

# **КОМП'ЮТЕРНИЙ СИНТЕЗ та ОБРОБКА ЗОБРАЖЕНЬ**

**Digital Image Processing - DIP**

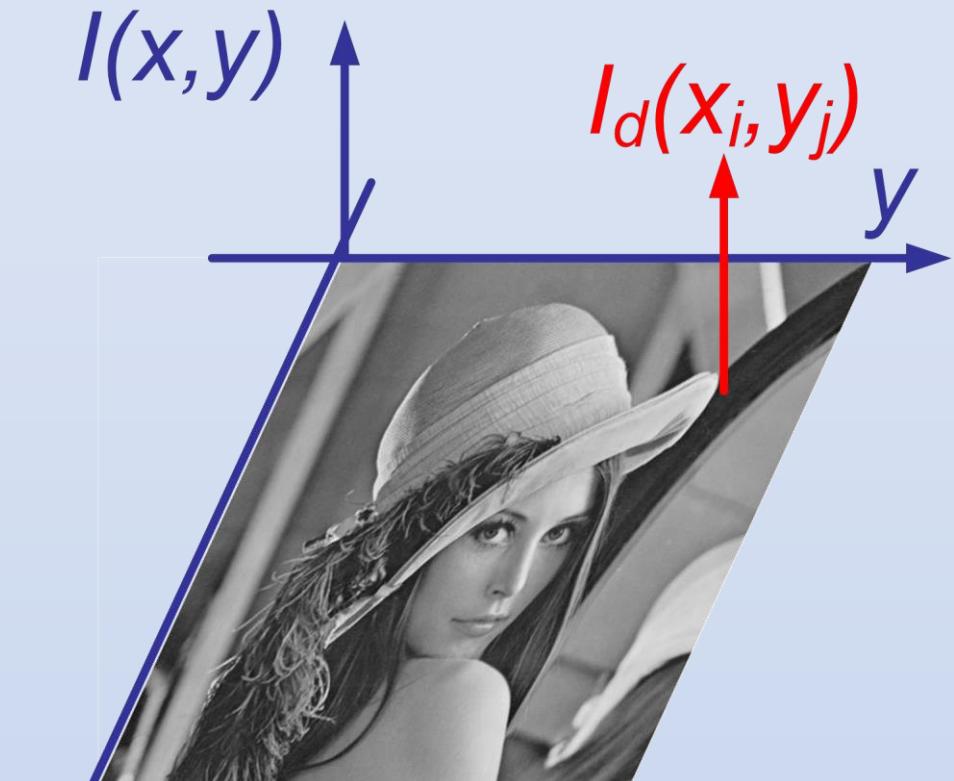
**2021 / 2022 навчальний рік**

# СИГНАЛИ

1. 2D зображення = 2D сигнал .
2. Дискретизація 2D сигналів
3. Теорема відліків для 2D сигналів.
4. Відновлення 2D зображень.

[https://github.com/eabshkvprof/2022\\_Image\\_Processing\\_IPZm\\_21](https://github.com/eabshkvprof/2022_Image_Processing_IPZm_21)

# Зображення $\leftarrow = \rightarrow$ Дискретний сигнал



$I(x, y)$  –  
Непрерывное  
изображение

$$\begin{aligned} i &= 0, 1, \dots n - 1 \\ j &= 0, 1, \dots m - 1 \\ x_i &= T_x * i \\ y_j &= T_y * j \\ T_x, T_y &\text{- шаги} \\ &\text{дискретизации} \end{aligned}$$

$I(x_i, x_j) \rightarrow \hat{I}(i, j)$   
дискретное  
изображение

$I(x, y)$  замена  $\rightarrow \hat{I}(i, j)$

## 2D ряд Фур'є

Комплексна форма 2D ряду Фур'є

$$I(x, y) = \sum_{k,m=-\infty}^{\infty} c_{km} e^{i2\pi(\omega_{kx}x + \omega_{my}y)}$$

$$c_{km} = \frac{1}{T_x T_y} \int_0^{T_x} \int_0^{T_y} I(x, y) e^{i2\pi(\omega_{kx}x + \omega_{my}y)} dx dy$$

$$k, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$c_{km}(\omega_{kx}, \omega_{my}) = |c_{km}| e^{i\varphi_{km}}$$

$\omega_k, \omega_m$  - пространственные частоты,

$|c_{km}|$  – пространственный спектр амплитуд,

$\varphi_{km}$  – пространственный спектр фаз.

## 2D перетворення Фур'є

Зображення  $I(x,y)$  є 2D сигнал

*Пряме перетворення*  $I(x,y) \Rightarrow F(\omega_1, \omega_2)$

$$F(\omega_1, \omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y) e^{-j(\omega_1 x + \omega_2 y)} dx dy$$

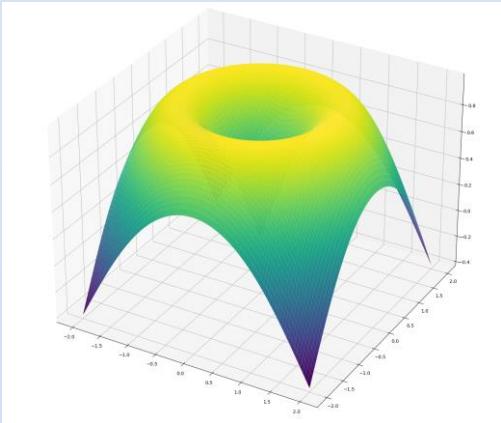
*Зворотне перетворення*  $F(\omega_1, \omega_2) \Rightarrow I(x,y)$

$$I(x, y) =$$

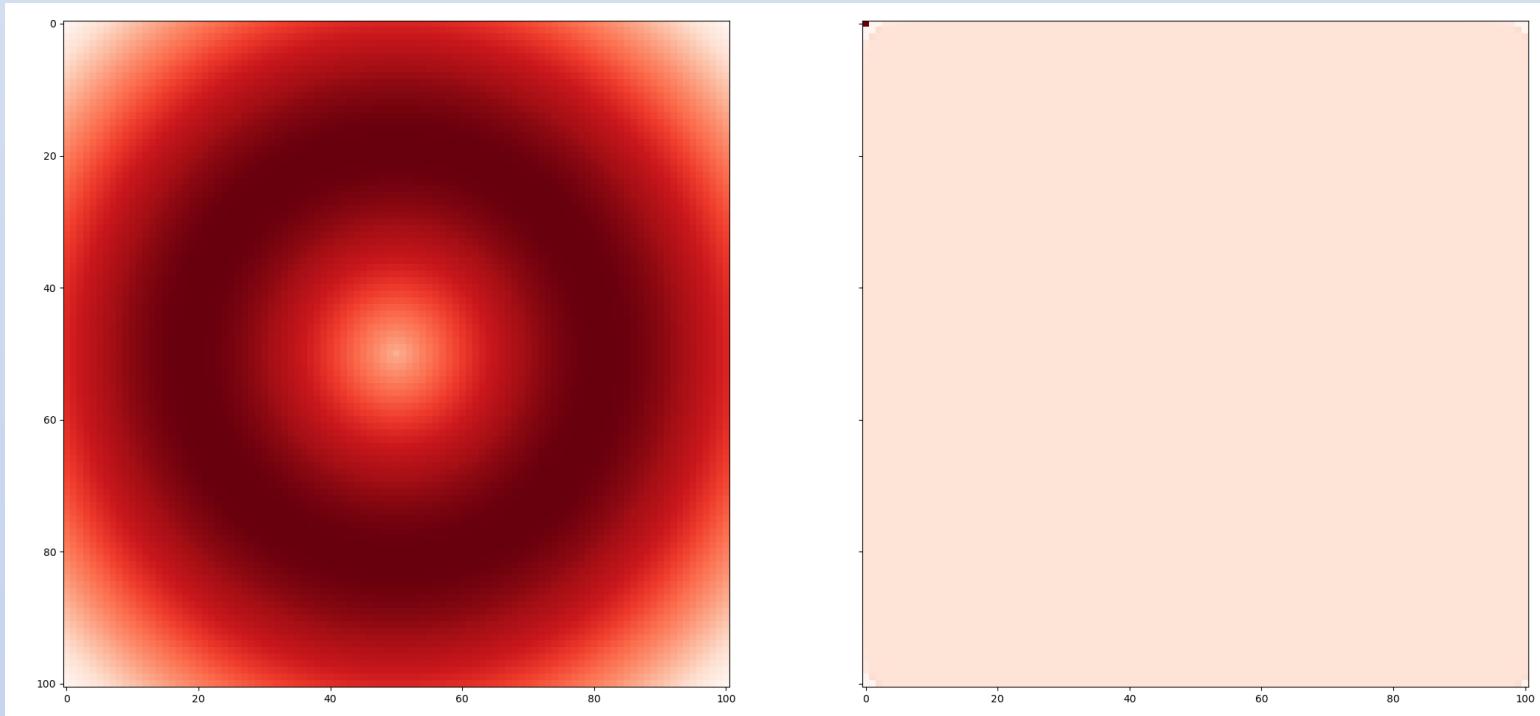
$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega_1, \omega_2) e^{j(\omega_1 x + \omega_2 y)} d\omega_1 d\omega_2$$

$F(\omega_1, \omega_2)$  - комплексна функція – двовимірний спектр сигналу  $I(x, y)$ .

