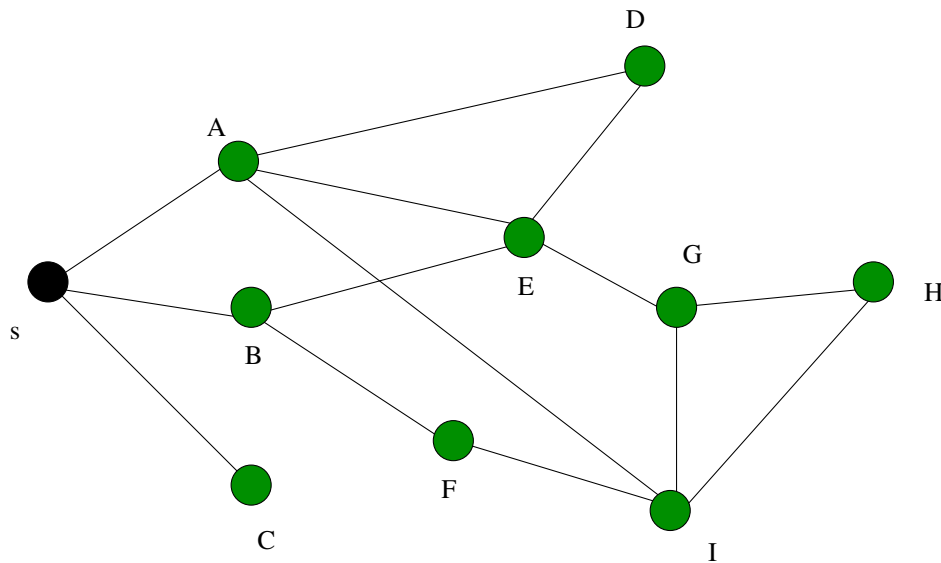


# La recherche en largeur **BFS** (**B**reath **F**irst **S**earch)

1. Dans l'exploration l'algorithme cherche à épuiser la liste des sommets proches de  $s$  avant de poursuivre l'exploration du graphe.

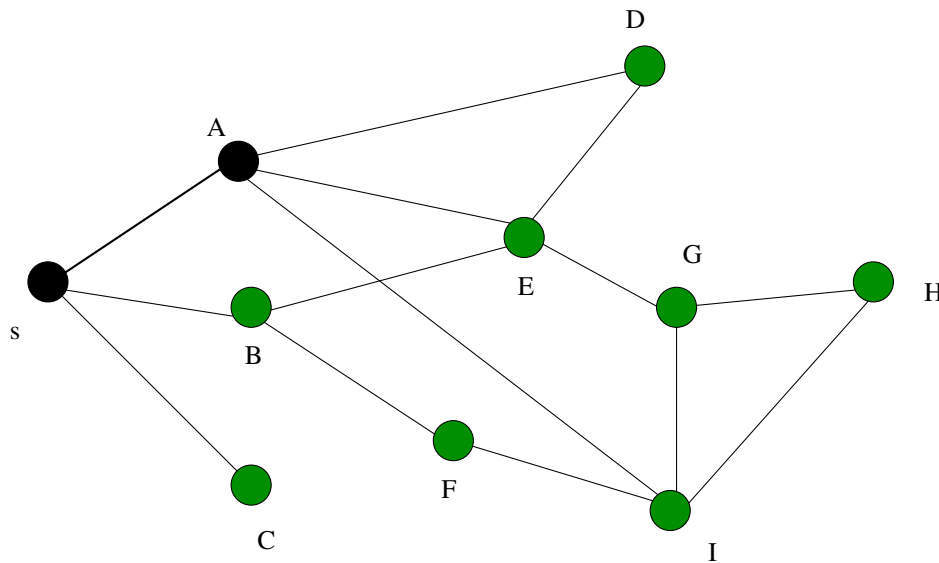
## Exemple: BFS



# La recherche en largeur **BFS** (**B**reath **F**irst **S**earch)

1. Dans l'exploration l'algorithme cherche à épuiser la liste des sommets proches de  $s$  avant de poursuivre l'exploration du graphe.

