Лабораторная работа №8

Задача на собственные значения

Демидова Екатерина Алексеевна

Содержание

1 Цель работы **4**

2 Задание **5**

3 Теоретическое введение **6**

4 Выполнение лабораторной работы **8**
4.1 Собственные значения и собственные векторы 8
4.2 Марковские цепи 9

5 Выводы **13**

Список литературы **14**

Список иллюстраций

4.1 Собственные значения и собственные векторы 8
4.2 Действительные собственные значения и собственные векторы . 9
4.3 Случайное блуждание 10
4.4 Вектор равновесного состояния 11
4.5 Проверка равновесного состояния 12

1 Цель работы

Научиться решать задачи на собственные значения.

2 Задание

- Научиться находить собственные значения и собственные векторы с помощью Octave
- Решить задачу о случайном блуждании с помощью Octave
- Найти вектор равновесного состояния для цепи Маркова

3 Теоретическое введение

Дадим определение GNU Octave. GNU Octave — свободная программная система для математических вычислений, использующая совместимый с MATLAB язык высокого уровня [1].

На официальном сайте Octave даётся следующая характеристика этого научного языка программирования[]:

- Мощный синтаксис, ориентированный на математику, со встроенными инструментами 2D/3D-графики и визуализации.
- Бесплатное программное обеспечение, работающее на GNU/Linux, macOS, BSD и Microsoft Windows.
- Вставка, совместимая со многими скриптами Matlab

Приведём некоторые примеры использования Octave[2]:

1. Решение систем уравнений с помощью операций линейной алгебры над векторами и матрицами.

```
b = [4; 9; 2] # Column vector
A = [ 3 4 5;
      1 3 1;
      3 5 9 ]
x = A \ b     # Solve the system Ax = b
```

2. Визуализация данных с помощью высокоуровневых графических команд в 2D и 3D.

```
x = -10:0.1:10; # Create an evenly-spaced vector from -10..10
y = sin (x);    # y is also a vector
plot (x, y);
title ("Simple 2-D Plot");
xlabel ("x");
ylabel ("sin (x)");
```

4 Выполнение лабораторной работы

4.1 Собственные значения и собственные векторы

Зададим матрицу A и найдём собственные значения и собственные векторы этой матрицы. Для нахождения используем команду eig с двумя выходными аргументами.(рис. [4.1]).

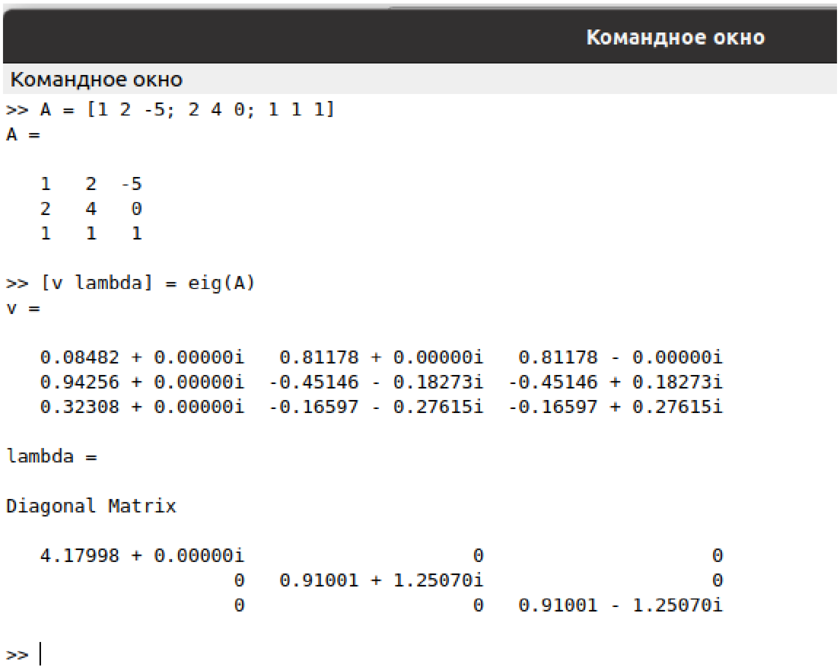
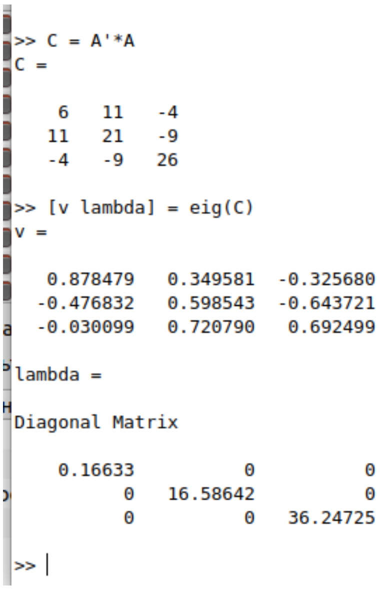


Рис. 4.1: Собственные значения и собственные векторы

Для того, чтобы получить матрицу с действительными собственными значениями, мы создадим симметричную матрицу (имеющую действительные собственные значения) путём умножения матрицы и на транспонированную матрицу(рис. [4.2]).

