



# COMPUTER GRAPHICS

---

## ЗАСОБИ ПРОГРАМУВАННЯ КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ

# ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОБЪЕКТОВ

- Модель. Геометрическое моделирование объектов, процессы создания модели.
- **Точечные** модели объектов.
- **Каркасные** модели объектов.
- **Поверхностные** модели. Полигональные сетки. Правило Эйлера.
- Объемные модели. **Воксельное** представление.
- Объемные модели. **Сплошные конструктивы.**

# МОДЕЛИРОВАНИЕ

## МОДЕЛЬ – АБСТРАКТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НЕКОТОРОЙ СУЩНОСТИ РЕАЛЬНОГО МИРА

### Моделирование

- Физическое моделирование
- Математическое моделирование
  - **геометрическое моделирование**
- Компьютерное моделирование
- Алгоритмическое моделирование

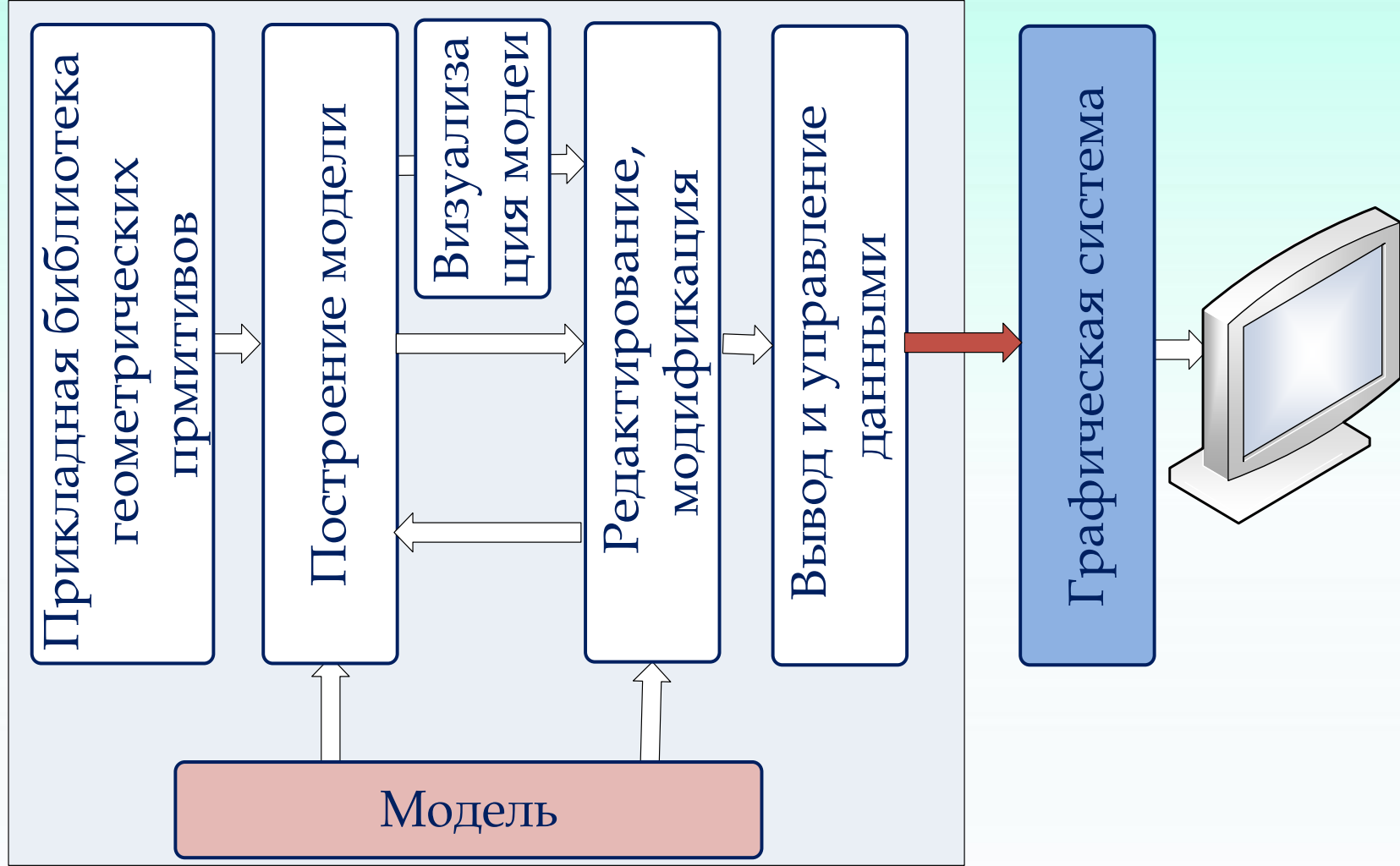
# ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

- Моделирование объектов различной природы с помощью геометрических типов данных
- Моделируются объекты
  - а) реального мира
  - б) синтетические объекты (научная визуализация и др.)

## Выбор представления:

- Формирование геометрической модели
- Редактирование геометрической модели
- Алгоритмы обработки модели в графической системе

# ПРИМЕР СИСТЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ МОДЕЛИ МИРА



# КЛАССИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И СИСТЕМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

**Что описывается ?**

- Декомпозиция пространства
- Описание поверхностей
- Описание структуры

**Как описывается ?**

- Непрерывное представление vs дискретное представление
- Явное vs параметрическое представление

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

**Явное описание** – модель задается в виде зависимости одной координаты фигуры от остальных координат.

$$\textcolor{red}{2D} \ y = F(x), \quad \textcolor{red}{3D} \ z = F(x, y).$$

**Неявное описание** – модель задается в виде зависимости связи между всеми координатами.

$$\textcolor{red}{2D} \ F(x, y) = 0, \quad \textcolor{red}{3D} \ F(x, y, z) = 0.$$

**Параметрическое описание** – модель задается в виде зависимости координат от некоторого параметра.

$$x = F_x(t), \ y = F_y(t), \quad z = F_z(t).$$

# Математическое описание ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ в 2D

Задано:  $V_1 = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{bmatrix}; V_2 = \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \end{bmatrix}; X_1 \leq x \leq X_2$

**Явное описание:**

$$y = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} (x - X_1) + Y_1$$

**Неявное описание:**

$$\frac{x - X_1}{X_2 - X_1} = \frac{y - Y_1}{Y_2 - Y_1}$$

**Параметрическое описание:**

$$x(t) = (X_2 - X_1)t + X_1; y(t) = (Y_2 - Y_1)t + Y_1$$

параметр  $0 \leq t \leq 1$



# СОЗДАНИЕ МОДЕЛИ

## Автоматическое

- Устройства ввода трехмерной информации (томография, 3-D сканеры)
- Реконструкция из изображений (машинное зрение, CV)
- Результаты математических вычислений

## Ручное

- Системы моделирования (3D Max, Maya ...)
- Аналитическое, явное

# КЛАССИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И СИСТЕМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

