Групповой проект Хищник-жертва

Алгоритмы решения задачи

Беличева Д. М.,

Демидова Е. А.,

Самигуллин Э. А.,

Смирнов-Мальцев Е. Д.

Содержание

# 1 Цель работы

Рассмотреть численные методы решения дифференциальных уравнений для построения модели Хищник-жертва и обосновать выбор Octave для программной реализации.

# 2 Задачи

* Описать метод Эйлера
* Описать метод Рунге-Кутта второго порядка
* Описать метод Рунге-Кутта четвёртого порядка
* Сравнить рассматриваемые методы

# 3 Метод Эйлера

Метод Эйлера играет важную роль в теории численных методов решения ОДУ, хотя и не часто используется в практических расчетах из-за невысокой точности.

Рассмотрим задачу Коши для дифференциального уравнения

удовлетворяющее начальному условию

Требуется найти функцию , которая удовлетворяет уравнению (1) на интервале и начальному условию (2).

Проведём разбиение отрезка на равных частей[1]:

Для вычисления значения функции в точке разложим функцию в окрестности точки в ряд Тейлора:

При достаточном малом значении членами выше второго порядка можно пренебречь и с учетом получим следующую формулу для вычисления приближенного значения функции в точке :

Повторяя этот процесс, сформируем последовательность значений в точках по формуле:

Процесс нахождения значений функции в узловых точках по формуле (3) называется методом Эйлера. Так как точность определяется отброшенными членами ряда, то точность метода Эйлера на каждом шаге составляет . в целом точность этого метода .

Алгоритм метода Эйлера можно построить в виде двух программных модулей: основной программы и подпрограммы Euler, реализующей метод(рис. [1](#fig:001)).

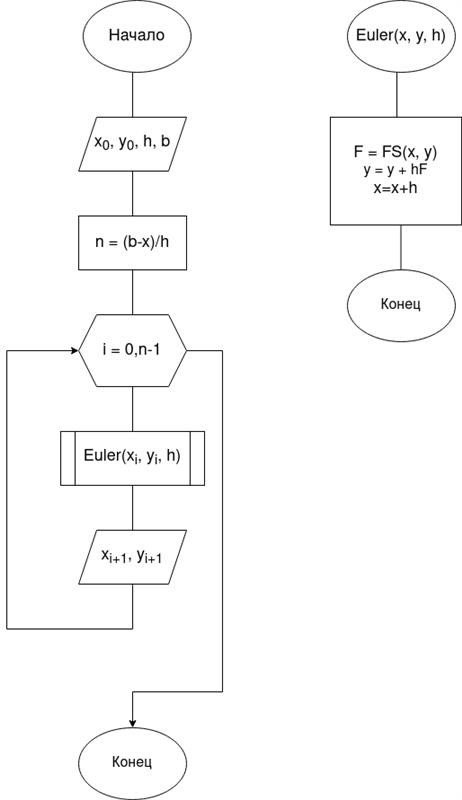


Figure 1: Блок-схема алгоритма метода Эйлера

# 4 Метод Рунге-Кутта второго порядка

Рассмотрим рассчётные формулы метода Рунге-Кутта второго порядка[1]:

Этот метод имеет второй порядок точности. Это значит, что ошибка на одном шаге имеет порядок , а суммарная ошибка на конечном интервале интегрирования имеет порядок .

Алгоритм метода Рунге-Кутта второго порядка можно построить в виде двух программных модулей: основной программы и подпрограммы Rk2, реализующей метод. (рис. [2](#fig:002)).

