

Chapitre IV : Algèbre relationnelle

Introduction : L'objectif d'une base de données est entre autres la structuration des données et leur stockage sur des supports de masse pour faciliter l'accès à ces données et simplifier leur utilisation. Il est, alors, nécessaire de définir les moyens permettant d'extraire une information spécifique dans une masse importante d'informations. L'algèbre relationnelle est un langage formel pour les bases de données relationnelles. Elle définit une collection d'opérations formelles sur les relations. C'est un langage à prédicat définissant le résultat souhaité en utilisant des expressions logiques. En algèbre relationnelle, l'utilisateur spécifie une suite d'opérations à effectuer. Ces opérations sont des opérations ensemblistes. Certaines d'entre elles portent sur une seule relation (opérations unaires), d'autres portent sur deux relations (opérations binaires).

I. Les opérations fondamentales

I. 1. La sélection (Restriction)

La sélection encore appelée restriction est une opération unaire permettant d'extraire des enregistrements spécifiques dans l'instance d'une relation. Les enregistrements extraits répondent généralement à une condition booléenne appelée *critère de sélection*. Cette condition est généralement le regroupement d'un ensemble de sous-conditions booléennes. Une telle condition utilise les opérateurs suivants :

- ✓ Opérateurs arithmétiques : $=, >, <, \geq, \leq, \neq, +, -, /, *$;
- ✓ Opérateurs logiques : $\vee, \wedge, \neg, \Rightarrow$.

a. Résultat : Le résultat obtenu est une nouvelle relation ayant le même schéma que la relation sur laquelle porte la sélection. Son instance contient tous les enregistrements qui répondent au critère de sélection. Elle fait donc une partition horizontale de la relation sur laquelle elle porte.

b. Syntaxe

SELECTION (Relation, Condition)

Représentation en algèbre relationnelle : $\sigma_{\text{Condition}}(\text{Relation})$

Exemple :

Etudiant

Identificateur	Age	Nom	Prénom	LieuNaiss
ETU1	27	Badji	Aïssatou	Kolda
ETU2	26	Diop	Moustapha	Ziguinchor
ETU3	20	Diatta	Cheikh	Ziguinchor
ETU4	27	Fall	Mbaye	Diourbel
ETU5	23	Ndiaye	Fatoumata	Ziguinchor

$$\sigma_{\text{Age} = 27}(\text{Etudiant})$$

Identificateur	Age	Nom	Prénom	Région
ETU1	27	Badji	Aïssatou	Kolda
ETU4	27	Fall	Mbaye	Diourbel

c. Représentation graphique

Résultat



C est la condition de sélection

Relation

I. 2. La projection

La projection est une opération unaire permettant d'afficher certaines valeurs d'attributs des enregistrements d'une relation. Ainsi, pour chaque enregistrement appartenant à l'instance de la relation seules les valeurs des attributs sur lesquels portent la projection sont affichées.

a. Résultat : Le résultat obtenu est une nouvelle relation dont le schéma contient les attributs cités dans la requête. Son instance a le même nombre d'enregistrements que la relation sur laquelle porte la projection. Chaque enregistrement sera donc présent dans le résultat. La projection permet de faire une partition verticale d'une relation.

b. Syntaxe

PROJECTION (Relation ; Liste attributs)

Représentation en algèbre relationnelle : $\prod_{\text{Liste attribut}}(\text{Relation})$

Exemple : Considérant la relation Etudiant ci-dessus, la projection $\Pi_{\text{Age, Nom}}(\text{Etudiant})$ Donne la relation **Etudiant1** suivante :

Etudiant1

Age	Nom
27	Badji
26	Diop
20	Diatta
27	Fall
23	Ndiaye

Remarque :

