

# **КОМП'ЮТЕРНИЙ СИНТЕЗ та ОБРОБКА ЗОБРАЖЕНЬ**

**Digital Image Processing - DIP**

**2021 / 2022 навчальний рік**

# СИГНАЛИ

1. 2D зображення = 2D сигнал .
2. Дискретизація 2D сигналів
3. Теорема відліків для 2D сигналів.
4. Відновлення 2D зображень.

[https://github.com/eabshkvprof/2022\\_Image\\_Processing\\_IPZm\\_21](https://github.com/eabshkvprof/2022_Image_Processing_IPZm_21)

# Зображення $\leftarrow = \rightarrow$ Дискретний сигнал



$$i = 0, 1, \dots, n - 1$$

$$j = 0, 1, \dots, m - 1$$

$$x_i = T_x * i$$

$$y_j = T_y * j$$

$T_x, T_y$  - шаги  
дискретизации

$$I(x_i, x_j) \rightarrow \hat{I}(i, j)$$

дискретное  
изображение

$$I(x, y) \xrightarrow{\text{замена}} \hat{I}(i, j)$$

## 2D ряд Фур'є

Комплексна форма 2D ряду Фур'є

$$I(x, y) = \sum_{k, m=-\infty}^{\infty} c_{km} e^{i2\pi(\omega_{kx}x + \omega_{my}y)}$$

$$c_{km} = \frac{1}{T_x T_y} \int_0^{T_x} \int_0^{T_y} I(x, y) e^{i2\pi(\omega_{kx}x + \omega_{my}y)} dx dy$$

$$k, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$c_{km}(\omega_{kx}, \omega_{my}) = |c_{km}| e^{i\varphi_{km}}$$

$\omega_k, \omega_m$  - пространственные частоты,

$|c_{km}|$  - пространственный спектр амплитуд,

$\varphi_{km}$  - пространственный спектр фаз.

## 2D перетворення Фур'є

Зображення  $I(x,y)$  є 2D сигнал

*Пряме перетворення*  $I(x,y) \Rightarrow F(\omega_1, \omega_2)$

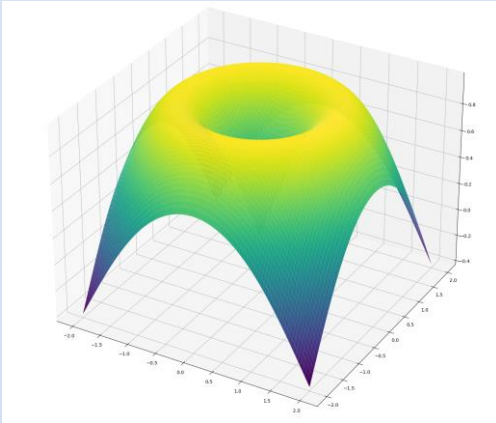
$$F(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) e^{-j(\omega_1 x + \omega_2 y)} dx dy$$

*Зворотне перетворення*  $F(\omega_1, \omega_2) \Rightarrow I(x,y)$   
 $I(x, y) =$

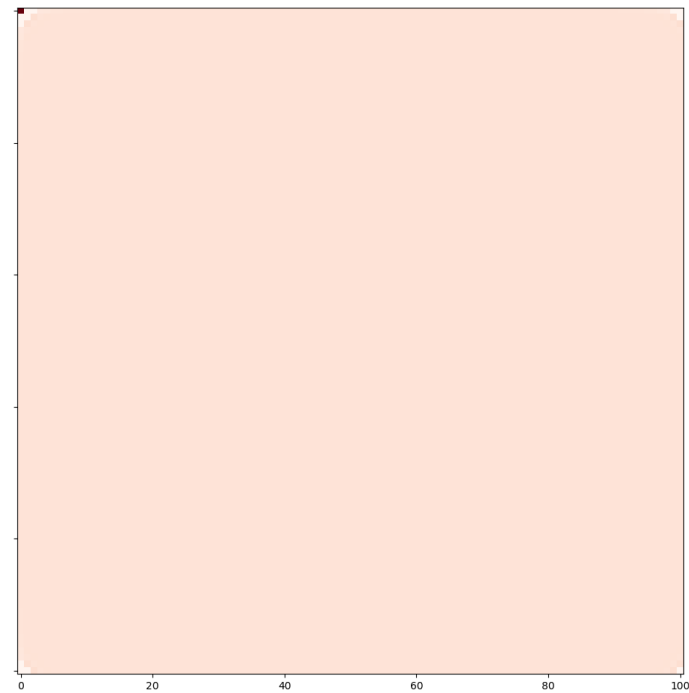
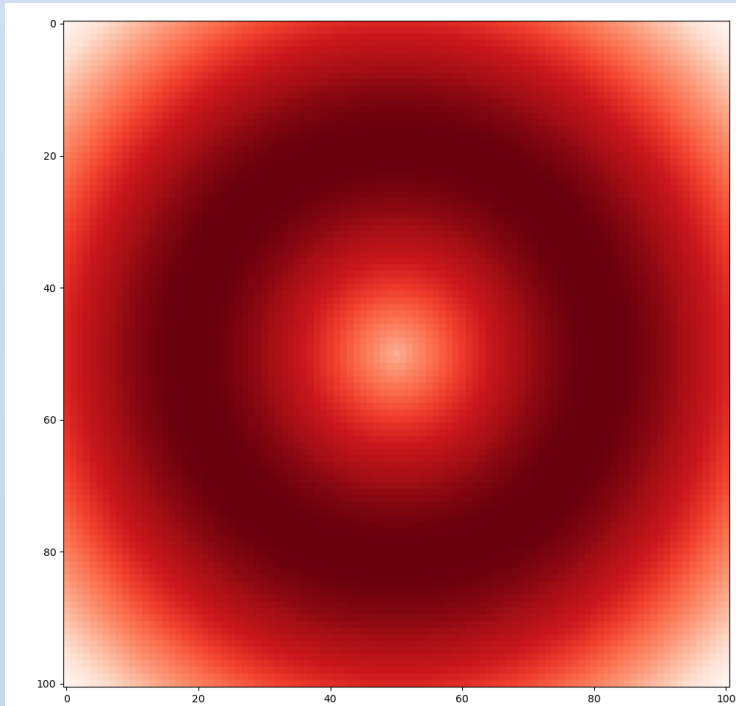
$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega_1, \omega_2) e^{j(\omega_1 x + \omega_2 y)} d\omega_1 d\omega_2$$

$F(\omega_1, \omega_2)$  - комплексна функція – двовимірний спектр сигналу  $I(x, y)$ .