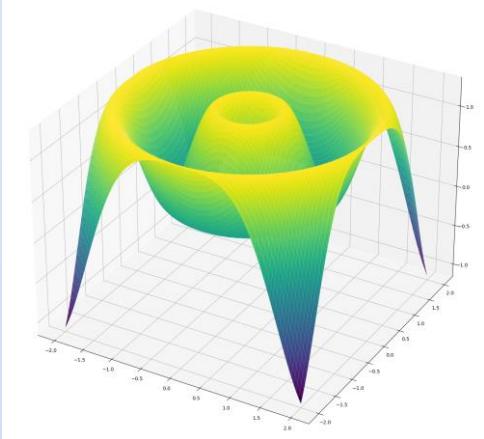
# 2D перетворення Фур'є



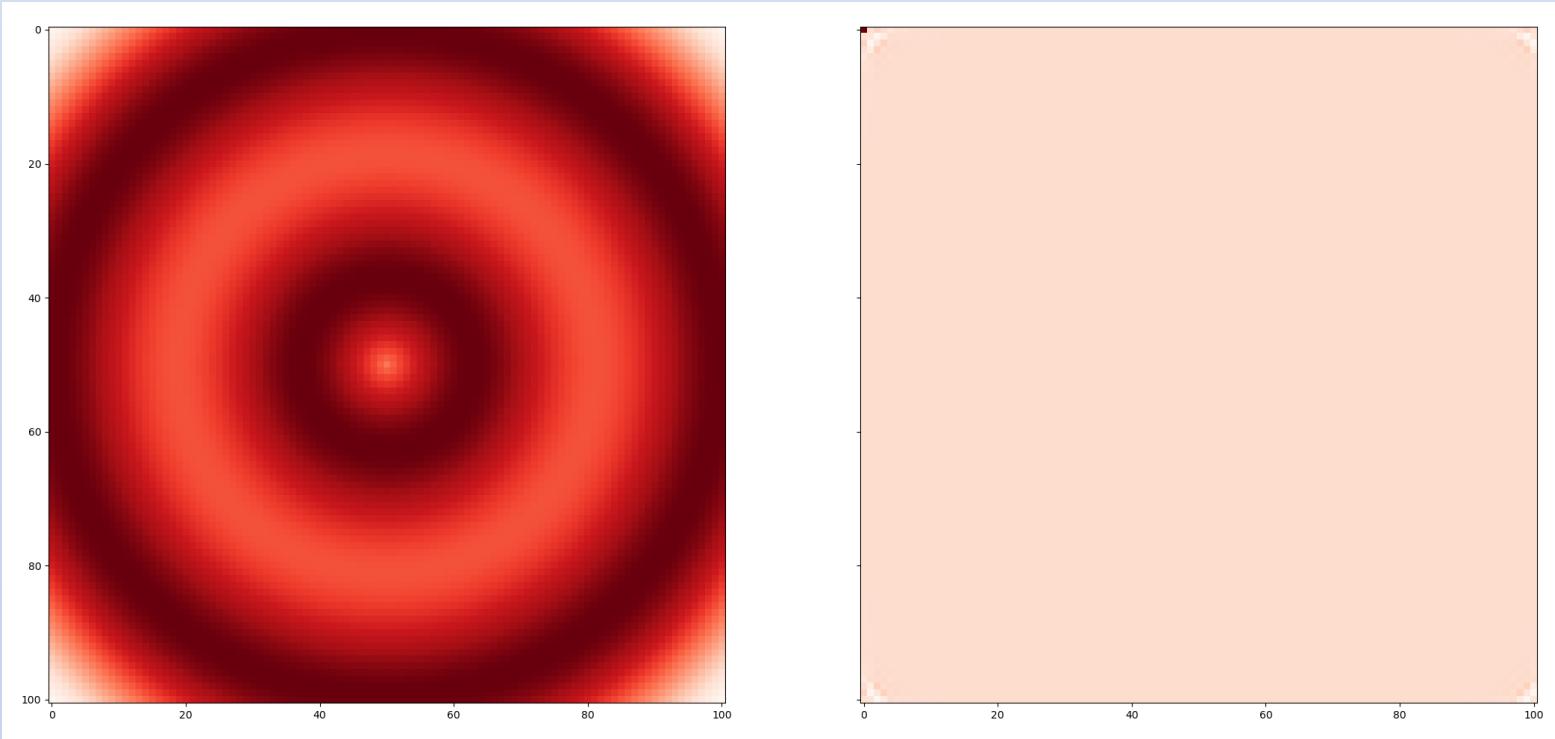
$$I(x,y) = \sin(\sqrt{x^2 + y^2})$$



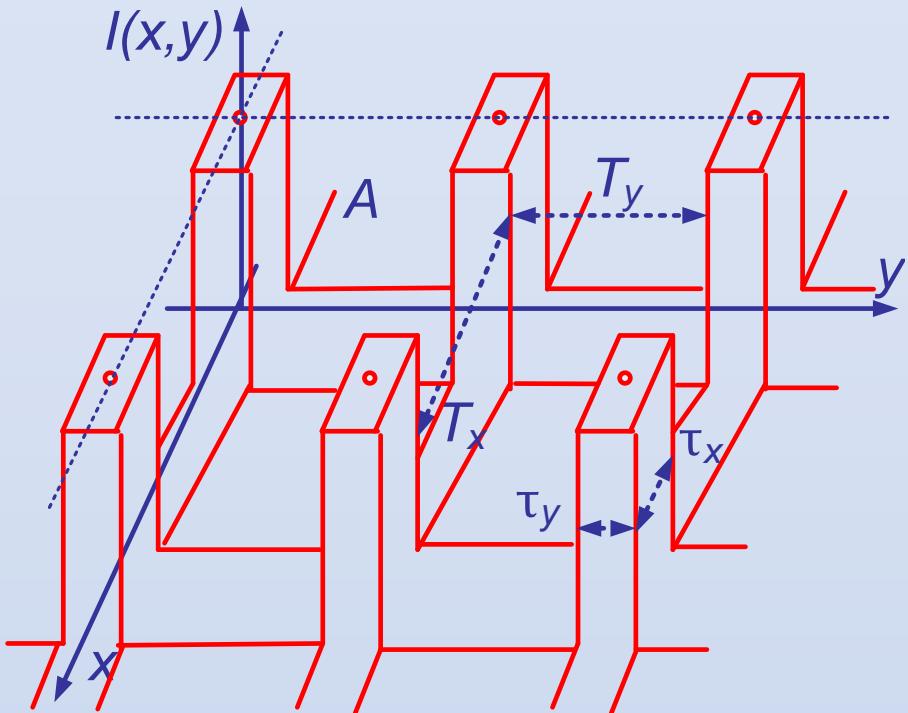
# 2D перетворення Фур'є



$$I(x,y) = \sin\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right) + \\ 0.75\cos(3 * \sqrt{x^2 + y^2})$$



