



UNIVERSITÉ ASSANE SECK DE ZIGUINCHOR  
UFR DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES  
DÉPARTEMENT INFORMATIQUE

# CHAPITRE I

# CALCUL RELATIONNEL

ANNÉE ACADÉMIQUE : 2022 – 2023

FILIÈRE : INGÉNIERIE INFORMATIQUE

NIVEAU : LICENCE 3

SEMESTRE : 5

DR SERIGNE DIAGNE

# PLAN DU COURS

## Introduction

### I. Calcul relationnel à variables n-uplets

1. Définition
2. Les prédicats
3. Les quantificateurs
4. Formalisme d'une requête en calcul relationnel à variables n-uplets
5. Expression des opérations de l'algèbre relationnelle en calcul relationnel

### II. Calcul relationnel à variables domaines

1. Formalisme d'une requête en calcul relationnel variable domaine
2. Propriétés sur les formules

### III. Calcul relationnel Vs Algèbre relationnelle

# INTRODUCTION

- Le calcul relationnel est un langage non procédural basé sur le calcul de prédicats du premier ordre ;
- Ce dernier est un langage logique possédant une syntaxe et une sémantique formelles ;
- Contrairement à l'algèbre relationnelle, le calcul relationnel permet de dire ce que l'on veut obtenir mais pas comment l'obtenir.

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 1. Définition

- Une requête en calcul relationnel est écrite en utilisant le formalisme de la logique du premier ordre ;
- À variables  $n$ -uplets les variables qui y figurent sont des  $n$ -uplets (tuples, enregistrements)



# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 2. Les prédicats

- Un prédicat **P** est une expression booléenne (évaluée à *Vrai* ou *Faux*) qui peut avoir des paramètres ;
- Les prédicats sont de la forme :
  - ✓  $r(t) \Leftrightarrow t \in r$  où  $r$  est l'instance d'une relation  $R$  ;
  - ✓  $t.A \Theta \text{ Valeur}$  ; //  $t$  est un enregistrement et  $A$  est un attribut de la relation  $R$  ;
  - ✓  $t_1.\text{Attribut}_n \Theta t_2.\text{Attribut}_m$  ; //  $\Theta$  est un opérateur de comparaison ;
  - ✓ Toute combinaison de ces prédicats est un prédicat.

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 2. Les prédicats

**Etudiant** (Matricule, Nom, Prenom, Age, Adresse, VilleNaiss) d'instance **e**.

1. Quels sont les étudiants nés à Diourbel ?

$$\{t / e(t) \cap (t.VilleNaiss = 'Diourbel')\}$$

2. Quels sont les étudiants qui habitent à Lyndiane et de nom de famille Gueye ?

$$\{t / e(t) \cap (t.Adresse = 'Lyndiane') \cap (t.Nom = 'Gueye')\}$$

3. Donner le Nom et le Prénom des étudiants habitant Boucotte ou Tilene et ayant moins de 25 ans.

$$\{t.Nom, t.Prenom / e(t) \cap ((t.Adresse = 'Boucotte') \cup (t.Adresse = 'Tilene')) \cap (t.Age < 25)\}$$

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 3. Les quantificateurs

En calcul relationnel il existe deux quantificateurs :

- ✓ Le quantificateur existentiel ;
- ✓ Le quantificateur universel

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 3. Les quantificateurs

### I. 3. 1. Le quantificateur existentiel ( $\exists$ : il existe)

$\exists t \ P(t)$  est vrai s'il existe un n\_uplet  $t$  dans la base qui vérifie le prédicat  $P(t)$ .

Il permet de chercher les enregistrements qui répondent à une situation donnée

**Exemple** : Soit la relation **Salle** (NumSalle, NumBat, Capacite, AnneeConst) d'instance  $s$ .

Quels sont les bâtiments construits la même année ?

$\{t / s(t) \cap \exists t_1 \in s \cap (t_1.\text{AnneeConst} = t.\text{AnneeConst}) \cap (t_1.\text{NumBat} \neq t.\text{NumBat})\}$



# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 3. Les quantificateurs

### I. 3. 2. Le quantificateur universel ( $\forall$ : quelque soit)

$\forall t, P(t)$  signifie que pour tous les n-uplets  $t$  le prédicat  $P(t)$  est vrai.