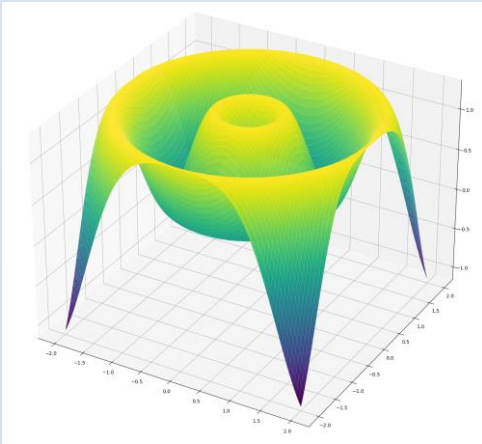
# 2D перетворення Фур'є



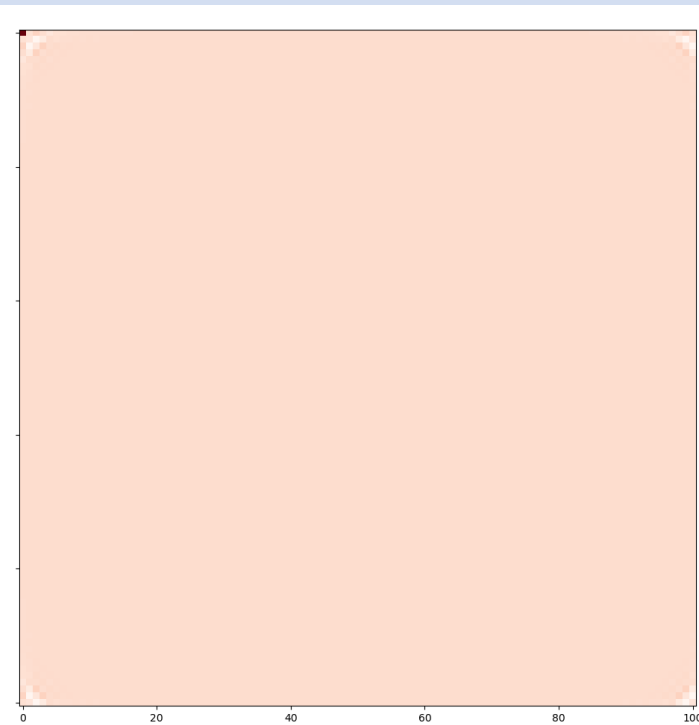
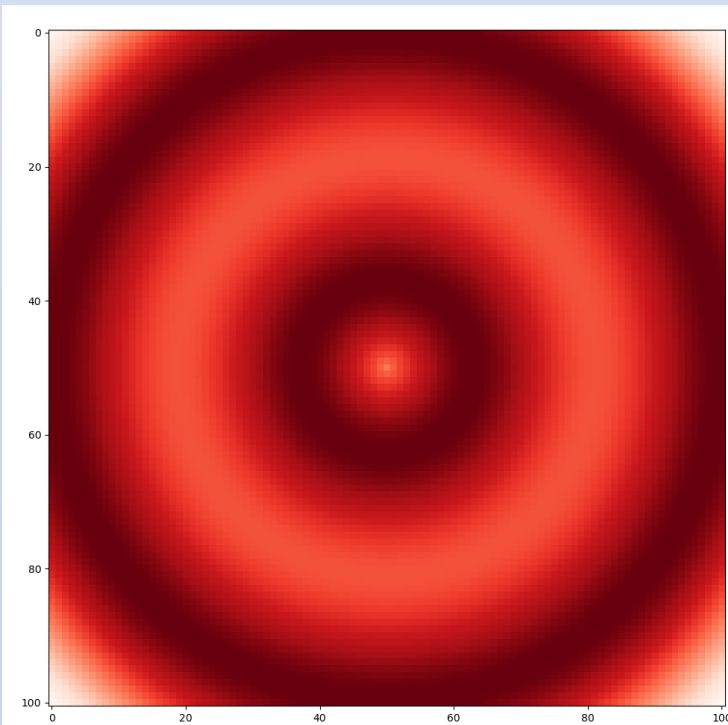
$$I(x,y) = \sin(\sqrt{x^2 + y^2})$$



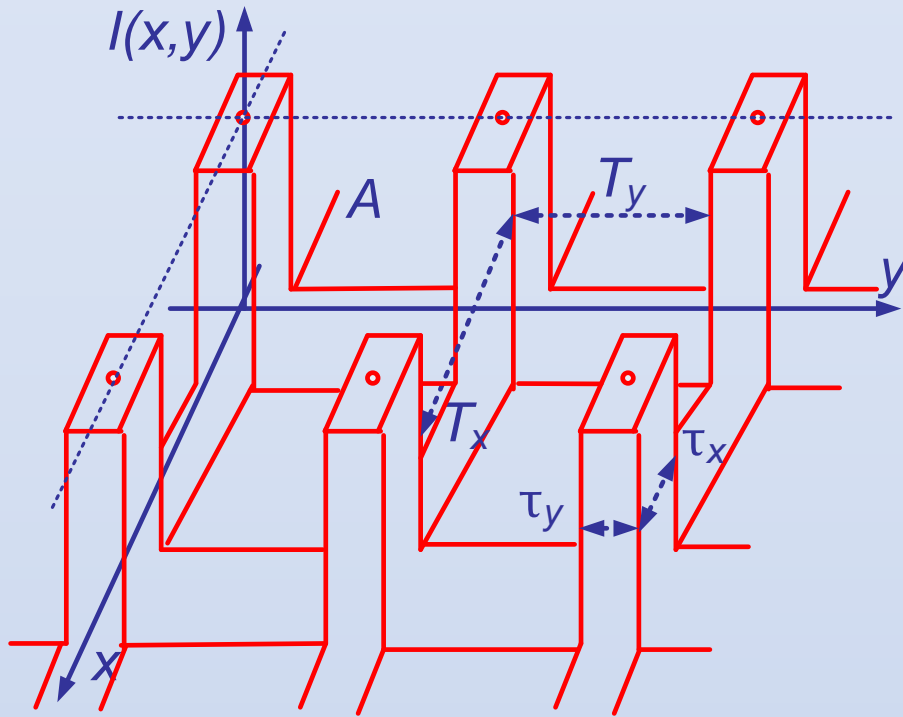
## 2D перетворення Фур'є



$$I(x,y) = \sin\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right) + 0.75\cos(3 * \sqrt{x^2 + y^2})$$



## 2D ряд Фур'є

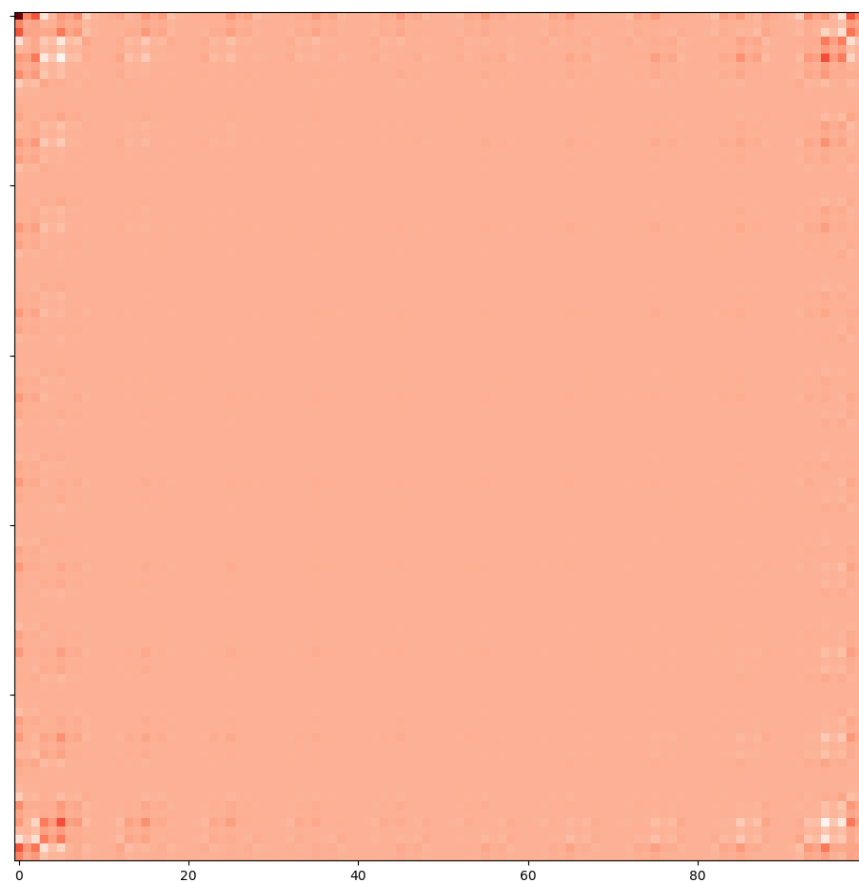
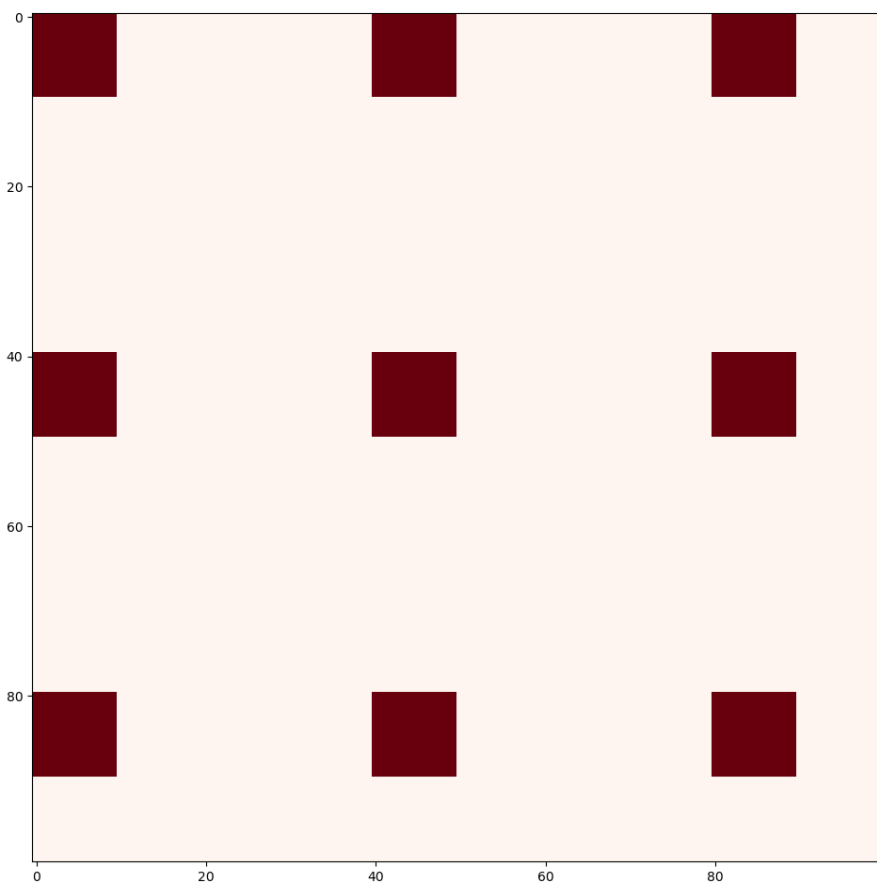


