Département : Informatique
Licence : Informatique
Devoir : RO & complexité algorithmique
Durée : 2h

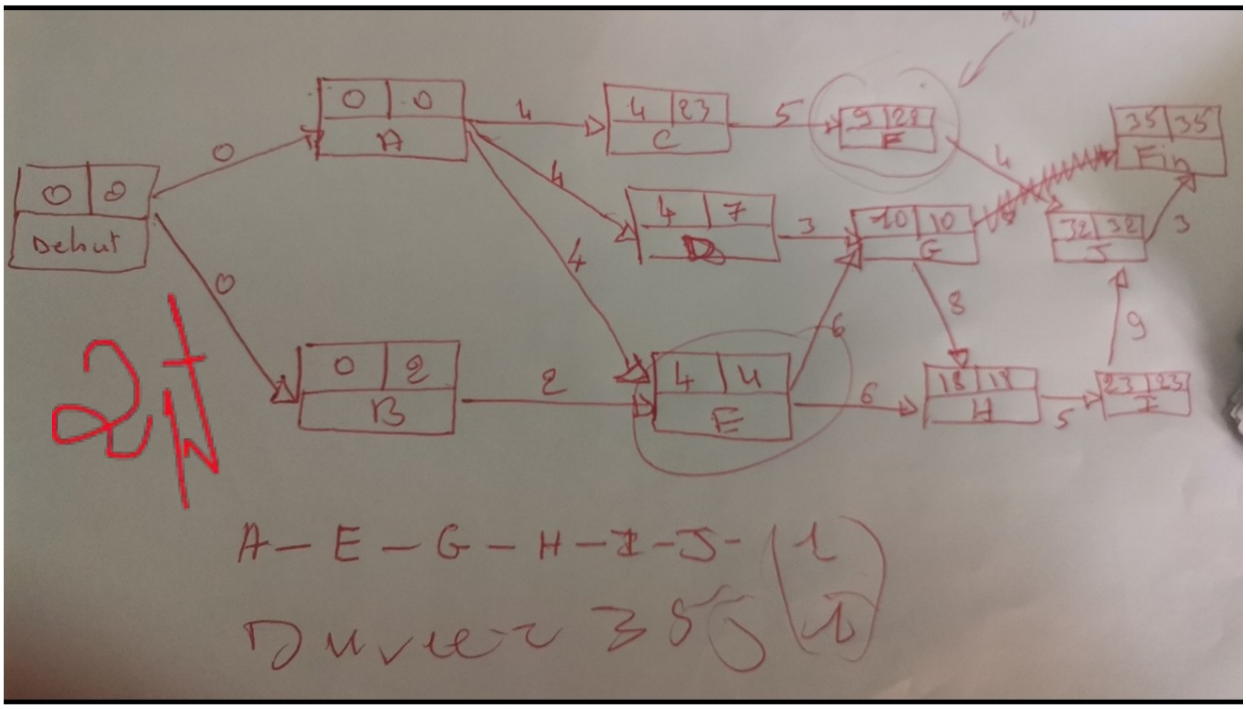
Année universitaire
2021-2022

Exercice 1 : *(8 points)* La mise en service d'un nouvel équipement routier demande la réalisation d'un certain nombre de tâches. Le tableau ci-dessous représente ces différentes tâches avec leurs relations d'antériorité.

Tâches	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Durée	4	2	5	3	6	4	8	5	9	3
Tâches antérieurs	-	-	A	A	A,B	C	D,E	E,G	H	F,I

1) Construire le graphe d'ordonnancement du projet avec la méthode des potentiels métra (MPM) et calculer les dates au plus tôt et au plus tard de chaque tache.
2) Déterminer le chemin critique. Quelle est la durée minimale de réalisation du projet ?
3) En réalité, la tâche C a nécessité une durée de 7 jours. Est-ce que cela a eu une incidence sur la durée de réalisation du projet ?
4) Calculer la marge totale de la tâche F. Qu'est-ce que cela signifie ?
5) Calculer la marge libre de E. Qu'est-ce que cela signifie ?

Réponse 1 :



Réponse 2 :

a) Le chemin critique est : A – E – G – H – I -J
b) La durée du projet esr : 35

Réponse 3 : *Même si la durée de la tache C est modifiée à 7, elle n'aura aucune incidence sur la durée de réalisation du projet.*

Réponse 4 :

a) La marge totale de la tâche F est : 19
b) La marge totale est la durée que peut prendre une tache sans augmenter la durée totale du projet. En d'autres termes c'est une marge sur la tâche qui ne modifie pas la date de fin du projet.

Réponse 5 :

Département : Informatique
Licence : Informatique
Devoir : RO & complexité algorithmique
Durée : 2h

Année universitaire
2021-2022

a) *La marge libre de E est : 0.* 1pt
b) *La marge libre est le retard qui peut être autorisé sur une tache sans influencer la date de début au plutôt des taches qui lui succèdent.* 1pt

Exercice 2 : *(10 points)* On considère les algorithmes de recherche d'un élément dans un tableau :

Recherche dichotomique	Recherche linéaire
Entrée : un tableau T de n entiers trié ; un entier x *Sortie : vrai ou faux selon que x est ou pas dans T* *m, d, f : entier* *trouve : boolean* *d ← 0* *f ← n* *m un entier* *trouve ← faux* *tant que trouve égal faux et d inferieur à f faire* *m ← (f - d)/2* *si T[m] = x* *trouve ← vrai;* *sinon* *si T[m] ¿ x* *d ← m+1;* *sinon* *f ← m* *fin tant que* *retourne trouve;*	*Entrées : un tableau T de n entiers trié ; un entier x* *Sortie : vrai ou faux selon que x est ou pas dans T* *i : entier* *trouve : boolean* *trouve ← faux* *i ← 1* *tant que (trouve = faux et i ≤ n) faire* *si T[i] = x* *trouve ← vrai;* *si t[i] ¿ x* *retourne trouve* *i ← i +1* *fin tant que* *retourne trouve;*

