



COMPUTER GRAPHICS

ЗАСОБИ ПРОГРАМУВАННЯ КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ

ЛЕКЦИЯ 6

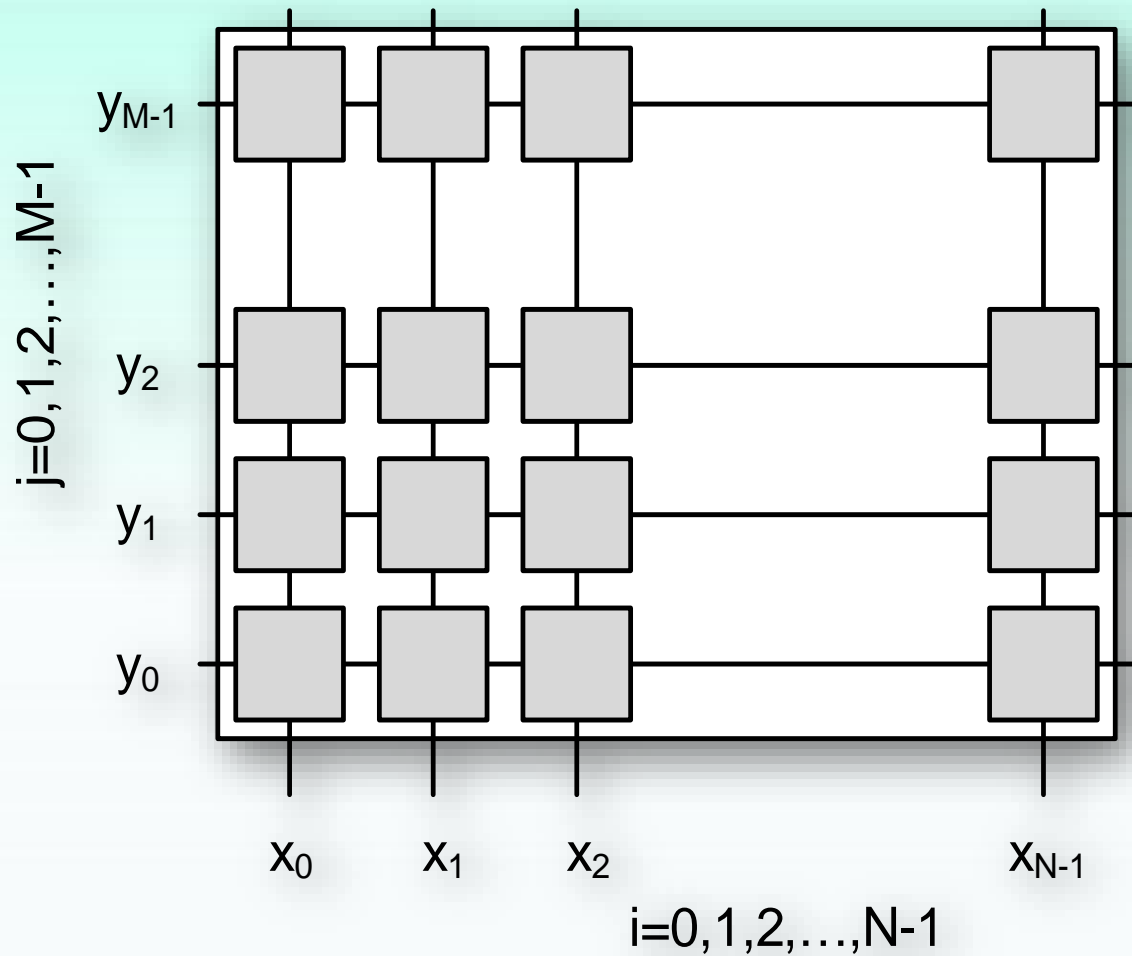
РАСТЕРИЗАЦИЯ

Алгоритмы растеризации графических примитивов

- Отрезки
- Окружности

Аппроксимация цвета вдоль отрезка

2D растр

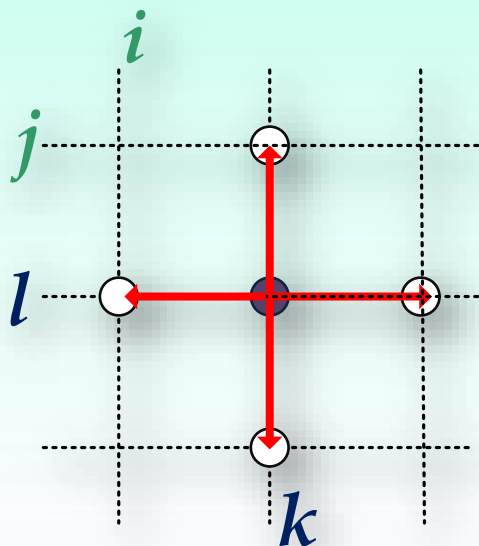


Евклидова
метрика

Единичный растр

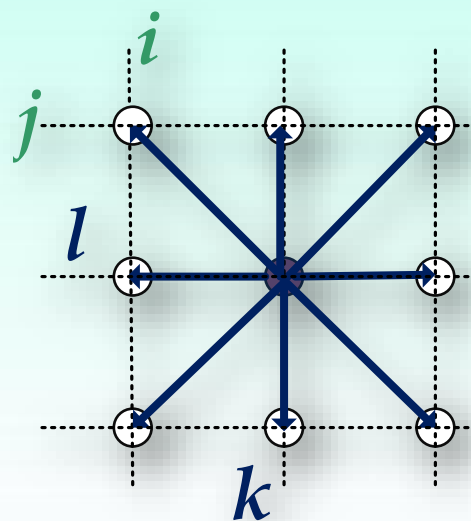
Связность пикселей

4-х связные