## Характеристики алгоритмов

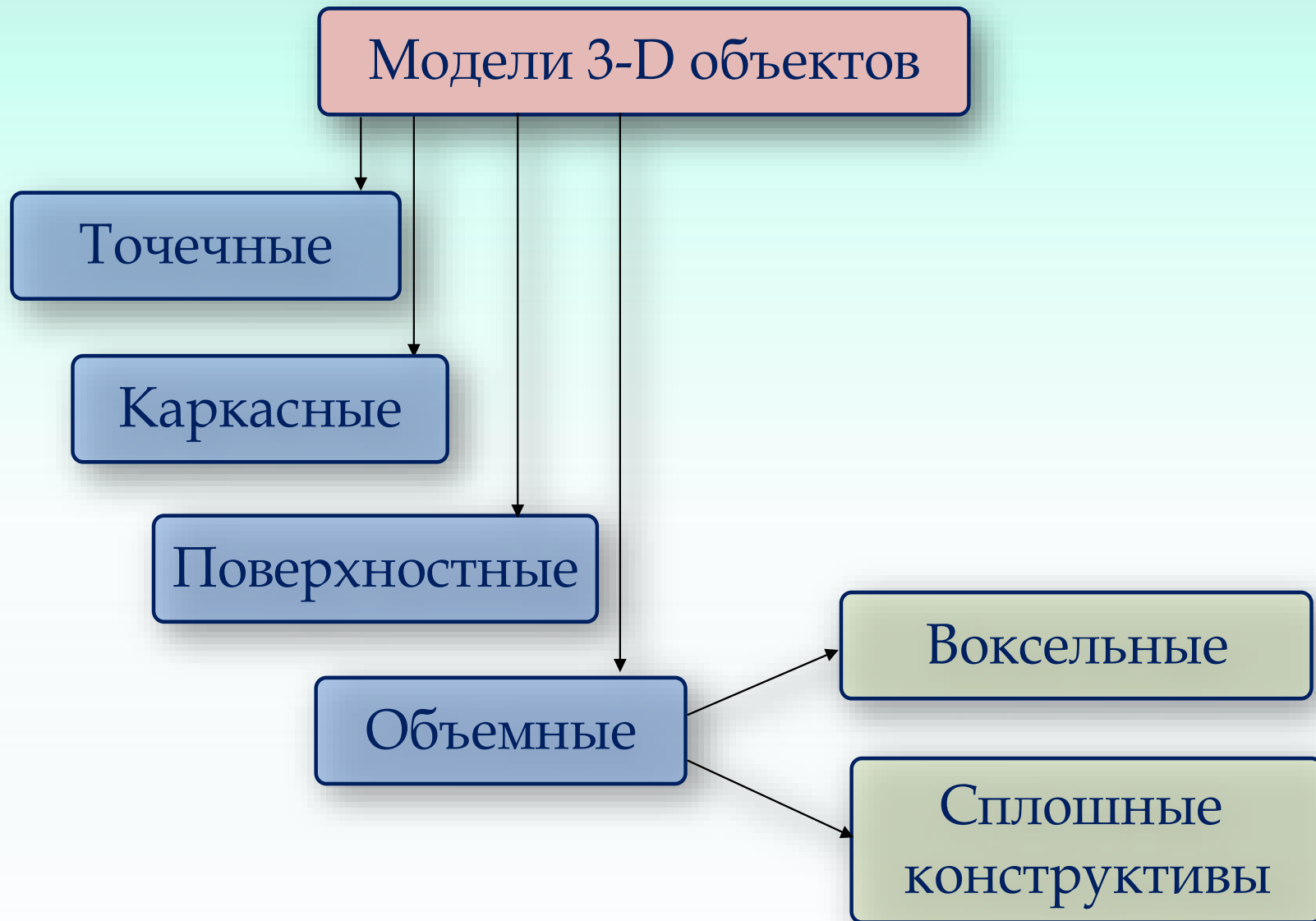
- Сложность
- Применимость

## Размеры модели

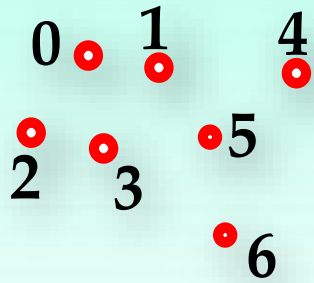
- Объем: при хранении, при обработке, при визуализации
- Возможность сжатия

## Область применения

# ОСНОВНЫЕ ПОХОДЫ К СОЗДАНИЮ МОДЕЛЕЙ 3-D ОБЪЕКТОВ



# ТОЧЕЧНЫЕ МОДЕЛИ



**Объект – совокупность точек**

**Основное свойство -**

отсутствие информации об  
объекте в пространстве между  
точками

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_L\}$$
$$v_i = \{x_i, y_i, z_i\}, i=1,2,\dots,L$$

# ТОЧЕЧНЫЕ МОДЕЛИ

Объект описывается набором (множеством) точек в пространстве.

- Графовая модель – объект описывается некоторым изображением связанных точек.
- **Табличная модель** - объект описывается таблицей координат точек.

#V	X	Y	Z
1	1	-2	5
2	8	-2	5
3	8	-2	12
*	*	*	*

Основное  
использование –  
синтез устилающих  
поверхностей

# КАРКАСНЫЕ МОДЕЛИ

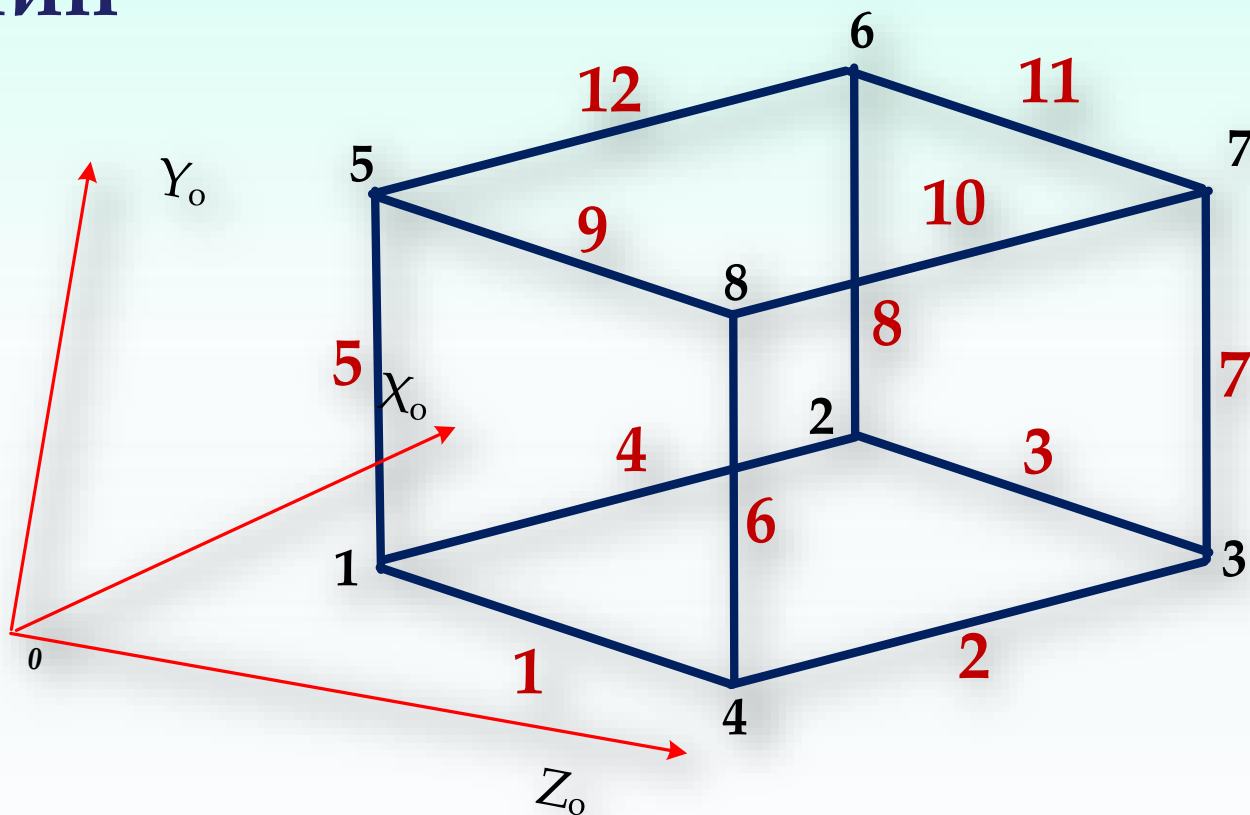
Объект описывается каркасом геометрических фигур, называемых геометрическими примитивами.

