# Лабораторная работа №5

**Работа с матрицами**

Демидова Екатерина Алексеевна

# Содержание

# Список иллюстраций

# 1 Цель работы

Научиться подгонять полиномиальные кривые и выполнять различные матричные преобразования с помощью системы для математических вычислений Octave.

# 2 Задание

- Выполнить подгонку полиномиальной кривой с помощью Octave.
- Представить изображение с помощью матрицы.
- Перевернуть изображение на определённый угол.
- Отразить изображение относительно прямой.
- Выполнить преобразование делитации.

# 3 Теоретическое введение

**Подгонка кривой —** это процесс построения кривой или математической функции, которая наилучшим образом соответствует ряду точек данных, возможно, с учетом ограничений[1]. Подгонка кривой может включать либо интерполяцию, где требуется точная подгонка к данным, либо сглаживание, при котором строится «гладкая» функция, которая приблизительно соответствует данные.

Если $l$ – прямая, проходящая через начало координат, то **отражение** точки $(x, y)$ относительно прямой $l$ определяется как [2]

$$\begin{pmatrix} cos(\theta) & -sin(\theta) \\ sin(\theta) & cos(\theta) \end{pmatrix}$$

**Дилатация** (то есть расширение или сжатие) также может быть выполнено путём умножения матриц. Матричное произведение $TD$ будет преобразованием дилатации $D$ с коэффициентом $k$, где

$$\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$$

# 4 Выполнение лабораторной работы

Решим более общую проблему подгонки полинома к множеству точек. Пусть нам нужно найти параболу по методу наименьших квадратов для набора точек, заданных матрицей

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 5 \\ 4 & 4 \\ 5 & 2 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$$

В матрице заданы значения $x$ в столбце 1 и значения $y$ в столбце 2. Введём матрицу данных в Octave и извлечём вектора $x$ и $y$. Нарисуем точки на графике.(рис. [4.1])

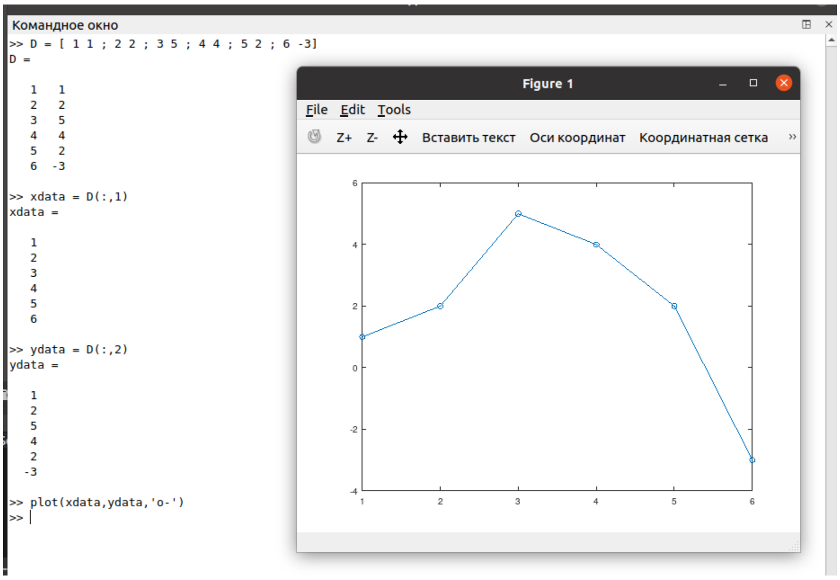
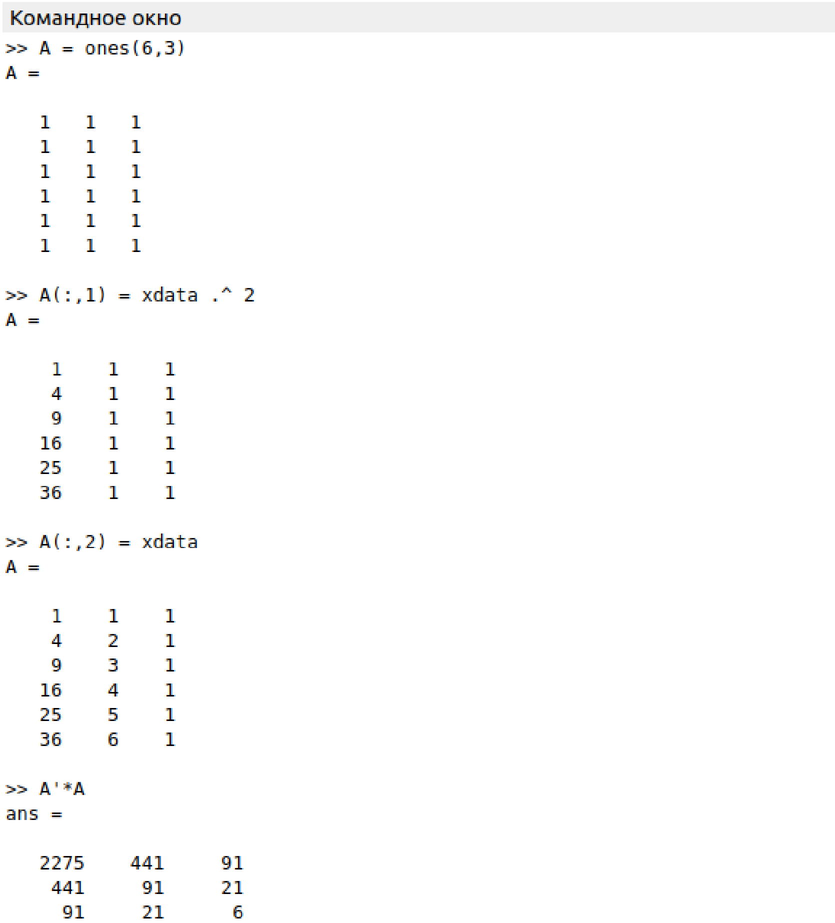



