UASZ

Cours d’Electromagnétique

Dr DIEDHIOU

Dr DIEDHIOU

ansoumanediedhiou@gmail.com

Formations

28 Avril 2017	**Docteur en : Mécanique et Énergétique** à l'Université Assane Seck de Ziguinchor (Sénégal) et **Génie de Procédés Industriels et développement durable** à l'Université de Technologie de Compiègne (France)	
2010-2011	**Master 2 en Physique des Matériaux :** Université Assane Seck de Ziguinchor(UASZ)	**Sénégal**
2008-2009	**Licence en Physique** : Université Assane Seck de Ziguinchor (UASZ)	**Sénégal**
2007-2008	**Licence 1 en MPCI :** Université Assane Seck de Ziguinchor (UASZ)	**Sénégal**

Chapitre I : Introduction sur l’électromagnétisme

Chapitre II : Particule chargée dans un champ électrique et magnétique

Chapitre III : Electromagnétisme et induction électromagnétique

Introduction

L'**électromagnétisme**, aussi appelé **interaction électromagnétique**, est la branche de la physique qui étudie les interactions entre particules chargées électriquement, qu'elles soient au repos ou en mouvement, et plus généralement les effets de l'électricité, en utilisant la notion de champ électromagnétique ($\vec{E}$, $\vec{B}$).

Il est d'ailleurs possible de définir l'électromagnétisme comme l'étude du champ électromagnétique et de son interaction avec les particules chargées. Le terme d'*électromagnétisme* fait référence au fait que les phénomènes électriques et magnétiques ont été vus comme indépendants jusqu'en 1860, quand Maxwell a montré qu'ils n'étaient que deux aspects d'un même ensemble de phénomènes. L'**électromagnétique** est un phénomène physique conduisant à l'apparition d'une force dans un conducteur électrique soumis à un flux de champ **électrostatique magnétique** variable.

Le champ électromagnétique { $\vec{E}$, $\vec{B}$ } en un point M à la date t dû a une distribution caractérisée dans le référentiel d'étude supposé galiléen (mouvement de tout corps non influencé), par la densité volumique totale de charges ρ_{tot} et le vecteur densité volumique totale de courants j_{tot} satisfait aux équations de formulation locale et les relations intégrales.

Formulation locale		***Les relations intégrales.***
$div\vec{E} = \frac{\rho_{tot}}{\varepsilon_0}$ (équation de *Maxwell - Gauss*). ε_0 est la *permittivité absolue du vide*. Les lignes de champ $\vec{E}$ divergent à partir des charges + pour aboutir aux charges -.	①	$\oiint_{M\in\Sigma} \vec{E}(M)\cdot d\vec{S}_{ext}(M) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ *théorème de Gauss*.

Les équations de Maxwell sont ***linéaires*** vis-à-vis des sources : cette propriété valide le ***principe de superposition*** relatif à $\vec{E}$ et $\vec{B}$. En particulier, cette linéarité permet d'utiliser ***la méthode complexe*** pour les calculs des champs.

$div\vec{B}=0$ ($\vec{B}$ est un *champ de rotationnel*). Les lignes de champ $\vec{B}$ sont des courbes fermées et ne peuvent jamais se couper (il n'existe pas de « monopôles magnétiques » comme il existe des charges électriques positives ou négatives.	②	$\oiint_{M\in\Sigma} \vec{B}(M)\cdot d\vec{S}_{ext}(M)=0$ $\vec{B}$ est à *flux conservatif* (Le flux de $\vec{B}$ à travers un circuit ne dépend que du circuit et non de la surface choisie pour calculer ce flux).
$\overrightarrow{rot}\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ (équation de *Maxwell - Faraday*).	③	$\oint_{M\in\Gamma} \vec{E}\cdot d\overrightarrow{OM}=-\dfrac{d\Phi_S(\vec{B})}{dt}$, S s'appuie sur Γ. *Relation de Faraday*.
$\overrightarrow{rot}\vec{B}=\mu_0\vec{j}_{tot}+\varepsilon_0\mu_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ (équation de *Maxwell - Ampère*). μ_0 est la *perméabilité absolue du vide*.	④	$\oint_{M\in\Gamma} \vec{B}\cdot d\overrightarrow{OM}=\mu_0\iint_{P\in S} \vec{j}_{tot}\cdot d\vec{S}+\varepsilon_0\mu_0\dfrac{d\Phi_S(\vec{E})}{dt}$ où S s'appuie sur Γ orienté. Forme *généralisée* du *théorème d'Ampère*.

Quelques définitions:

Intensité de courant:

On peut se limiter, pour le moment, à un seul type de porteurs, les électrons par exemple. Sous l'action d'un champ électrique $\vec{E}$, chaque électron acquiert une vitesse. En désignant par $\vec{v}$, la vitesse moyenne de l'ensemble des électrons (on dit aussi vitesse d'entraînement ou de dérive), et par ρ la charge volumique du milieu, on définit le vecteur de courant en tout point du milieu par : $\vec{J} = \rho\vec{v}$

ou encore, puisque ρ = − ne où *n* est le nombre d'électrons par unité de volume et *e* la valeur absolue de la charge de l'électron :

$$\vec{J} = -ne\vec{v}$$

$$\delta q = \rho.dS.v.dt.cos(\theta) = \rho.\overrightarrow{dS}.\vec{v}.dt = \vec{j}.\overrightarrow{dS}.dt$$

$$\frac{dq}{dt} = I = \vec{j}.\overrightarrow{dS}$$

les distributions continues de charge : hypothèse d'une charge macroscopique permettant de définir une charge infinitésimale dq, à laquelle on peut appliquer les formules établies dans le cas d'une charge ponctuelle, avant d'intégrer sur la distribution.

On définit ainsi les densités :

– linéique sur un fil : $\lambda = \frac{dq}{d\ell} \quad [C \cdot m^{-1}]$

– surfacique (ou superficielle) sur une surface : $\sigma = \frac{dq}{dS} \quad [C \cdot m^{-2}]$

– volumique dans un volume : $\rho = \frac{dq}{d\tau} \quad [C \cdot m^{-3}]$

Charge ponctuelle - distribution discrète de charges

Une charge 'q' est dite ponctuelle si elle est assimilable à un point matériel.
Un ensemble de charges ponctuelles q1, q2, …… ,qn, fixent dans un volume τ est dit distribution discrète de charges.

