

Этап 4

Результаты проекта хищник-жертва

Беличева Д. М., Демидова Е. А., Самигуллин Э. А., Смирнов-Мальцев Е. Д.

5 июня 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Студенты группы НКНбд-01-21

- Беличева Дарья Михайловна
- Демидова Екатерина Алексеевна
- Самигуллин Эмиль Артурович
- Смирнов-Мальцев Егор Дмитриевич

Вводная часть

Исследование модели Лотки-Вольтерра.

- Провести аналитическое исследование модели хищник-жертва
- Построить график зависимости числа хищников от числа жертв
- Построить графики зависимости числа видов от времени
- Найти стационарное состояние системы

- Система Octave
- Метод Богацки-Шампина (`ode23()`)
- Метод Дормана-Принса (`ode45()`)

Аналитическое исследование модели

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x - \beta xy, \\ \dot{y} = -\gamma y + \delta xy. \end{cases}$$

- α - естественный прирост числа жертв;
- γ - естественное вымирание хищников;
- β - смертность жертв;
- δ - прирост числа хищников.

$$\begin{cases} \alpha x - \beta xy = 0, \\ -\gamma y + \delta xy = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\gamma}{\delta}, \\ y = \frac{\alpha}{\beta}. \end{cases}$$

Пусть $x = 0$, тогда

$$\begin{aligned}\dot{y} &= -\gamma y, \\ y &= Ce^{-\gamma t}, C \in R\end{aligned}$$

Пусть $y = 0$, тогда

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \alpha x, \\ x &= Ce^{\alpha t}, C \in R\end{aligned}$$