$$|i-k| + |j-l| = 1$$

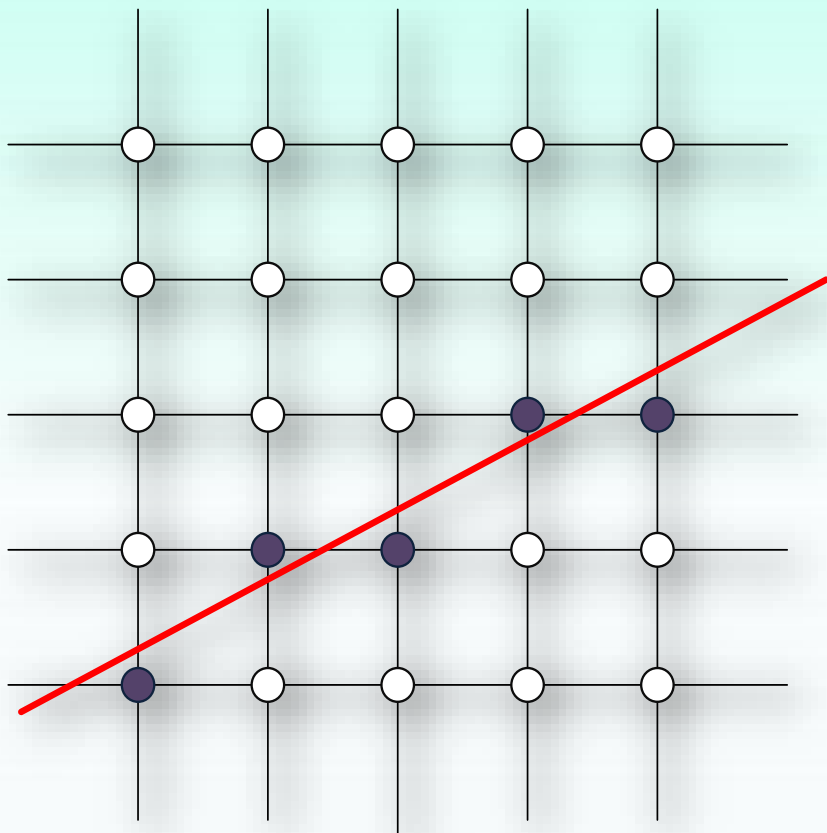
8-и связные



$$\max(|i-k|, |j-l|) = 1$$

Растеризация отрезка прямой

Задача



Задан отрезок прямой
 $S(x_S, y_S)$ $E(x_E, y_E)$

$$k = (y_E - y_S) / (x_E - x_S)$$
$$y = k(x - x_S) + y_S$$

$$x = x_S + (x_E - x_S) * t$$

$$y = y_S + (y_E - y_S) * t$$

$$t \in [0, 1]$$

Отрезок прямой. Алгоритмы

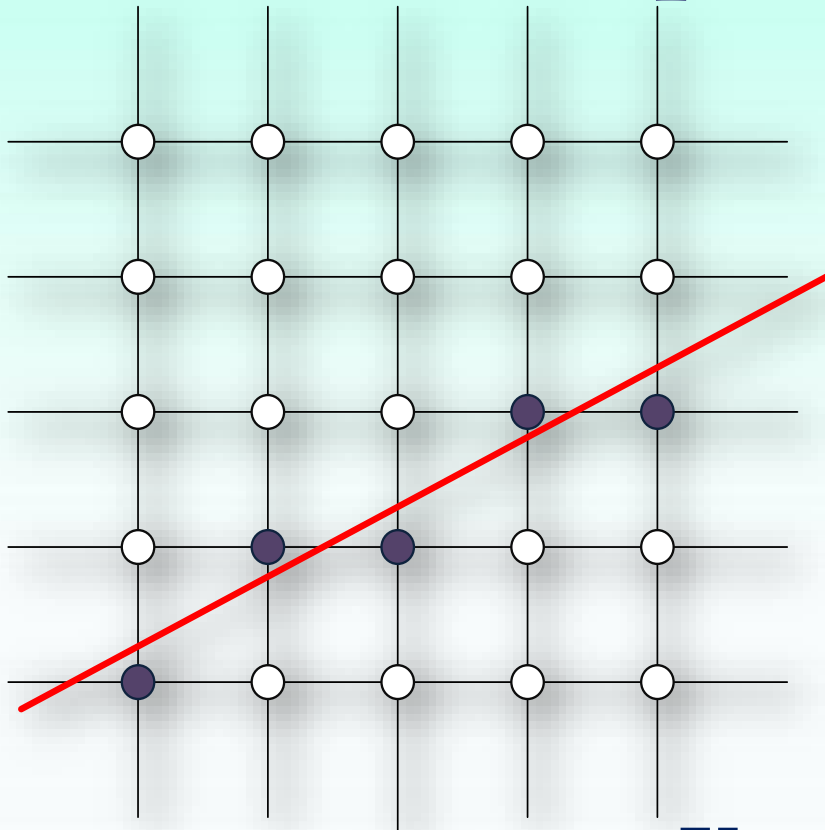
Алгоритмы 4-х связные

Алгоритмы 8-х связные

- Код Ротштейна (Rothstein).
- Цифровой Дифференциальный Анализатор (ЦДА, DDA).
- **!!! Алгоритм Брезенхема (Bresenham) 8-связный.**
- Параметрический алгоритм
- Алгоритм Кастла-Питвея (Castle-Pitwey).

Растеризация отрезка прямой

1-й квадрант, наклон $< 45^\circ$



Задан отрезок прямой
 $S(x_S, y_S) \neq E(x_E, y_E)$
 $0 < (y_E - y_S) < (x_E - x_S)$
 $k = (y_E - y_S) / (x_E - x_S) < 1$
 $y = k(x - x_S) + y_S$