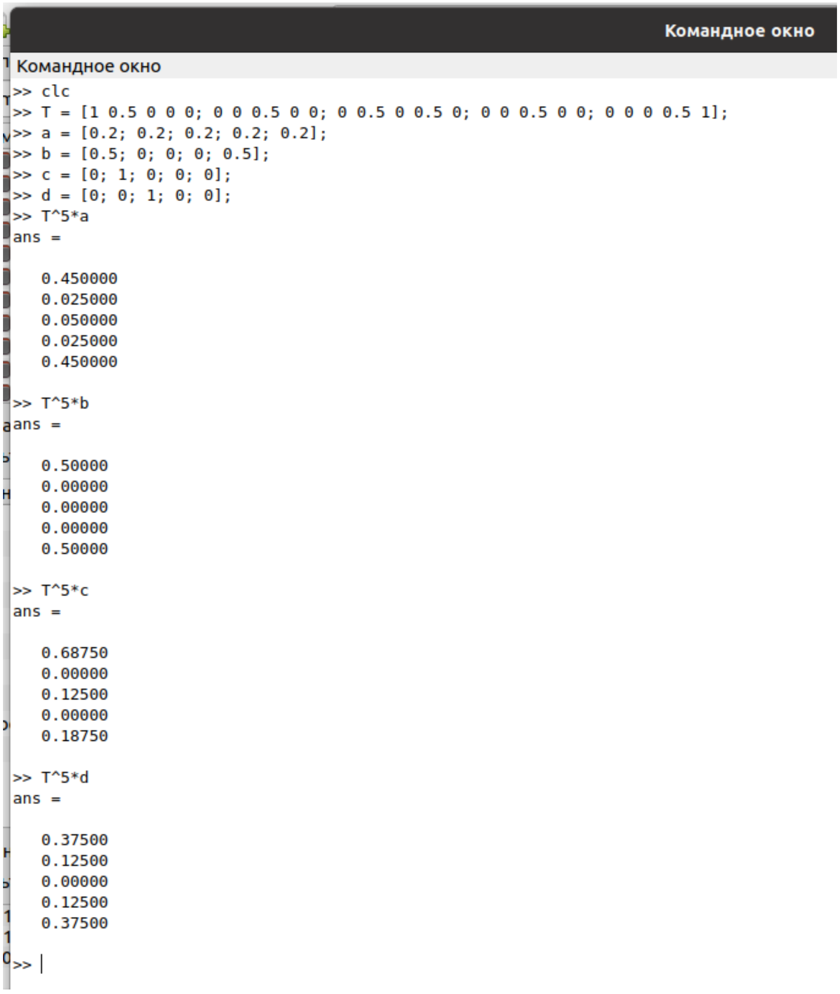


```
>> C = A'*A
C =

    6   11   -4
   11   21   -9
   -4   -9   26

>> [v lambda] = eig(C)
v =

   0.878479   0.349581  -0.325680
  -0.476832   0.598543  -0.643721
  -0.030099   0.720790   0.692499

lambda =

Diagonal Matrix

    0.16633          0          0
          0   16.58642          0
          0          0   36.24725

>> |
```

Рис. 4.2: Действительные собственные значения и собственные векторы

4.2 Марковские цепи

Рассмотрим задачу на случайное блуждание. Зададим 4 начальных вектора вероятности,сформируем матрицу переходов и найдём вектор вероятности после 5 шагов для каждого из начальных векторов вероятности (рис. [4.3]).



```
Командное окно
Командное окно
>> clc
>> T = [1 0.5 0 0 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0.5 0 0.5 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0 0 0.5 1];
>> a = [0.2; 0.2; 0.2; 0.2; 0.2];
>> b = [0.5; 0; 0; 0; 0.5];
>> c = [0; 1; 0; 0; 0];
>> d = [0; 0; 1; 0; 0];
>> T^5*a
ans =

   0.450000
   0.025000
   0.050000
   0.025000
   0.450000

>> T^5*b
ans =

   0.50000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.50000

>> T^5*c
ans =

   0.68750
   0.00000
   0.12500
   0.00000
   0.18750

>> T^5*d
ans =

   0.37500
   0.12500
   0.00000
   0.12500
   0.37500

>> |
```

Рис. 4.3: Случайное блуждание

Найдём равновесное состояние для цепи Маркова. Для этого зададим матрицу перехода, её собсвенные векторы и собственные числа, а затем найдём вектор равновесного состояния разделив собственный вектор, соответствующий собственному числу 1, на сумму элементов этого вектора (рис. [4.4]).