Il permet de chercher les sous-systèmes dans lesquels tous les enregistrements répondent à une situation donnée

**Exemple :** On reprend la relation de l'exemple précédent :

Quels sont les bâtiments dont toutes les salles ont la même capacité ?

$$\{t / s(t) \cap \forall t_1 \in s, (t_1.\text{Capacité} = t.\text{Capacité})\}$$

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 4. Formalisme d'une requête en calcul relationnel à variables tuples

Une expression en calcul relationnel à variable  $n\_uplet$  est de la forme :

$$\{t / P(t)\}$$

- C'est l'ensemble des  $n\_uplets$   $t$  tels que le prédicat  $P(t)$  soit vrai.
- Dans cette expression :
  - ✓  $P$  est une formule ;
  - ✓  $t$  est un  $n\_uplet$  (un enregistrement).

**Remarque :** Plusieurs variables  $n\_uplets$  peuvent apparaître dans une même formule.

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 4. Formalisme d'une requête en calcul relationnel à variables tuples

Formule atomique :

- Une formule est atomique si elle permet de :
  - ✓ donner l'instance dans laquelle appartient un tuple ;
  - ✓ comparer deux valeurs d'attribut ;
  - ✓ une valeur d'attribut et une constante.
- Les opérateurs de comparaison utilisés sont :  $=$ ,  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ ,  $<>$ .

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 4. Formalisme d'une requête en calcul relationnel à variables tuples

Formule atomique :

Exemple : Avec toujours la même relation Salle d'instance  $s$  :

- ✓  $x \in s$  ;
- ✓  $x.\text{Capacité} = y.\text{Capacité}$  ;
- ✓  $z.\text{NumSalle} = 5$ .



# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 4. Formalisme d'une requête en calcul relationnel à variables tuples

Formule complexe :

Une formule complexe est une combinaison de formules atomiques liées par des connecteurs ( $\cap$ ,  $\cup$ ,  $\neg$ ) et des quantificateurs ( $\exists$ ,  $\forall$ ).

Propriétés : Si P et Q sont des formules alors :

- ✓  $\neg P$ ,  $P \cap Q$ ,  $P \cup Q$  sont des formules complexes ;
- ✓  $\exists r, (P(r))$  est une formule complexes ;
- ✓  $\forall r, (P(r))$  est une formule complexes.

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 4. Formalisme d'une requête en calcul relationnel à variables tuples

Formule complexe :

Remarque :

- ✓ Les quantificateurs  $\exists r$  et  $\forall r$  permettent de lier la variable  $r$  ;
- ✓ Une variable non liée est dite variable libre ;
- ✓ Une restriction importante s'impose à la définition d'une requête  $\{t / P(t)\}$  : Seules les variables  $t$  qui apparaissent à la gauche du signe "/" doivent être des variables libres dans la formule  $P$ .

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 4. Formalisme d'une requête en calcul relationnel à variables tuples

Formule complexe :

Les formules sont constituées à partir d'atomes de la manière suivante :

➤  $r(t)$  :

- ✓  $t$  est une variable  $n\_uplet$  ;
- ✓  $r$  une instance relationnelle.

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 4. Formalisme d'une requête en calcul relationnel à variables tuples

Formule complexe :

➤  $t.A \Theta f.B$  :

- ✓  $t$  et  $f$  sont des variables  $n\_uplets$  ;
- ✓  $A$  est un attribut de la relation dont  $t$  appartient à l'instance ;
- ✓  $B$  est un attribut de la relation dont  $f$  appartient à l'instance ;
- ✓  $\Theta$  est un opérateur de comparaison.



# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 4. Formalisme d'une requête en calcul relationnel à variables tuples

Formule complexe :

➤  $t.A \Theta C$  :

- ✓  $C$  est une constante ;
- ✓  $\Theta$  un opérateur de comparaison ;
- ✓  $t$  un  $n\_uplet$  ;
- ✓  $A$  un attribut de la relation dont  $t$  appartient à l'instance.

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

### I. 5. 1. La sélection

$$\sigma_C(R) \iff \{t / r(t) \cap C\}$$

- ✓  $r$  est l'instance de la relation  $R$  ;
- ✓  $C$  une condition de sélection ;
- ✓  $t$  un  $n$ -uplet appartenant à  $r$ .