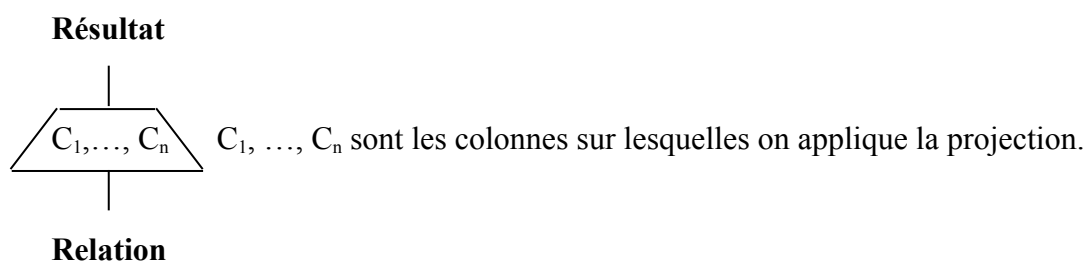
- ✓ Il est possible de renommer un attribut lors d'une projection en donnant le nouveau nom suivi du caractère ":" et de son ancien nom ;
- ✓ Il est possible d'obtenir un nouveau attribut dont les valeurs sont obtenues à partir d'un calcul portant sur des valeurs d'autres attributs de la relation.

Exemple :**Produit**

Numéro	PrixUnitaire	Nom	Quantité
1	250	Cahier	5
2	100	Stylo	10

$\Pi_{\text{Numéro, Nom, PrixTotal : PrixUnitaire*Quantité}}(\text{Produit})$

Numéro	Nom	PrixTotal
1	Cahier	1250
2	Stylo	1000

c. Représentation graphique

Remarque : Il est possible de combiner dans une requête une sélection et une projection. Dans ce cas, la projection doit porter sur le résultat de la sélection pour éviter qu'elle ne supprime les attributs sur lesquels porte la condition de sélection avant l'exécution de celle-ci.

Exemple : La requête "Donnez le nom et le prénom de chaque étudiant né à Ziguinchor" appliquée sur la table Etudiant ci-dessus s'écrit comme suit :

$$\sigma_{\text{LieuNaiss} = \text{'Ziguinchor'}}(\text{Etudiant}) \quad \text{a.1}$$

$$\Pi_{\text{Nom, Prénom}}(\sigma_{\text{LieuNaiss} = \text{'Ziguinchor'}}(\text{Etudiant})) \quad \text{a.2}$$

$$\Pi_{\text{Nom, Prénom}}(\text{Etudiant}) \quad \text{b.1}$$

$$\sigma_{\text{LieuNaiss} = \text{'Ziguinchor'}}(\Pi_{\text{Nom, Prénom}}(\text{Etudiant})) \quad \text{b.2}$$

L'exécution de la requête **a.1** donne la relation suivante :

a.1 Les étudiants de la région de Dakar

Identificateur	Age	Nom	Prénom	Région
ETU2	26	Diop	Moustapha	Ziguinchor
ETU3	20	Diatta	Cheikh	Ziguinchor
ETU5	23	Ndiaye	Fatoumata	Ziguinchor

La requête **a.2** fait une projection sur les attributs Nom et prénom appliquée au résultat de la requête **a.1**. Elle donne la relation suivante :

a.2 Le nom et le prénom de chaque étudiant né à Ziguinchor

Nom	Prénom
Diop	Moustapha
Diatta	Cheikh
Ndiaye	Fatoumata

La requête **b.1** donne la relation suivante :

b.1 Le nom et le prénom de chaque étudiant

Nom	Prénom
Badji	Aïssatou
Diop	Moustapha
Diatta	Cheikh
Fall	Mbaye
Ndiaye	Fatoumata

La requête **b.2** s'applique sur le résultat de la requête **b.1**. Elle fait une sélection selon la condition « **LieuNaiss = 'Ziguinchor'** ». Il est impossible d'exécuter cette requête car le résultat de la requête **b.1** ne contient pas l'attribut **Région** sur lequel doit porter la condition de

sélection. Alors c'est la requête **a.2** qui permet de donner le nom et le prénom de chaque étudiant né à Ziguinchor.