Рис. 4.1: График точек, заданных матрицей D

Построим уравнение вида $y = ax^2 + bx + c$. Для построения матрицы коэффициентов используем команду `ones` для создания матрицы единиц соответствующего размера, а затем перезапишем первый и второй столбцы необходимыми данными.(рис. [4.2])



```
Командное окно
>> A = ones(6,3)
A =

   1   1   1
   1   1   1
   1   1   1
   1   1   1
   1   1   1
   1   1   1

>> A(:,1) = xdata .^ 2
A =

    1    1    1
    4    1    1
    9    1    1
   16    1    1
   25    1    1
   36    1    1

>> A(:,2) = xdata
A =

    1    1    1
    4    2    1
    9    3    1
   16    4    1
   25    5    1
   36    6    1

>> A'*A
ans =

   2275    441     91
    441     91     21
     91     21      6
```

Рис. 4.2: Построение матрицы коэффициентов

Решение по методу наименьших квадратов получается из решения уравнения $A^TAb = A^Ty$, где $b$ – вектор коэффициентов полинома. Используем Octave для построения уравнений. Решим задачу методом Гаусса. Запишем расширенную матрицу $B$. Таким образом, искомое квадратное уравнение имеет вид

$$y = -0.89286x^2 + 5.65x - 4.4$$

(рис. [4.3])

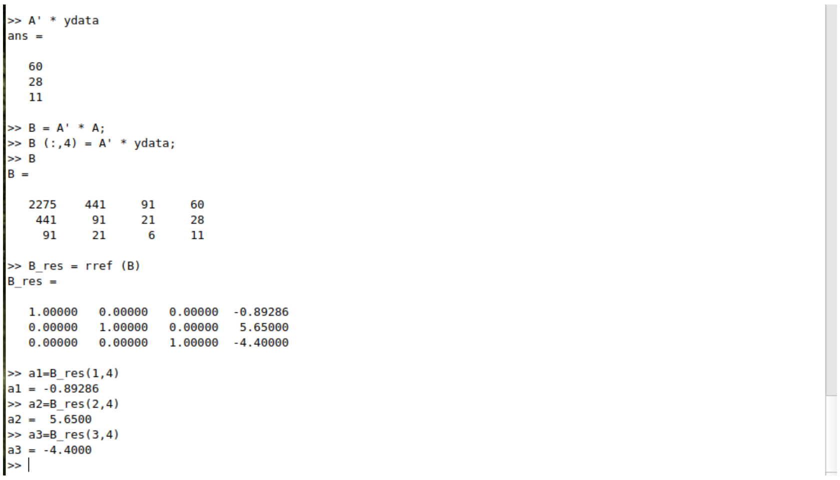



Рис. 4.3: Нахождение коэффициентов

Построим соответствующий график параболы (рис. [4.4])