## 2D ряд Фур'є

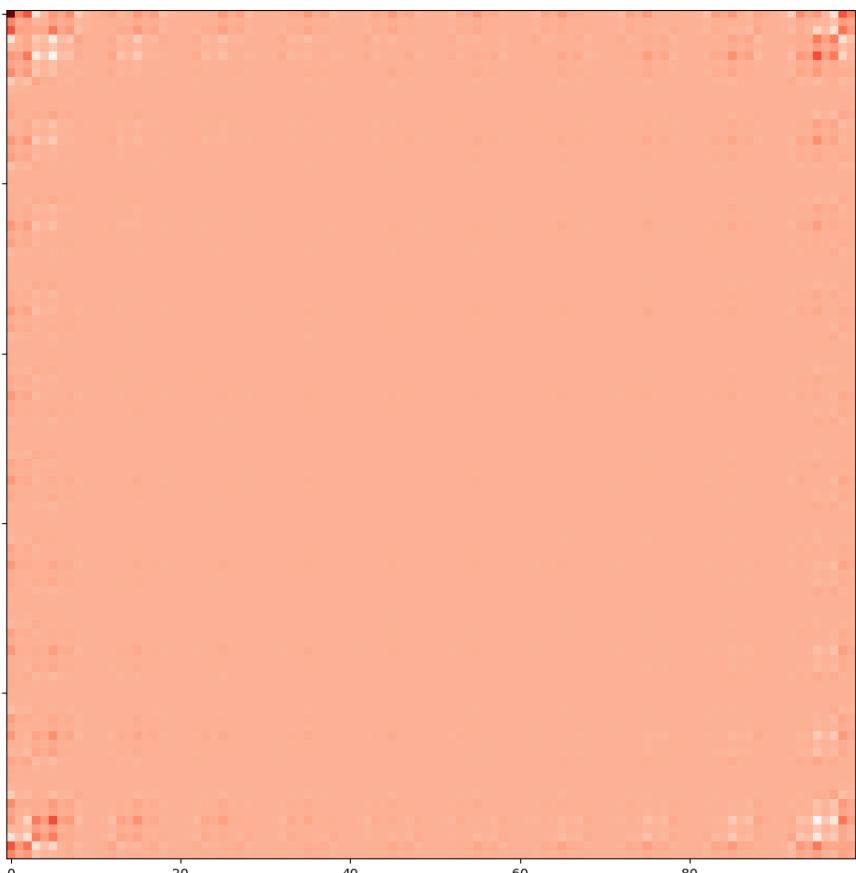
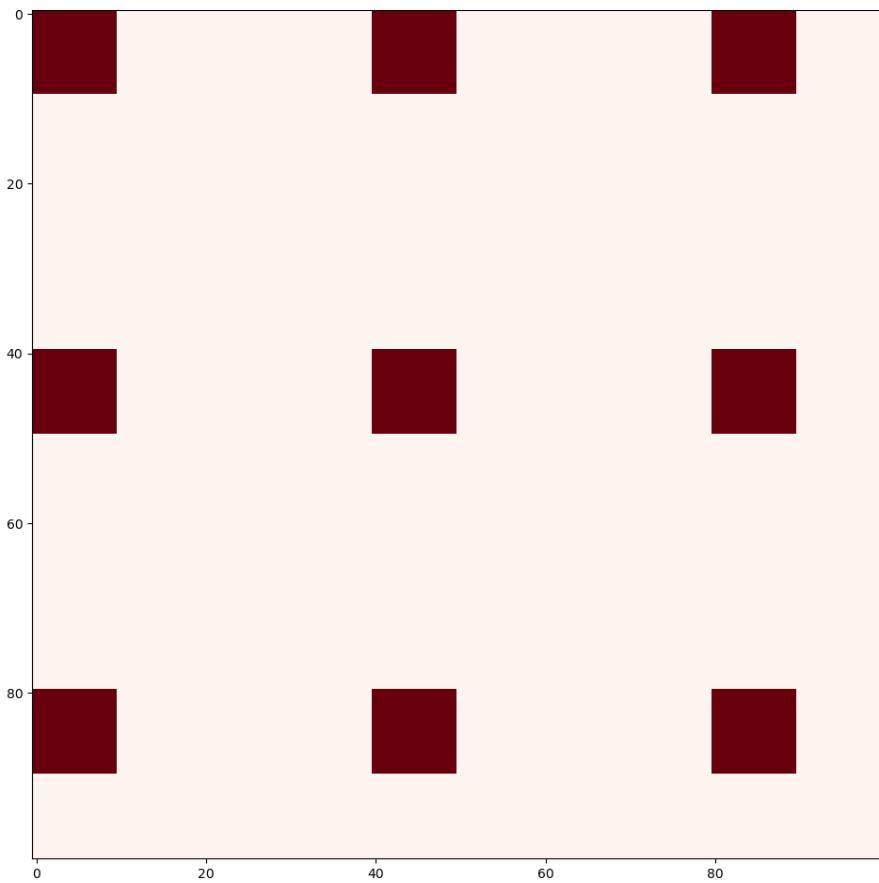


$$F(\omega_1, \omega_2) =$$

$$A\tau_x\tau_y \frac{\sin(\omega_x\tau_x/2)}{\omega_x\tau_x/2} * \frac{\sin(\omega_y\tau_y/2)}{\omega_y\tau_y/2}$$

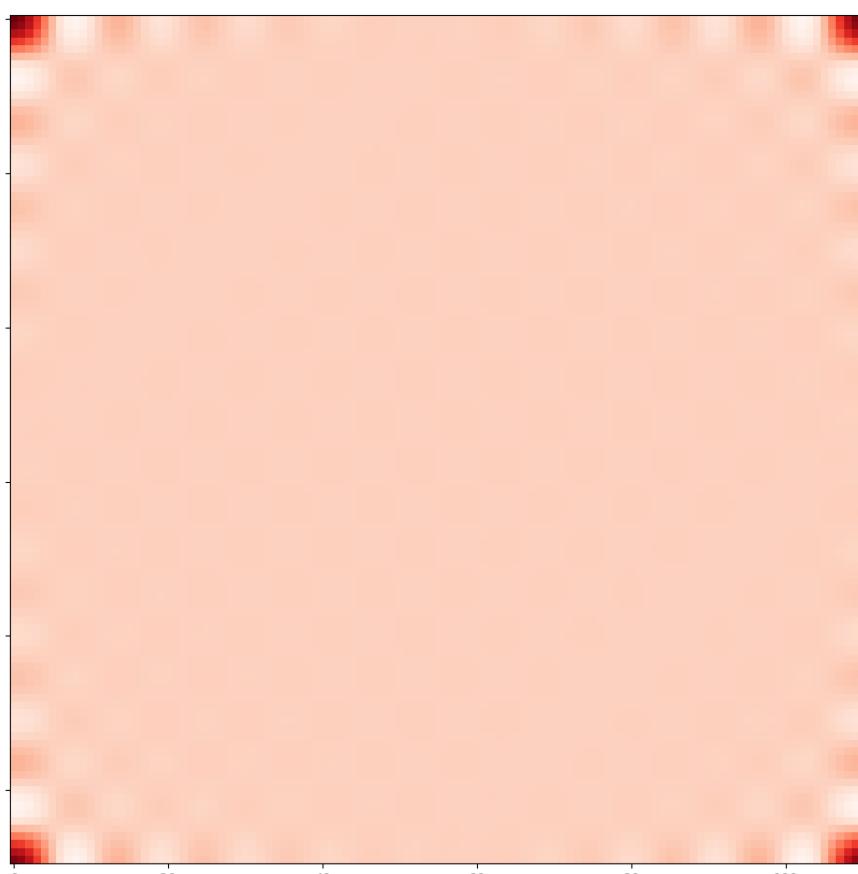
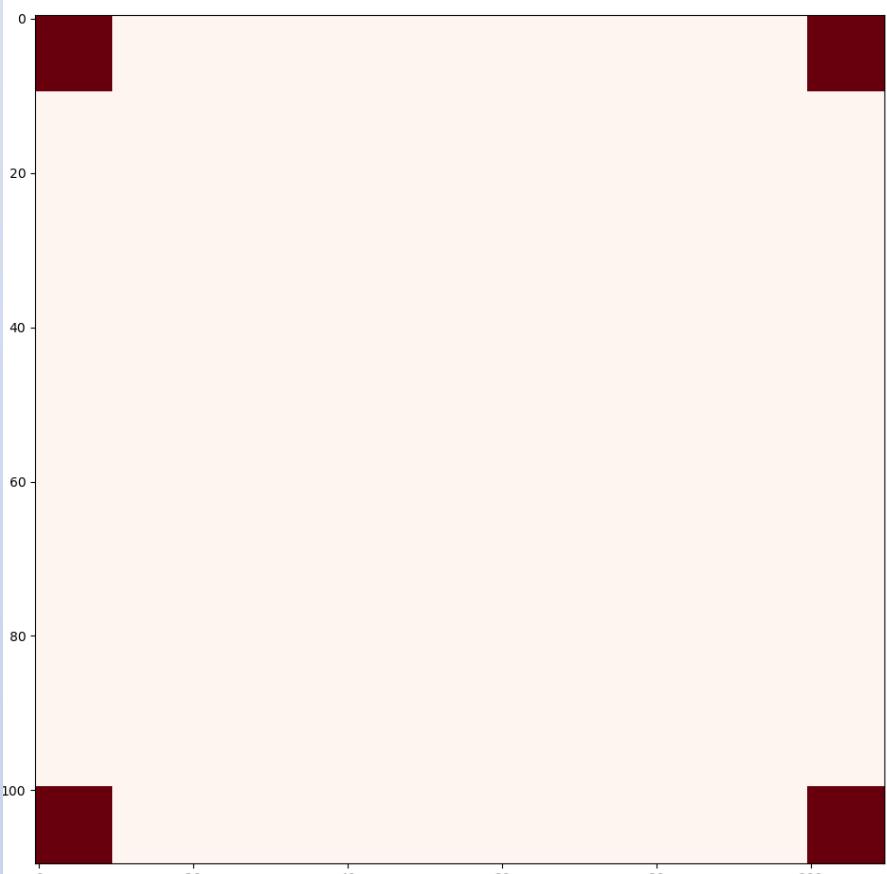
# 2D послідовність прямокутних імпульсів