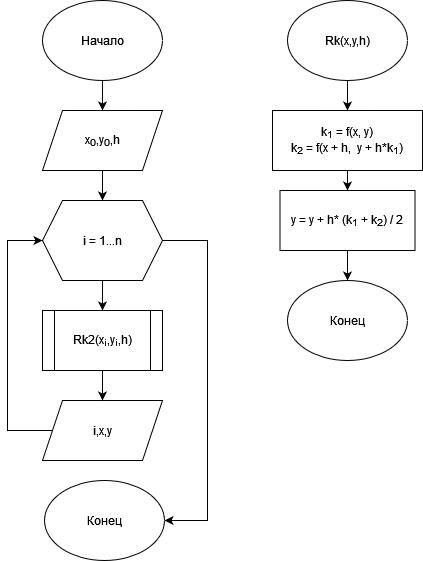


Figure 2: Блок-схема алгоритма метода Рунге-Кутта второго порядка

# 5 Метод Рунге-Кутта четвёртого порядка

Рассмотрим рассчётные формулы метода Рунге-Кутта четвертого порядка[1]:

Этот метод имеет четвёртый порядок точности. Это значит, что ошибка на одном шаге имеет порядок , а суммарная ошибка на конечном интервале интегрирования имеет порядок .

Алгоритм метода Рунге-Кутта четвёртого порядка можно построить в виде двух программных модулей: основной программы и подпрограммы Rk4, реализующей метод(рис. [3](#fig:003)).

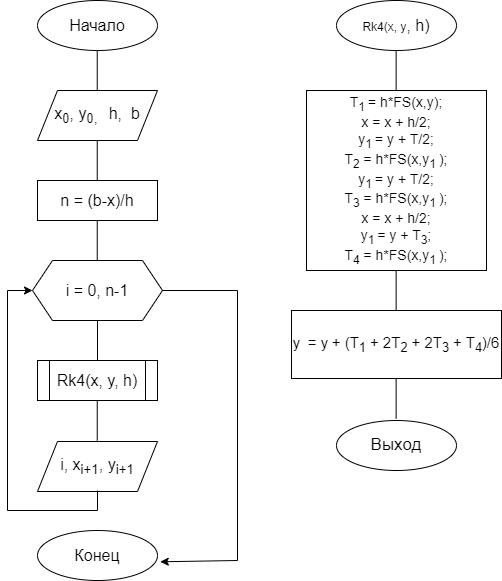


Figure 3: Блок-схема алгоритма метода Рунге-Кутта четвёртого порядка

# 6 Выбор системы для математических вычислений Oсtave

В нашей работе будет использована система для математических вычислений Oсtave. Octave cовместим с Matlab на уровне интерфейса и языка программирования. Также есть все базовые функции Matlab. Кроме того эта система совместима как с Linux, так и с Windows. Ещё одна причина выбора именно Octave состоит в том, что в этой системе есть программная реализация метода Эйлера и методов Рунге-Кутта[2].

Исследователи из Университета Мэриленда в США провели сравнительный анализ математических вычислений, используя MATLAB, Octave, SciLab и FreeMat в простом сценарии и в сложном[3]. В первом случае решали систему линейных уравнений а в втором — конечно-разностную дискретизацию уравнения Пуассона в двухмерном пространстве. Основной вывод — GNU Octave справляется с задачами лучше остальных открытых математических пакетов, демонстрируя результат, сопоставимый с матлабовским.

# 7 Заключение

Для исследования модели Хищник-жертва в нашей работе будут использованы метод Эйлера и методы Рунге-Кутта, а программная реализация будет выполнена в системе математических вычисленый Octave.

# Список литературы

1. Кулакова С.В. [Численные методы](http://www.amazon.com/Learning-bash-Shell-Programming-Nutshell/dp/0596009658). гос. хим.-технол. ун-т. Иваново, 2018. 124 с.

2. GNU Octave Documentation [Электронный ресурс]. Free Software Foundation, 2023. URL: <https://docs.octave.org/latest/>.

3. Sharma N., Gobbert M.K. A comparative evaluation of Matlab, Octave, Freemat, and Scilab for research and teaching. Department of Mathematics; Statistics, University of Maryland, Baltimore County, 2010. 37 с.