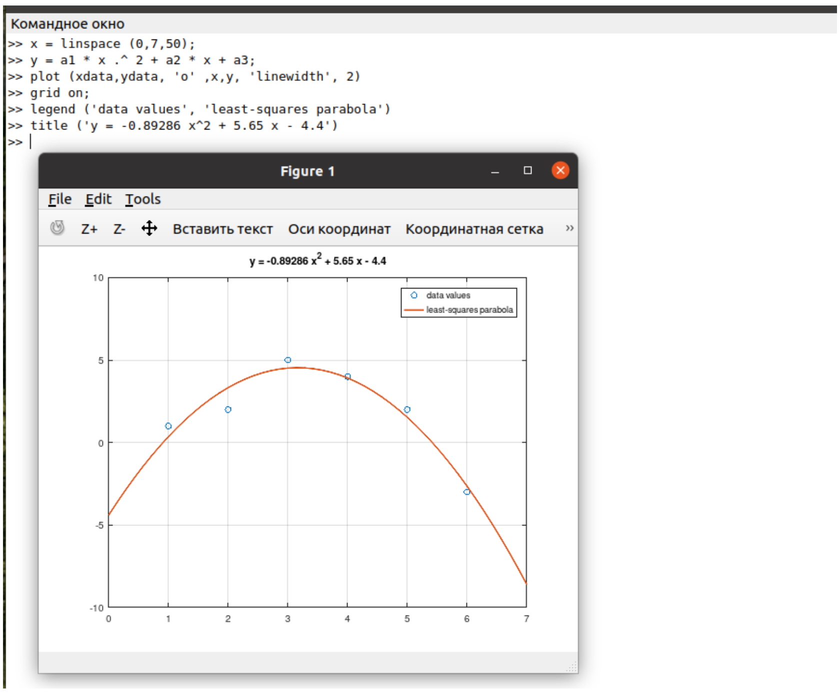



Рис. 4.4: Построение графика параболы

Процесс подгонки может быть автоматизирован встроенными функциями Octave. Для этого мы можем использовать встроенную функцию для подгонки полинома `polyfit`. Синтаксис: `polyfit (x, y, order)`, где `order` – это степень полинома. Значения полинома P в точках, задаваемых вектором-строкой x можно получить с помощью функции `polyval`. Синтаксис: `polyval (P, x)`. Получим подгоночный полином. Рассчитаем значения полинома в точках, построим исходные и подгоночные данные(рис. [4.5])

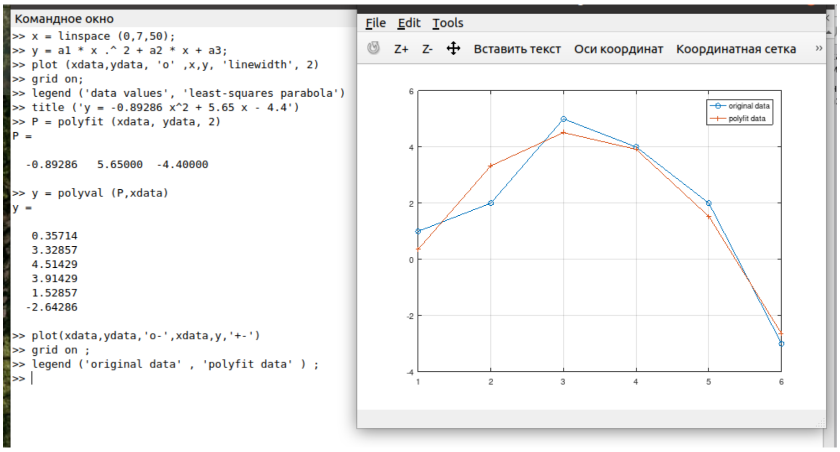



Рис. 4.5: Построение графика исходных и подгоночных даннных

Попробуем закодировать граф-домик. Есть много способов закодировать это как матрицу. Эффективный метод состоит в том, чтобы выбрать путь, который проходит по каждому ребру ровно один раз (цикл Эйлера). (рис. [4.6])