$$T = 40, \tau = 10$$



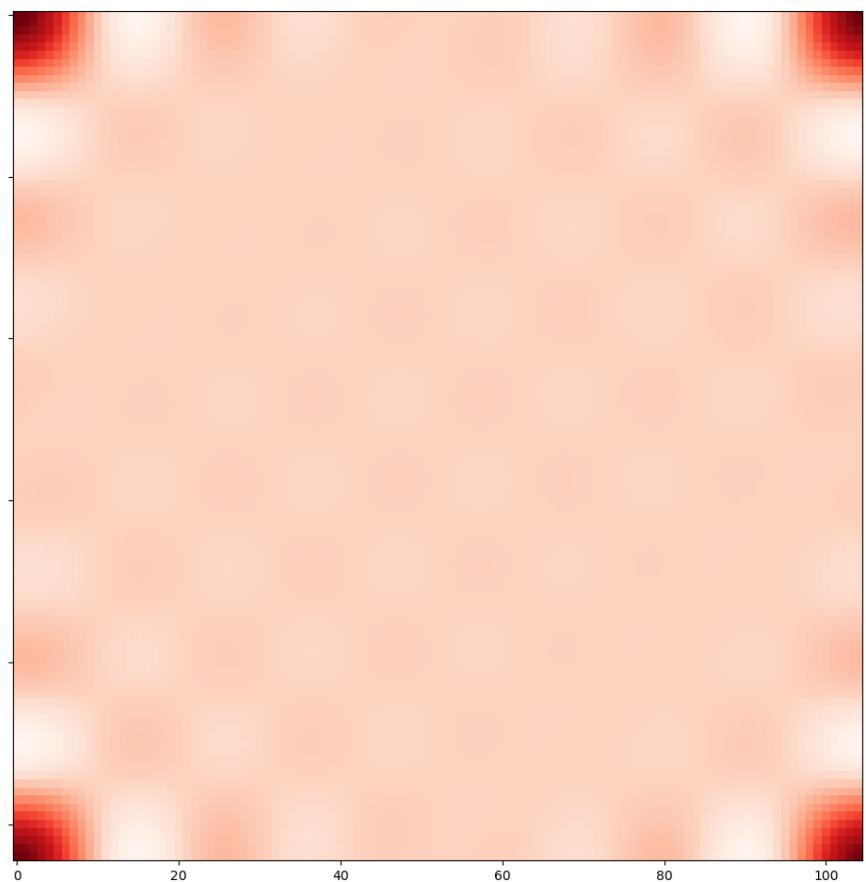
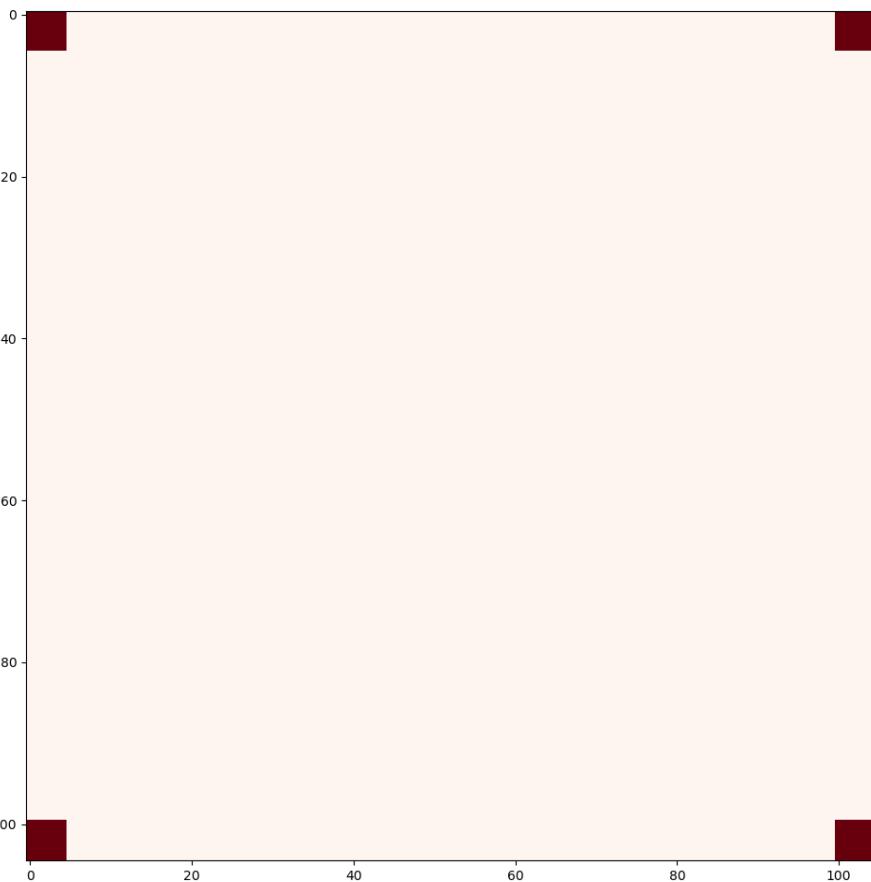
# 2D послідовність прямокутних імпульсів

$$T = 100, \tau = 10$$



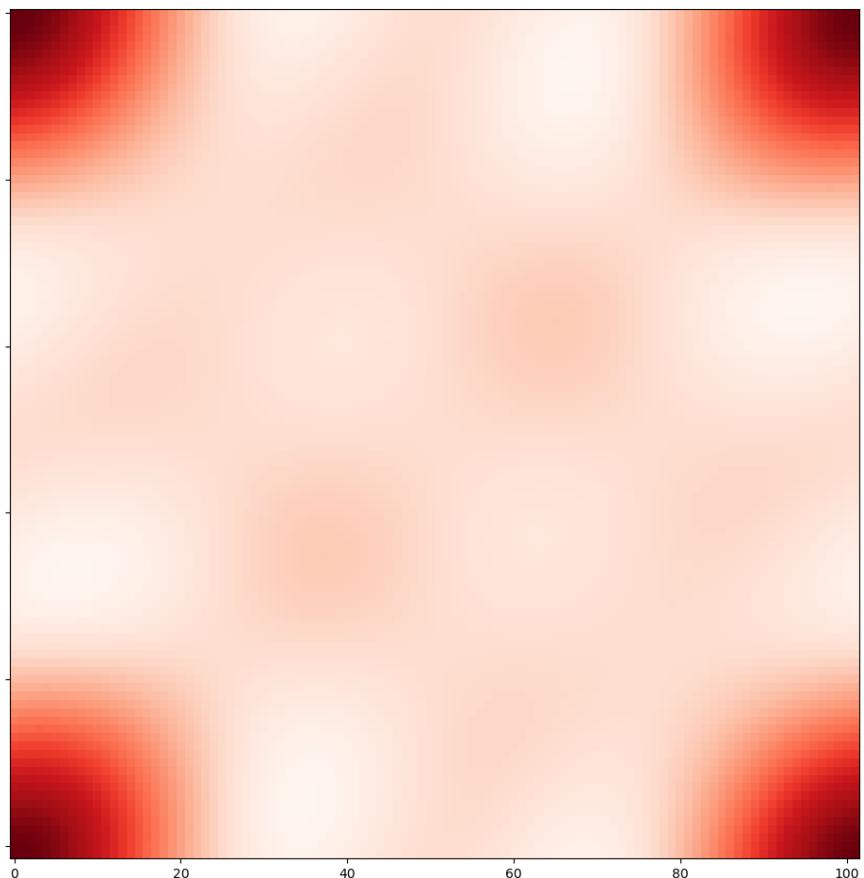
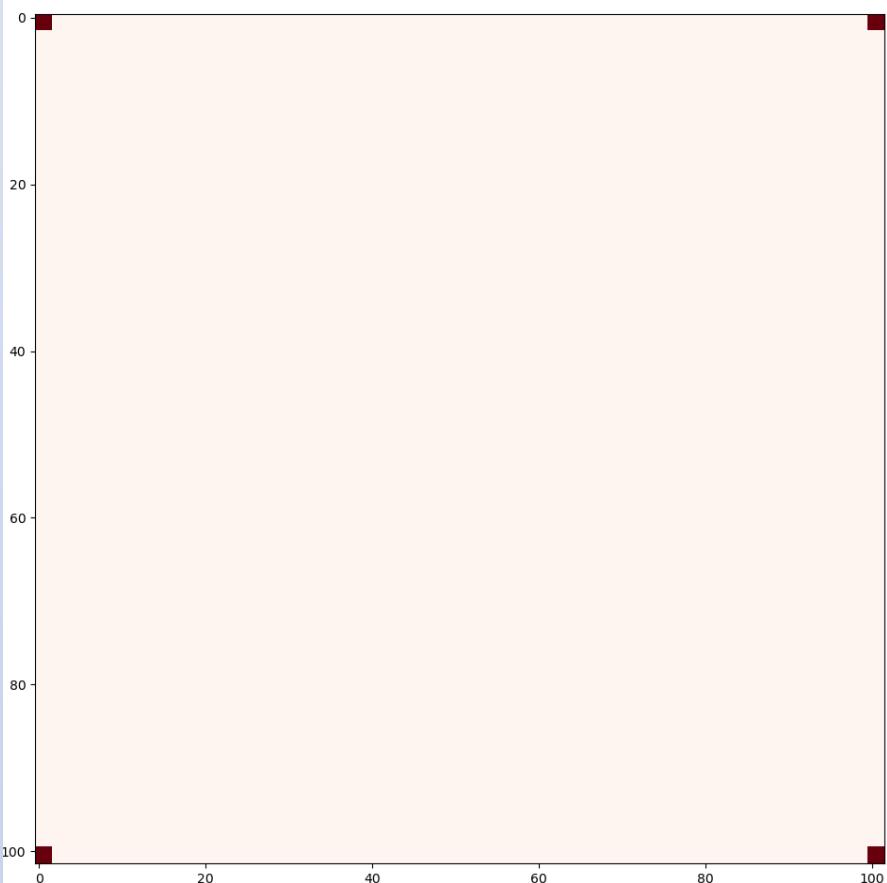
# 2D послідовність прямокутних імпульсів

