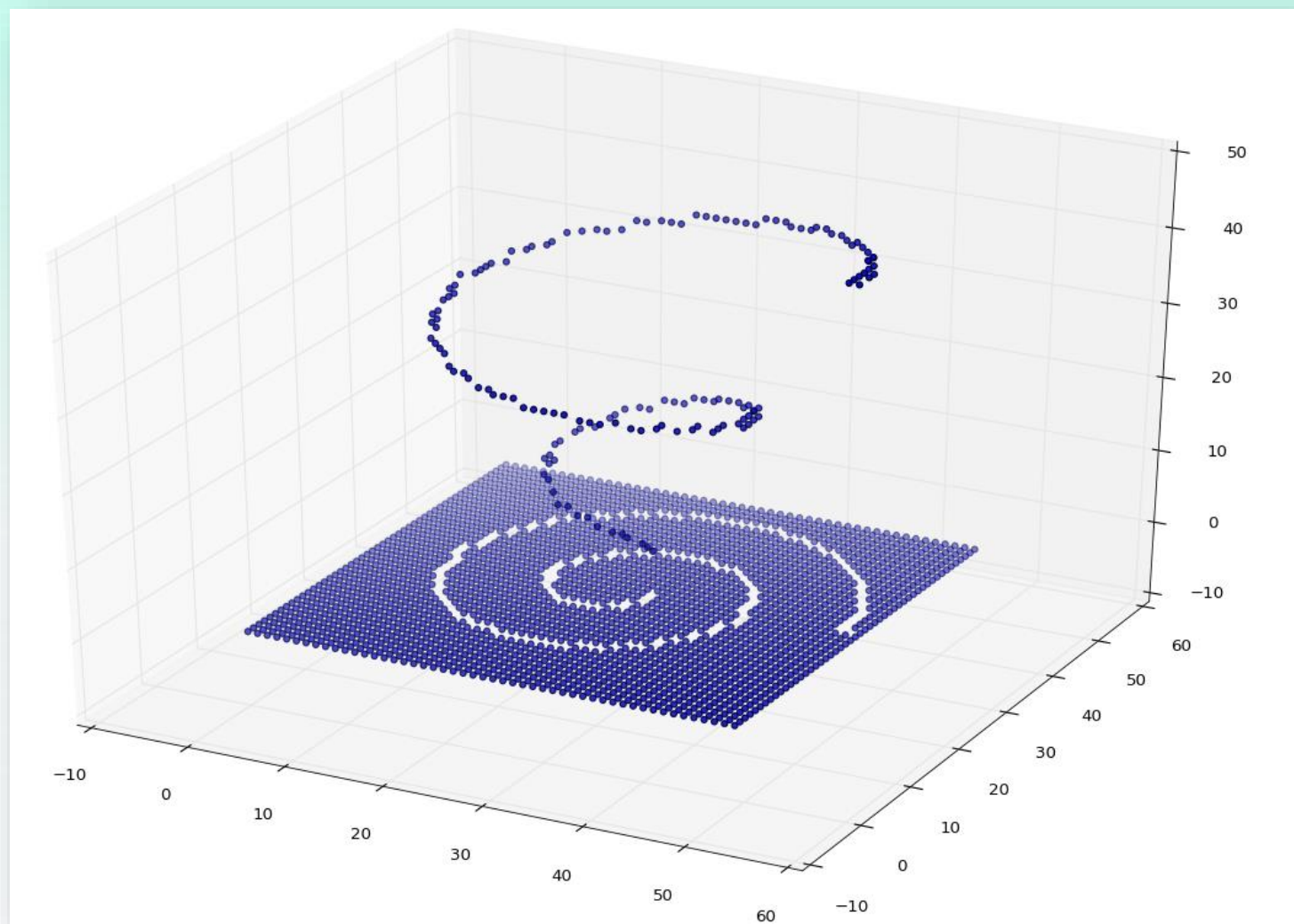
$$epss =$$

$$2[(x_P+1)^2 + (y_P-1)^2 - R^2] \\ + 2y_P - 1 = 2[E_{P2} + y_P] - 1$$

# 3D растр. Воксели.

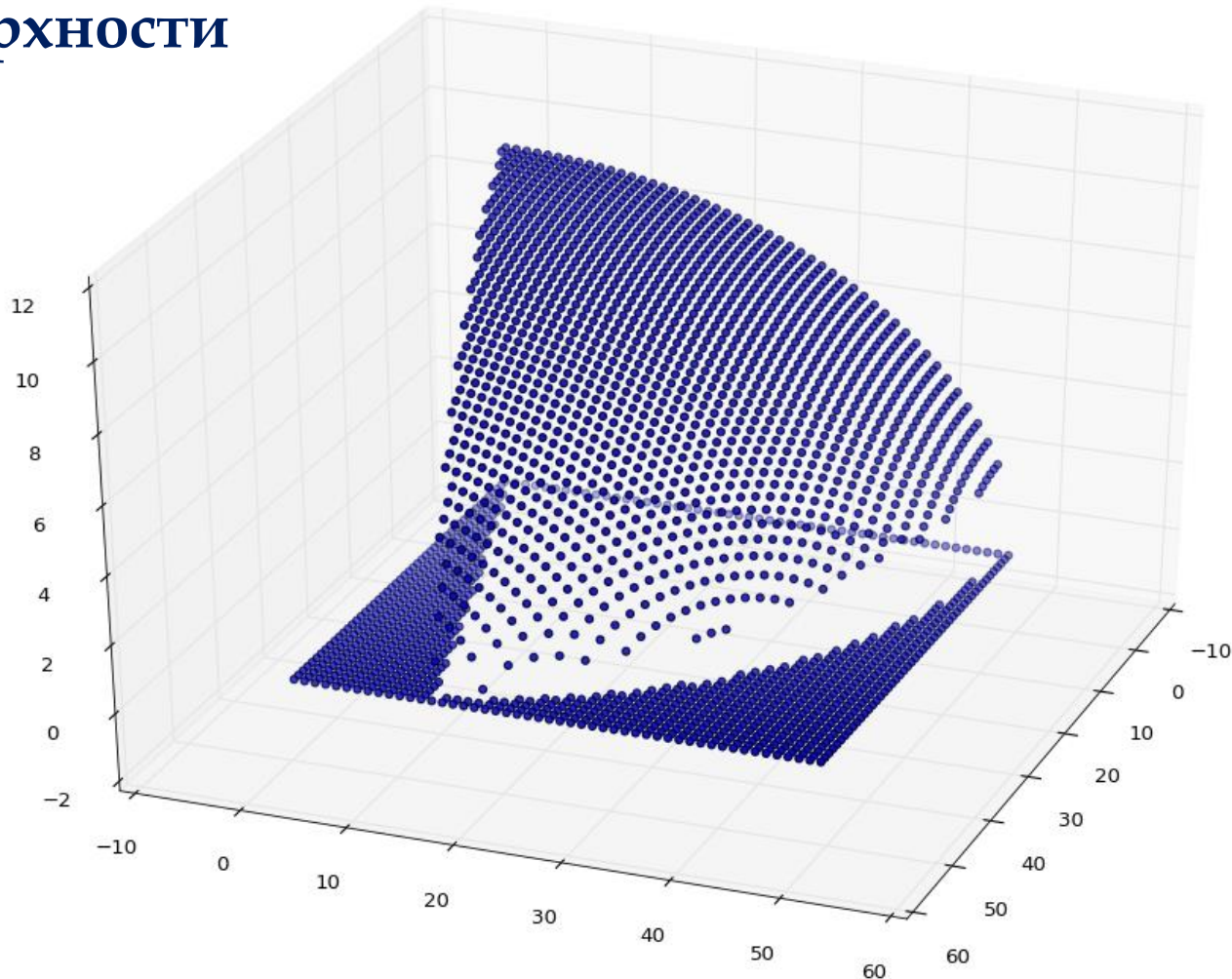


# 3D растр. Воксели.



# 3D растр. Воксели.

Воксельная аппроксимация сегмента шаровой поверхности





# Вопросы для экзамена

## ТЕМА: РАСТЕРИЗАЦИЯ ГРАФИЧЕСКИХ ПРИМИТИВОВ

1. Параметрический алгоритм растеризации отрезка прямой.
2. Алгоритм Брезенхема растеризации дуги окружности.

### Литература:

<http://www.mari-el.ru/mmlab/home/kg/Lecture5/lec5.html>

<http://algotist.manual.ru/graphics/painting/line.php>

Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики.-М.: Мир, 1989. стр.48-72

**END # 07**