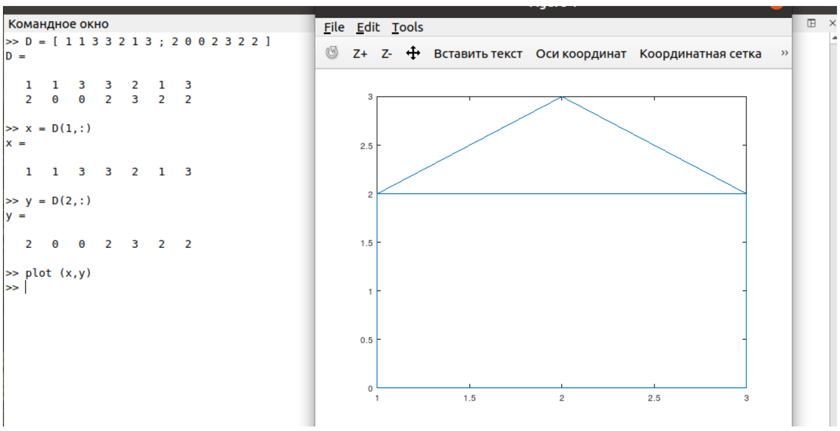



Рис. 4.6: Граф-домик

Повернём граф дома на 90 и 225 градусов. Вначале переведём угол в радианы, а затем воспользовавшись матрицей поворота повернём домик. (рис. [4.7])

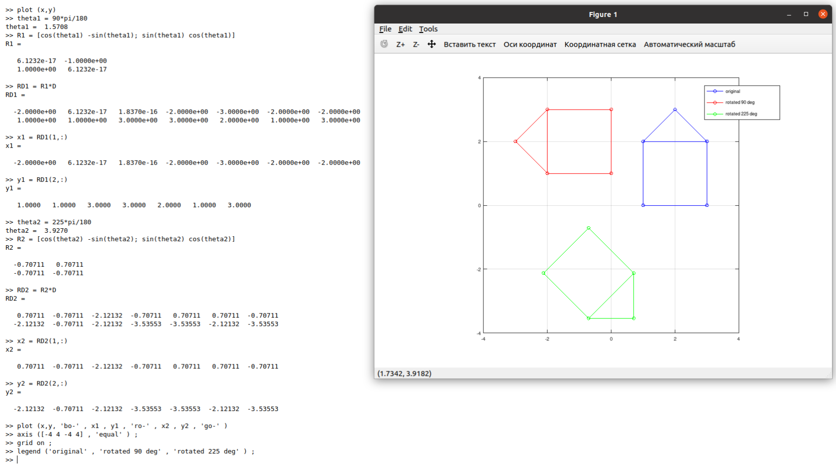



Рис. 4.7: Построение повёрнутого графика дома

Отразим граф дома относительно прямой $y = x$. Зададим матрицу отражения, подставив угол 45 градусов, так как именно под таким углом относительно оси абсцисс проходит прямая $y = x$. (рис. [4.8])