$$T = 100, \tau = 5$$



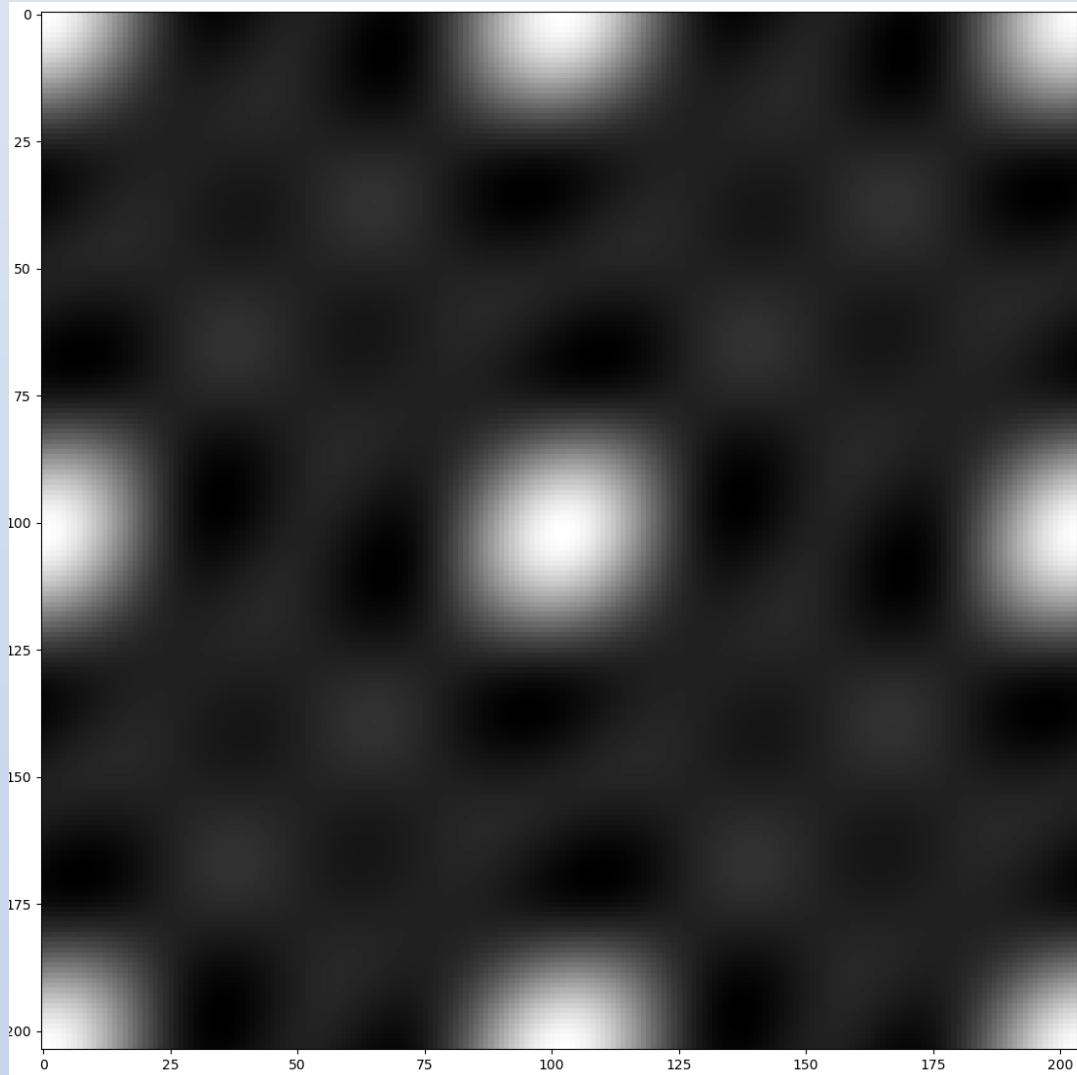
# 2D послідовність прямокутних імпульсів

$$T = 100, \tau = 2$$



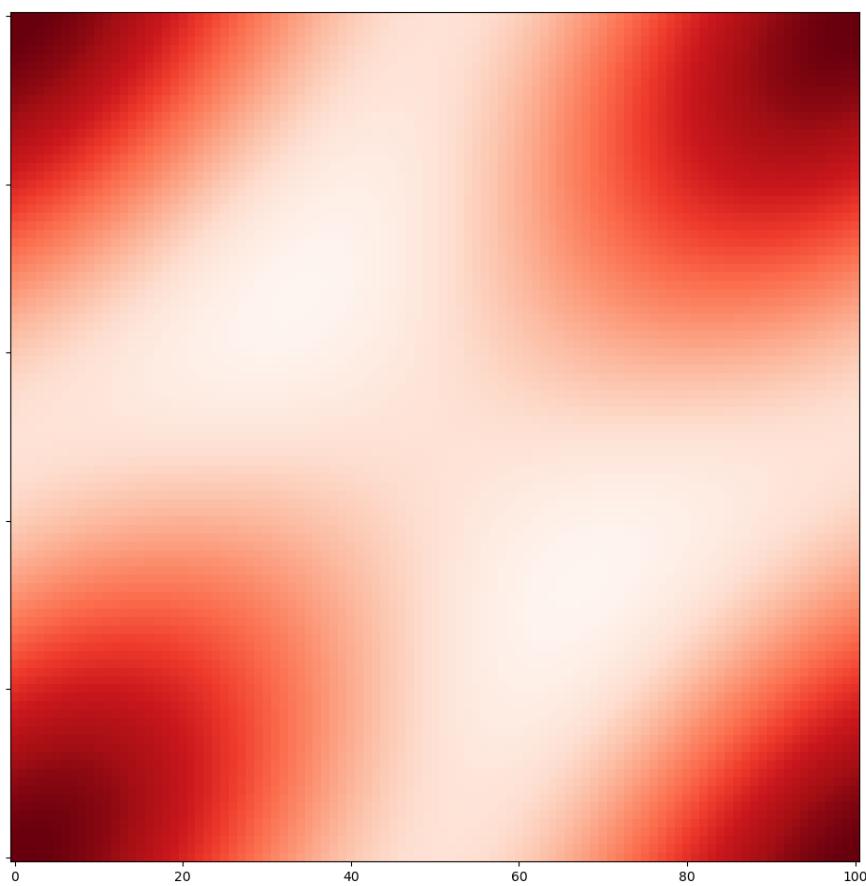
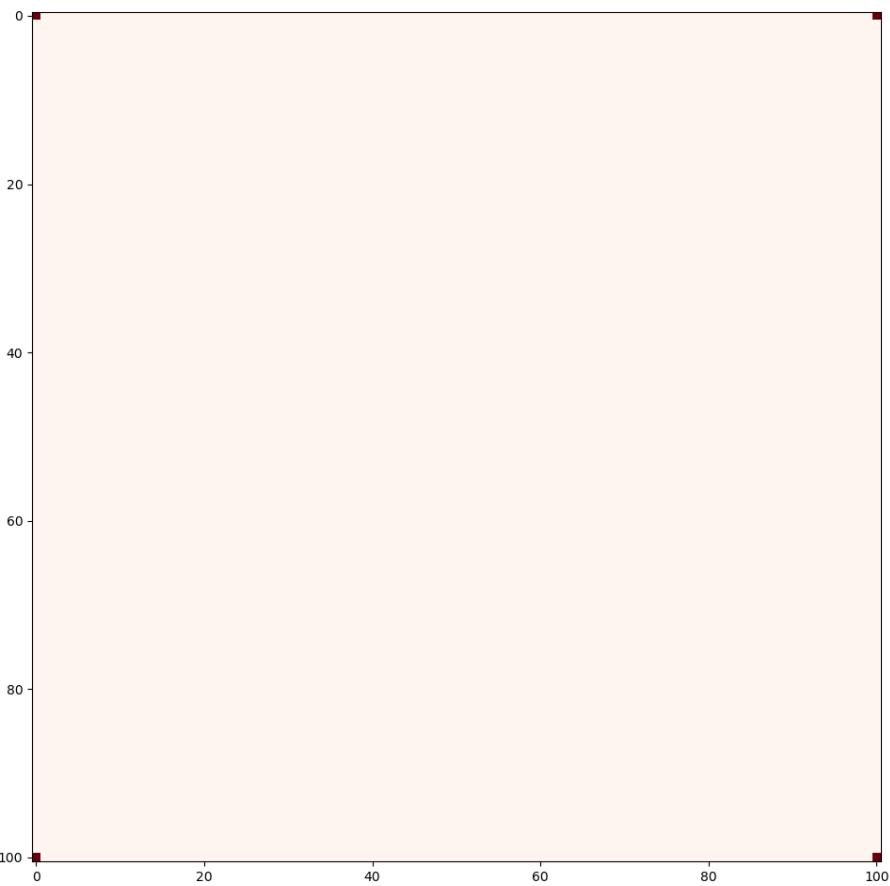
# 2D послідовність прямокутних імпульсів