**Векторная** - линейная каркасная модель, геометрический примитив – вектор.

**Сплайновая** - нелинейная каркасная модель, геометрический примитив – сплайн.

# ВЕКТОРНАЯ КАРКАСНАЯ МОДЕЛЬ

Объект – совокупность ребер и вершин  
Объект задается списками ребер и вершин



# ВЕКТОРНАЯ КАРКАСНАЯ МОДЕЛЬ

Список вершин (vertices)

$V = \{v_1, v_2, \dots, v_L\}$ ,  $v_i = \{x_i, y_i, z_i\}$ ,  
 $L$ -кол-во вершин в объекте

Список ребер (edges)

$E = \{e_1, e_2, \dots, e_M\}$ ,  $e_j = \{pv_{j1}, pv_{j2}\}$   
 $M$ -кол-во ребер в объекте



# КАРКАСНЫЕ МОДЕЛИ

Таблица вершин

#	X	Y	Z
1	1	-2	5
2	8	-2	5
3	8	-2	12
4	1	-2	12
5	1	3	5
6	8	3	5
7	8	3	12
8	1	3	12

Таблица ребер

#			#		
1	1	4	7	3	7
2	4	3	8	2	6
3	3	2	9	5	8
4	2	1	10	8	7
5	1	5	11	7	6
6	4	8	12	6	5

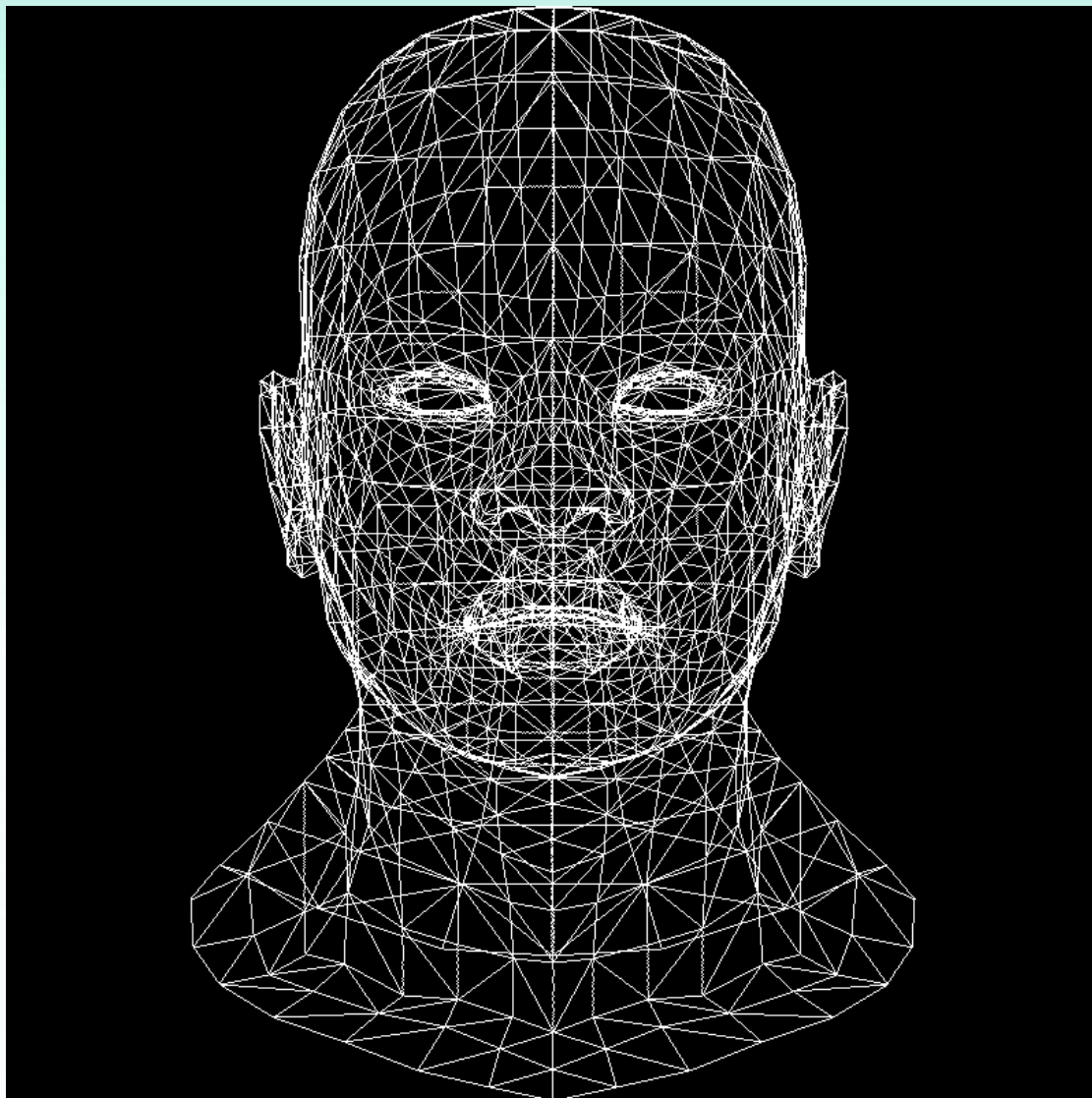
# КАРКАСНЫЕ МОДЕЛИ

- Высокая скорость обработки
- Низкое качество синтезируемых изображений
- Неоднозначная интерпретация

Основное  
использование –  
предварительный  
просмотр  
синтезируемых сцен



# КАРКАСНАЯ МОДЕЛЬ. ПРИМЕР



# ПОВЕРХНОСТНЫЕ МОДЕЛИ

Объект определяется неявно, путем некоторой геометрической аппроксимации ограничивающей его поверхности.