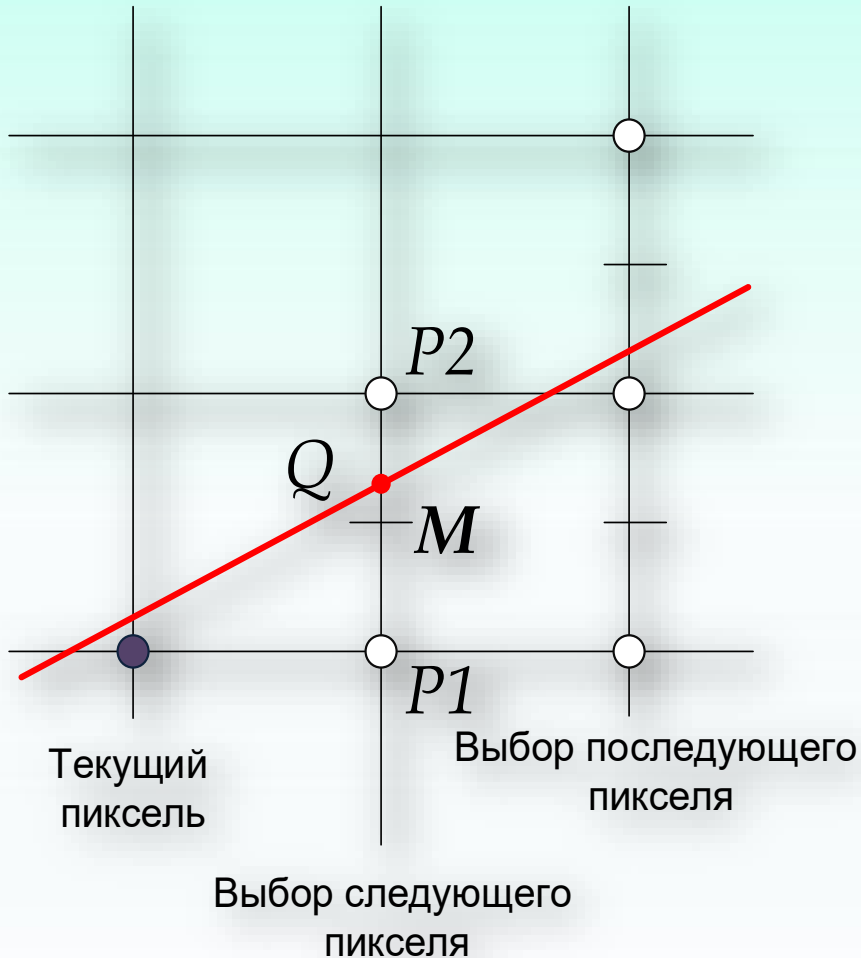
РАСТР ЕДИНИЧНЫЙ

Начальный пиксель $X_S = \text{floor}(x_S)$ $Y_S = \text{floor}(y_S)$

Конечный пиксель $X_E = \text{ceil}(x_E)$ $Y_E = \text{ceil}(y_E)$

Алгоритм Брезенхема

ПРЯМАЯ



Найдено $P(X_P, Y_P)$

Надо выбрать

$P1(X_{P1}, Y_{P1})$ $P2(X_{P2}, Y_{P2})$

Причем $X_{P1} = X_{P2} = X_P + 1$,
 $Y_{P1} = Y_P \quad \leftrightarrow \quad Y_{P2} = Y_P + 1$

$$y_Q = k(X_P + 1 - X_S) + Y_S$$

$$f = y_Q - Y_P = k(X_P + 1 - X_S) + Y_S - Y_P$$

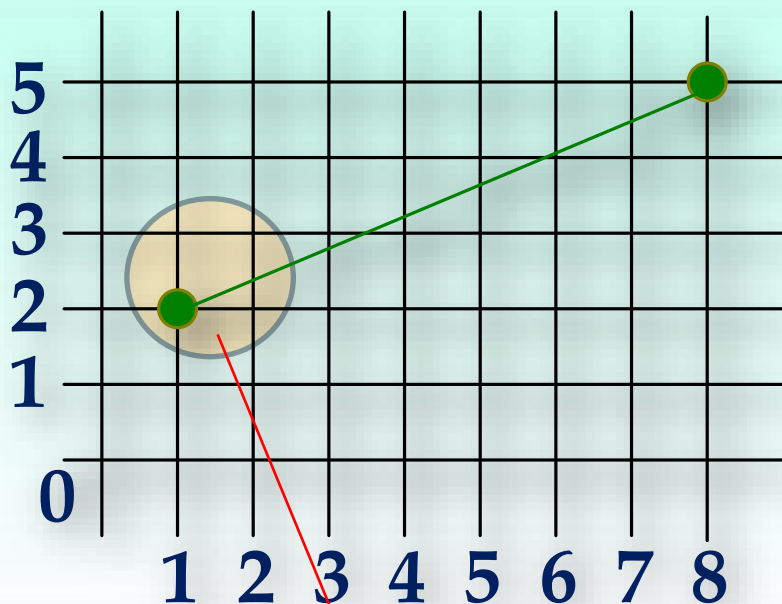
if $f > 1/2 \rightarrow$ выбираем $P2$

If f

$< 1/2 \rightarrow$ выбираем $P1$

Брезенхем. Пример

ПРЯМАЯ



$$x_S = 1, y_S = 2$$

$$x_E = 8, y_E = 5$$

$$k = (y_E - y_S) / (x_E - x_S) = 0.428 < 1$$

$$y = 0.428(x - 1) + 2$$

ШАГ 1: Найдено.

$$x_S = x_0 = 1, y_S = y_0 = 2$$

Ищем: x_1, y_1 ?

