COURS: Architecture et Technologie des Ordinateurs

Pr Youssou FAYE

Université Assane Seck de Ziguinchor

Année 2020-2021

Licence 1 en Ingénierie Informatique

Objectifs du Cours

A la fin de ce cours, l'apprenant sera capable de:

- **faire une représentation de l'information dans l'ordinateur**
- **Pouvoir construire des circuits combinatoires et séquentiels**
- **Pouvoir modéliser et simuler une Unité Arithmétique et Logique**
- **Décrire le chemin de données et le traitement d'un programme**

Programme

1 Partie 1: Numération et de Codage

- ❑ Chapitre 1: Système de numération
- ❑ Chapitre 2: Représentation des informations

2 Partie 2: Logique Combinatoire

- ❑ Chapitre 3: Algèbre de Boole
- ❑ Chapitre 4: Circuits combinatoire

3 Partie 3: Séquentielle

- ❑ Chapitre 4: Las bascules
- ❑ Chapitre 5: Les compteurs
- ❑ Chapitre 6: Les registres

4 Partie 4: Architecture de l'ordinateur

- ❑ Chapitre 7: Architecture de base des microprocesseurs
- ❑ Chapitre 8: Architecture de base des ordinateurs

Chapitre 1 : Systèmes de Numération

Les Systèmes de Numération: définition

Système de numération

- Défini comme un ensemble de règles permettant de représenter le nombre états d'un système
  - Il est composé d'un alphabet muni d'un certain nombre d'opérateurs permettant de lier les éléments de l'alphabet
  - Dans un Système de numération positionnel, la valeur du chiffre dépend de sa position dans la représentation du nombre ;
  - Exemple : Système de numération décimal est positionnel
  - Système de numération romain est non positionnel

Numération de position

- Mathématiquement, la valeur d'un nombre N est représentée sous forme d'un plolynôme par n chiffres dans la base b.
  - $N = a_{n-1}b^{n-1} + a_{n-2}b^{n-2} + \dots\dots\dots\dots a_1 b^1 + a_0 b^0$
  - Exemple en base 10 (décimale) : $3254 = 3.10^3 + 2.10^2 + 5.10^1 + 4.10^0$
  - Un décalage à gauche multiplie un nombre par sa base
  - Un décalage à droite divise un nombre par sa base

Numération binaire

- L'alphabet est composé de deux symbôles {0, 1} appelés éléments binaires ou bit pour Binary digIT
- La base est 2, le système est pondéré par 2, c'est à dire les poids sont des puissances de 2
- L'addition et la multiplication sont les opérations de base
- Exemple de représentation d'un nombre en binaire
  - 10010_2 où le 2 en indice indique la base binaire
  - $10010_2 = 1x2^4 + 0x2^3 + 0x2^2 + 1x2^1 + 0x2^0$
  - Le bit le plus significatif, le bit le plus à gauche est appelé *bit de poids fort* ou MSB (Most Significant Bit).
  - Le bit le moins significatif, le bit le plus à droite est appelé bit de poids faible ou LSB (Less Significant Bit)
- Si on utilise n bits, on peut représenter 2^n valeurs différentes, de 0 à 2^n-1
- Exemple pour N=8 : 00000000 à 11111111

Numération en base 5

- L’alphabet est composé de 5 symbôles {0, 1, 2, 3, 4}
- La base est 5, le système est pondéré par 5, c’est à dire les poids sont des puissances de 5
- L’addition et la multiplication sont les opérations de base
- Exemple de représentation d’un nombre en base 5
  - 13042_5 où le 5 en indice indique la base
  - $13042_5 = 1x5^4 + 3x5^3 + 0x5^2 + 4x5^1 + 2x5^0$

Numération Octale

- Les nombres binaires sont souvent composés d'un grand nombre de bits, généralement ils sont exprimés en octale (b=8) ou en hexadécimal (b=16), car leur conversion avec le système binaire est plus simple
- L'alphabet est composé de 8 symbôles {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
- La base est 8 ou base octale, le système est pondéré par 8, c'est à dire les poids sont des puissances de 8
- L'addition et la multiplication sont les opérations de base
- Exemple de représentation d'un nombre en octal
  - 13762_8 où le 8 en indice indique la base
  - $13762_8 = (1x8^4 + 3x8^3 + 7x8^2 + 6x8^1 + 2x8^0)_{10}$
- L'intérêt de ce système est que la base 8 est une puissance de 2 ($8 = 2^3$), donc les poids sont aussi des puissances de 2.
- Chaque symbole de la base octale peut être exprimé sur 3 éléments binaires