$$F(\omega_1, \omega_2) = A\tau_x\tau_y \frac{\sin(\omega_x\tau_x/2)}{\omega_x\tau_x/2} * \frac{\sin(\omega_y\tau_y/2)}{\omega_y\tau_y/2}$$



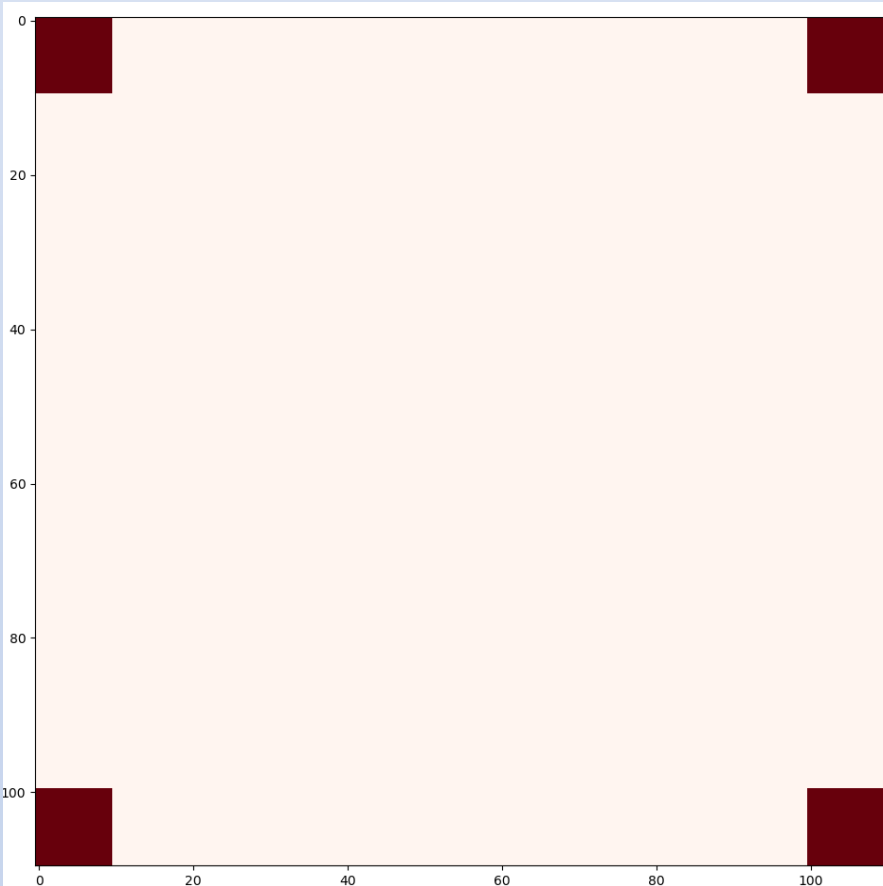
# 2D послідовність прямокутних імпульсів

$$T = 40, \tau = 10$$



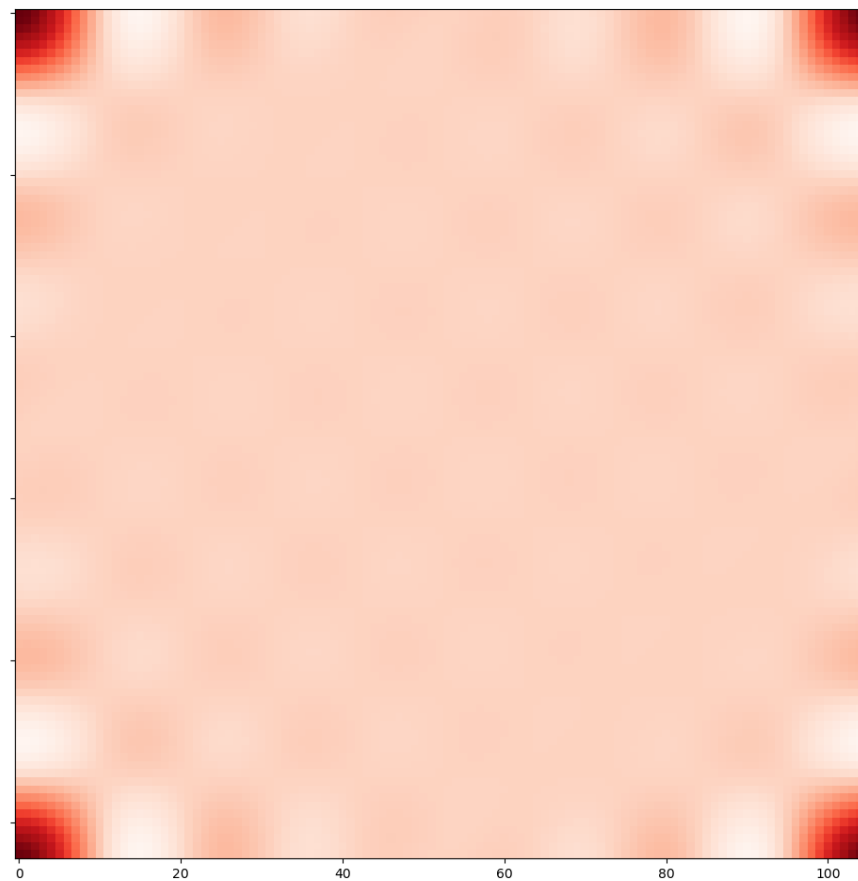
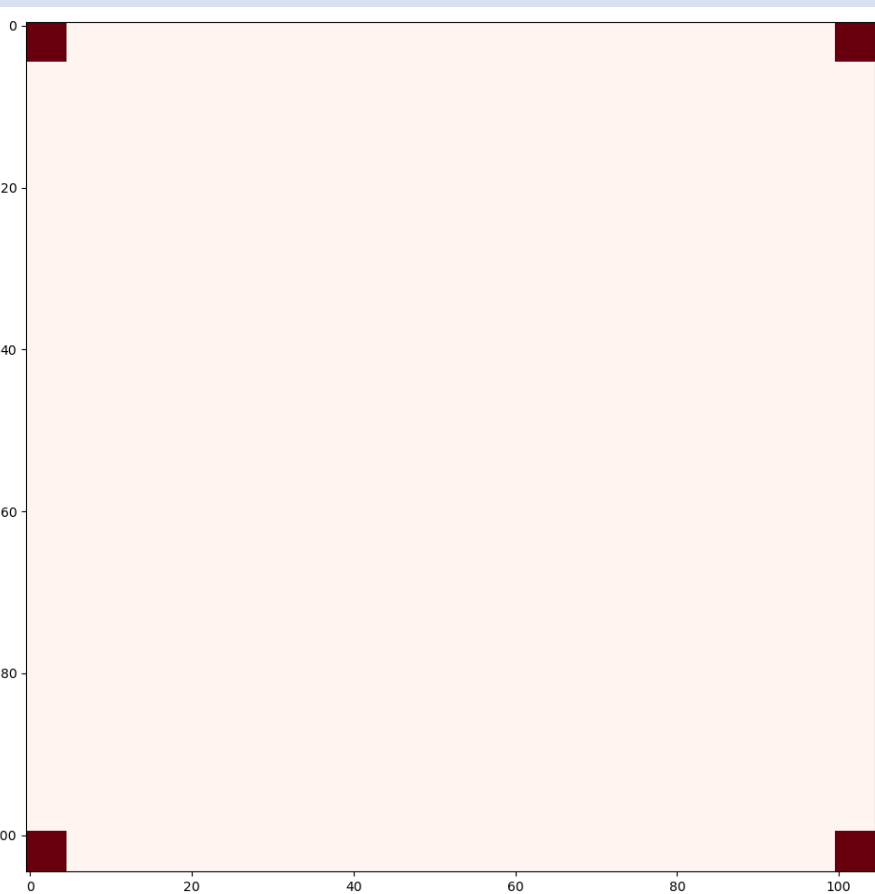
# 2D послідовність прямокутних імпульсів