**Линейная поверхностная модель** - сложная поверхность приближается набором плоских граней с неким компактным математическим представлением.

**Нелинейная поверхностная модель** - сложная поверхность приближается набором нелинейных ограниченных поверхностей (сплайновые поверхности).

# ЛИНЕЙНАЯ ПОВЕРХНОСТНАЯ МОДЕЛЬ

**ГРАНЬ  $\leftrightarrow$  ГРАНИЦА**

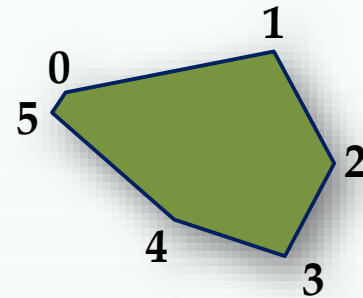
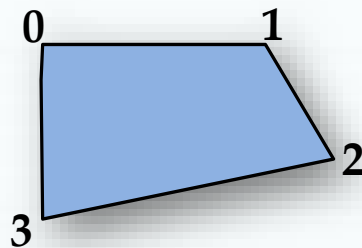
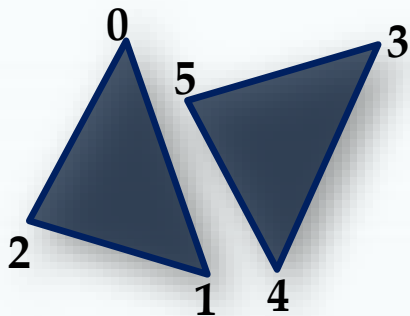
Границы граней – **ребра**  
(фрагменты кривых)

Часть кривой (прямой),  
формирующей ребро называется  
**вершинами.**

Поверхностная модель с **плоскими**  
**выпуклыми** гранями называется  
**полигональной.**

# ПОВЕРХНОСТНЫЕ МОДЕЛИ

Линейная полигональная модель -  
гранями обычно являются плоские,  
выпуклые треугольники,  
четырехугольники или другие простые  
выпуклые многоугольники (полигоны).



# ПОЛИГОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ (MESH)

Иерархическая структура:

Нижний уровень – список вершин (vertices)

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_L\}, v_i = \{x_i, y_i, z_i\},$$

$L$ -кол-во вершин в объекте

Средний уровень – список ребер (edges)

$$E = \{e_1, e_2, \dots, e_M\}, e_j = \{pv_{j1}, pv_{j2}, f_{j1}, f_{j1}\},$$

$M$ -кол-во ребер в объекте

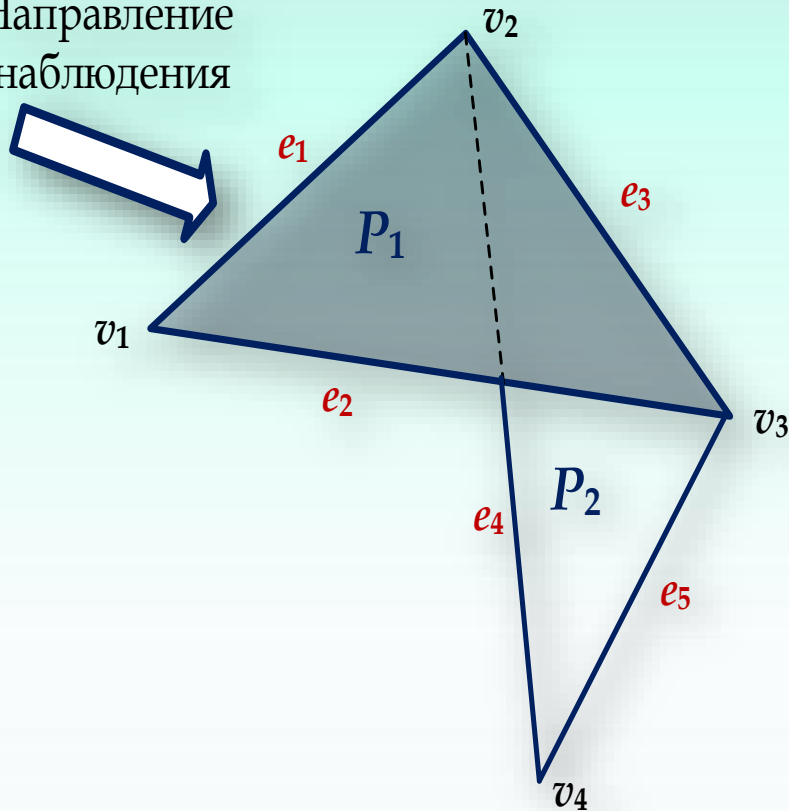
Верхний уровень – список полигонов (polygons)

$$P = \{p_1, p_2, \dots, p_R\}, p_k = \{pe_{k1}, pe_{k2}, \dots, pe_{kR}\},$$

$R$ -кол-во полигонов в объекте

# ПОЛИГОНАЛЬНАЯ СЕТКА. ПРИМЕР

Направление  
наблюдения



$$V=\{(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2), (x_3, y_3, z_3), (x_4, y_4, z_4)\}$$

$$E=\{(v_1, v_2, 1, 0), (v_1, v_3, 1, 0), (v_2, v_3, 1, 0), (v_2, v_4, 0, 0), (v_3, v_4, 0, 0)\}$$

$$P=\{(e_1, e_2, e_3), (e_3, e_4, e_5)\}$$



# ПОЛИГОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ. ФОРМАТ OBJ

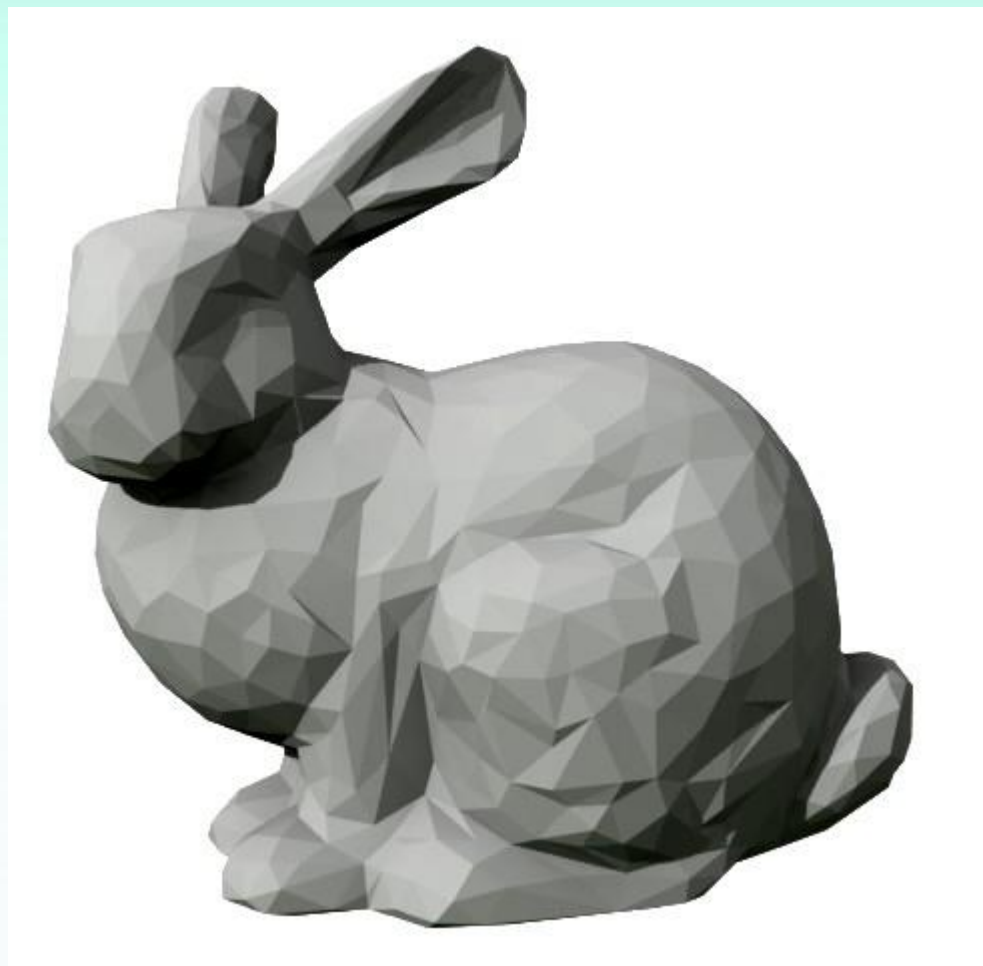
## Открытый формат описания геометрии:

- **позиция каждой вершины:**
  - v 0.1 0.2 0.3
  - v .....
- **нормаль:**
  - vn -0.7 +0.4 -0.33
  - vn .....
- **поверхность:**
  - f v1 v2 v3 ...
  - f .....
- **текстурные координаты**
  - vt .....

# ПОЛИГОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ. ПРИМЕР

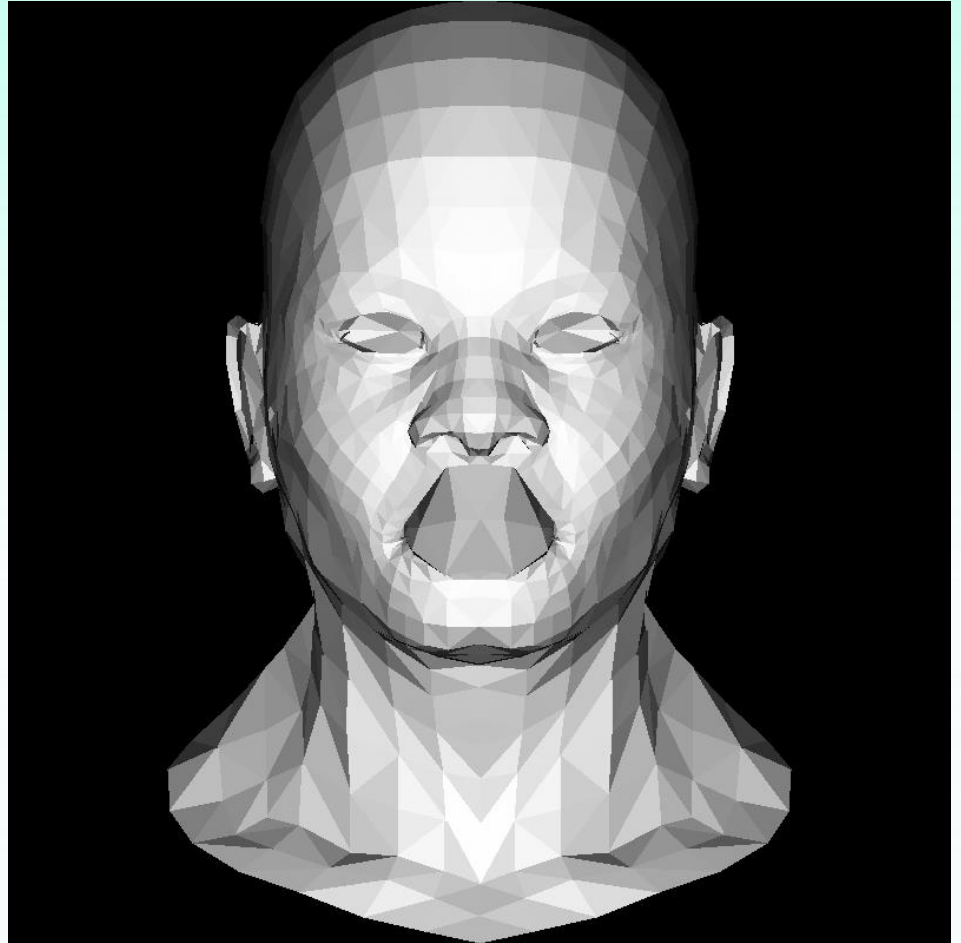
## Стенфордский кролик

```
# OBJ file format with ext .obj
# vertex count = 2503
# face count = 4968
v -3.41e-003 1.30e-001 2.17e-002
v -8.17e-002 1.52e-001 2.96e-002
v -3.05e-002 1.24e-001 1.09e-003
v -2.49e-002 1.12e-001 3.750e-002
...
f 1069 1647 1578
f 1058 909 939
f 421 1176 238
f 1055 1101 1042
f 238 1059 1126
f 1254 30 1261
f 1065 1071 1
f 1037 1130 1120
...
```



# ПОЛИГОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ. ПРИМЕР

```
# OBJ file format with ext .obj  
# vertex count = 1258  
# face count = 2492  
v -0.000581696 -0.734665 -0.623267  
v 0.000283538 -1 0.286843  
v -0.117277 -0.973564 0.306907  
v -0.382144 -0.890788 0.221243  
v -0.247144 -0.942602 0.276051  
v -0.656078 -0.718512 -0.109025  
.....
```



# ПОЛИГОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

## ОСНОВНЫЕ ОПЕРАЦИИ

- Проверка правильности задания
- Вычисление габаритного объема
- Вычисление нормали к полигону
- Нахождение пересечения с лучом (или кривой)
- Определение положения точки относительно поверхности

# ПОЛИГОНАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

## ПРАВИЛЬНОСТЬ ЗАДАНИЯ

Выполняется с помощью **формулы Эйлера**, которая связывает количество вершин (L), ребер (M) и граней (R) - необходимое условие правильности задания сплошного (замкнутого) объекта

$$L - M + R = 2$$

(без отверстий)

# ПОЛИГОНАЛЬНАЯ СЕТКА

## ПРАВИЛЬНОСТЬ ЗАДАНИЯ

Для объекта с отверстиями

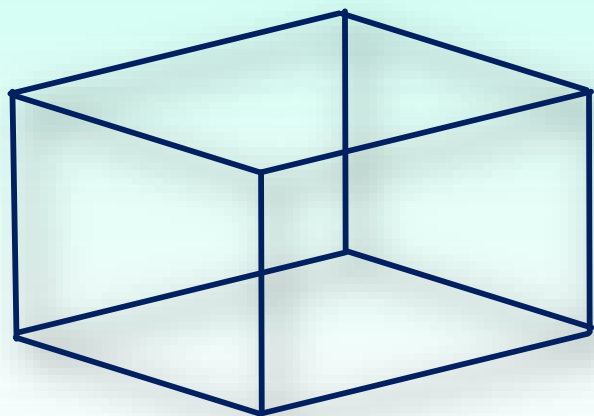
$$L-M+R = 2-2H+S$$

$H$  – количество сквозных отверстий  
 $S$ - количество несквозных (углублений)  
отверстий