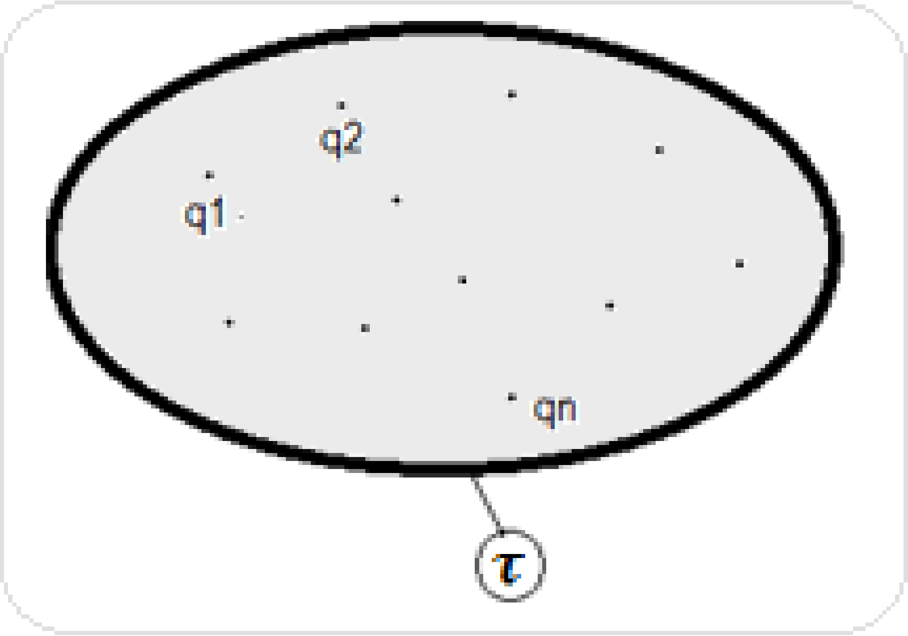


Figure 1.1 : Distribution discrète de charges

On a une distribution continue de charge dans le cas où les charges sont infiniment voisines de sorte qu'on ne peut plus les discerner.

Dans un volume élémentaire $d\tau$ contenant une charge élémentaire dq, nous définissons la densité volumique de charges ρ par : $\boldsymbol{\rho = \frac{dq}{d\tau}}$ **(C.m^{-3}).**

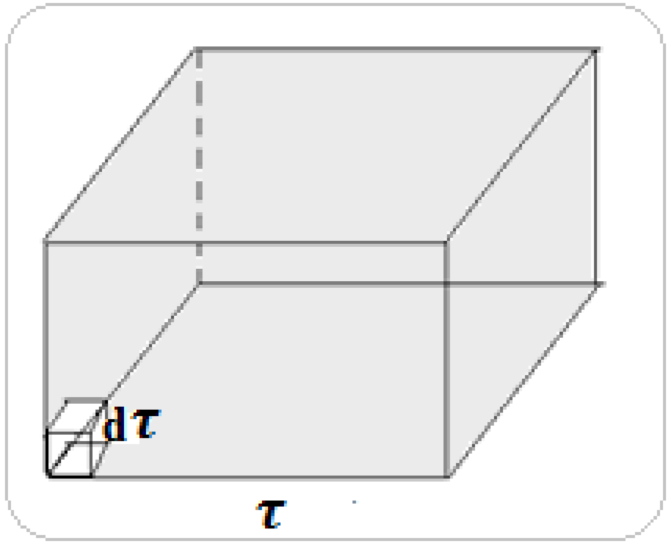


Figure 1.2 : Distribution volumique de charges - Elément de volume

Pour un volume τ donné, lorsque la distribution de charge est uniforme (homogène), alors la densité volumique de charge est constante.

Dans ce cas, on peut écrire : $\rho = \frac{Q}{\tau}$ avec Q la charge totale dans le volume.

En considérant que l'une des dimensions du volume est négligeable devant les deux autres, nous obtenons une distribution surfacique de charge.

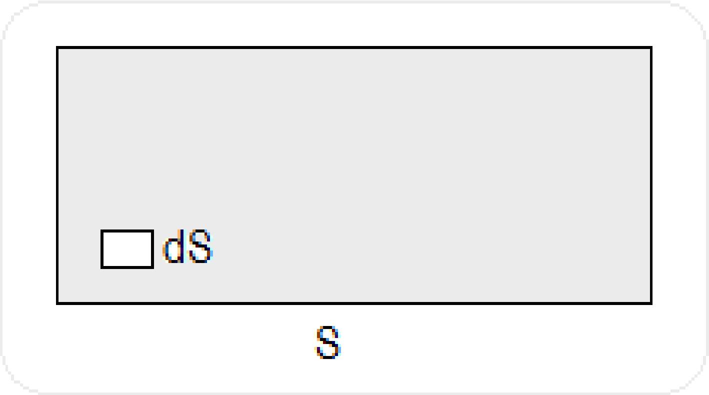


Figure 1.3 : Distribution surfacique de charges - Elément de surface

On définit la densité surfacique de charges σ par le rapport $\sigma = \dfrac{dq}{ds}$ (en $C.m^{-2}$), avec dS une surface élémentaire prise dans une surface chargée S.

En considérant que les deux dimensions du volume sont négligeables devant l'une, nous obtenons une distribution linéique de charge.

On définit la densité linéique de charges λ par le rapport $\lambda = \dfrac{dq}{dl}$ (en $C.m^{-1}$), avec dl une longueur élémentaire prise sur la longueur chargée L.

Lorsque la distribution de charge est uniforme (homogène), alors la densité linéique de charge est constante.

