Área do círculo, setor e coroa circular

As atividades propostas nas aulas a seguir têm como objetivo proporcionar ao aluno condições de compreender, de forma prática, e identificar em situações cotidianas, a área do círculo, setor e coroa circular. Ele deverá, também, ser capaz de calcular a área dessas figuras circulares.

Algumas propostas sugeridas nesta unidade auxiliarão nas práticas em sala de aula, ampliando a compreensão dos alunos neste tema.

Alguns desenhos, difíceis de serem feitos na lousa, podem ser encontrados no material didático utilizado ou mesmo em figuras impressas semelhantes que serão demonstradas aqui. Por isso, é importante ter um material prévio preparado. Veja estas formas de aprendizado nas aulas a seguir.

Público-alvo: 9º ano

Duração: 4 aulas

Expectativas de aprendizagem

- Visualizar as partes do círculo.
- Resgatar conhecimentos prévios de geometria, como os polígonos regulares, o diâmetro, o raio, o valor de π, perímetro, semiperímetro e a apótema.
- Reconhecer a forma geométrica que diferencia as partes do círculo, como o setor e a coroa circular.
- Desenhar o círculo, o setor e a área circular.
- Determinar a área do círculo, do setor e da área circular.

Recursos e materiais necessários

- Lousa.
- Giz.
- Caderno.
- Lápis.
- Tesoura.
- Cartolinas.
- Sulfite.
- EVA.
- Compasso.
- Transferidor.
- Régua.

Aplicação

Preparação

Solicite, com um dia de antecedência, os materiais que serão usados nesta aula (todos os listados no tópico "Recursos necessários"). Na aula 3, o transferidor deve ser usado para medir o valor do ângulo central do círculo.

Aula 1 – O círculo

Inicie a aula solicitando ao aluno que desenhe e recorte círculos de vários tamanhos. Dê alguns valores para o diâmetro, podendo ser desde 1 cm até o valor da abertura máxima do compasso para desenhar um círculo.

Estes círculos servirão para várias atividades, dentre as quais determinar a sua área, do setor e da coroa circular. Pode também organizar os alunos em grupos, pedindo que cada um desenhe e recorte pelo menos dois círculos.

Os círculos podem ser feitos com os materiais à mão: sulfite, cartolina e até mesmo o EVA.

O aluno deverá recortar as peças com cuidado para que possa determinar corretamente sua área.

À medida que a turma for terminando, retome conceitos que os alunos já devem ter aprendido, mas que podem gerar dúvidas, como, por exemplo, determinar o valor de π.

Para fazer este cálculo é necessário saber o valor do comprimento da circunferência. Essa pode ser medida com o uso de uma linha ou barbante. Circunde a circunferência com o material. Depois de aberto, basta medi-lo. O aluno deverá medir também o diâmetro dos círculos que recortou. Depois ele deverá efetuar o seguinte cálculo: dividir o valor do comprimento da circunferência pelo valor do comprimento do diâmetro desta circunferência. O resultado deverá ser aproximadamente 3,14.

Aula 2 – Determinando a área do círculo

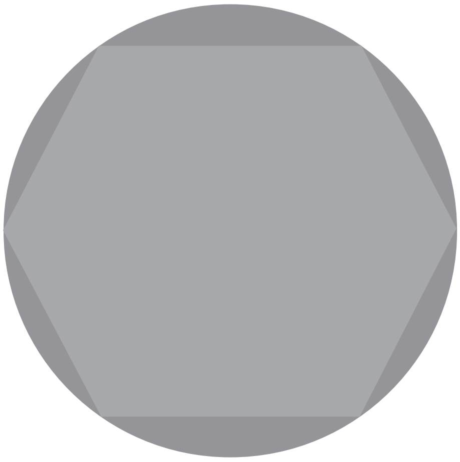
Para determinar a área do círculo é necessária a fórmula: $A = \pi \cdot r^2$

A demonstração da fórmula passa por conceitos que devem ser vistos anteriormente: perímetro (2p), semiperímetro (p), apótema (a), raio (r), diâmetro (d) e o valor de π (3,14 aproximadamente).

Desenhe na lousa ou apresente um desenho impresso aos alunos, ou solicite que eles mesmos desenhem um polígono regular qualquer inscrito numa circunferência de raio r.

Inicie pelo triângulo inscrito na circunferência.

Depois, utilize outros polígonos regulares com mais lados.



Aumente o número de lados do polígono inscrito até que se aproxime o máximo possível da circunferência, preenchendo-a.

O objetivo desses desenhos é que o aluno perceba que quanto maior o número de lados do polígono inscrito mais próximo estará de se igualar à área do círculo.

Da mesma forma, o perímetro dos polígonos regulares inscritos também se aproxima do valor do comprimento da circunferência. O mesmo ocorre com o comprimento do apótema, que se aproxima cada vez mais do comprimento do raio da circunferência.

O objetivo desses desenhos é que o aluno perceba que quanto maior o número de lados do polígono inscrito mais próximo estará de se igualar à área do círculo.

Da mesma forma, o perímetro dos polígonos regulares inscritos também se aproxima do valor do comprimento da circunferência. O mesmo ocorre com o comprimento do apótema, que se aproxima cada vez mais do comprimento do raio da circunferência.