$$T = 100, \tau = 10$$



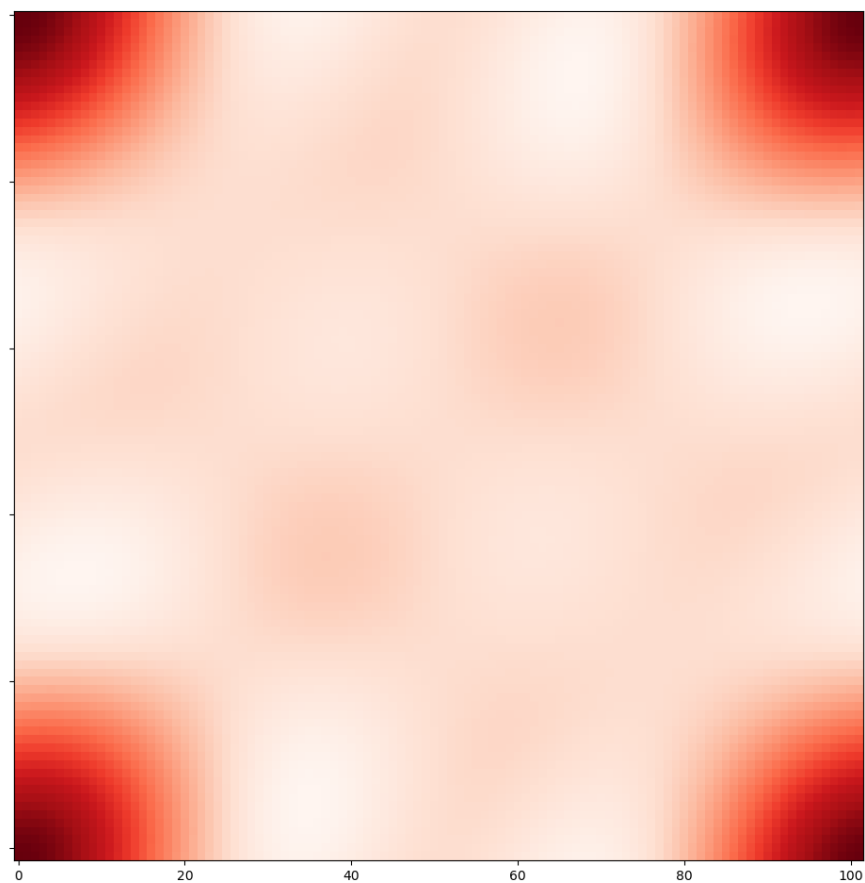
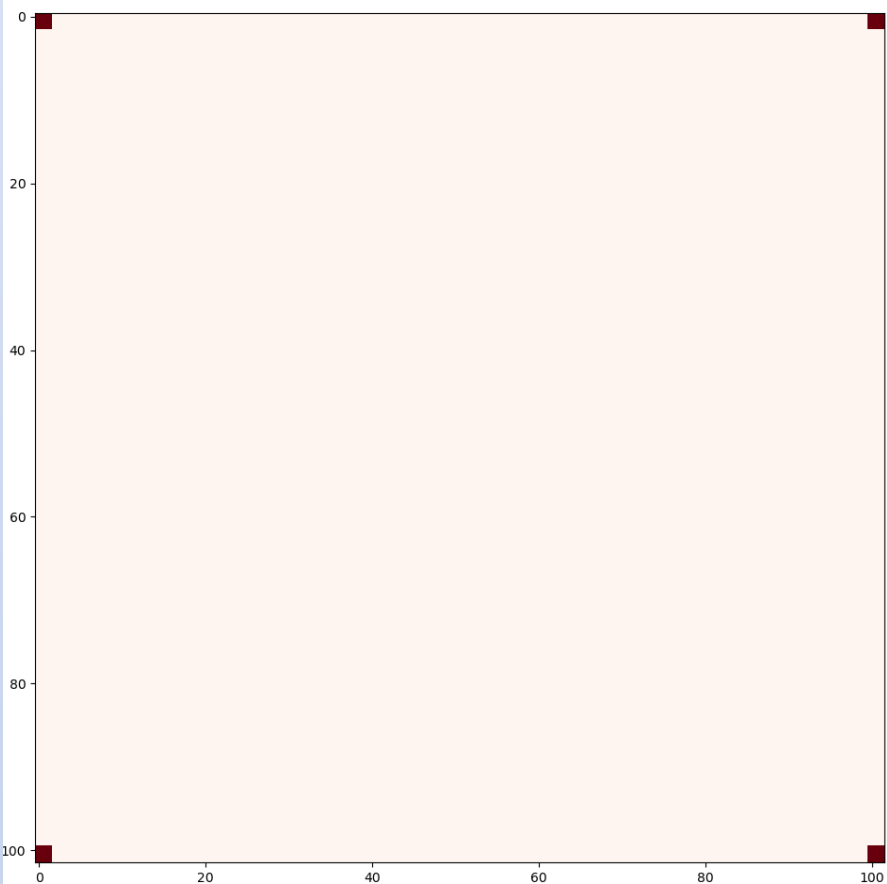
# 2D послідовність прямокутних імпульсів