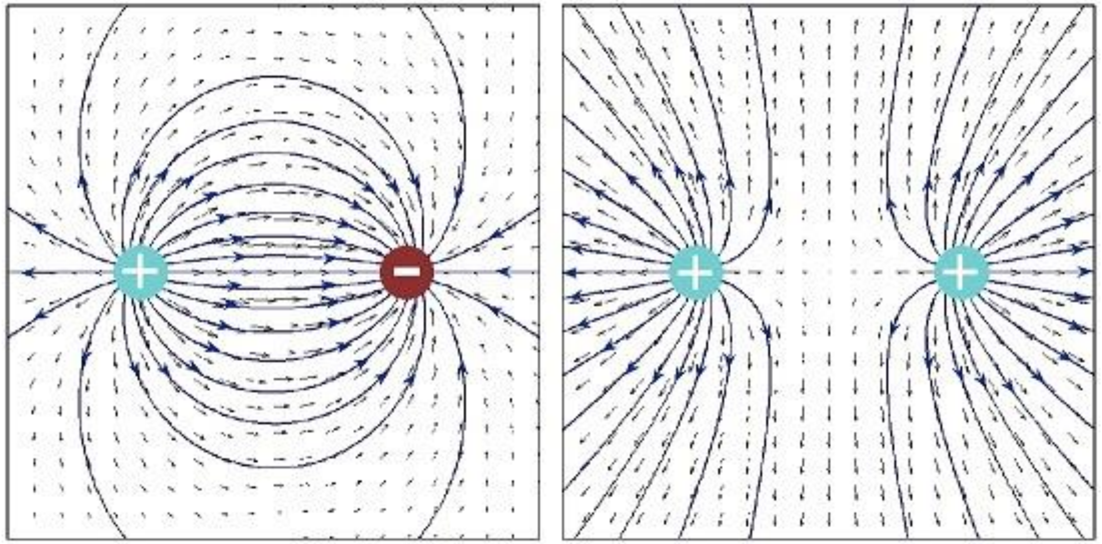
Dans ce cas, on peut écrire : $\rho = \frac{Q}{L}$ **avec Q, la charge totale dans la surface L.**

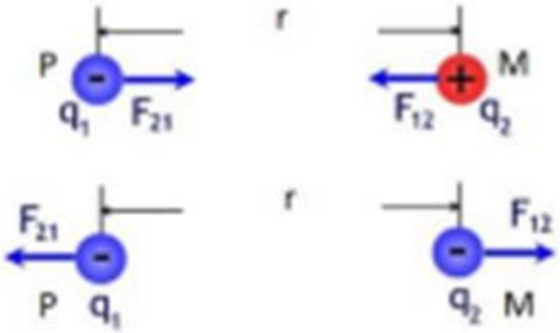
Figure 1.4 : Distribution linéique de charge - Elément de longueur

Loi de coulomb

Deux corps chargés s'attirent ou se repoussent. On appelle, forces électrostatiques ou forces colombiennes les forces d'interaction entre deux corps électrisés. Un corps électrisé peut porter soit une charge positive ou négative. Dans ce cas, on considère que la force électrostatique d'interaction selon la loi de Coulomb par :

$$\vec{F}_{11} = -\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} q_1 q_2 \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$





Avec K la constante de coulomb et K = $1/4\pi\varepsilon_0 \approx 9.10^9$ SI ; $\varepsilon_0 = 8.84.10^{-12}$ F.m^{-1} étant la permittivité diélectrique du vide.

Où r représente la distance séparant les deux charges alors que la permittivité du vide est donnée par :

A- champ électrique

Soit une charge ponctuelle q qui, placée en un point P de l’espace, subit une force électrostatique proportionnelle à la charge. Cette force traduit l’existence d’un champ électrostatique en ce point défini par la relation :

$$\vec{F} = q\,\vec{E}$$

Tenant compte de la loi de Coulomb, le champ électrique créé par la charge q, dans une direction donnée par le vecteur unitaire $\vec{u}$ et à une distance r, est alors défini par:

$$\boxed{\vec{E}_q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2}\,\vec{u}}$$

Champ électrostatique créé par un cercle, un disque et par un plan infini

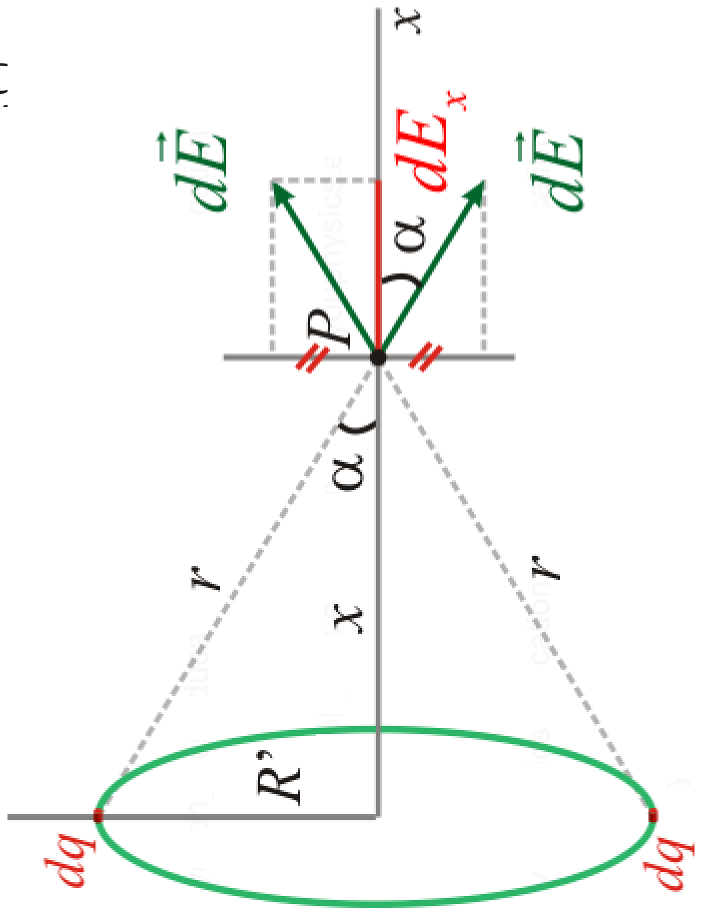
Nous allons voir dans cette page comment calculer le **champ électrostatique (ou électrique) créé par un disque** en un point de son axe de symétrie. Nous supposerons que la charge est distribuée de façon homogène, et donc que sa densité surfacique de charge σ est constante. Nous supposerons aussi que la charge totale q du disque est positive; si elle était négative, le champ électrostatique aurait la même norme mais serait de sens opposé à celui que nous allons calculer.