## $T = 100, \tau = 2$

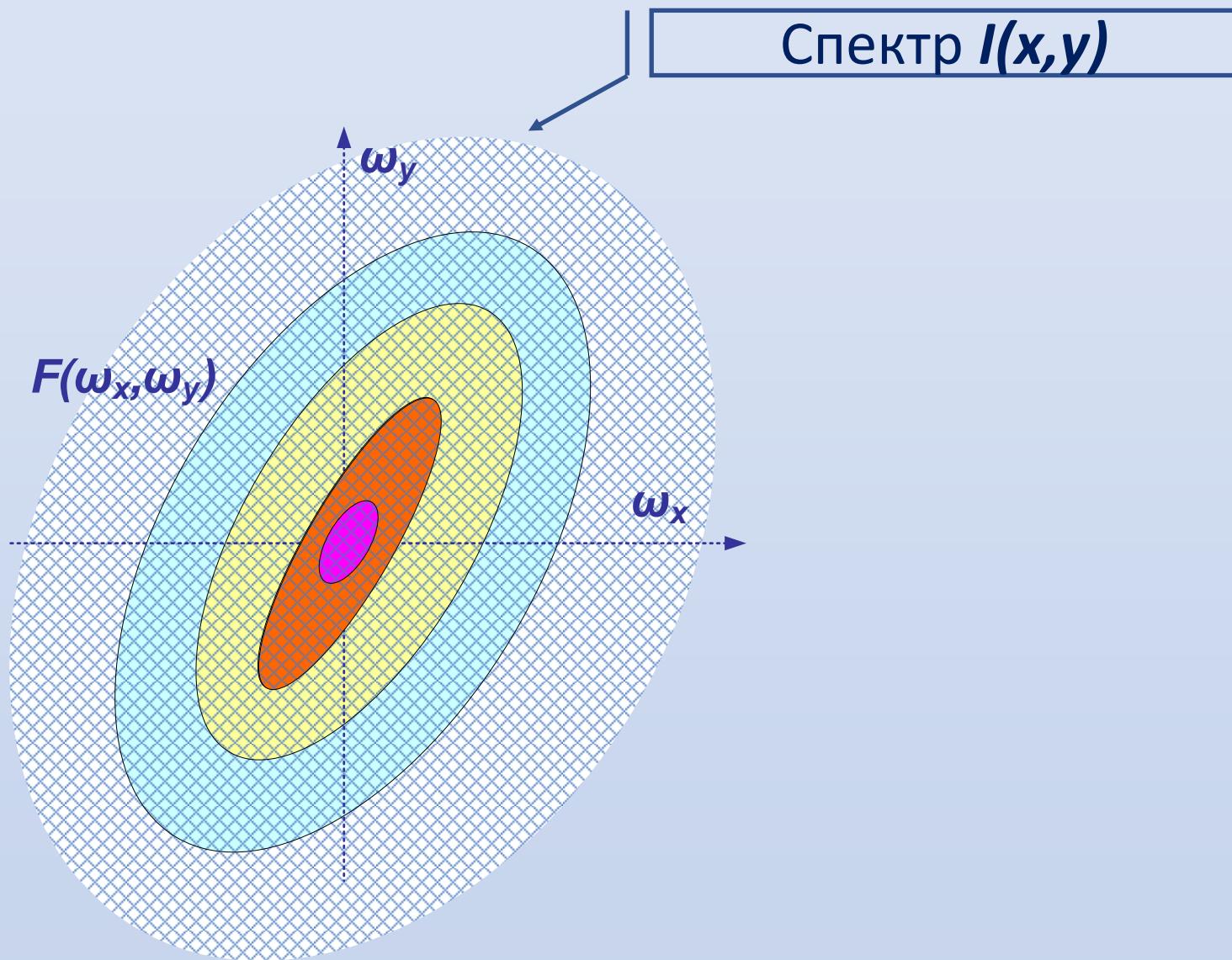


# 2D послідовність прямокутних імпульсів

$$T = 100, \tau = 1$$



# Спектр 2D сигналу



# Сигнал з фінітним спектром

Важливо. Якщо пряме Фур'є перетворення сигналу

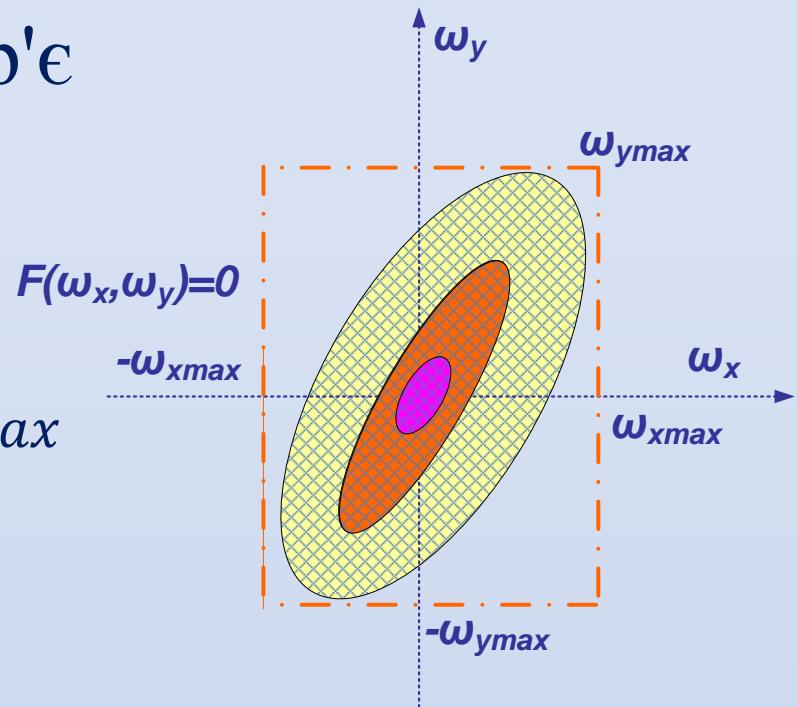
$$I(x,y) \Rightarrow F(\omega_x, \omega_y)$$