I. 3. La jointure naturelle

La jointure naturelle est une opération binaire commutative. Elle porte sur deux relations liées par la contrainte d'intégrité référentielle.

a. Résultat : Le résultat est une nouvelle relation qui a tous les attributs des deux relations. Son instance est composée d'enregistrements issus de la concaténation de ceux des relations d'origines qui vérifient la condition de jointure. La condition de jointure teste toujours l'égalité entre une clé primaire et une clé étrangère qui lui fait référence.

b. Syntaxe

JOINTURE (Relation1, Relation2, condition)

Représentation en algèbre relationnelle : Relation1  condition Relation2

Exemple :

Produit

Numéro	PrixProduit	NomProduit	CodeCmd
1	250	Cahier	Cm01
2	100	Stylo	Cm01
3	200	Ardoise	Cm03

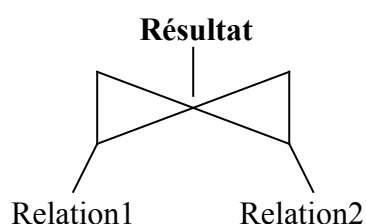
Commande

Code	Date
Cm01	28/05/2007
Cm02	30/01/2008
Cm03	04/03/2008

Commande  **Commande.CodeCmd = Produit.CodeCmd** **Produit**

Code	Date	Numéro	PrixProduit	NomProduit	CodeCmd
Cm01	28/05/2007	1	250	Cahier	Cm01
Cm01	28/05/2007	2	100	Stylo	Cm01
Cm03	04/03/2008	3	200	Ardoise	Cm03

c. Représentation graphique :



Remarque : S'il n'y a pas possibilité de confusion, il n'est pas obligatoire de mettre la condition de jointure dans la représentation graphique de la jointure naturelle.

II. Autres opérations

II. 1. L'opération unaire simple : le complément

Le complément est une opération unaire qui permet d'avoir tous les enregistrements possibles de la relation qui n'appartiennent pas à son instance à un moment donné. Les domaines des attributs ayant généralement une cardinalité infinie ou non connue, le complément regroupe les enregistrements non présents dans la relation dont toutes les valeurs possibles sont déjà prises par des attributs.

a. Résultat : Le résultat obtenu est une nouvelle relation ayant le même schéma que la relation de départ.

b. Syntaxe

COMPLEMENT (Relation)

Représentation en algèbre relationnelle : - Relation

Remarque : - - Relation = Relation

Exemple :

Cours

Code	Libellé	Volume
CR001	Informatique	48
CR002	Analyse	36

- Cours

Code	Libellé	Volume
CR001	Informatique	36
CR001	Analyse	36
CR001	Analyse	48
CR002	Informatique	36
CR002	Informatique	48
CR002	Analyse	48

II. 2. L'union de deux relations

L'union est une opération binaire commutative. Les deux relations doivent avoir le même schéma, c'est-à-dire qu'elles doivent avoir le même nombre d'attributs et que leurs attributs doivent avoir les mêmes domaines deux à deux.

a. Résultat : La relation résultat aura le même schéma que les relations unies. Son instance contient tous les enregistrements dans les instances des deux relations unies. Les doublons éventuels sont éliminés. Sa syntaxe est :

b. Syntaxe

UNION (Relation1, Relation2)

Représentation en algèbre relationnelle : $\text{Relation1} \vee \text{Relation2}$

Exemple :

Produit

Numéro	Année	Nom
1	2003	Cahier
2	1990	Stylo

Matériel

Numéro	Année	Nom
4	2005	Cahier
2	1990	Stylo
3	2004	Ardoise

Produit \vee Matériel

Numéro	Année	Nom
1	2003	Cahier
2	1990	Stylo
4	2005	Cahier
3	2004	Ardoise

II. 3. La différence de deux relations

La différence est une opération binaire non commutative. Elle porte aussi sur deux relations de même schéma.