Comme nous pouvons le signaler, le champ créé par un plan infini chargé est un cas particulier du champ créé par le disque.

Champ électrostatique créé par un disque

Considérons le disque de rayon R représenté dans la figure ci-dessous.

La charge totale du disque est q, et sa densité surfacique de charge (c nous supposerons constante) est σ. Pour calculer le champ qu'il crée un point P de son axe de symétrie, nous allons considérer un élément charge dq qui a la forme d'un anneau de rayon R' et d'épaisseur dR':



Le champ électrostatique $d\mathbf{E}$ créé par un élément de charge dq ainsi que celui créé par un autre élément de même charge mais diamétralement opposé sont représentés dans la figure suivante. Comme le cercle est chargé positivement, dq est une **source de lignes de champ** et donc d**E** pointe dans les deux cas vers l'extérieur du cercle. D'autre part, comme le principe de superposition s'applique au champ électrostatique, le champ total au point P sera la somme des champs créés par les deux éléments de charge:

$$E = \int dE_x = \int dE \cos\alpha$$

Où l'intégrale est évaluée pour tout le cercle.

À partir de la figure, on peut observer que le cosinus de l'angle α et la distance r sont respectivement:

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}; \quad r = \sqrt{R'^2 + x^2}$$

Et en faisant la substitution on obtient:

$$dE_x = dE\cos\alpha = k\frac{dq}{r^2}\frac{x}{r}$$

$$dE_x = k\frac{dq\, x}{(R'^2 + x^2)^{3/2}}$$

Cette expression nous permettra de calculer le champ électrostatique créé par un disque chargé.

Pour finir, nous intégrons pour calculer le champ créé par le cercle au point P:

$$E = \int dE_x = \int k\frac{dq\, x}{(R'^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\sigma = \frac{q}{S} = \frac{dq}{dS} = \frac{dq}{2\pi R' dR'}$$

$$dq = \sigma\, 2\pi R' dR'$$

$$\Rightarrow \quad E = \int dE_x = \int_0^R k\frac{\sigma\, 2\pi R' dR'\, x}{(R'^2 + x^2)^{3/2}}$$

Finalement en résolvant l'intégrale nous obtenons:

$$E = \frac{\sigma\, x}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}}\right]$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}}\right]$$

Champ électrostatique créé par un plan infini chargé

Un plan infini est un cas particulier d'un disque lorsque el rayon R du disque tend vers l'infini ($R \to \infty$)

En faisant la limite du champ créé par un disque lorsque $R \to \infty$, nous obtenons:

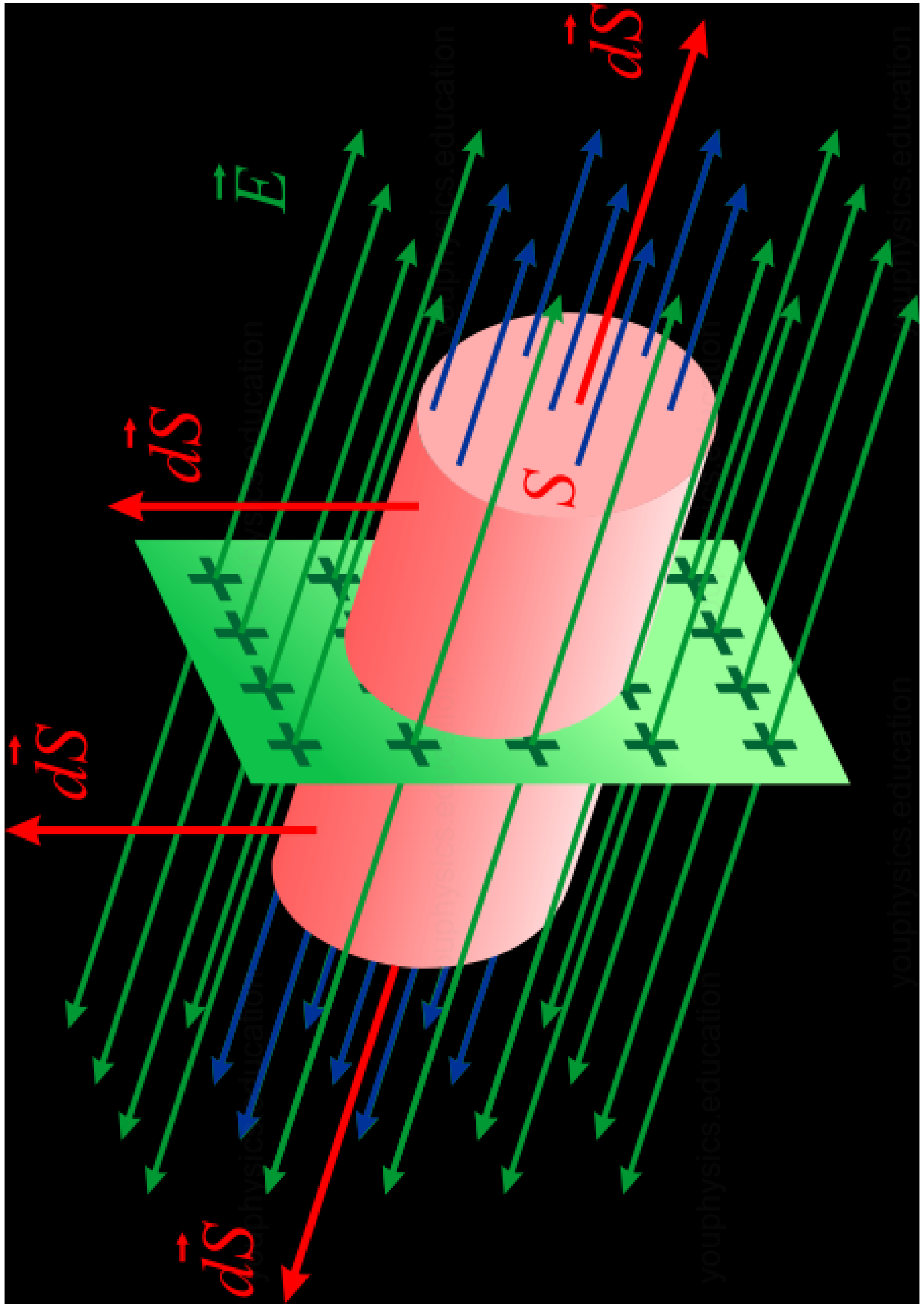
$$\lim_{R\to\infty} \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} = 0 \qquad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Les lignes du **champ électrique créé par un plan infini chargé positivement** sont représentées en vert dans la figure ci-dessous. Les charges positives sont des sources de lignes de champ et sortent du plan par conséquent. Elles doivent d'autre part être perpendiculaires au plan car si ce n'était pas le cas, le champ aurait une composante tangentielle et par conséquent les charges subiraient une force et nous pourraient pas être au repos. La densité surfacique de charge (charge par unité de surface) du plan est σ:

La surface de Gauss au travers de laquelle nous allons calculer le flux du champ électrique est représentée en rouge. C'est un cylindre perpendiculaire au plan chargé. Nous avons aussi représenté le vecteur *d**S*** pour chacune des faces du cylindre.

Le flux total à travers de la surface est:

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \int_S \vec{E}d\vec{S} + \int_S \vec{E}d\vec{S} + \int_{S_{lat}} \cancel{\vec{E}d\vec{S}} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$



Les deux premières intégrales donnent le flux à travers des deux bases du cylindre et la troisième à travers de la face latérale. Cette dernière est nulle car les vecteurs **E** et ***dS*** sont perpendiculaires et par conséquent leur produit scalaire est nul.
Pour les deux bases du cylindre **E** est parallèle à ***dS***, et les deux intégrales sont égales, nous avons donc:

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = 2\int_S \vec{E}d\vec{S} = 2\int_S EdS\cos 0 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

D'autre part, la norme du champ électrique est la même pour tous les points de la base du cylindre, nous pouvons donc la sortir de l'intégrale. L'intégrale de ***dS*** est égale à *S*, l'aire de la base, nous obtenons donc:

$$2\int_S EdS\cos 0 = 2ES = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Finalement, la norme du champ électrique créé par le plan infini est:

$$2ES = \frac{q}{\varepsilon_0}; \quad E = \frac{q}{2S\varepsilon_0} \qquad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Champ et potentiel électrostatique

La présence d'une charge ponctuelle q au point O de l'espace permet de définir deux propriétés physiques en un pont M situé au environ de O :

Une propriété vectorielle qui est le champ électrostatique défini par $\overrightarrow{E_M} = \frac{\overrightarrow{F_{O/M}}}{q_0}$ avec q_0 une charge test placée au point O.

On aura ainsi $\overrightarrow{E(M)} = K.\frac{q}{OM^2}.\frac{\overrightarrow{OM}}{OM}$; E en $N.C^{-1}$ ou en $V.m^{-1}$

Une propriété scalaire qui est le potentiel électrostatique, défini à une constante près par :

$V(M) = K.\frac{q}{OM}$ **V en volt**

Relation entre les deux propriétés :

Le potentiel étant un travail par unité de charge, on a :

$$dV = -\vec{E}\,\overrightarrow{dM}$$

$$dV = -\vec{E}\,\overrightarrow{dM} = \overrightarrow{-E}\,\overrightarrow{dr} \qquad \text{donne} \quad V = \int -\vec{E}\,\overrightarrow{dr}$$

On a $E = -\dfrac{dV}{dr}$ **et de façon générale on a**

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V \quad \text{(quelle que soit les coordonnées)}$$

Gradient, symbolisé par grad, est un opérateur de dérivation.

Par exemple en coordonnées cartésiennes, on a

$$\overrightarrow{grad} = \begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial x} \\ \dfrac{\partial}{\partial y} \\ \dfrac{\partial}{\partial z} \end{cases}$$

Champ et potentiel créés par une distribution continue de charges

Pour retrouver les expressions du champ et du potentiel créés par une distribution continue de charge, nous partons du champ élémentaire créé par un élément (de longueur, de surface ou de volume), possédant une charge élémentaire considérée comme une charge ponctuelle, centrée en un point P.

Ainsi pour cet élément de charge, on peut écrire :

$$\overrightarrow{dE}(M) = K.\frac{dq}{PM^2}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM} \quad \text{et} \quad dV = K.\frac{dq}{PM}$$

pour une distribution linéique de charge, on a dq = λ.dl

d'où

$$\overrightarrow{dE}(M) = K.\frac{\lambda dl}{PM^2}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM} \quad \text{et} \quad dV(M) = K.\frac{\lambda dl}{PM}$$

Pour obtenir le champ total, ou le potentiel total, il faut intégrer sur toute la longueur.

$$\vec{E}(M) = \int_{P\epsilon L}\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 PM^2}\vec{u} = \int_{P\epsilon L}\frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 PM^2}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$$

$$V(M) = \int_{P\epsilon L}\frac{\lambda dl}{4\pi\varepsilon_0 PM}$$

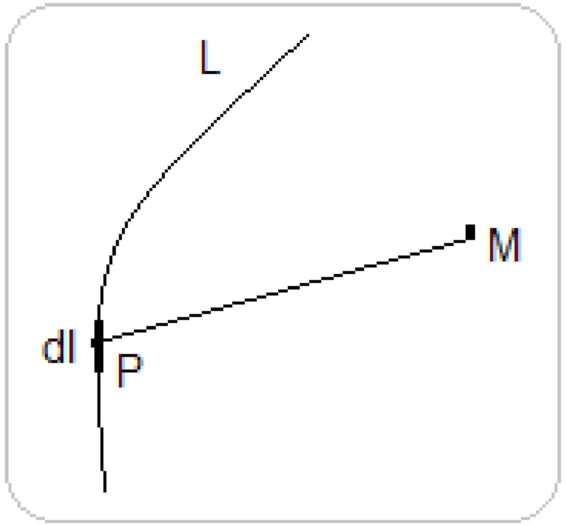


Figure 1.6 : Repérage d'un point M par rapport à un élément de longueur

Pour une distribution surfacique de charge, on a $dq = \sigma ds$, d'où

$$\overrightarrow{dE}(M) = \mathrm{K}.\frac{\sigma dS}{\mathrm{PM}^2}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM} \quad ; \quad \mathrm{dV} = \mathrm{K}.\frac{\sigma \mathrm{dS}}{\mathrm{PM}}$$