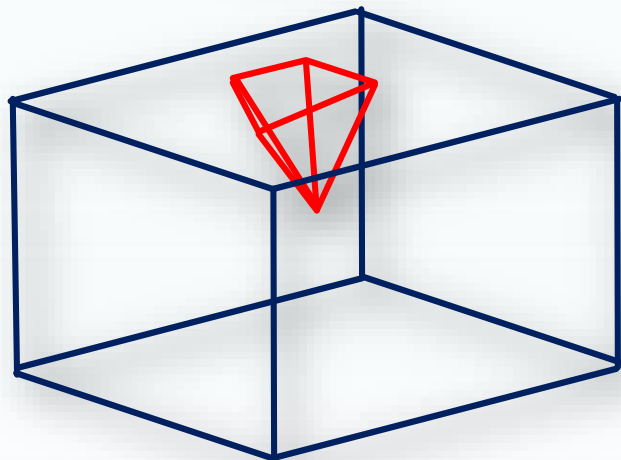
# ПОЛИГОНАЛЬНАЯ СЕТКА

## ПРАВИЛЬНОСТЬ ЗАДАНИЯ.

### ПРИМЕРЫ



$$L = 8, M = 12, R = 6$$
$$8 - 12 + 6 = 2$$



$$L = 13, M = 20, R = 10, S = 1$$
$$13 - 20 + 10 = 2 + 1$$

# ОБЪЕМНЫЕ МОДЕЛИ

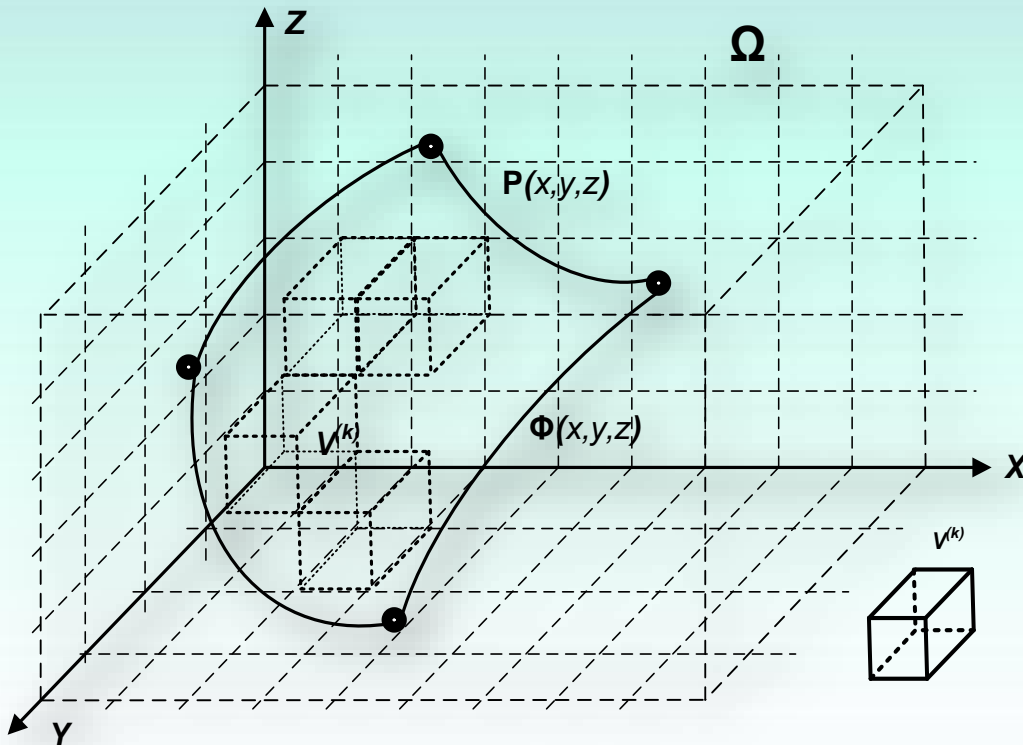
**Объект – совокупность  
непересекающихся элементарных  
объектов, более простых, чем  
исходный, но не обязательно того же  
типа**

## ВОКСЕЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ

**Объект – совокупность вокселей (voxel –  
volume element). Воксель –  
параллелепипед фиксированного размера  
(часто куб единичного размера)**



# ВОКСЕЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ



Воксель  $V_{i,j,k}$ .  
Объектное пространство «плотно» заполнено вокселями, которые можно представить как трехмерный массив элементов.

Значение вокселя определяет принадлежность вокселя объекту и, дополнительно, может включать некоторые характеристики объекта (цвет, интенсивность, прозрачность и т.п.).

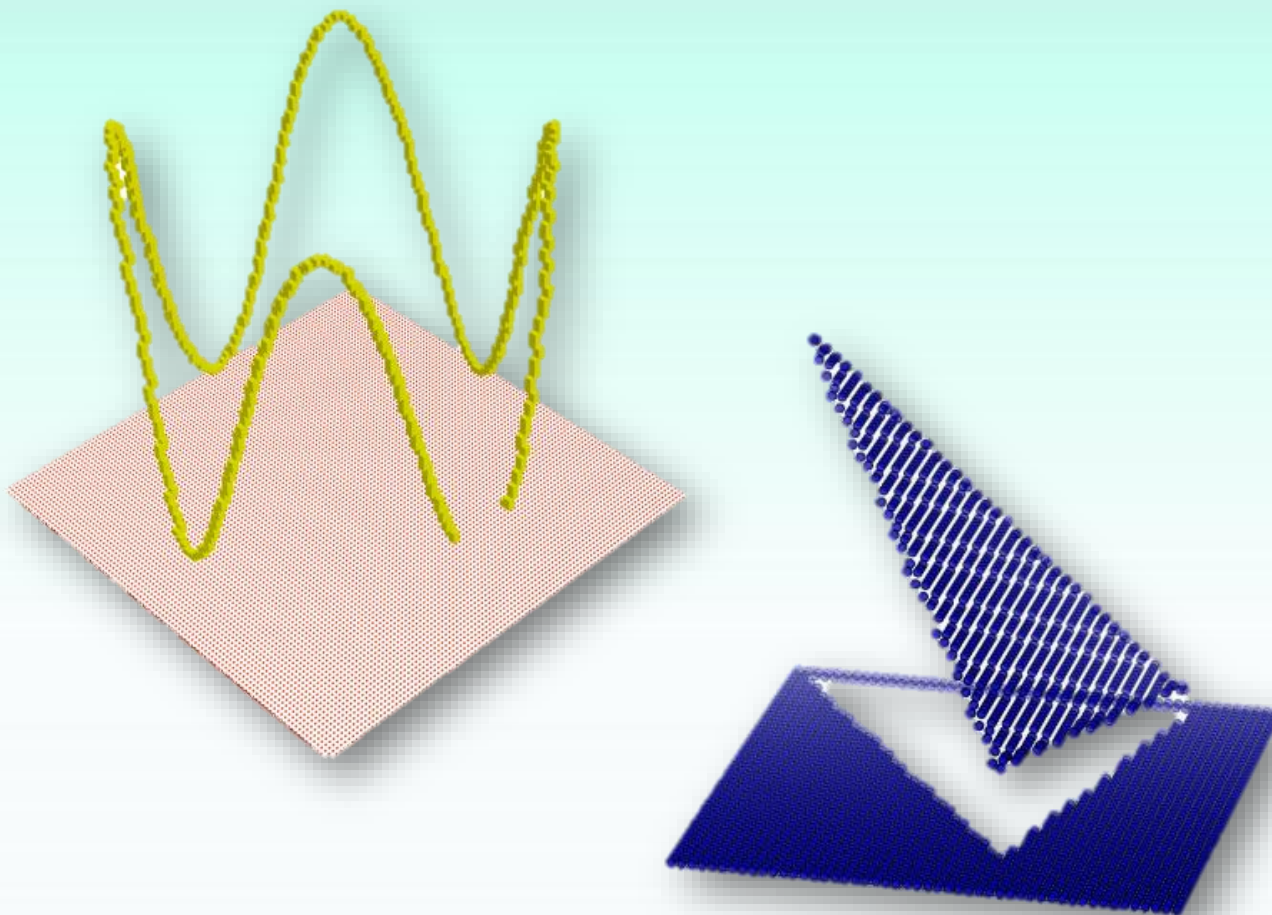
# ВОКСЕЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ

Фактически это некая дискретная аппроксимация реального «непрерывного» объекта. Качество аппроксимации зависит как от размера вокселя, так и от «частотных характеристик» сложности поверхности объекта.

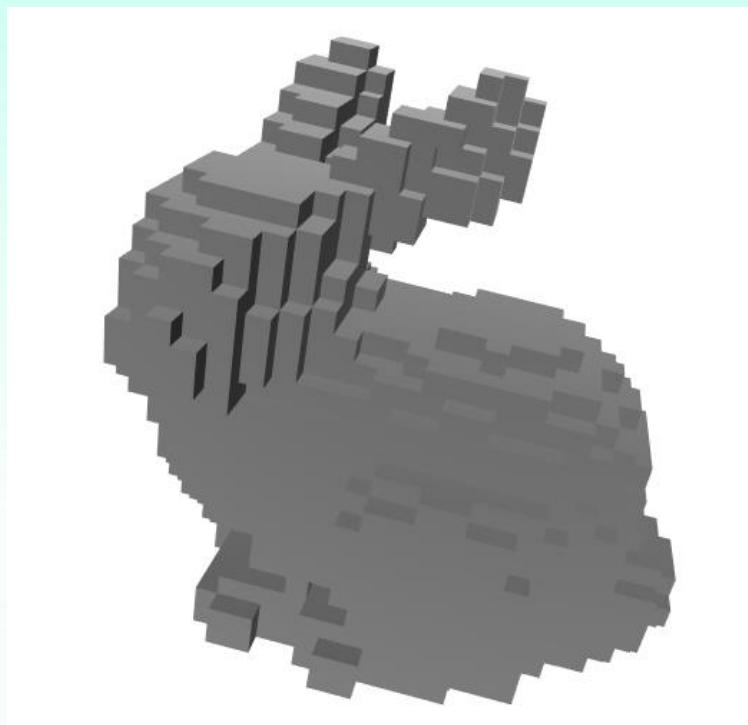
Требует значительных объемов памяти для хранения описания объекта.

Представление эффективно для вычисления «пространственных» характеристик объекта (объем, центр масс и т.п.)

# ВОКСЕЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ



# ВОКСЕЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ Стенфордский кролик



# СПЛОШНЫЕ КОНСТРУКТИВЫ

Задается некоторый базовый набор примитивов, определяемый предметной областью (параллелепипеды, сферы, конусы, цилиндры и т.п.)

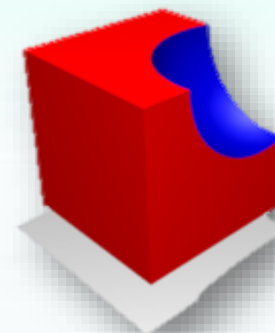
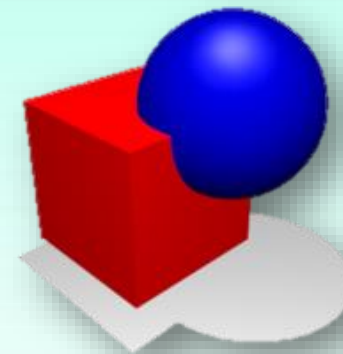
Объект представляется в виде древовидной структуры (дерева) у которого

- Листья есть базовые примитивы определенного размера
- Узлы – основные операции над примитивами
- Вершина – искомый объект