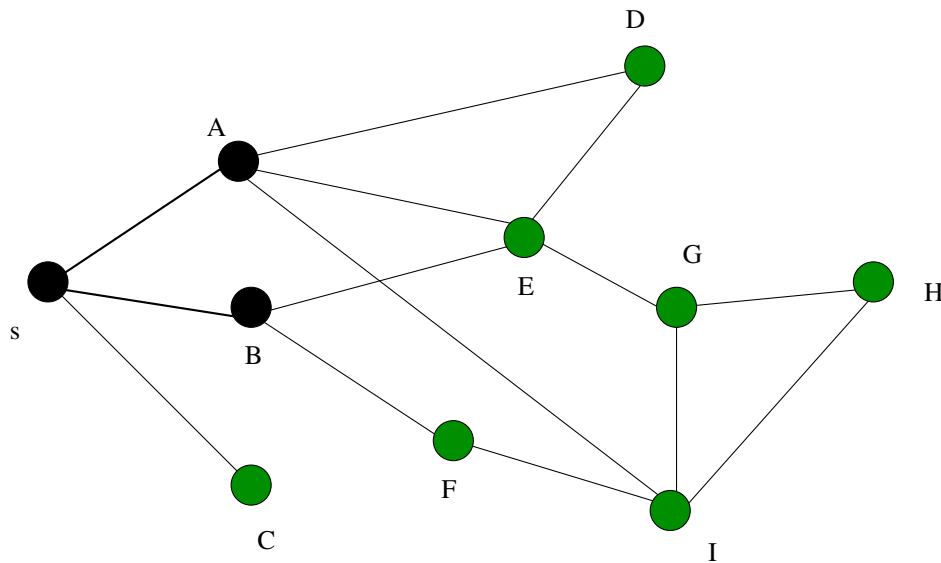
## Exemple: BFS



# La recherche en largeur **BFS** (**B**reath **F**irst **S**earch)

1. Dans l'exploration l'algorithme cherche à épuiser la liste des sommets proches de  $s$  avant de poursuivre l'exploration du graphe.

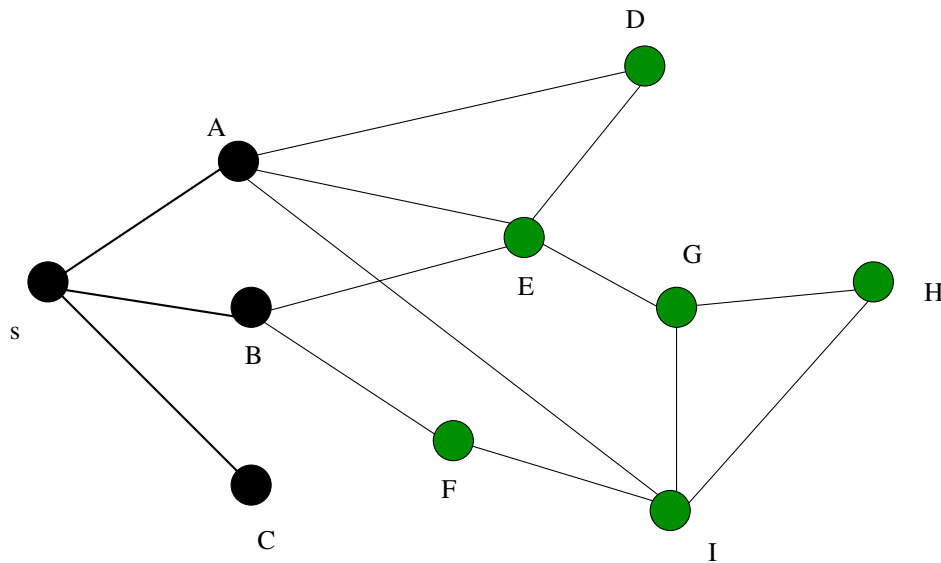
## Exemple: BFS



# La recherche en largeur **BFS** (**B**reath **F**irst **S**earch)

1. Dans l'exploration l'algorithme cherche à épuiser la liste des sommets proches de  $s$  avant de poursuivre l'exploration du graphe.