a. Résultat : Le résultat aura le même schéma que les relations opérandes. Son instance contiendra les enregistrements de la première relation qui ne figurent pas dans la deuxième. Sa syntaxe est :

b. Syntaxe

DIFFERENCE (Relation1, Relation2)

Représentation en algèbre relationnelle : $\text{Relation1} - \text{Relation2}$

Exemple :**Produit – Matériel**

Numéro	Année	Nom
1	2003	Cahier

II. 4. Le produit cartésien de deux relations

Le produit cartésien est une opération binaire commutative. Les deux relations n'ont pas besoin d'avoir le même schéma, en plus elles ne doivent avoir aucun attribut en commun (attribut de même nom).

a. Résultat : Le résultat sera une nouvelle relation ayant comme schéma la concaténation des schémas des deux relations opérandes. Son instance contiendra des enregistrements obtenus en complétant chaque enregistrement de la première relation par tous les enregistrements de la deuxième. Le nombre d'enregistrements du résultat est le produit des nombres d'enregistrements des deux relations. Sa syntaxe est :

b. Syntaxe

PRODUIT (Relation1, Relation2)

Représentation en algèbre relationnelle : Relation1 x Relation2

Exemple :**Cours x Matériel**

Code	Libellé	Volume	Numéro	Année	Nom
CR001	Informatique	48	4	2005	Cahier
CR001	Informatique	48	2	1990	Stylo
CR001	Informatique	48	3	2004	Ardoise
CR002	Analyse	36	4	2005	Cahier
CR002	Analyse	36	2	1990	Stylo
CR002	Analyse	36	3	2004	Ardoise

Remarque : Une jointure naturelle est un produit cartésien suivi d'une sélection dont la condition est l'égalité entre la clé étrangère et la clé primaire qu'elle référence.

II. 5. L'intersection de deux relations

L'intersection est une opération binaire commutative. Elle porte sur deux relations de même schéma.

a. Résultat : Le résultat est une nouvelle relation ayant le même schéma que les deux relations. Son instance regroupe l'ensemble des enregistrements contenus dans les deux relations à la fois. Sa syntaxe est :

b. Syntaxe

INTERSECTION (Relation1, Relation2)

Représentation en algèbre relationnelle : $\text{Relation1} \wedge \text{Relation2}$

Exemple :

Produit \wedge Matériel

Numéro	Année	Nom
2	1990	Stylo

II. 2. 2. La division de deux relations

La division est une opération binaire non commutative. Pour diviser une relation R_1 par une relation R_2 , tous les attributs de R_2 doivent aussi être des attributs de R_1 . R_1 doit avoir au moins un attribut de plus que R_2 . L'instance de la relation R_2 ne doit pas être vide.

a. Résultat : Le résultat est une nouvelle relation ayant tous les attributs de R_1 qui ne sont pas des attributs de R_2 . Son instance contiendra les valeurs des attributs du résultat qui sont composées avec tous les enregistrements contenus dans l'instance de la relation R_2 .

b. Syntaxe

DIVISION (Relation1, Relation2)

Représentation en algèbre relationnelle : $\text{Relation1} / \text{Relation2}$

Exemple :

Joueur

Prénom	Catégorie
Mamadou	Senior
Moustapha	Senior
Mamadou	Junior
Abdoulaye	Junior
Boubacar	Cadet
Mamadou	Cadet