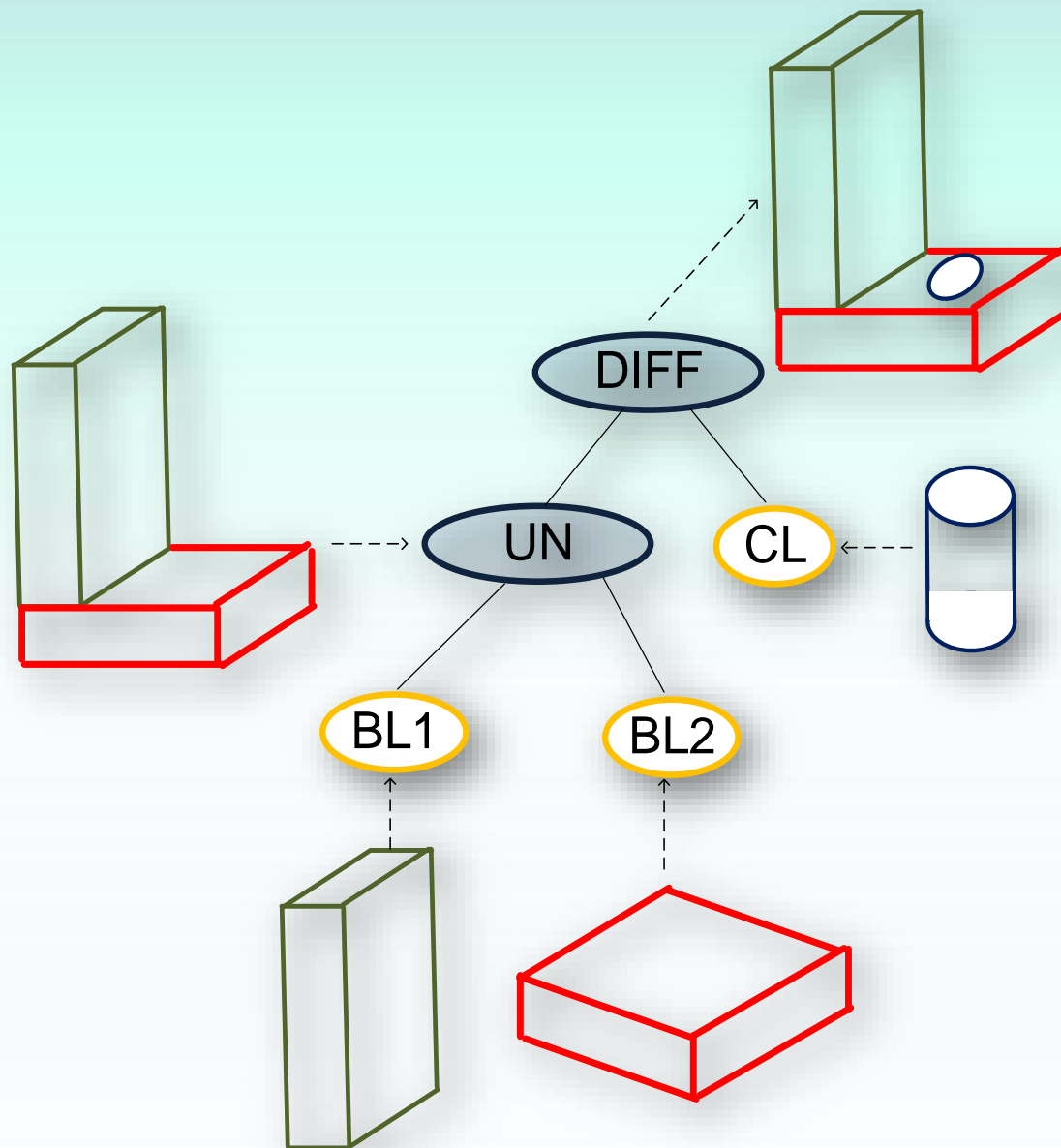
# СПЛОШНЫЕ КОНСТРУКТИВЫ

## Операции над примитивами

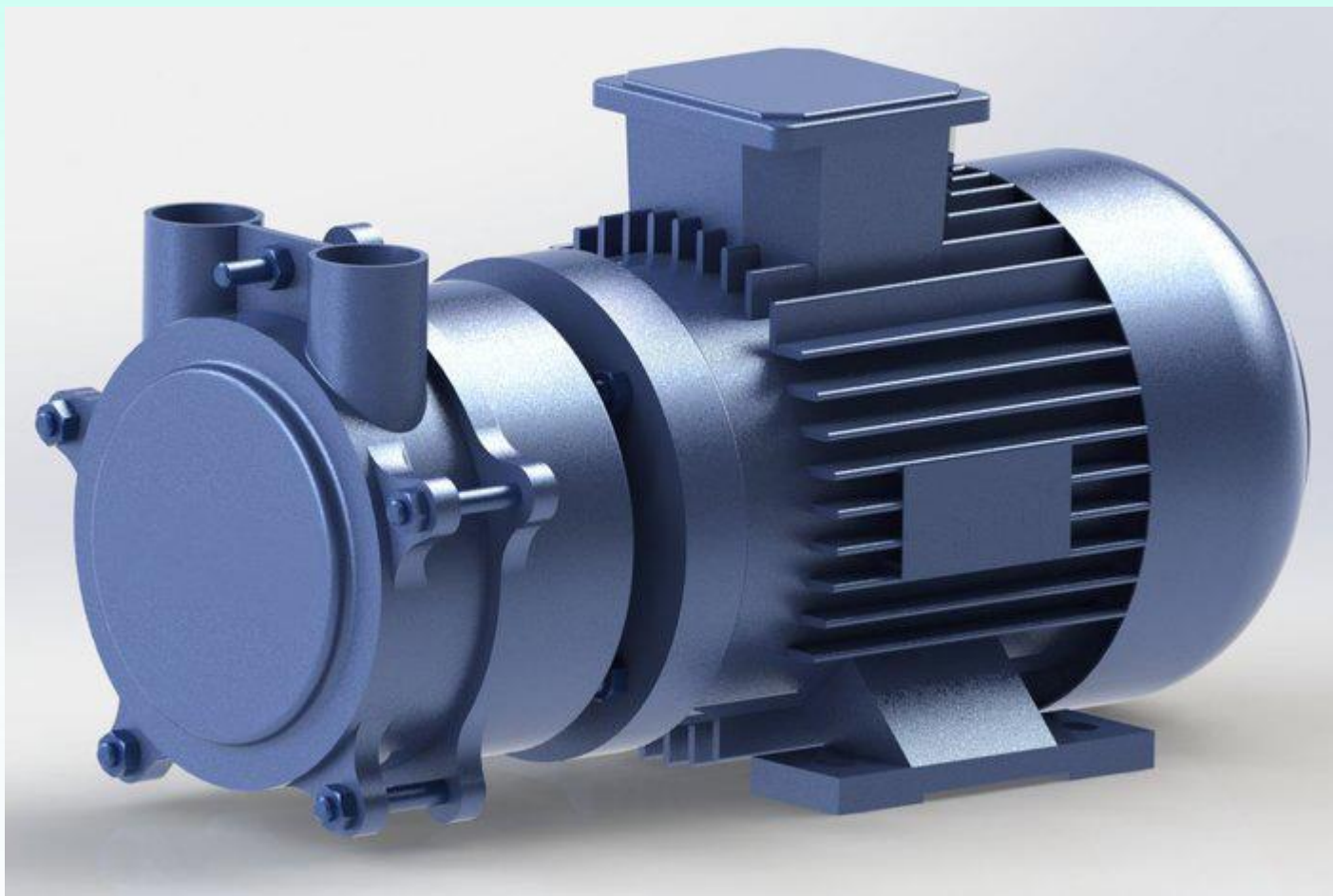
- Объединение (union)  $A+B$
- Разность (difference)  $A-B$
- Пересечение (intersection)  $A \& B$



# СПЛОШНЫЕ КОНСТРУКТИВЫ



# СПЛОШНЫЕ КОНСТРУКТИВЫ





# СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ

## Точность представления объектов

Сплошные конструктивы всегда представляют объект точно, а точечные, проволочные или ячеечные модели для многих объектов могут быть представлены приблизительно

## Однозначность представления объектов

Сплошные конструктивы - это единственный способ представить объект с учетом его размера и расположения (только объекты ограниченного класса и при специфическом наборе примитивов)

# СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ

## Область применения

Проволочные или поверхностные модели  
составляются для ограниченного класса  
объектов, ячеечные для любого типа объекта

# Вопросы для экзамена

## Тема: Представление объектов

1. Точечное представление модели объекта. Структура данных, достоинства, недостатки.
2. Каркасное представление модели объекта. Структура данных, достоинства, недостатки.
3. Поверхностное представление. Полигональные сетки. Структура данных, достоинства, недостатки.
4. Правило Эйлера проверки правильности полигональной сетки (случаи без отверстий, с отверстиями и выемками). Примеры
5. Объемное моделирование. Воксельное представление. Достоинства, недостатки.
6. Объемное моделирование. Твёрдотельные конструктивы. Достоинства, недостатки.

Литература: [2, p.29-45]

**END #3**