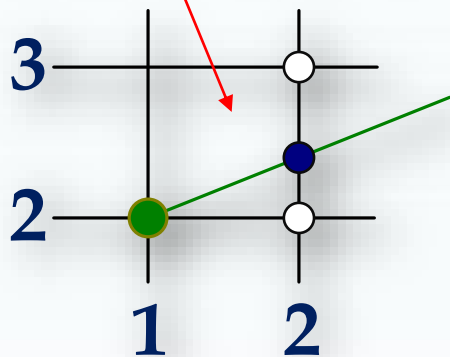
Ясно: $x_1 = 2$. $y_1 = 2$ или 3 ?

$$y_Q = k(X_P + 1 - X_S) + Y_S$$

$$y_Q = 0.428(2 - 1) + 2 = 2.428$$

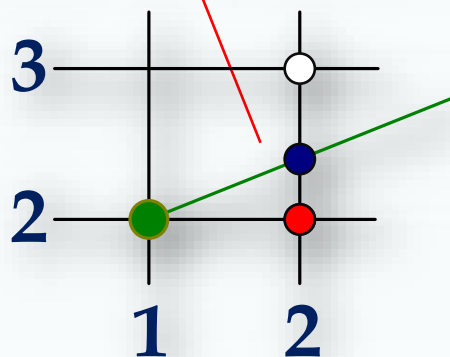
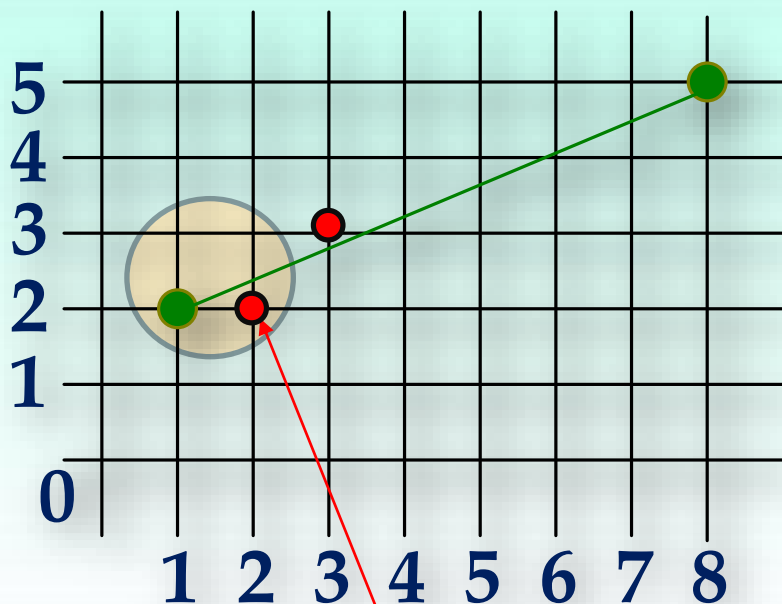
$$f = 2.428 - 2 = 0.428 < 0.5$$

выбираем $y_1 = 2$



Брезенхем. Пример

ПРЯМАЯ



$$x_S = 1, y_S = 2$$

$$x_E = 8, y_E = 5$$

$$k = (y_E - y_S) / (x_E - x_S) = 0.428 < 1$$

$$y = 0.428(x - 1) + 2$$

ШАГ 2: Найдено.

$$x_1 = 2, y_1 = 2$$

Ищем: x_2, y_2 ?

Ясно: $x_2 = 3$. $y_2 = 2$ или 3 ?