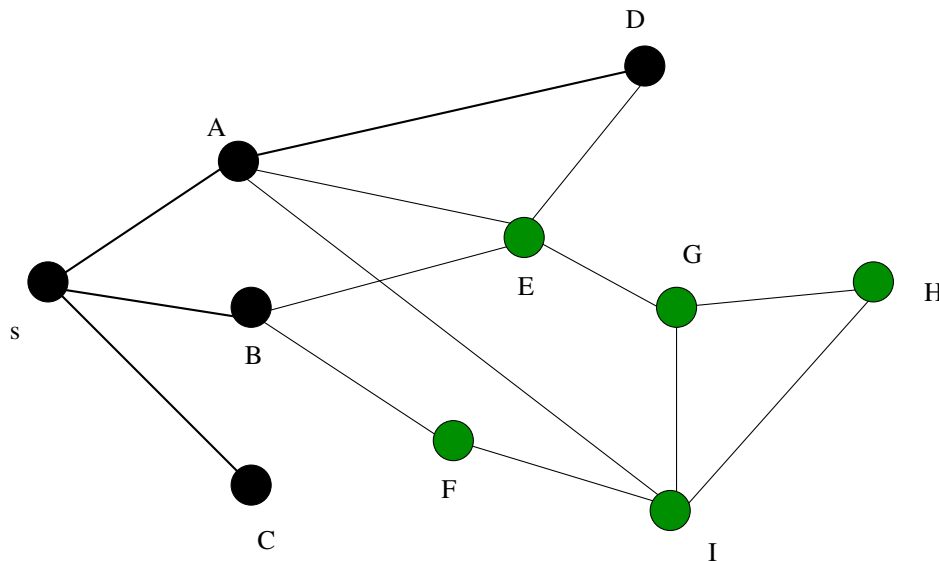
## Exemple: BFS



# La recherche en largeur **BFS** (**B**reath **F**irst **S**earch)

1. Dans l'exploration l'algorithme cherche à épuiser la liste des sommets proches de  $s$  avant de poursuivre l'exploration du graphe.

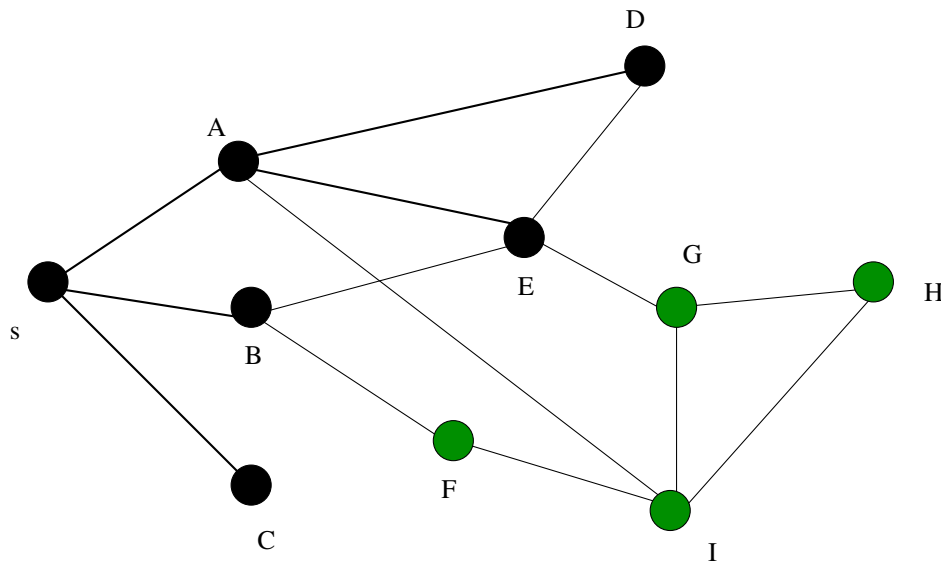
## Exemple: BFS



# La recherche en largeur **BFS** (**B**reath **F**irst **S**earch)

1. Dans l'exploration l'algorithme cherche à épuiser la liste des sommets proches de  $s$  avant de poursuivre l'exploration du graphe.