$$T = 100, \tau = 5$$



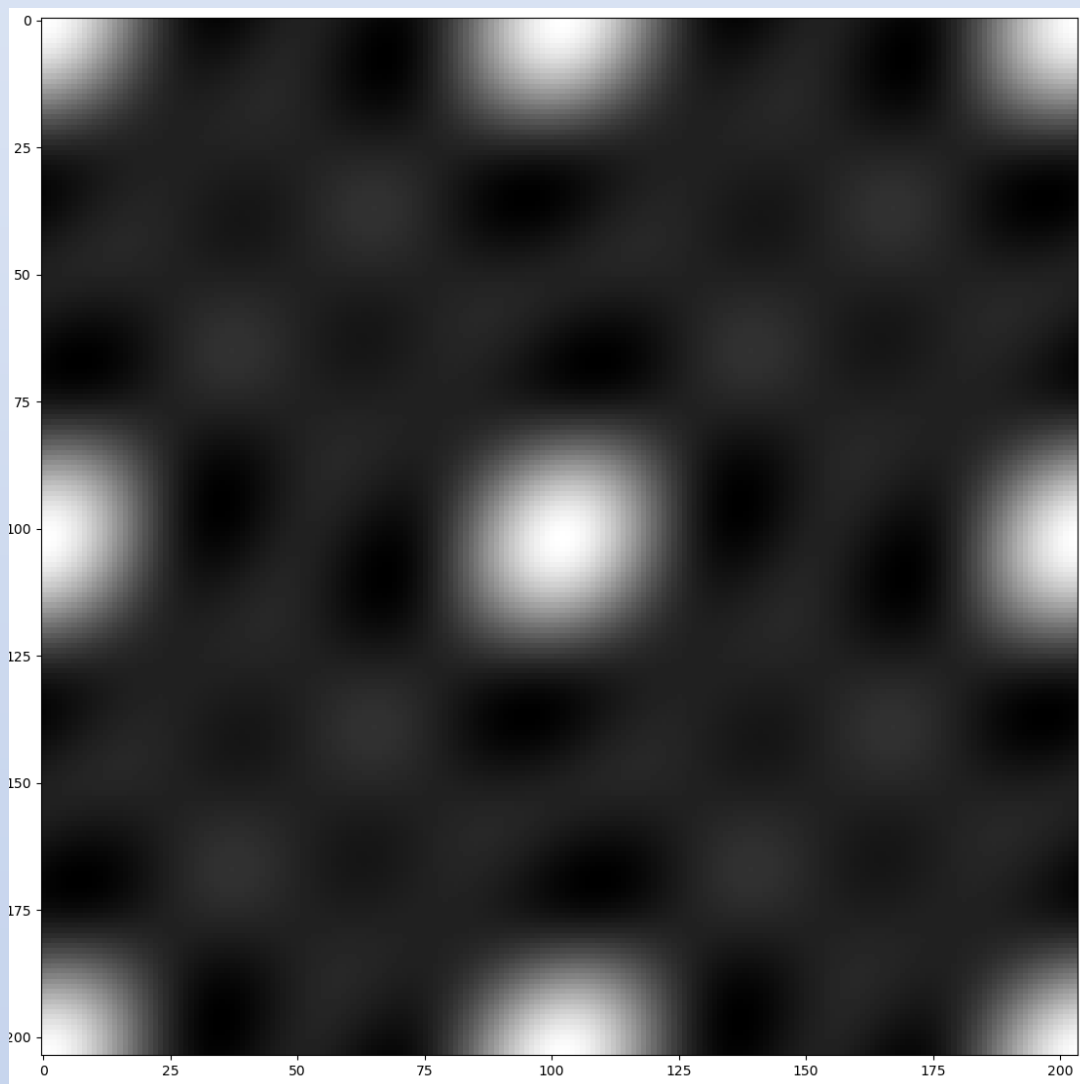
# 2D послідовність прямокутних імпульсів

$$T = 100, \tau = 2$$



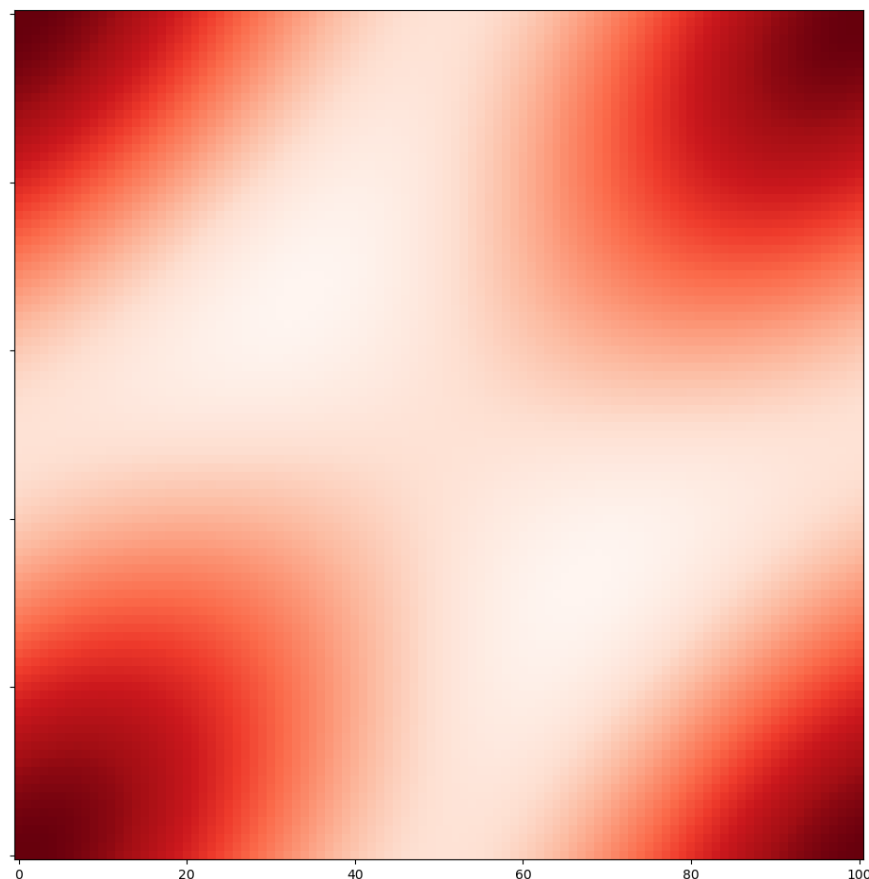
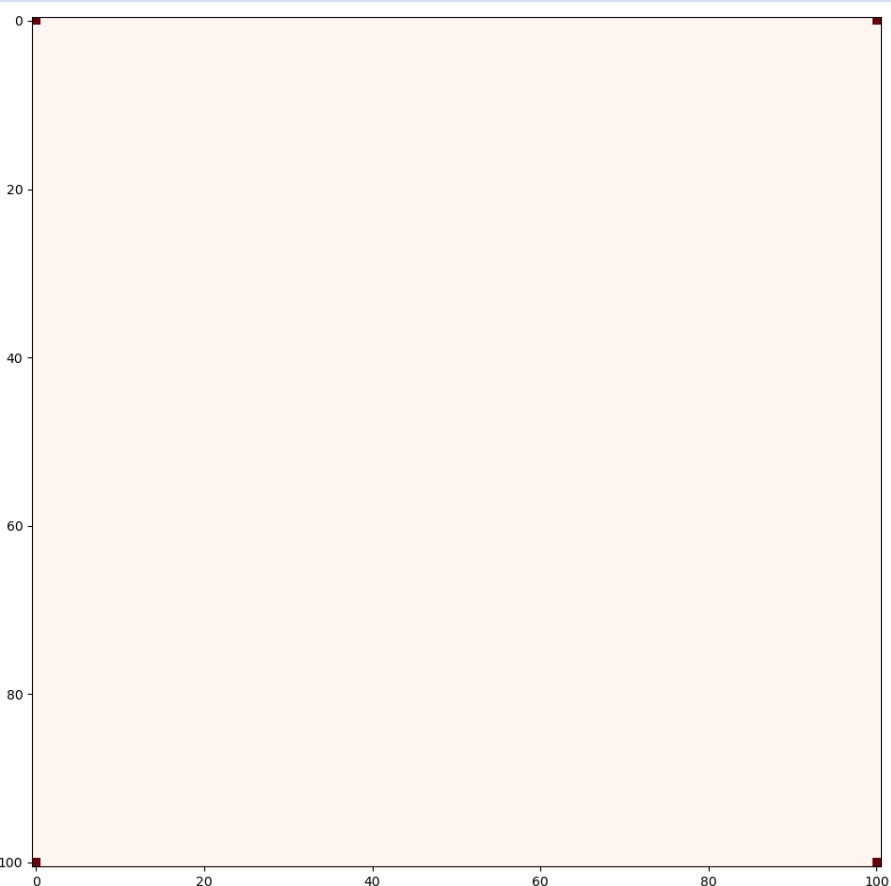
# 2D послідовність прямокутних імпульсів