Numération hexadécmale

- L'alphabet est composé de 16 symbôles {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}
- La base est 16, le système est pondéré par 16, c'est à dire les poids sont des puissances de 16
- L'addition et la multiplication sont les opérations de base hexadécmale
- Exemple de représentation d'un nombre en hexadécmale
  - $1A57F_{16}$ où le 16 en indice indique la base hexadécmale
  - $1A57F_{16} = (1x16^4 + 10x16^3 + 5x16^2 + 7x16^1 + 15x16^0)_{10}$
- L'intérêt de ce système est que la base 16 est une puissance de 2 (16 $=2^4$), donc les poids sont aussi des puissances de 2.
- Chaque symbole de la base hexadécmale peut être exprimé sur 4 éléments binaires

Conversion d'un système de numération à un autre (1)

- Plusieurs méthodes existent pour passer d'une base à une autre dont nous pouvons noter : la décomposition, la méthode de la division successive et celle de la soustraction successive. Des facilités de transition s'offrent également quand l'une des base est une puissance de l'autre
- **Base B vers la base 10**
- L'opération qui permet de passer de la base B vers la base 10 est appelée **décodage**
- Dans ce cas on fait une **décomposition** dans la base 10 en puissance de B
  - $(a_n......a_0)_B = a_n.B^n + ... + a0.B^0$=$(a_m$ Exemple
  - $(1001)_2 = 1.2^3 + 0.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 9_{10}$
    - $(A12)_{16} = 10.16^2 + 1.16^1 + 2.16^0$
    -

Conversion d'un système de numération à un autre (2)

- **Base 10 vers base B**
- L'opération qui permet de passer de la base 10 vers une autre base est appelée **codage**
  - **Méthode à divisons successives**
  - Elle consiste à diviser successivement par B autant de fois que cela est nécessaire pour obtenir un quotient nul. Ensuite on écrit les restes dans l'ordre inverse de celui dans lequel ils ont été obtenus.
  - Exemple : base 10 vers base 2 : $20,625_{10}=......_2$
    - Partie entière - - - - - - - - - - - - Partie décimale

      20/2 = 10 reste **0** - - - - - - - - - - 0,625x2= **1** + 0,25

      10/2 = 5 reste **0** - - - - - - - - - - - 0,25x2= **0** + 0,5

      5/2 = 2 reste**1**- - - - - - - - - - - - - 0,5x2= **1** + **0**

      2/2 = 1 reste **0**

      1/2 = 0 reste **1**
    - $20,625_{10}$= **10100**, **101**$_2$

Conversion d'un système de numération à un autre (3)

- **Base 10 vers base B**
  - **Méthode à soustractions successives**
  - Elle consiste à soustraire successivement la plus grande puissance de B multiplié par un élément de la base. on note l'élément de la base, et on continue de la même manière jusqu'à la plus petite puissance de B.
  - Exemple1 : Base 10 vers base 2 :$135_{10}=......_2$
    - De 135 on peut (1) retirer 128 reste 7 $->135=2^7+7$ (on met 1 en position 7 de la suite binaire)
    - De 7 on peut (1) retirer 4 reste 3 $->7=2^2+3$ (on met 1 en position 2 de la suite binaire)
    - De 3 on peut (1) retirer 2 reste 2 $->3=2^1+1$ (on met 1 en position 1 de la suite binaire)
    - De 1 on peut (1) retirer 1 reste 0 $->1=2^0+0$ (on met 1 en position 0 de la suite binaire)
    - $135_{10}=10000111_2$

Conversion d'un système de numération à un autre (4)

- **Base 10 vers base B**
  - **Méthode à soustractions successives (suite)**
  - Exemple 2 : Base 10 vers base 8 $239_{10}=......_8$
    - $239= 3.8^2 + 47$ −> 3 en position 2
    - $47= 5.8^1 + 7$ −> 5 en position 1
    - $7= 7.8^0 + 0$ −> 7 en position 0
    - $239_{10}=357_8$

Conversion d'un système de numération à un autre (5)

Base 2^n vers base 2

- Chaque symbole de la base B = 2^n peut être représenté par n éléments binaires.
- Exemple 1 : Base 16= 2^4 vers base 2
  $3A9_{16} = 001110101001_2$
- Exemple 2 : Base 8= 2^3 vers base 2
  $742,5_8 = 111100010,101_2$