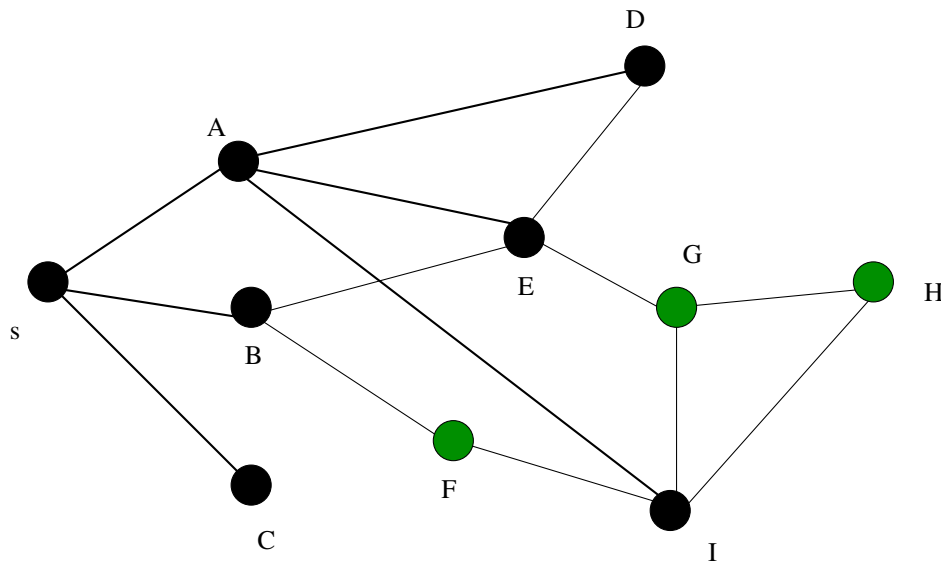
## Exemple: BFS



# La recherche en largeur **BFS** (**B**reath **F**irst **S**earch)

1. Dans l'exploration l'algorithme cherche à épuiser la liste des sommets proches de  $s$  avant de poursuivre l'exploration du graphe.