Построение и анализ графиков

Зависимость видов от времени

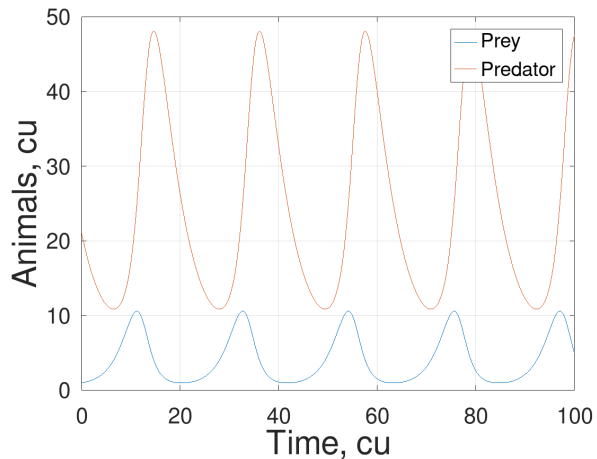


Рис. 1: График зависимости видов от времени

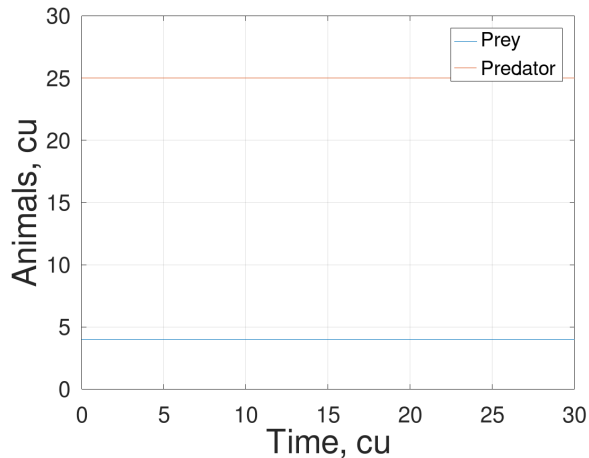


Рис. 2: Стационарное состояние системы

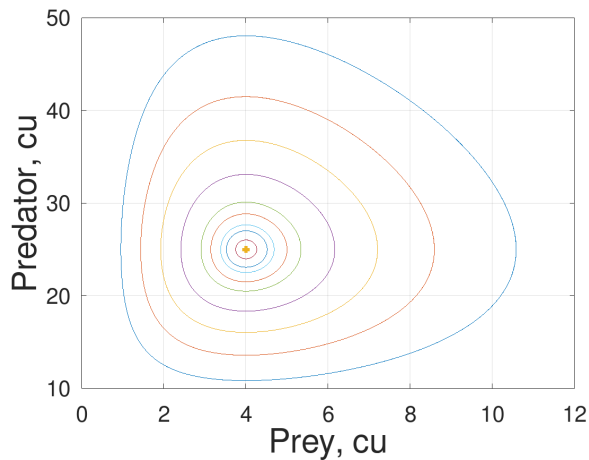


Рис. 3: График зависимости жертв от хищников

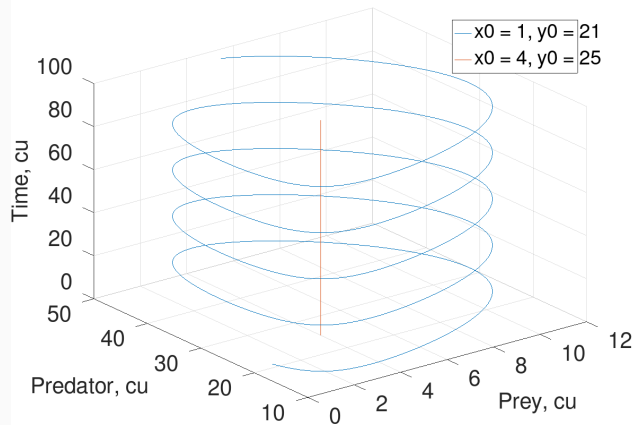


Рис. 4: 3D-график зависимости жертв от хищников

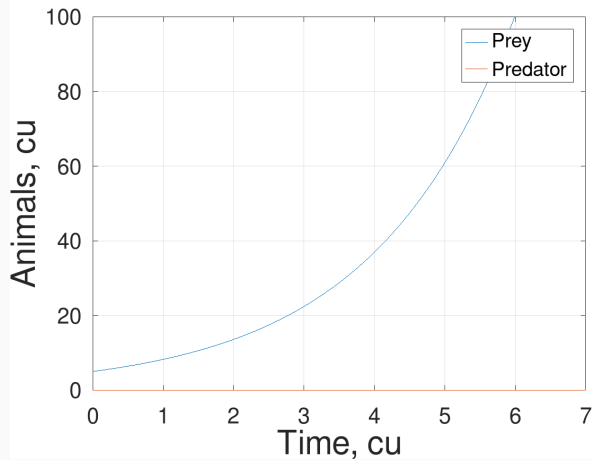


Рис. 5: График при отсутствии хищников

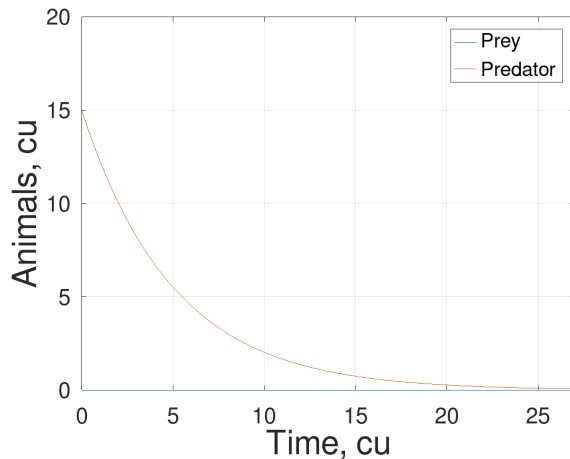


Рис. 6: График при отсутствии жертв

Заключение

- Проведено аналитическое исследование модели хищник-жертва.
- Построен график зависимости числа хищников от числа жертв
- Построены графики зависимости числа видов от времени
- Найдено стационарное состояние системы.

1. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. Наука, 1976. 354 с.
2. GNU Octave Documentation [Электронный ресурс]. Free Software Foundation, 2023. URL: https://docs.octave.org/v4.2.0/Matlab_002dcompatible-solvers.html.