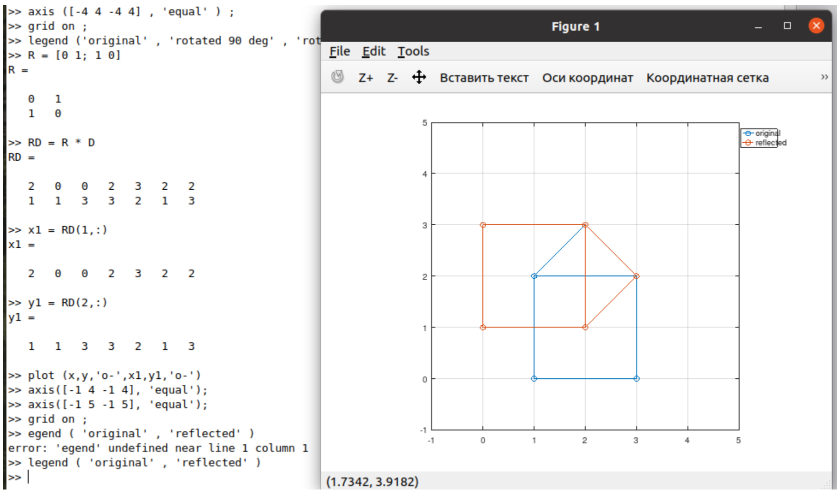



Рис. 4.8: График домика, отраженный относительно прямой $y = x$

Увеличим граф дома в 2 раза, используя матрицу для делитации (рис. [4.9])

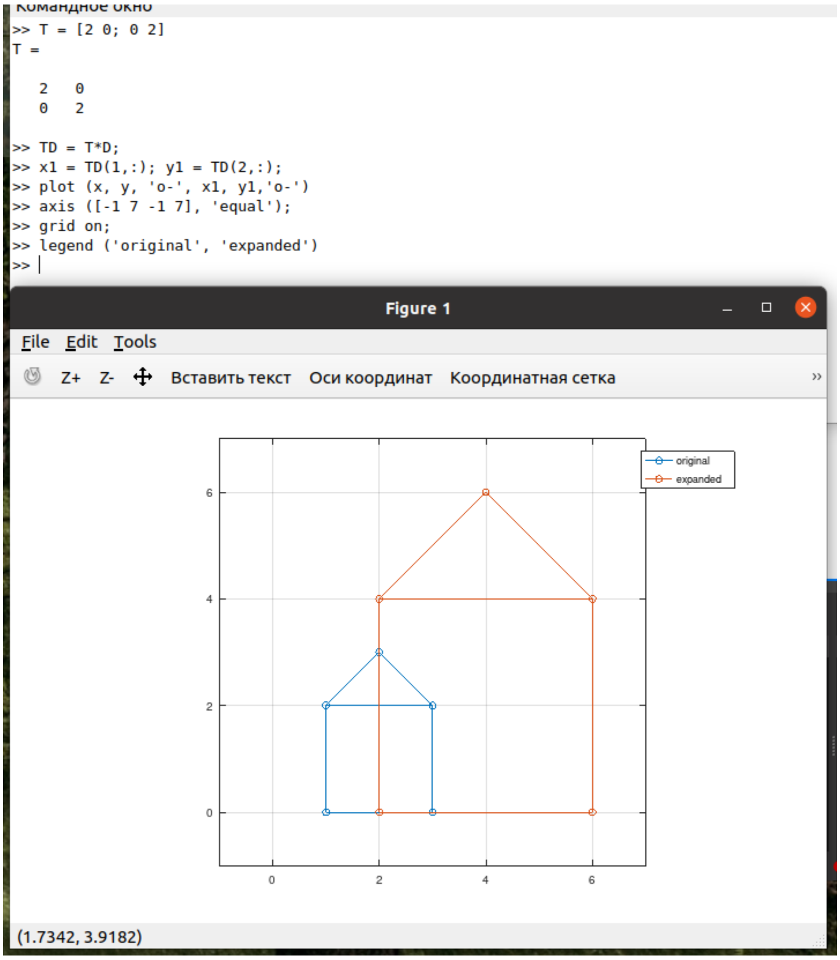



Рис. 4.9: Увеличинный в 2 раза график домика

# 5 Выводы

В результате выполнения работы научились подгонять полиномиальные кривые и выполнять различные матричные преобразования с помощью системы для математических вычислений Octave.

# Список литературы

1. Подгонка кривой [Электронный ресурс]. Wikimedia Foundation, Inc., 2023. URL: https://wikipredia.net/ru/Model_fitting#cite_note-3.
2. Умнов А.Е. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА. МФТИ, 2011. 544 с.