таке, що для

$$|\omega_x| > \omega_{xmax}, |\omega_y| > \omega_{ymax}$$

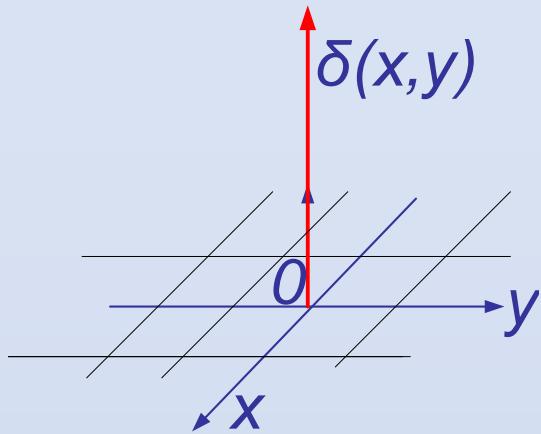
виконується

$$F(\omega_x, \omega_y) \equiv 0$$



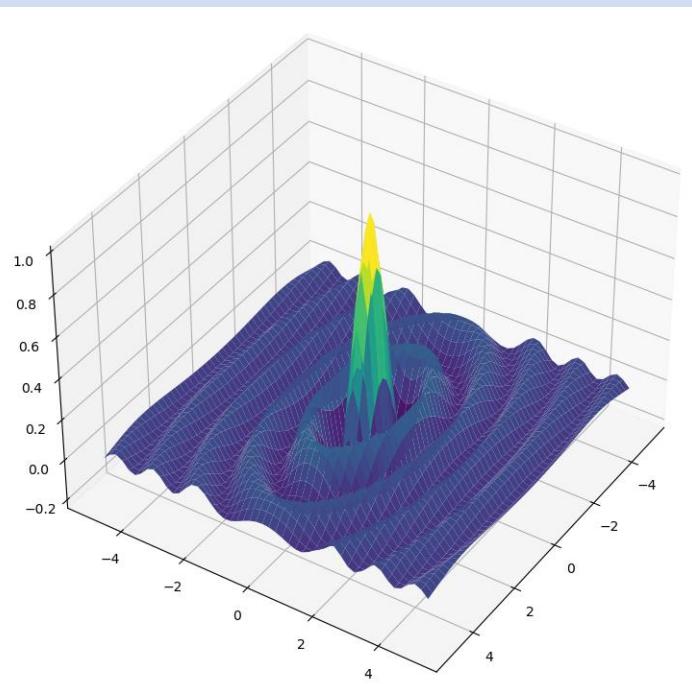
тоді сигнал  $I(x,y)$  має **фінітний** спектр !

## 2D дельта-функция



$$\delta(x, y) = \begin{cases} \infty: x = 0 \text{ and } y = 0 \\ 0: x \neq 0 \text{ or } y \neq 0 \end{cases}$$

Спектр 2D дельта-функции

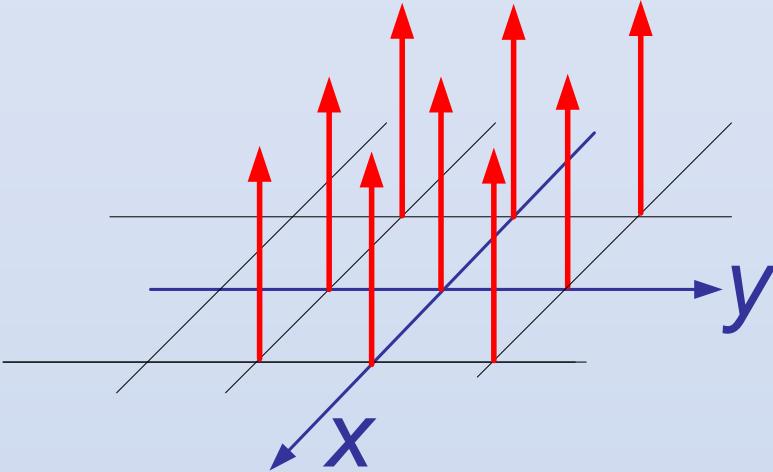


$$F(\omega_1, \omega_2)$$

$$= \text{sinc}(\omega_1 \tau_1) * \text{sinc}(\omega_2 \tau_2)$$

## 2D дискретизуюча функція

*comb(x, y)*



$$\begin{aligned} \mathbf{comb}(x, y, \Delta x, \Delta y) &= \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - m\Delta x, y - n\Delta y) \end{aligned}$$

## 2D дискретизація

2D дискретизація – перемноження первинної функції на дискретизуючу функцію

$$\begin{aligned} I_s(x, y) &= I(x, y) * \text{comb}(x, y, \Delta x, \Delta y) = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I(m\Delta x, n\Delta y) \delta(x - m\Delta x, y - n\Delta y) \end{aligned}$$

Сигнал-зображення  
 $I(x, y) \Rightarrow$  його спектр  $F(\omega_1, \omega_2)$

Дискретоване зображення - сигнал  $I_s(x, y)$   
 $\Rightarrow$  його ?? спектр

## 2D дискретизація

Просторові частоти дискретизації

$$\omega_{xs} = 1/\Delta x, \omega_{ys} = 1/\Delta y$$

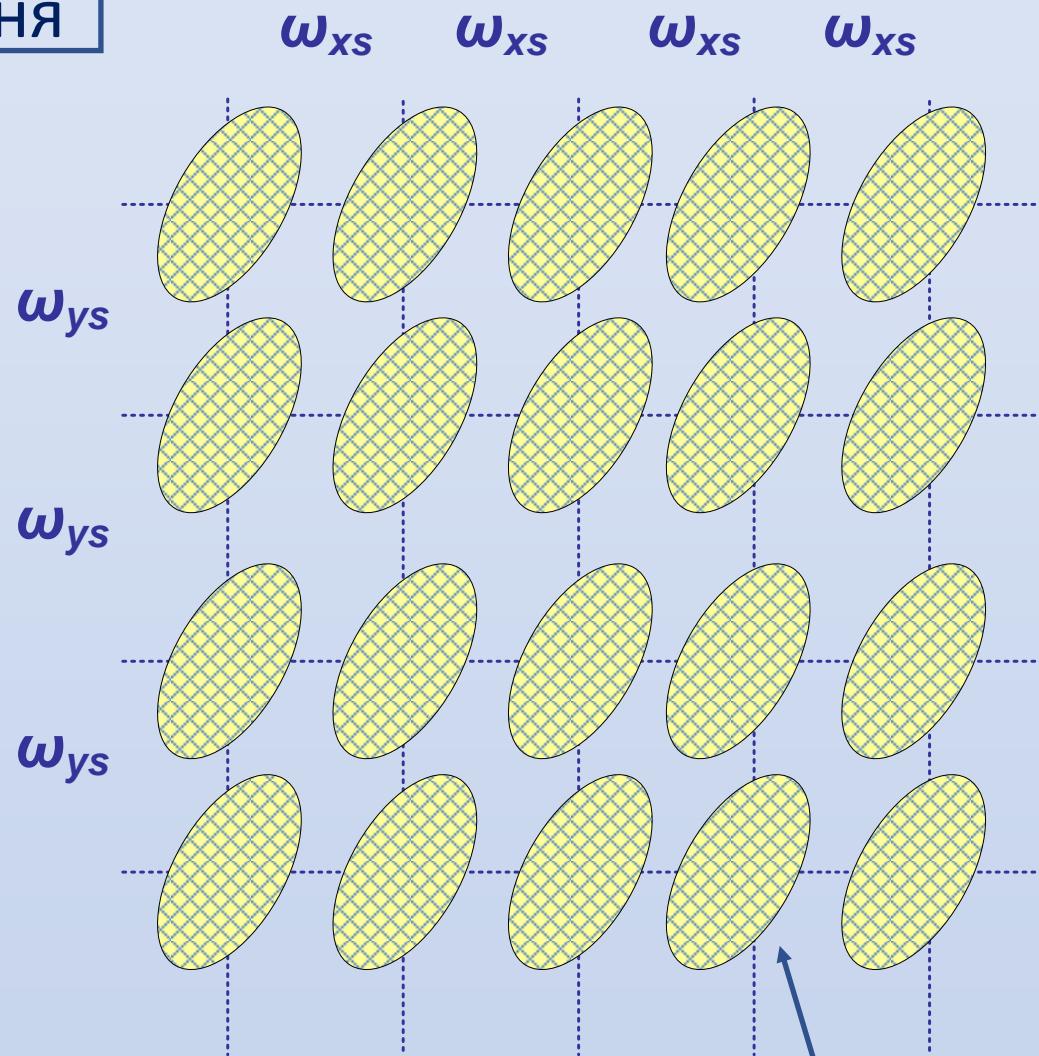
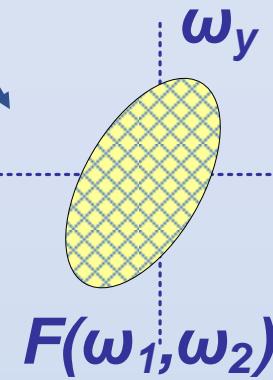
Спектр  $F_s(\omega_1, \omega_2)$  дискретизованого зображення

$$F_s(\omega_x, \omega_y) = \omega_{xs} \omega_{ys} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} F(\omega_x - k\omega_{xs}, \omega_y - l\omega_{ys})$$

Спектр дискретизованого зображення є  
періодична (нескінчена) комбінація спектрів  
вихідного (безперервного) зображення,  
повторених в вузлах сітки  $\omega_{xs}, \omega_{ys}$