Base 2 vers base 2^n

- Il suffit de regrouper les éléments binaires par paquets de n.
- Exemple : 1011011_2= $......_8$
- 1011011_2 = $\underbrace{001}_{1}\ \underbrace{011}_{3}\ \underbrace{011}_{3}$ = 133_8
- 1011011_2 = 0101 1011= $5B_{16}$

Conversion d'un système de numération à un autre (6)

- **Base i vers base j**
- Si la base i et la base j sont différentes de 10, l'opération qui permet de passer de la base i vers la base j et inversement est appelée **transcodage**
  - si i et j sont des puissances de 2, on utilise la base 2 comme relais
  - Exemple : Base 8 –> base 2 –> base 16
  - sinon, on utilise la base 10 comme relais i.e faire une conversion de la base i vers La base 10 et de la base 10 vers la base j.
  - Exemple : Base 5 –> base 10 –> base 2

Arithmétique dans un système de numération positionnel

Addition binaire

Soustraction binaire

Multiplication binaire

Division binaire

Addition Binaire

L'addition binaire se fait avec les mêmes règles qu'en décimal.

- On commence par additionner les bits de poids faibles ;
- On a des retenues lorsque la somme de deux bits de même poids dépasse la valeur de l'unité la plus grande (dans le cas du binaire : 1)
- Cette retenue est reportée sur le bit de poids plus fort suivant.

La table d'addition binaire est la suivante :

Table de l'addition

+	0	1
0	0	1
1	1	10

A		B		Résultat	Retenue
0	+	0	=	0	0
0	+	1	=	1	0
1	+	0	=	1	0
1	+	1	=	0	1

- Exemple :

```
  1 0 1 1 0
    1 1 1 1
 _ _ _ _ _
1 0 0 1 0 1
```

Soustraction Binaire

Dans la soustraction binaire, on procède comme en dcimal qu'en décimal.

- Quand la quantité à soustraire est supérieure à la quantité dont on soustrait, on emprunte 1 au voisin de gauche ;
- En binaire, ce 1 ajoute 2 à la quantité dont on soustrait, tandis qu'en décimal il ajoute 10.

La table de soustraction binaire est la suivante :

Table de la soustraction

-	0	1
0	0	11
1	1	0

A		B		Résultat	Retenue
0	-	0	=	0	0
0	-	1	=	1	1
1	-	0	=	1	0
1	-	1	=	0	0

- Exemple 1 : 1 0 1 , 0
  1 1 , 1
  — — — —
  0 0 1 , 1

  Exemple 2 : 0 0 0 1 1
  0 1 1 0 0
  — — — —
  1 ⇐= 1 0 1 1 1

  La règle ne marche pas pour l'exemple2
  A voir en complément à 1 ou à 2 oú la soustraction d'un nombre se réduit à l'addition de son complément

Multiplication Binaire

- La table de multiplication binaire est la suivante

:

Table de la multiplication

x	0	1
0	0	0
1	0	1

A		B		Résultat
0	x	0	=	0
0	x	1	=	0
1	x	0	=	0
1	x	1	=	1

- Exemple :

```
    1 0 1 1 0
        1 0 1
  — — — — —
     1 0 1 1 0
   0 0 0 0 0 .
 1 0 1 1 0 .
 — — — — — —
 1 1 0 1 1 1 0
```

Division Binaire

La table de la division binaire est la suivante

Table de la division

/	0	1
0	?	0
1	?	1

A		B		Résultat
0	/	0	=	impossible
0	/	1	=	0
1	/	0	=	impossible
1	/	1	=	1

1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1			
-	1	0	1	1							1	1	0	1	0	0	1
	0	1	1	1	0												
	-	1	0	1	1												
		0	0	1	1	0	0										
			-	1	0	1	1										
				0	0	0	1	1	1	1							
						-	1	0	1	1							
							0	1	0	0							

Base 5

Table d'addition

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

Table de multiplication

x	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	11	13
3	0	3	11	14	22
4	0	4	13	22	31

Addition en base 5

$$
\begin{array}{rr}
 & 1\,4\,3_5 \\
+ & 2\,2\,3_5 \\
\hline
 & 4\,2\,1_5
\end{array}
$$

Base 8

Table d'addition

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Table de multiplication

x	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	2	3	4	5	6	7
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Base 16

Table d'addition

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

Table de multiplication

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	CA	D2
F	0	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1