$T = 100, \tau = 2$

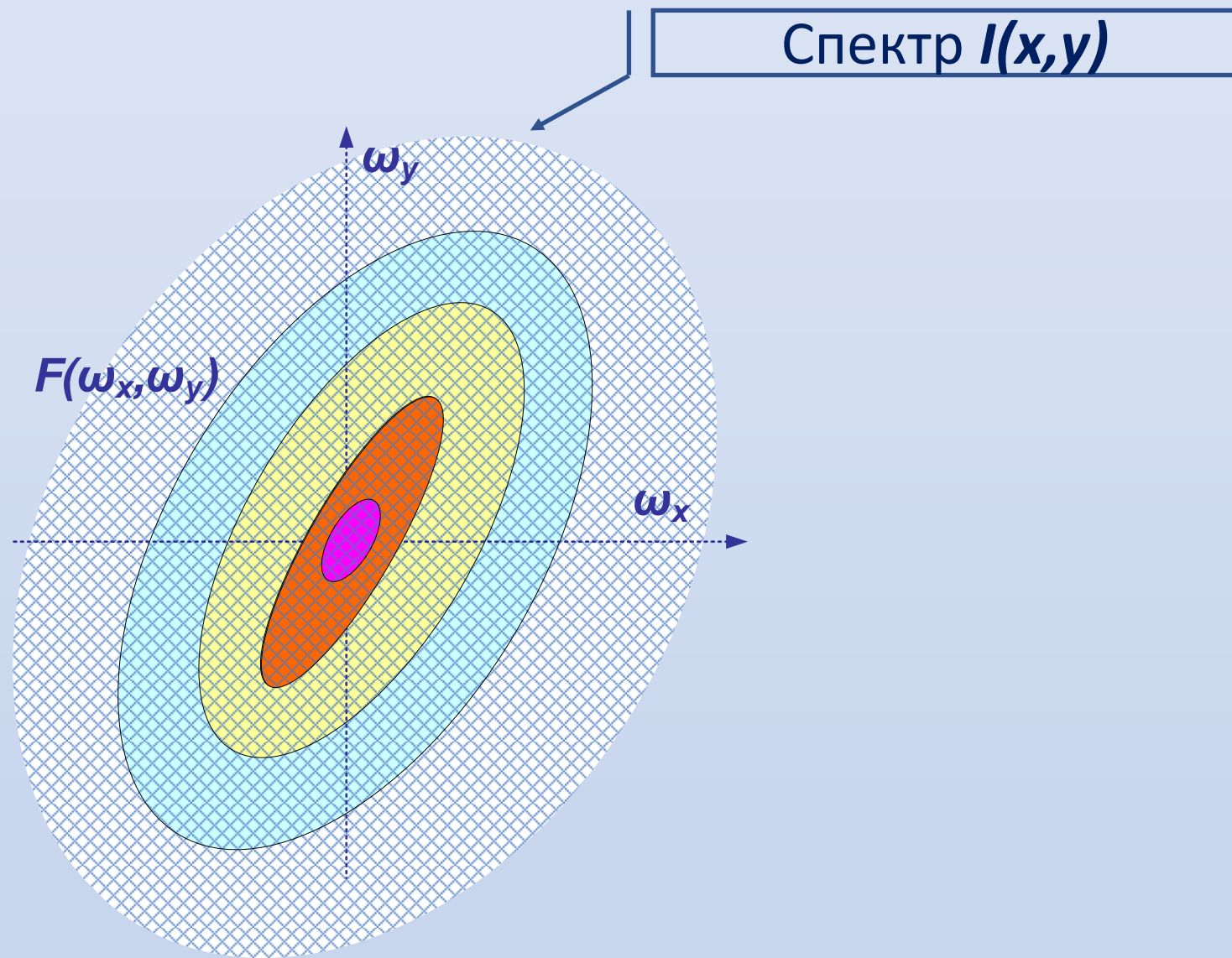


# 2D послідовність прямокутних імпульсів

$$T = 100, \tau = 1$$



# Спектр 2D сигнала



# Сигнал з фінітним спектром

Важливо. Якщо пряме Фур'є перетворення сигналу

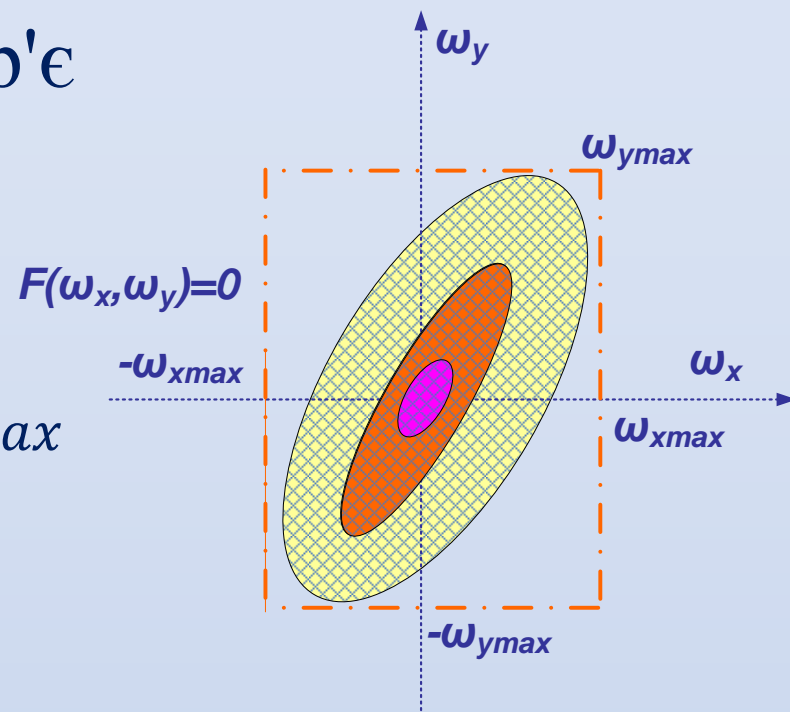
$$I(x,y) \Rightarrow F(\omega_x, \omega_y)$$

таке, що для

$$|\omega_x| > \omega_{xmax}, |\omega_y| > \omega_{ymax}$$

виконується

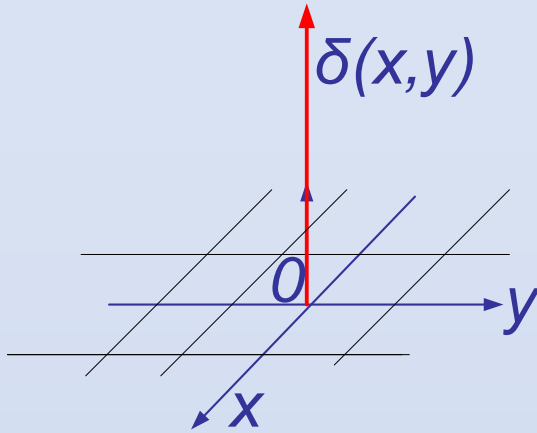
$$F(\omega_x, \omega_y) \equiv 0$$



тоді сигнал  $I(x,y)$  має **фінітний** спектр !

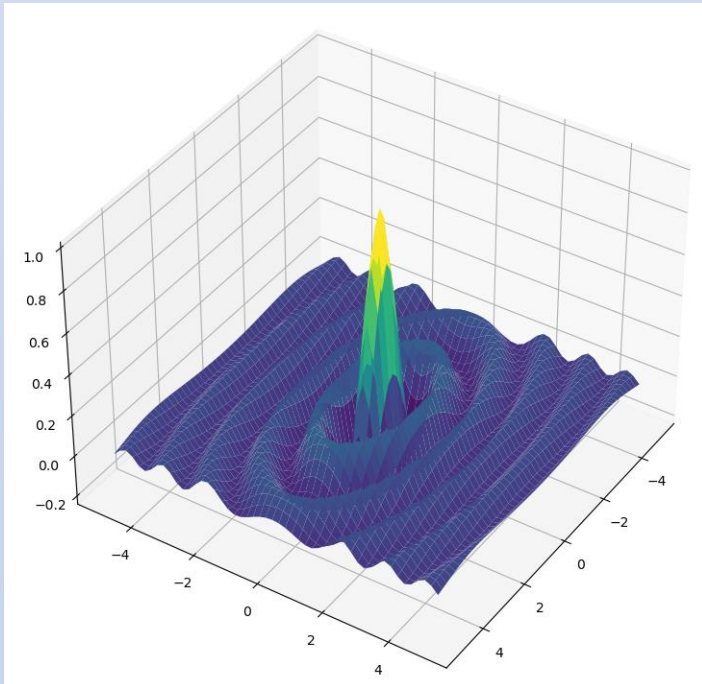


# 2D дельта-функция



$$\delta(x, y) = \begin{cases} \infty: x = 0 \text{ and } y = 0 \\ 0: x \neq 0 \text{ or } y \neq 0 \end{cases}$$