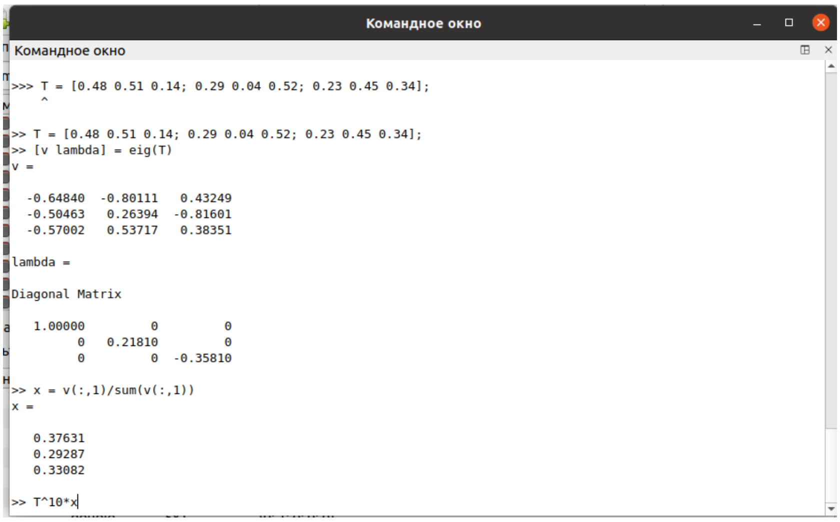


Рис. 4.4: Вектор равновесного состояния

Проверим, что мы действительно нашли вектор равновесного состояния (рис.[4.5]).

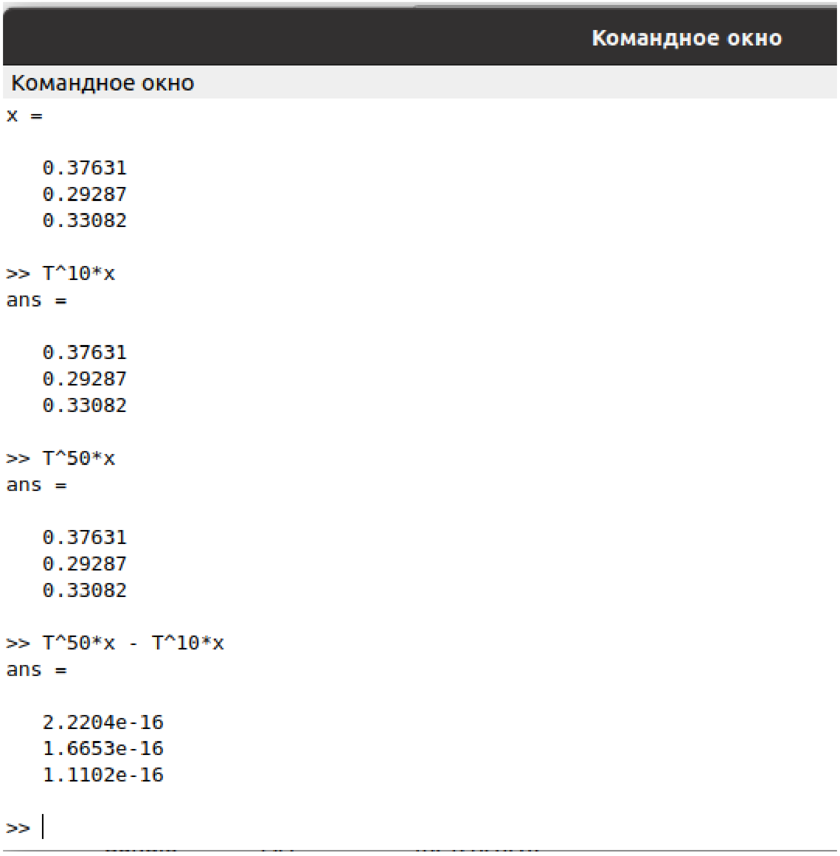


Рис. 4.5: Проверка равновесного состояния

5 Выводы

В результате выполнения работы научилась решать задачи на собственные значения в Octave.

Список литературы

1. GNU Octave [Электронный ресурс]. Free Software Foundation, 2023. URL: https://octave.org/.
2. GNU Octave Documentation [Электронный ресурс]. Free Software Foundation, 2023. URL: https://docs.octave.org/latest/.