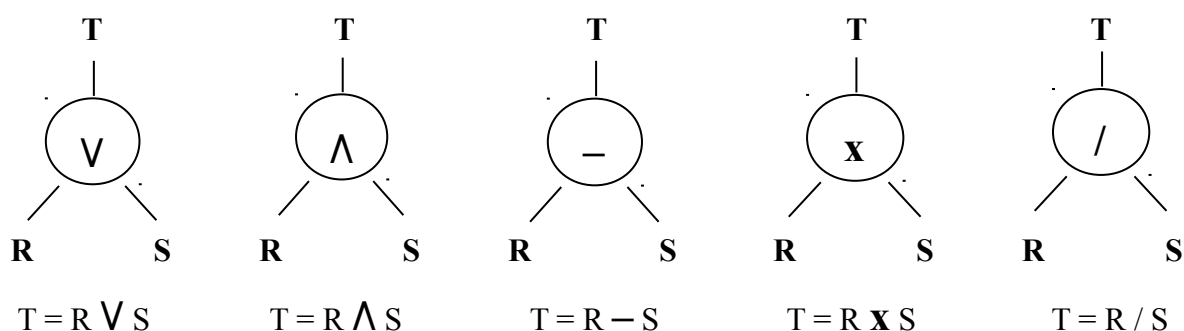
Catégorie

Catégorie
Senior
Junior
Cadet

Joueur / Catégorie

Prénom
Mamadou

c. Représentation graphique : L'union, l'intersection, la différence, le produit cartésien et la division sont représentés graphiquement comme suit :

**II. 6. Le théta-jointure**

Le théta-jointure est une opération binaire commutative. Elle permet de joindre deux relations selon une condition booléenne (généralement une comparaison de valeurs d'attributs).

a. Résultat : Le résultat est une nouvelle relation ayant tous les attributs des deux relations jointes. Son instance regroupe toutes les possibilités de combinaison des enregistrements des relations jointes qui satisfont la condition. Sa syntaxe est :

b. Syntaxe

THETA-JOINTURE (Relation1, Relation2, condition)

Représentation en algèbre relationnelle : $\text{Relation1} \bowtie_{\text{condition}} \text{Relation2}$

Exemple :**Produit**

Numéro	PrixProduit	NomProduit
1	250	Cahier
2	100	Stylo

Matériel

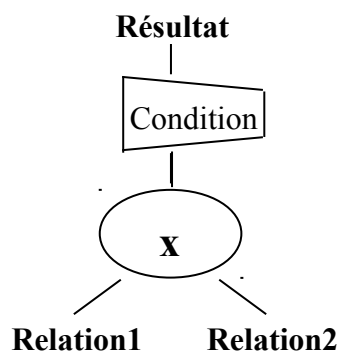
Code	PrixMatériel	NomMatériel
Ca	400	Cahier
St	75	Stylo
Ar	150	Ardoise

Matériel $\Theta_{\text{PrixMatériel} > \text{PrixProduit}}$ Produit

Code	PrixMatériel	NomMatériel	Numéro	PrixProduit	NomProduit
Ca	400	Cahier	1	250	Cahier
Ca	400	Cahier	2	100	Stylo
Ar	150	Ardoise	2	100	Stylo

c. Représentation graphique : Pour représenter un théta-jointure, on peut la transformer en sélection comme suit :

$$\text{Relation1 } \Theta_{\text{condition}} \text{ Relation2} = \overline{\bigcirc_{\text{Condition}} (\text{Relation1} \times \text{Relation2})}^1$$

**III. Exercice d'application**

Soit la base de données d'un ensemble d'entreprises dont le schéma est donné ci-dessous :

Employé(Numéro, Nom, Prénom, Profession, DateEmb, Salaire, #NomDept, #CodeSoc)

Département(Nom, #CodeSoc, #Directeur, Ville, NbEmployé)

Produit(Nom, Prix, Type)

Fabriquer(#NomDept, #CodeSoc, #NomProduit)

Société(Code, Adresse)

Ecrivez les requêtes suivantes en algèbre relationnelle et donnez leur représentation graphique :

1. Donnez la profession du directeur du Département Marketing de la société SOC002.
2. Quels sont les départements qui fabriquent un produit qui coûte 25000 ?
3. Quel employé a le plus gros salaire ?
4. Quelle est l'adresse de la société dans laquelle travaille Abdoulaye GUEYE ?