Pour obtenir le champ total, ou le potentiel total, il faut intégrer sur toute la surface.

$$\vec{E}(M) = \iint_{P\epsilon S} \frac{\sigma dS}{4\pi\varepsilon_0 PM^2}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$$

$$V(M) = \iint_{P\epsilon S} \frac{\sigma dS}{4\pi\varepsilon_0 PM}$$

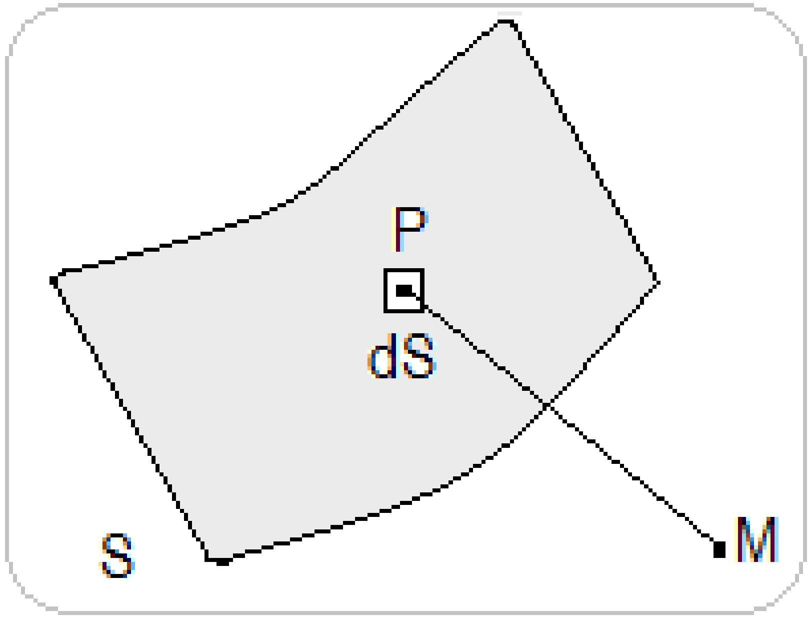


Figure 1.7 : Repérage d'un point M par rapport à un élément de surface

Pour une distribution volumique de charge, on a dq = ρdτ,
d'où

$$\overrightarrow{dE}(M) = \mathbf{K}.\frac{\rho d\tau}{\mathbf{PM}^2}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM} \quad ; \quad \mathbf{dV} = \mathbf{K}.\frac{\rho \mathbf{d}\tau}{\mathbf{PM}}$$

Pour obtenir le champ total, ou le potentiel total, il faut intégrer sur toute la surface.

$$\vec{E}(M) = \iiint_{P\epsilon\tau} \frac{\rho d\tau}{4\pi\varepsilon_0 PM^2} \frac{\overrightarrow{PM}}{PM}$$

$$V(M) = \iiint_{P\epsilon\tau} \frac{\rho d\tau}{4\pi\varepsilon_0 PM}$$

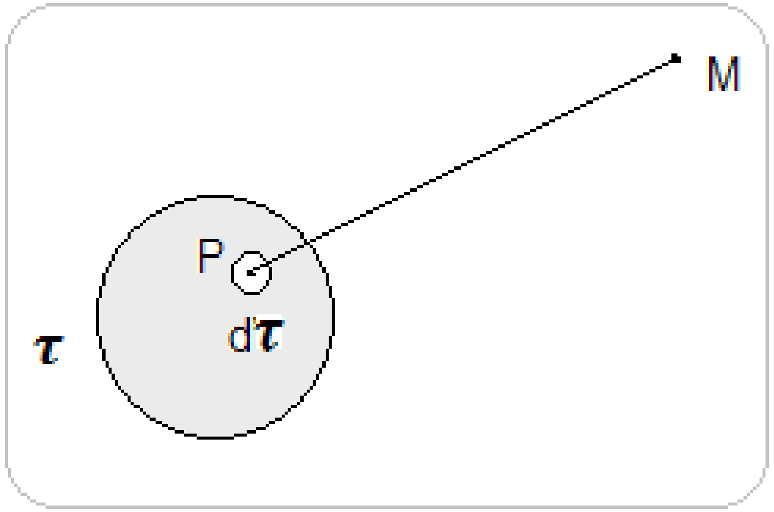


Figure 1.8 : *Repérage d'un point M par rapport à un élément de volume*

Invariance et symétrie

- **Invariance par translation** :

Si (S) est invariant dans toute translation parallèle à un axe (Oz), les effets sont indépendants de z.

- **Invariance par rotation autour d'un axe:**

si (S) est invariant par rotation Θ autour de d'un axe z, alors ses effets exprimés en coordonnées cylindriques (ρ, Θ, z) ne dépendent pas de Θ.

- **Symétrie cylindrique :**

Si (S) est invariant par translation le long de l'axe Oz et rotation autour de l'axe z, alors ses effets exprimés en coordonnées cylindrique ne dépendent que de ρ (indépendant de Θ et z).

- **Symétrie sphérique :**

si (S) est invariant dans toute rotation autour d'un point O, alors ses effets, exprimés en coordonnées sphériques (r, Θ, φ), ne dépendent que de r (indépendant de Θ et φ)., z) ne dépendent pas de Θ.