$$y_Q = k(x_P + 1 - x_S) + y_S$$

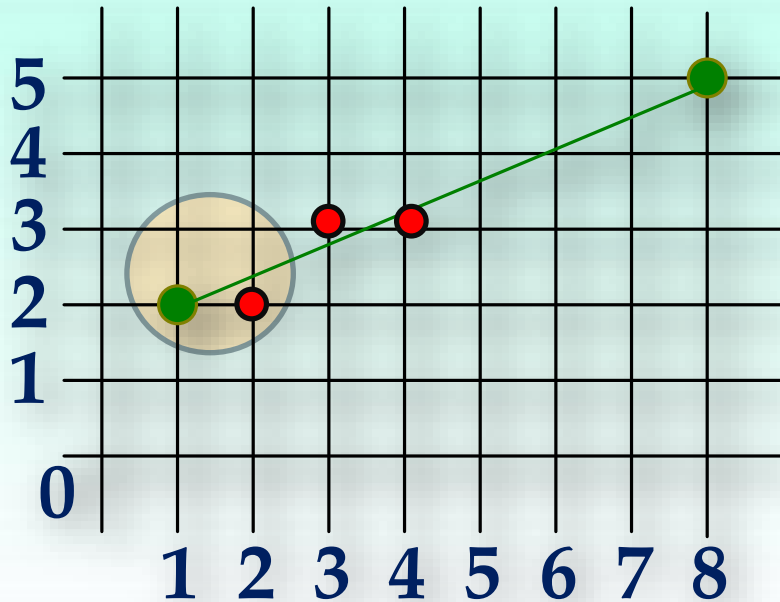
$$y_Q = 0.428(3 - 1) + 2 = 2.856$$

$$f = 2.856 - 2 = 0.856 > 0.5$$

выбираем $y_2 = 3$

Брезенхем. Пример

ПРЯМАЯ



ШАГ 3: Найдено.

$$x_2 = 3, y_2 = 3$$

Ищем: x_2, y_2 ?

Ясно: $x_3 = 4$. $y_3 = 3$ или 4 ?

$$y_Q = k(X_P + 1 - X_S) + Y_S$$

$$y_Q = 0.428(4 - 1) + 2 = 3.284$$

$$f = 3.284 - 3 = 0.284 < 0.5$$

выбираем $y_3 = 3$

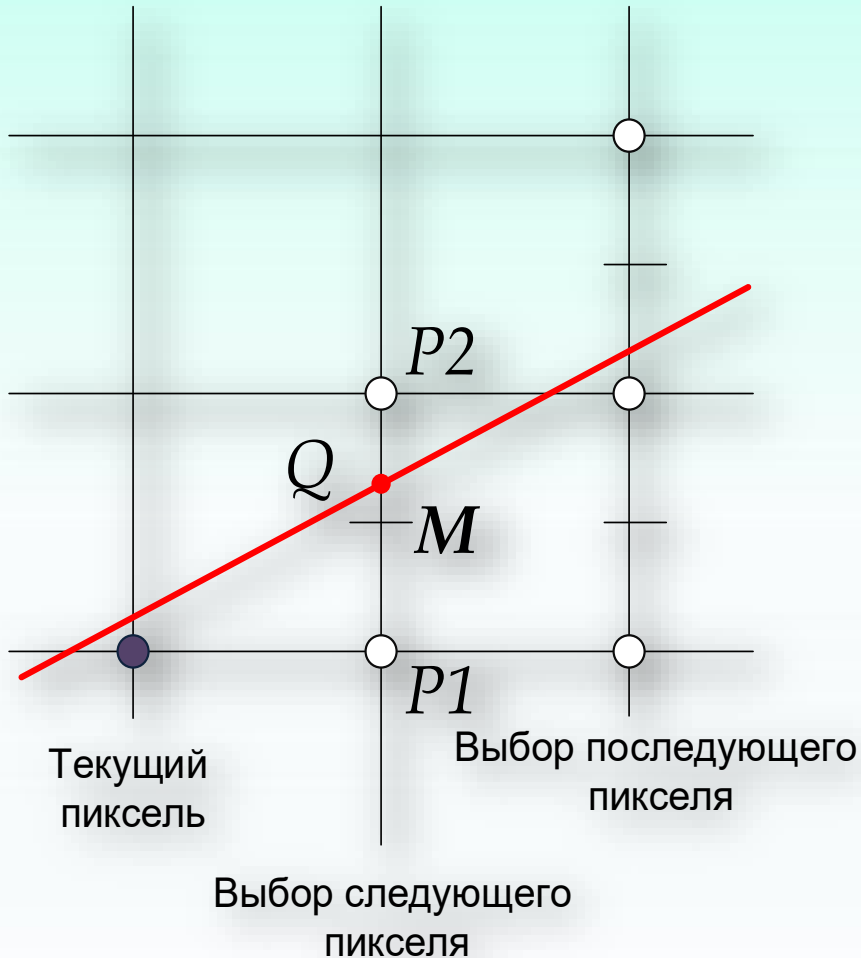
И так далее до $x_7 = 8, y_7 = 5$

Заметим факт:

$$f = 2k - 1 = (0.428 * 2) - 1 = 0.284$$

Алгоритм Брезенхема

МОДИФИКАЦИЯ



Вычтем $\frac{1}{2}$ и умножим на 2

$$F = 2 * (f - \frac{1}{2})$$

$$F = 2 * k(X_P + 1 - X_S) + 2Y_S - 2Y_P - 1$$

if $F > 0 \rightarrow$ выбираем $P2$

if $F < 0 \rightarrow$ выбираем $P1$

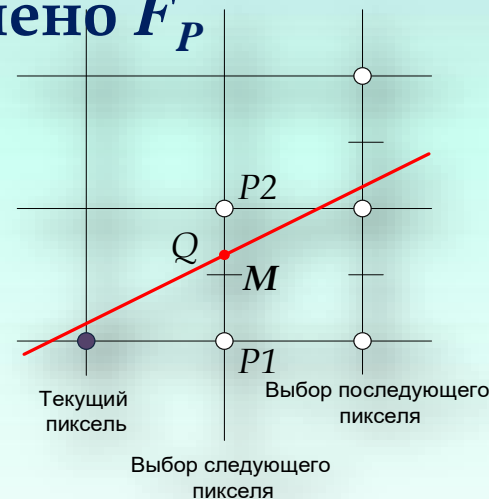
Алгоритм Брезенхема

МОДИФИКАЦИЯ. Пусть ранее вычислено F_P

$$F_P = 2 * k(X_{P-1} + 1 - X_S) + 2Y_S - 2Y_{P-1} - 1$$

$$F_{P+1} = 2 * k(X_{P-1} + 2 - X_S) + 2Y_S - 2Y_P - 1$$

$$F_0 = 2k - 1$$



Шаг $P \rightarrow P+1 = [+1, 0]$ тогда !! $Y_P = Y_{P-1}$

$$F_{P+1} = 2 * k(X_{P-1} + 2 - X_S) + 2Y_S - 2Y_{P-1} - 1$$

$$\text{или } F_{P+1} = F_P + 2k$$

Шаг $P \rightarrow P+1 = [+1, +1]$ тогда !! $Y_P = Y_{P-1} + 1$

$$F_{P+1} = 2 * k(X_{P-1} + 2 - X_S) + 2Y_S - 2Y_P - 1$$

$$\text{Или } F_{P+1} = F_P + 2k - 2$$

Алгоритм Брезенхема

ПЕРЕХОД К ЦЕЛЫМ

$$k = (y_E - y_S) / (x_E - x_S)$$

$$Err_P = F_P * (x_E - x_S) = 2 * (y_E - y_S) (x_P + 1 - x_S) \\ + (2y_S - 2y_P - 1) * (x_E - x_S)$$

$$Err_P = 2 * \Delta y * (x_P + 1 - x_S) + (2y_S - 2y_P - 1) * \Delta x$$

$$Err_0 = 2 * \Delta y - \Delta x$$

Шаг (+1,0) тогда

$$Err_{P+1} = 2 * \Delta y * (x_P + 2 - x_S) + (2y_S - 2y_P - 1) * \Delta x \\ = Err_P + 2 * \Delta y$$

Шаг (+1,+1) тогда

$$Err_{P+1} = 2 * \Delta y * (x_P + 2 - x_S) + (2y_S - 2y_P - 2 - 1) * \Delta x \\ Err_P + 2 * \Delta y - 2 * \Delta x = Err_P + 2 * (\Delta y - \Delta x)$$

Алгоритм Брезенхема

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Используя алгоритм Брезенхема
построить на единичном растре
отрезок прямой.

Нач. точка $S = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Кон. Точка $E = \begin{pmatrix} 9 \\ 5 \end{pmatrix}$

Вопросы для экзамена

ТЕМА: РАСТЕРИЗАЦИЯ ГРАФИЧЕСКИХ ПРИМИТИВОВ

1. Определение раstra, пиксела, связности пикселей.
2. Алгоритм Брезенхема растеризации отрезка прямой.

Литература:

<http://www.mari-el.ru/mmlab/home/kg/Lection5/lec5.html>

<http://algotist.manual.ru/graphics/painting/line.php>

Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики.-М.: Мир, 1989. стр.48-72

END # 06