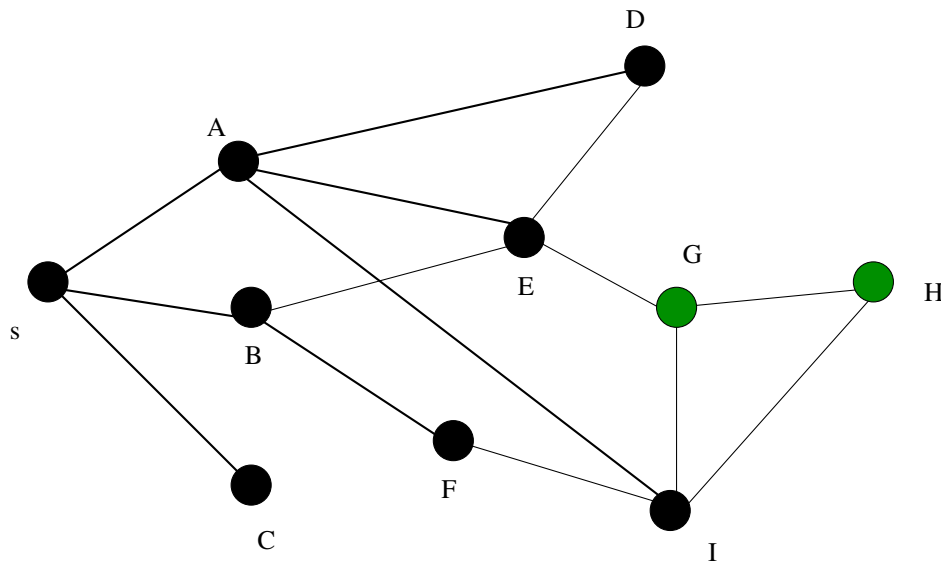
## Exemple: BFS



# La recherche en largeur **BFS** (**B**reath **F**irst **S**earch)

1. Dans l'exploration l'algorithme cherche à épuiser la liste des sommets proches de  $s$  avant de poursuivre l'exploration du graphe.

## Exemple: BFS

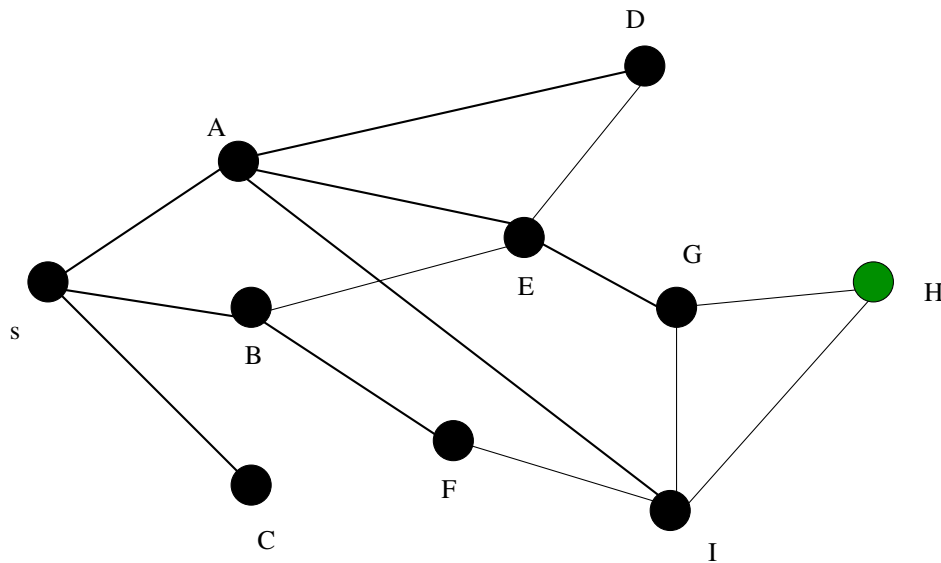




# La recherche en largeur **BFS** (**B**reath **F**irst **S**earch)

1. Dans l'exploration l'algorithme cherche à épuiser la liste des sommets proches de  $s$  avant de poursuivre l'exploration du graphe.