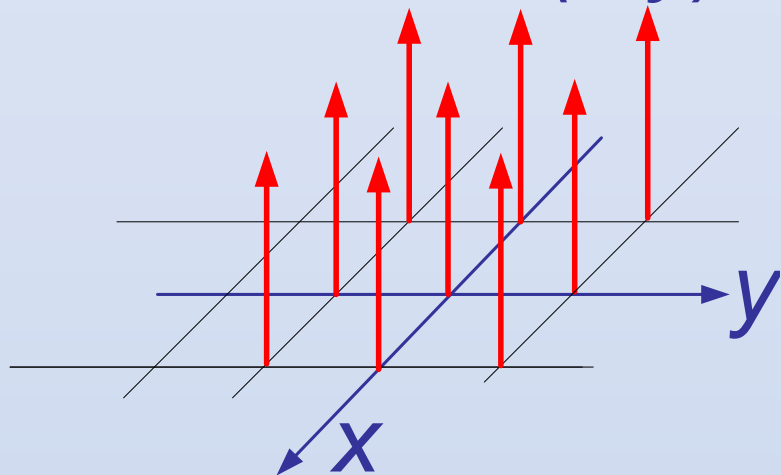
## Спектр 2D дельта-функции



$$F(\omega_1, \omega_2) = \textcolor{red}{sinc}(\omega_1 \tau_1) * \textcolor{red}{sinc}(\omega_2 \tau_2)$$

## 2D дискретизуюча функція

$\text{comb}(x, y)$



$$\begin{aligned} \text{comb}(x, y, \Delta x, \Delta y) &= \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - m\Delta x, y - n\Delta y) \end{aligned}$$

## 2D дискретизація

2D дискретизація – перемноження первинної функції на дискретизуючу функцію

$$\begin{aligned} I_s(x, y) &= I(x, y) * \mathbf{comb}(x, y, \Delta x, \Delta y) = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I(m\Delta x, n\Delta y) \delta(x - m\Delta x, y - n\Delta y) \end{aligned}$$

Сигнал-зображення

$I(x, y) \Rightarrow$  його спектр  $F(\omega_1, \omega_2)$

Дискретизоване зображення - сигнал  $I_s(x, y)$   
 $\Rightarrow$  його ?? спектр

## 2D дискретизація

Просторові частоти дискретизації

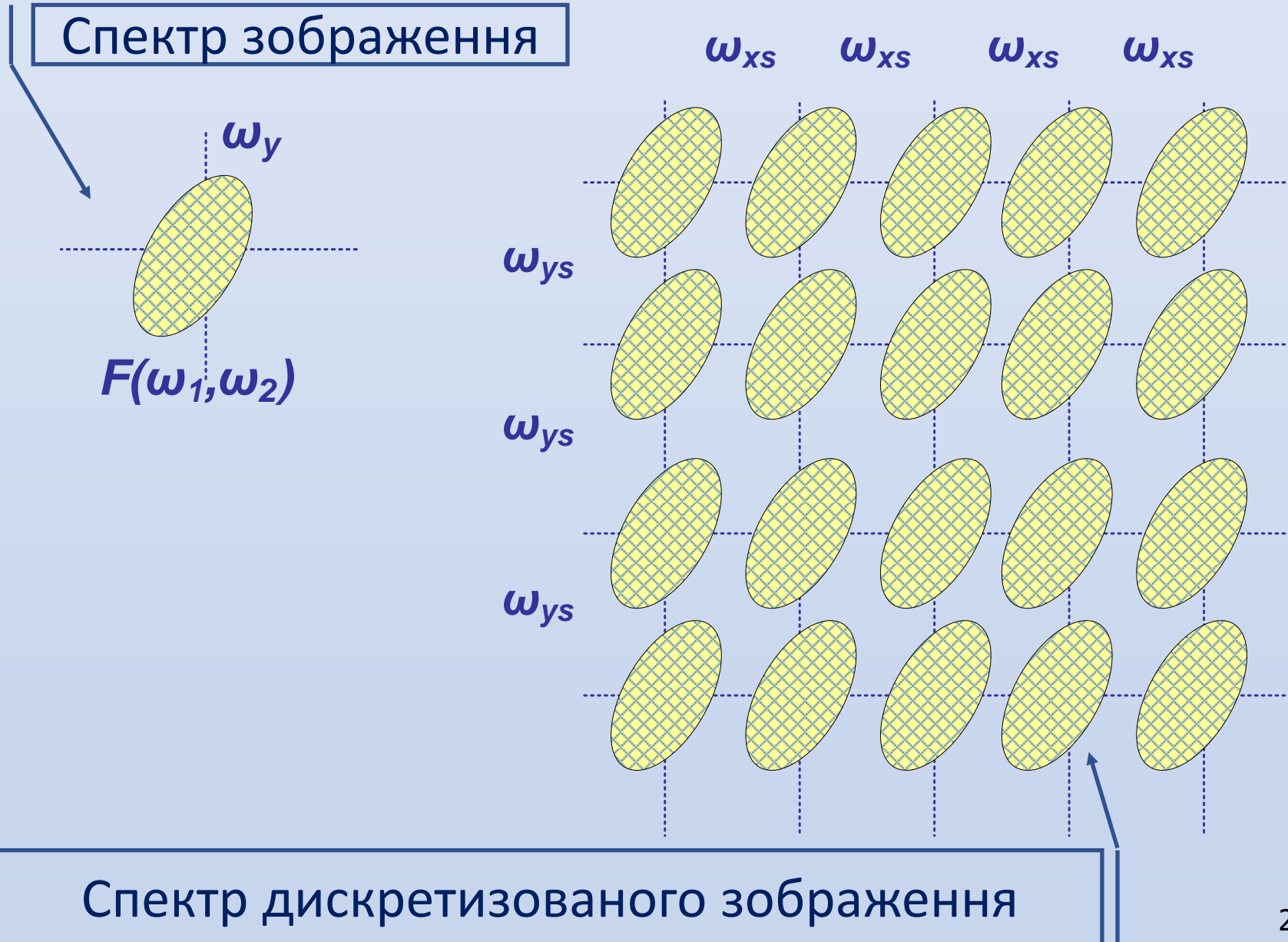
$$\omega_{xs} = 1/\Delta x, \quad \omega_{ys} = 1/\Delta y$$

Спектр  $F_s(\omega_1, \omega_2)$  дискретизованого зображення

$$F_s(\omega_x, \omega_y) = \omega_{xs} \omega_{ys} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} F(\omega_x - k\omega_{xs}, \omega_y - l\omega_{ys})$$

Спектр дискретизованого зображення є періодична (нескінченна) комбінація спектрів вихідного (безперервного) зображення, повторених в вузлах сітки  $\omega_{xs}, \omega_{ys}$

# Спектр дискретизованого фінітного 2D сигналу



## Відтворення 2D сигналу

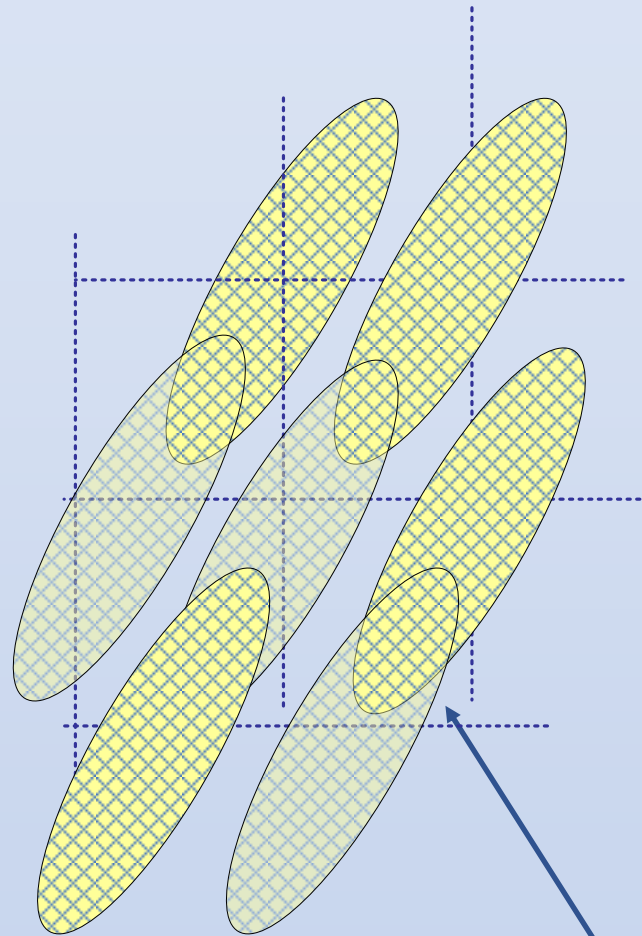
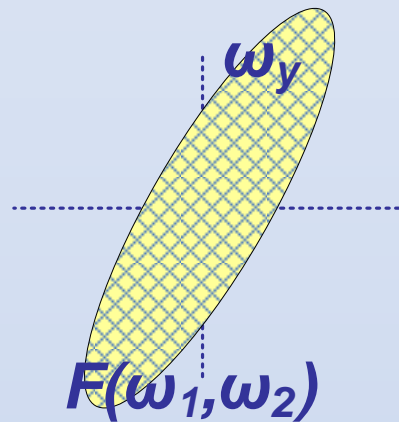
Відтворення 2D сигналу однозначне можливе, коли виконуються умови 2D аналогу теореми Найквіста — Котельникова, тобто:

$$1/\Delta x = \omega_{xs} > 2\omega_{x\max} \quad 1/\Delta y = \omega_{ys} > 2\omega_{y\max}$$

$$\hat{I}(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I(m\Delta x, n\Delta y) \mathit{sinc}(\omega_{xs}x - m) \mathit{sinc}(\omega_{ys}y - n)$$

# Спектр дискретизованого 2D сигналу

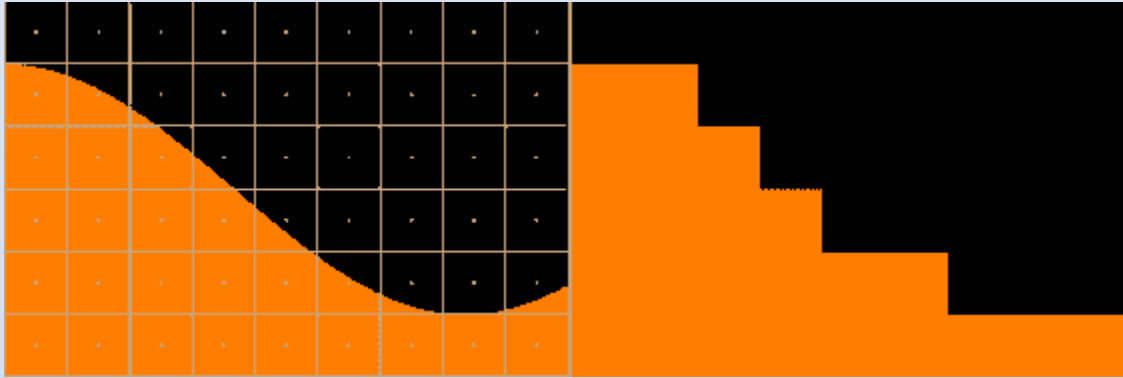
Спектр зображення



Порушення умов теореми Найквіста-Котельникова. Відтворення **НЕМОЖЛИВО**

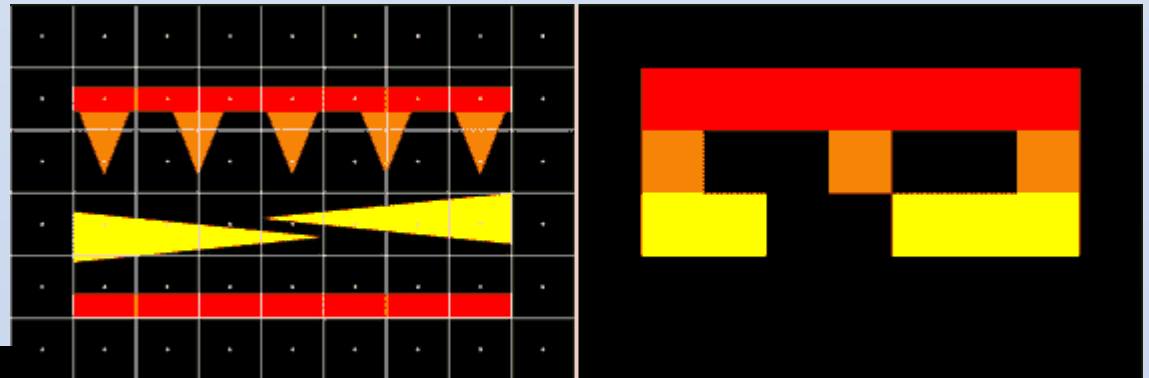
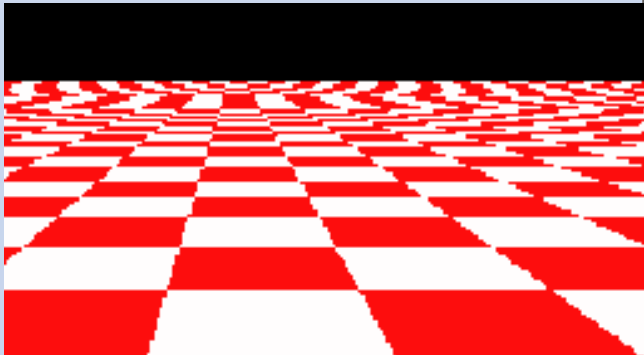
# Елайсінг

Ефект сходів



Втрата дрібних деталей

Руйнування текстур





## Рекомендована ЛІТЕРАТУРА

- **Вовк С.М., Гнатушенко В.В., Бондаренко М.В.** Методи обробки зображень та комп'ютерний зір: навчальний посібник. - Д.: Ліра, 2016 — 148 с.
- **Красильников Н.Н.** Цифровая обработка 2D- и 3D-изображений: учеб.пособие.- СПб.: БХВ-Петербург, 2011.- 608 с.: ил.
- **Гонсалес Р.С., Вудс Р.Э.** Цифровая обработка изображений. - М. : Техносфера, 2005. -1070 с.
- **Визильтер Ю.В., Желтов С.Ю. и др.** Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения.-М.: Физматкнига, 2010.-672 с.

## Рекомендована ЛІТЕРАТУРА

- **Ватолин Д., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В.** Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. - М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002. - 384 с.
- **Творошенко І.С.** Конспект лекцій з дисципліни «Цифрова обробка зображень» / І.С.Творошенко : І. С. Творошенко ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – 75 с.
- Методы компьютерной обработки изображений: Учебное пособие для ВУЗов/ Под ред.: **Сойфер В.А..** - 2-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2003. - 780 с.
- **Фисенко В.Т., Фисенко Т.Ю.** Компьютерная обработка и распознавание изображений: учеб. пособие. - СПб: СПбГУ ИТМО, 2008. – 192 с.

## Додаткова ЛІТЕРАТУРА

- **Грузман И.С., Киричук В.С.** Цифровая обработка изображений в информационных системах. — Новосибирск: Изд-во НГУ, 2002. — 352 с.: ил.
- **Solomon C., Breckon T.** Fundamentals of Digital Image Processing. — Willey-Blackwell, 2011 - 344 p.
- **Павлидис Т.** Алгоритмы машинной графики и обработки изображений: Пер. с англ. - М.: Радио и связь, 1986. — 400 с.
- **Яншин В. В., Калинин Г. А.** Обработка изображений на языке Си для IBM PC: Алгоритмы и программы. — М.: Мир, 1994. — 240 с.

# Інформаційні ресурси

- Компьютерная обработка изображений. Конспект лекций. [http://aco.ifmo.ru/el\\_books/image\\_processing/](http://aco.ifmo.ru/el_books/image_processing/)
- Цифрова обробка зображень [Електронний ресурс] : методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт / НТУУ «КПІ» ; уклад.: В. С. Лазебний, П. В. Попович. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,41 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 73 с. – <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/21035>
- <https://www.youtube.com/watch?v=CZ99Q0DQq3Y>
- <https://www.youtube.com/watch?v=FKTLW8GAdu4>

# The END

## Lec 2.1