1) Calculer la complexité de l'algorithmes de Recherche linéaire

		Recherche linéaire
		Entrées : un tableau T de n entiers trié ; un entier x *Sortie : vrai ou faux selon que x est ou pas dans T* *i : entier* *trouve : boolean* *trouve ← faux* *i ← 1* *tant que (trouve = faux et i ≤ n) faire*
C1	*n+1 fois*	*si T[i] = x*
C2	*n fois*	*trouve ← vrai;*
C3	*n fois*	*si t[i] ¿ x* *retourne trouve*
C4	*n fois*	*i ← i +1* *fin tant que* *retourne trouve;*

$T_{Lin} = (n+1)C1 + n(C2+C3+C4) = n(C1+C2+C3+C4) + C1$ 1pt

En posant $\alpha = C1+C2+C3+C4$ *et* $\beta = C1$, *alors on a*

$T_{lin} = \alpha n + ¿\ \beta = \theta(n)$ 0,5pt

Département : Informatique
Licence : Informatique
Devoir : RO & complexité algorithmique
Durée : 2h

Année universitaire
2021-2022

2) Calculer la complexité de l'algorithmes de Recherche dichotomiqu.

Recherche dichotomique	Nombre de foix	*Nombre d'instructions élémentaires*
Entrée : un tableau T de n entiers trié ; un entier x *Sortie : vrai ou faux selon que x est ou pas dans T* *m, d, f : entier* *trouve : boolean* *d ← 0* *f ← n* *m un entier* *trouve ← faux* *tant que trouve égal faux et d inferieur à f faire* *m ← (f - d)/2* *si T[m] = x* *trouve ← vrai;* *sinon* *si T[m] ¿ x* *d ← m+1;* *sinon* *f ← m* *fin tant que* *retourne trouve;*	*log(n) +1* *log(n)* *log(n)* log(n) log(n)	C1 C2 C3 C4 C5

T_{Dico} = C1 (*log(n) +1) + C(log(n)) + C3(log(n)) + C4*(log(n)) +C5(log(n) = log(n) (C1+C2+C3+C4+C5) + C1 1pt

En posant $\alpha = C1+C2+C3+C4+C5$ *et* $\beta = C1$, *alors on a*

$T_{Dico} = \alpha \log_2 n + \beta = \theta$¿ 0,5pt

Réponse 2 : *L'algorithme de « Recherche dichotomique » est plus efficace, avec 5 itérations sur un tableau de 49 entiers, que celui de la « Recherche linéaire » qui termine au bout de 49 entier.* 2pt

Réponse 3 : A l'aide d'un invariant de boucle, prouver la validité de ces algorithmes

a) *« Recherche dichotomique » : l'invariant de boucle est « A la ième itération, les sous tableau T[0…d-1] et T[f+1…n] ne contient pas v. »* 1pt

Initialisation : A la première itération, d=0 et f=n, les sous tableaux T[0…-1] est T[n+1…n] est vide et ne contient donc pas v. 0,5pt

Conservation : *A la $i^{ème}$ itération, les sous tableaux T[0…d-1] et T[f+1…n] ne contiennent pas v. En calculant m=f-d et en constatant que T[m] ne contient pas v, alors nous avons deux choix possibles :*

- *T[m] ¿ v, alors v n'est pas dans T[d…m]. Alors, en affectant m à la variable d, on a l'invariant pour l'itération suivante.* 1pt
- *T[m] ¿ v, alors v n'est pas dans T[m…f]. Alors, en affectant m à la variable f, on a l'invariant pour l'itération suivante.*

Terminaison : *A la terminaison, les sous tableaux T[0…d-1] et T[f+1…n] ne contiennent pas v. Si trouvé est à VRAI, alors c'est que v est dans T[m] et l'algorithme est correct. Sinon, on a d* $\geq f$ *. Alors , on a* $T =$ ¿*T[0…d-1] + T[f+1…n] et alors T ne contient pas v et l'algorithme est correct.* 0,5pt

Département : Informatique
Licence : Informatique
Devoir : RO & complexité algorithmique
Durée : 2h

Année universitaire
2021-2022

b) *« Recherche linéaire » : L'invariant de boucle : « A la $i^{ème}$ itération de boucle, le sous tableau T[1…i-1] ne contient pas v ».*
Initialisation : *A la première itération, i = 1. Aucun élément du tableau n'est traité.*
Conservation : *A la $i^{ème}$ itération de boucle, le sous tableau T[1…i-1] ne contient pas v et trouvé = FAUX. Si l'itération i modifie la valeur de trouvé à VRAI, alors l'itération i+1 ne serait pas fait et donc TROUVE reste à FAUX à la fin de l'itération i. T[i] ne contient donc pas v et l'invariant reste vérifié pour l'itération suivante.*
Terminaison : *A la terminaison,*
si i = n+1, alors le sous tableau T[1…i-1] = T[1…n]= T ne contient pas v et le programme est correcte en retournant FAUX.
Si $i \le n, alors\, T[1 \ldots i-1]\, ne\, contient\, pas\, v\, et\, l'algorithme\, retourne\, VRAI\, et\, T[i] = v$. *Le programme est correct car i est la première case du tableau qui contient v.*

Bonne chance !