• **Plan de symétrie (π) :**

si (S) admet un plan de symétrie, alors en tout point de ce plan, les effets à caractère vectoriel sont contenus dans le plan et les effets à caractère pseudo vectoriel sont perpendiculaires au plan.

• **Plan d'antisymétrie (π') :**

si par symétrie par rapport à un plan π', (S) est transformé en son opposé, alors en tout point de ce plan, les effets à caractère vectoriel (exemple : le vecteur champ électrique) est perpendiculaire au plan et les effets à caractère pseudo-vectoriel (exemple : le champ magnétique) sont dans le plan

NB: Les invariances vont nous permettre d'éliminer des coordonnées dont dépendent le champ ou le potentiel par exemple.

Les plans de symétrie ou d'antisymétrie vont nous permettre d'éliminer des composantes du champ ou potentiel par exemple

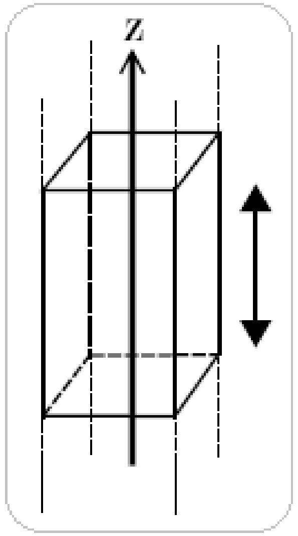


Figure 1.9.a : illustration d'une invariance par translation suivant z

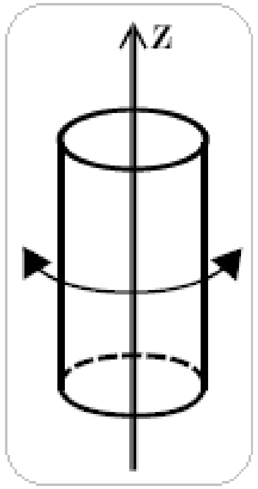


Figure 1.9.b : illustration d'une invariance par rotation autour de l'axe z

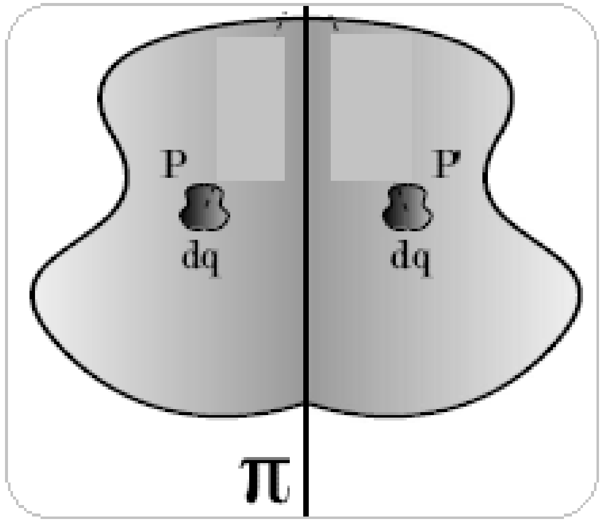


Figure 1.9.c : illustration d'une distribution de charge symétrique

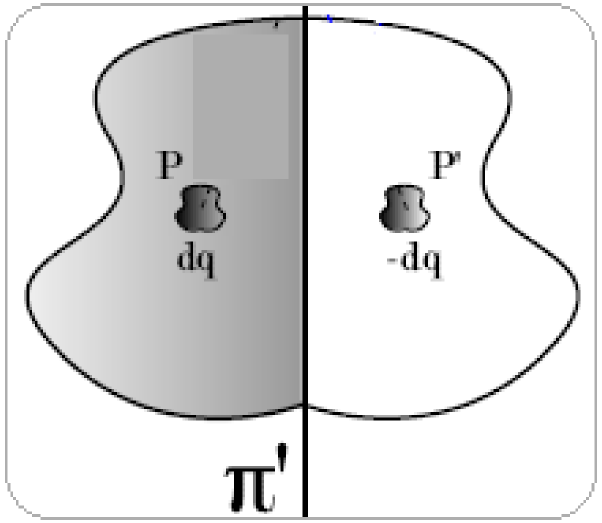


Figure 1.9.d : illustration d'une distribution de charge antisymétrique

Les lignes de champ sont des courbes tangentes en chaque point au champ $\vec{E}$. Elles sont centrifuges ou centripète suivant le signe de la charge (centrifuge si q positive, centripète si q négative).