# Спектр дискретизованого фінітного 2D сигналу

Спектр зображення



Спектр дискретизованого зображення

## Відтворення 2D сигналу

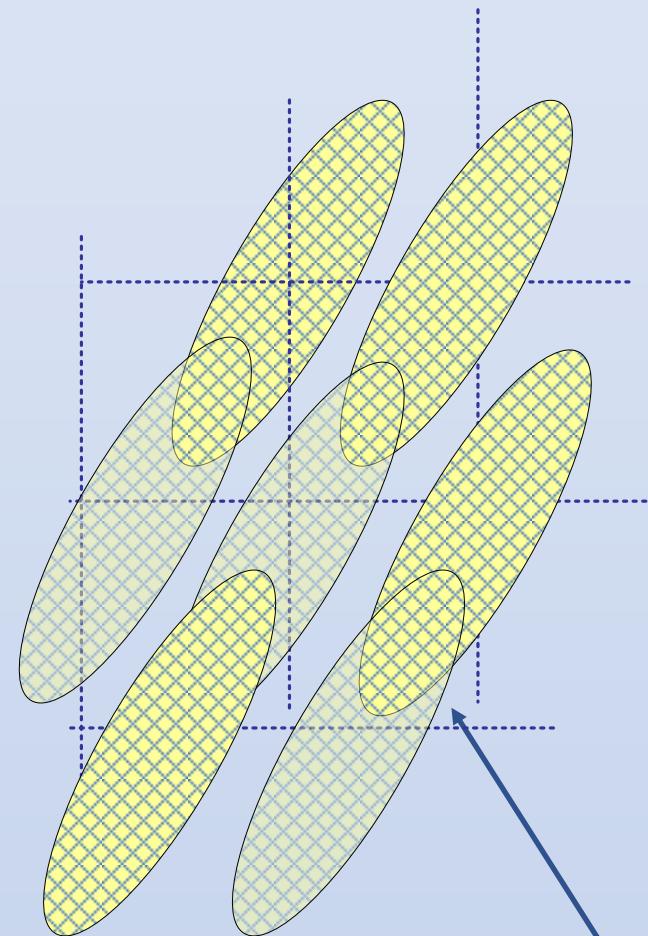
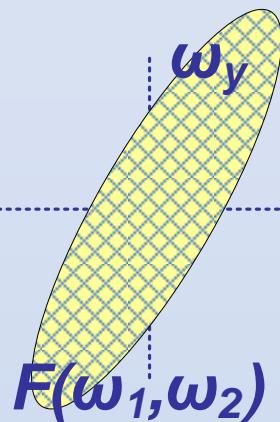
Відтворення 2D сигналу однозначне можливе, коли виконуються умови 2D аналогу теореми Найквіста — Котельникова, тобто:

$$1/\Delta x = \omega_{xs} > 2\omega_{x_{max}} \quad 1/\Delta y = \omega_{ys} > 2\omega_{y_{max}}$$

$$\hat{I}(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I(m\Delta x, n\Delta y) \text{sinc}(\omega_{xs}x - m) \text{sinc}(\omega_{ys}y - n)$$

# Спектр дискретизованого 2D сигналу

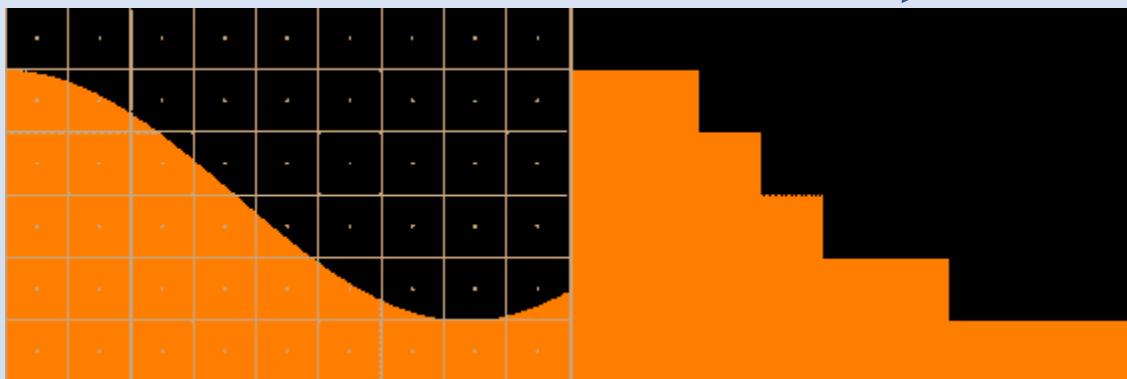
Спектр зображення



Порушення умов теореми Найквіста-Котельникова. Відтворення **НЕМОЖЛИВО**

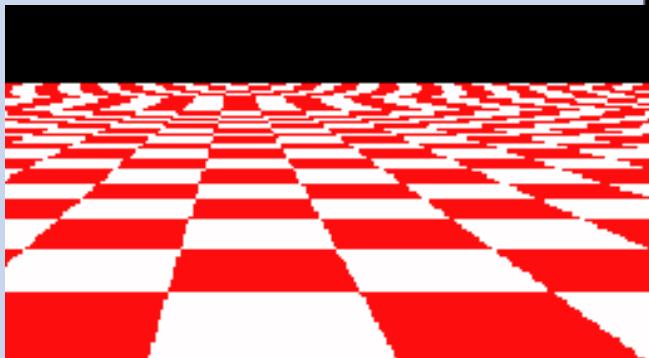
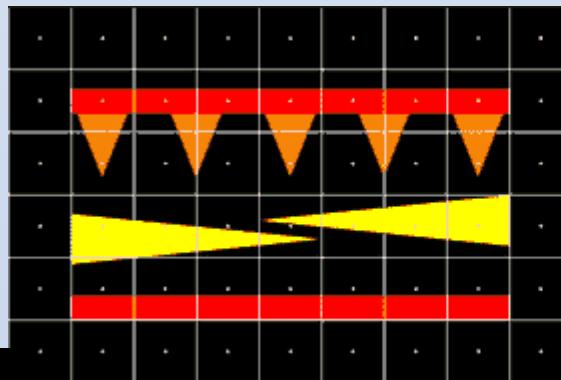
# Елайсінг

Ефект сходів



Втрата дрібних  
деталей

Руйнування  
текстур



## **Рекомендована література**

- **Вовк С.М., Гнатушенко В.В., Бондаренко М.В.** Методи обробки зображень та комп'ютерний зір: навчальний посібник. - Д.: Ліра, 2016 — 148 с.
- **Красильников Н.Н.** Цифровая обработка 2D- и 3D-изображений: учеб.пособие.- СПб.: БХВ-Петербург, 2011.- 608 с.: ил.
- **Гонсалес Р.С., Вудс Р.Э.** Цифровая обработка изображений. - М. : Техносфера, 2005. -1070 с.
- **Визильтер Ю.В., Желтов С.Ю. и др.** Обработка и анализ зображений в задачах машинного зрения.-М.: Физматкнига, 2010.-672 с.

## **Рекомендована література**

- **Ватолин Д., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В.** Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. - М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002. - 384 с.
- **Творошенко І.С.** Конспект лекцій з дисципліни «Цифрова обробка зображень» / І.С. Творошенко : І. С. Творошенко ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2017. – 75 с.
- Методи комп'ютерної обробки зображень: Учебное пособие для ВУЗов/ Под ред.: **Сойфер В.А..** - 2-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2003. - 780 с.
- **Фисенко В.Т., Фисенко Т.Ю.** Компьютерная обработка и распознавание изображений: учеб. пособие. - СПб: СПбГУ ИТМО, 2008. – 192 с.

## Додаткова література

- Грузман И.С., Киричук В.С. Цифровая обработка изображений в информационных системах. — Новосибирск: Изд-во НГУ, 2002. — 352 с.: ил.
- Solomon C., Breckon T. Fundamentals of Digital Image Processing. — Willey-Blackwell, 2011 - 344 р.
- Павлидис Т. Алгоритмы машинной графики и обработки изображений: Пер. с англ. - М.: Радио и связь, 1986. — 400 с.
- Яншин В. В., Калинин Г. А. Обработка изображений на языке Си для IBM PC: Алгоритмы и программы. — М.: Мир, 1994. — 240 с.

# Інформаційні ресурси

- Комп'ютерна обробка зображень. Конспект лекцій. [http://aco.ifmo.ru/el\\_books/image\\_processing/](http://aco.ifmo.ru/el_books/image_processing/)
- Цифрова обробка зображень [Електронний ресурс] : методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт / НТУУ «КПІ» ; уклад.: В. С. Лазебний, П. В. Попович. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,41 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 73 с. – <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/21035>
- <https://www.youtube.com/watch?v=CZ99Q0DQq3Y>
- <https://www.youtube.com/watch?v=FKTLW8GAdu4>

The END  
Lec 2.1