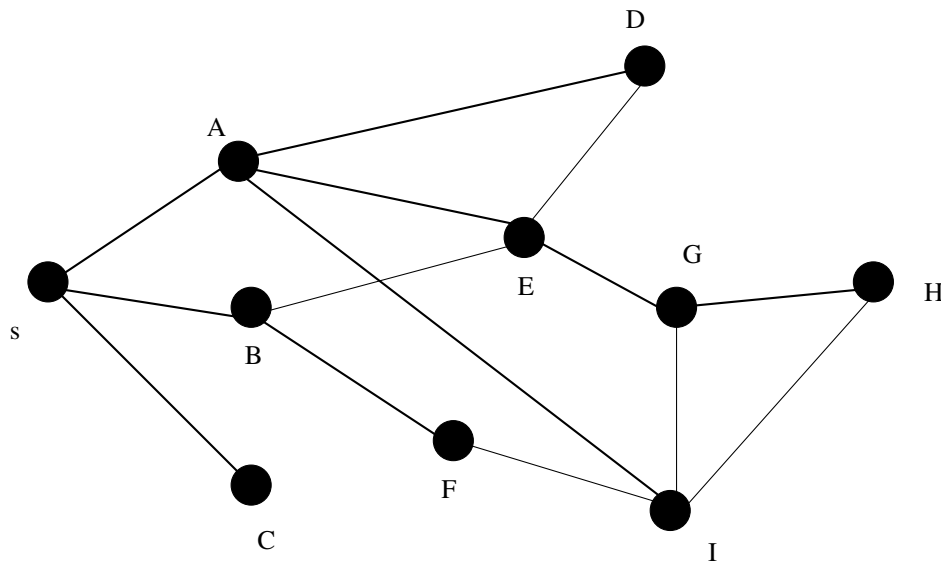
## Exemple: BFS



# La recherche en largeur **BFS** (**B**reath **F**irst **S**earch)

1. Dans l'exploration l'algorithme cherche à épuiser la liste des sommets proches de  $s$  avant de poursuivre l'exploration du graphe.

## Exemple: BFS



# Analyse du BFS

---

Le BFS correspond bien à l'ordre de visite du graphe voulu pour résoudre le problème de plus courts chemins.

## Synthèse du BFS

- 1 Soit  $M$  une structure de données contenant l'ensemble des sommets marqués ayant au moins un voisin non traité.
- 2 A chaque étape, sélectionner un sommet  $x$  de  $M$  (en le retirant de  $M$ ), marquer tous ses voisins (non encore marqués) et ajouter les à  $M$ .

Analyse: La structure de données  $M$  possède 2 actions :

- l'ajout d'un sommet  $x$  à  $M$ , et
- le retrait du sommet en tête de la structure  $M$ .

# Implémentation

---

La **Recherche en Profondeur** correspond à prendre pour  $M$  une structure de *PILE*, c'est à dire une liste *LIFO* LastIn/FirstOut (dernier entré/premier sorti)

La **Recherche en Largeur** correspond à prendre pour  $M$  une structure de *FILE*, c'est à dire une liste *FIFO* FirstIn/FirstOut (premier entré/premier sorti)

# ALGORITHME BFS( $G$ : Graphe, $S$ : Sommet)

---

$F$  : File de sommets;

Initialiser( $G$ );

$S.couleur = \text{Noir}$ ;

$L(S) = 0$ ;

Ajouter  $S$  à  $F$ ;

tant que  $F$  n'est pas vide faire

$x = \text{Defiler}(F)$ ;

    pour tous les successeurs  $y$  de  $x$  faire si  $y.couleur == \text{Blanc}$  alors

$y.couleur \leftarrow \text{Noir}$ ;

$L(y) = L(x) + 1$

        Ajouter  $y$  à  $F$ ;

    fin pour

fin tant que

# Theorème

---

L'algorithme *BFS* calcule en temps  $O(|E|)$  la longueur des plus courts chemins du sommet  $s$  à tous les autres sommets du graphe, c-a-d pour tout  $x$ ,  $L(x) = D(x)$ .

# Theorème

---

L'algorithme *BFS* calcule en temps  $O(|E|)$  la longueur des plus courts chemins du sommet  $s$  à tous les autres sommets du graphe, c-a-d pour tout  $x$ ,  $L(x) = D(x)$ .

## Preuve.

Il est clairement que  $L(x)$  correspond à la longueur du chemin dans l'arbre de recherche construit par BFS. Nous avons donc  $L(x) \geq D(x)$ .

# Theorème

---

L'algorithme *BFS* calcule en temps  $O(|E|)$  la longueur des plus courts chemins du sommet  $s$  à tous les autres sommets du graphe, c-a-d pour tout  $x$ ,  $L(x) = D(x)$ .

## Preuve.

Il est clairement que  $L(x)$  correspond à la longueur du chemin dans l'arbre de recherche construit par BFS. Nous avons donc  $L(x) \geq D(x)$ . On peut également montrer par induction que si un sommet  $u$  est ajouté à la file  $F$  avant un sommet  $v$ , alors on a  $L(u) \leq L(v)$ .