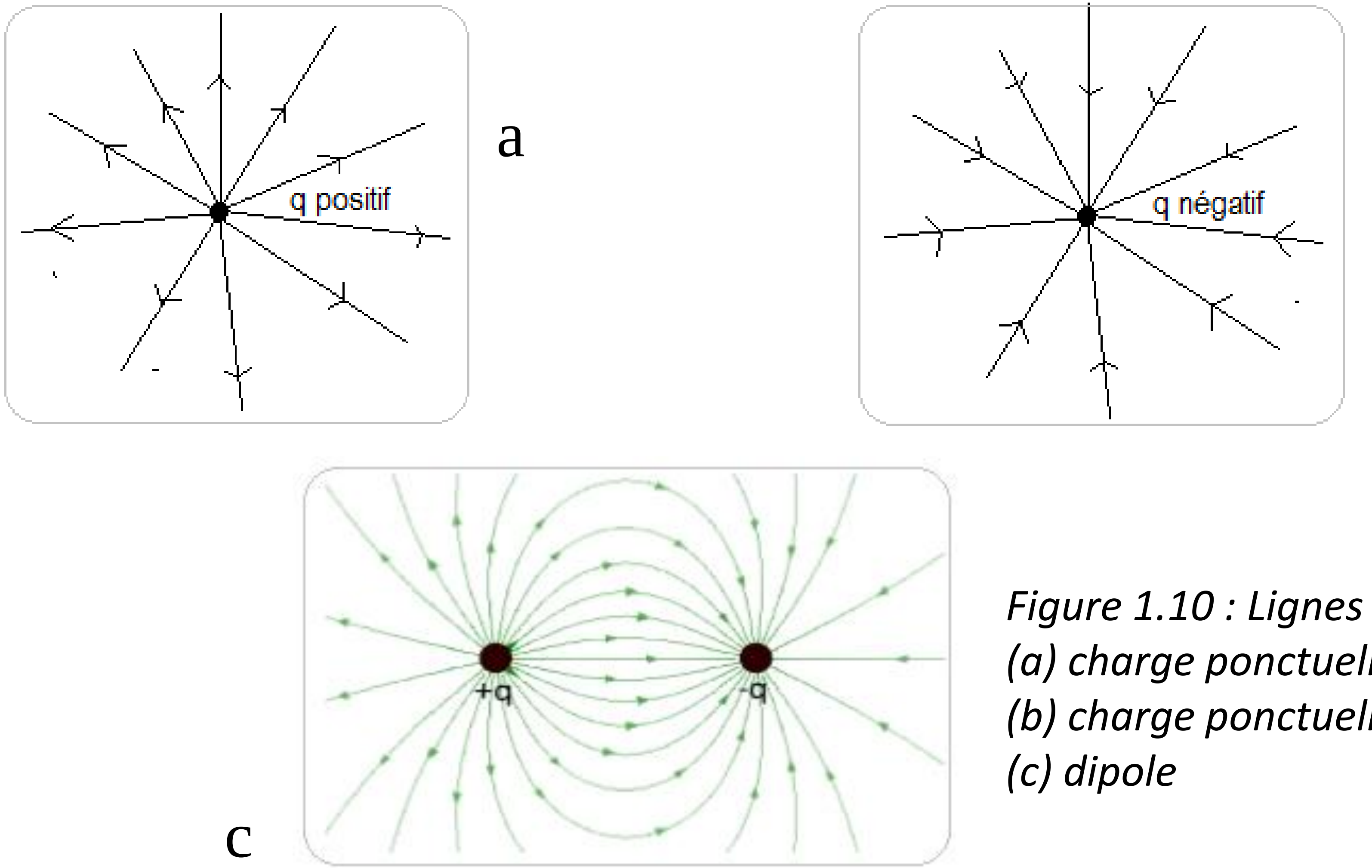
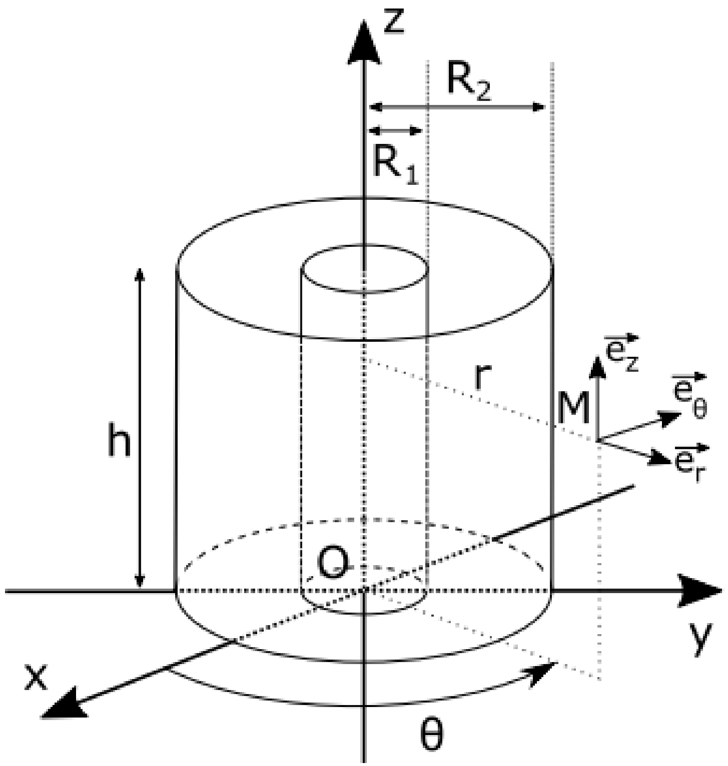


Figure 1.10 : Lignes de champ :
(a) charge ponctuelle positive,
(b) charge ponctuelle négative,
(c) dipole

Exemple d'un condensateur cylindrique

$$\vec{E}(r,\theta,z) = \left| \begin{array}{l} E_r(r,\theta,z) \\ E_\theta(r,\theta,z) \\ E_z(r,\theta,z) \end{array} \right.$$



- **Étude des invariances :**
  - La distribution de charge est invariante par translation selon $\vec{e_z}$.
  - La distribution de charge est invariante par rotation d'angle θ et d'axe $(O, \vec{e_z})$.

$$\Rightarrow \vec{E}(r,\theta,z) = \vec{E}(r)$$

- **Étude des symétries :**
  - Le plan $(M, \vec{e_r}), \vec{e_\theta}$ est plan de symétrie de la distribution de charge $\Rightarrow E_z = 0$
  - Le plan $(M, \vec{e_r}), \vec{e_z}$ est plan de symétrie de la distribution de charge $\Rightarrow E_\theta = 0$

$$\Rightarrow \vec{E}(r,\theta,z) = E_r(r,\theta,z)\vec{e_r}$$

Finalement :

$$\boxed{\vec{E}(r,\theta,z) = E_r(r)\ \vec{e_r} = E(r)\ \vec{e_r}}$$

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{\Sigma q_i}{\varepsilon_0}$$

B-Champ magnétique

Les différentes sources de champ magnétique sont les aimants permanents, le courant électrique (c'est-à-dire le déplacement d'ensemble de charges électriques), ainsi que la variation temporelle d'un champ électrique (par induction électromagnétique).

En présence d'un champ magnétique, on peut observer divers phénomènes sur les matériaux :

- Paramagnétisme: désigne en magnétisme le comportement d'un milieu matériel qui ne possède pas d'aimantation spontanée ;
- Ferromagnétisme: (est le mécanisme fondamental par lequel certains matériaux (fer, cobalt, nickel…) sont attirés par des aimants).

Les applications du champ magnétique sont nombreuses. Elles vont de l'attraction des aimants et l'orientation des boussoles au *stockage d'information sur les disques durs* en passant par les *accélérateurs de particules*.