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

### I. 5. 2. La projection

$$\Pi_{A_1, A_2, \dots, A_j}(R) \iff \{t.A_1, t.A_2, \dots, t.A_j / t \in r\}$$

- ✓  $r$  est l'instance de la relation  $R$  ;
- ✓  $R$  est une relation de  $n$  attributs ;
- ✓  $t$  un  $n$ -uplet appartenant à  $r$  ;
- ✓  $A_1, A_2, \dots, A_j$  des attributs de la relation  $R$  tels que  $j < n$ .

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

### I. 5. 3. Le complément

Soit  $R(A_1, A_2, \dots, A_n)$  une relation d'instance  $r$ , le complément de la relation  $R$  noté  $\neg R$  s'exprime comme suit :

$$\neg R \iff \{t.A_1, t.A_2, \dots, t.A_n \mid (r(t)) \wedge \exists t_1 \in r \wedge \exists t_2 \in r \wedge \dots \wedge \exists t_n \in r \wedge (t.A_1 \neq t_1.A_1) \wedge (t.A_2 \neq t_2.A_2) \wedge \dots \wedge (t.A_n \neq t_n.A_n)\}$$



# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

### I. 5. 4. L'union

$$R_1 \cup R_2 \iff \{t / t \in r_1 \cup t \in r_2\}$$

- ✓  $r_1$  et  $r_2$  sont respectivement les instances des relations  $R_1$  et  $R_2$  ;
- ✓  $t$  un  $n\_uplet$ .

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

### I. 5. 5. L'intersection

$$R_1 \cap R_2 \iff \{t / t \in r_1 \cap t \in r_2\}$$

- ✓  $r_1$  et  $r_2$  sont respectivement les instances des relations  $R_1$  et  $R_2$  ;
- ✓  $t$  est un enregistrement.

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

### I. 5. 6. La différence

$$R_1 - R_2 \iff \{t / r_1(t) \cap (r_2(t))\}$$

- ✓  $r_1$  et  $r_2$  sont les instances respectives des relations  $R_1$  et  $R_2$  ;
- ✓  $t$  un  $n\_uplet$ .

# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

### I. 5. 7. Le produit cartésien

- ✓ Soient  $R_1$  et  $R_2$  deux relations dont les attributs sont respectivement  $A_1, A_2, \dots, A_n$  et  $B_1, B_2, \dots, B_m$  :  $R_1 (A_1, A_2, \dots, A_n)$  et  $R_2 (B_1, B_2, \dots, B_m)$
- ✓ Le produit cartésien  $R_1 * R_2$  avec  $r_1$  et  $r_2$  les instances respectives de  $R_1$  et  $R_2$  s'exprime comme suit :

$$R_1 * R_2 \iff \{t / \exists u \in r_1 \cap \exists v \in r_2 \cap (t.A_1 = u.A_1) \cap \dots \cap (t.A_n = u.A_n) \cap (t.B_1 = v.B_1) \cap \dots \cap (t.B_m = v.B_m)\}.$$

Remarque :  $R_1 * R_2$  a pour schema  $(A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_m)$



# I. CALCUL RELATIONNEL À VARIABLES N-UPLETS

## I. 5. Les opérations algébriques en calcul relationnel

### I.5.7. La division

Soient  $R_1$  et  $R_2$  deux relations de schéma respectif  $(A_1, A_2, \dots, A_n)$  et  $(A_3, A_4, \dots, A_m)$  (avec  $m < n$ ) et d'instance respective  $r_1$  et  $r_2$  :

La division de  $R_1$  par  $R_2$  notée  $R_1 \div R_2$  s'exprime comme suit en calcul relationnel :

$$R_1 \div R_2 \iff \{t.A_1, t.A_2, t.A_{m+1}, \dots, t.A_n \mid \forall t_1 \in r_2, \exists t_2 \in r_1 \cap (t.A_1 = t_2.A_1) \cap (t.A_2 = t_2.A_2) \cap \dots \cap (t.A_{m+1} = t_2.A_{m+1}) \cap (t_1.A_3 = t_2.A_3) \cap (t_1.A_4 = t_2.A_4) \cap \dots \cap (t_1.A_m = t_2.A_m)\}$$

Remarque :  $R_1 \div R_2$  a pour schéma  $(A_1, A_2, A_{m+1}, \dots, A_n)$