Sendo a área de um polígono regular determinada por $A = p \cdot a$

Onde:

A: área
p: semiperímetro
a: apótema

Substituindo o semiperímetro pelo comprimento da circunferência e o apótema pelo raio, tem-se a área do círculo como sendo:

$$A = \frac{2\pi r}{2} \cdot r$$

Simplificando, fica assim:

$A = \pi r \cdot r$

Multiplicando, fica desta forma:

$A = \pi r^2$

Assim demonstra-se, a fórmula da área do círculo.

Sabendo, então, que o raio mede 5 cm, qual deve ser a área do círculo?

$A = \pi r^2$
$A = \pi \cdot 5^2$
$A = \pi \cdot 25$
$A = 3{,}14 \cdot 25$
$A = 78{,}5\ cm^2$

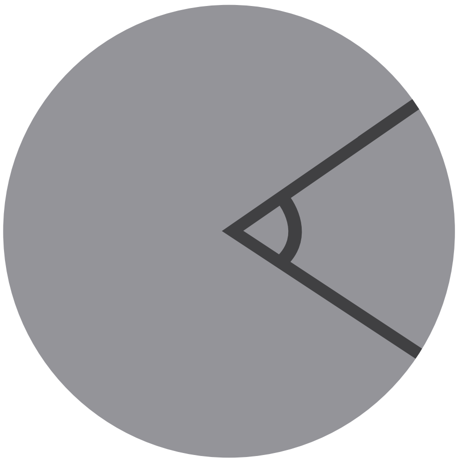
Peça aos alunos que meçam o raio de seus círculos e calculem suas áreas.

Para finalizar, assista ao vídeo, indicado abaixo, com os alunos:

Aplicação do cálculo da área de um círculo

Aula 3 – Área do setor circular

O setor circular é uma parte do círculo limitada por dois raios e um arco determinado por um ângulo central.



A área do setor circular é diretamente proporcional ao valor do ângulo central, ou seja, quanto maior o ângulo central, maior também será o setor circular.
Desta forma, para o cálculo da área do setor circular deve-se usar a regra de três onde "α" é o ângulo central, e "A" a área do setor circular.

Tem-se então:

Área		Ângulo central
A (setor)	------------------------	α
πr^2(círculo)	------------------------	360º

Calculando, ficará desta forma:

$$A = \frac{\alpha \cdot \pi r^2}{360}$$

Esta fórmula pode ser escrita de formas diferentes para facilitar seu cálculo na simplificação do ângulo central com o ângulo de 360º, podendo ser assim também:

$$A = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2$$

Demonstrando como se chega à fórmula do setor circular.

Sendo, então, um círculo cujo ângulo central mede 90º e possui um raio de 3 cm, tem-se a seguinte área:

$$A = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2$$

$$A = \frac{90}{360} \cdot \pi \cdot 3^2$$

$$A = \frac{1}{6} \cdot 3{,}14 \cdot 9$$

$$A = 4{,}71 \text{ cm}^2$$

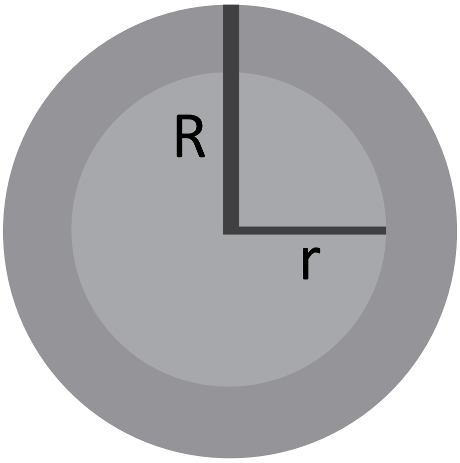
Peça aos alunos que tracem em seus círculos dois segmentos de reta, ou seja, o raio em dois pontos diferentes do círculo, delimitando um setor circular. Com o auxílio do transferidor, devem encontrar o valor do ângulo central que formou este setor circular. Com a régua devem medir o comprimento do raio, efetuando, assim, o cálculo de suas áreas.

Aula 4 – Área da coroa circular

A área da coroa circular é a mais simples das três áreas que envolvem o círculo. Basta efetuar a subtração entre as áreas dos dois círculos que formam a coroa circular.

R é o raio do círculo maior e r o raio do círculo menor.

$$A = \pi R^2 - \pi r^2$$



Para efetuar os cálculos, basta ter o valor de cada raio, uma vez que o valor de π já é bem conhecido (aproximadamente 3,14).

Aproveite os círculos que os alunos recortaram e peça para recortarem, dentro de cada círculo, um menor e concêntrico formando uma coroa circular. Deverão medir o raio dos dois círculos para efetuar o cálculo de suas áreas.
Supondo que R = 6 cm e r = 2 cm:

$A = \pi \cdot 6^2 - \pi \cdot 2^2$

$A = \pi \cdot 36 - \pi \cdot 4$

$A = 36\pi - 4\pi$

$A = 32\pi$

$A = 32 \cdot 3{,}14$

$A = 100{,}48\ cm^2$

É permitido, também, que as áreas do círculo maior e do menor sejam calculadas separadamente e depois subtraídas, encontrando a área da coroa circular.

Para finalizar, apresente os slides sobre a área do círculo, do setor e da coroa circular e trabalhe com os alunos.

Como saber se o aluno aprendeu

Para verificar o aprendizado do aluno, deve-se acompanhar seus os passos em cada atividade proposta nas aulas. Ao desenhar um círculo e recortá-lo, já surgirá a ideia da área da superfície deste círculo.

Ao medir seu ângulo central e o raio deverá aplicar esses valores dentro das fórmulas descritas e efetuar os cálculos corretamente. Durante a aula de desenho e recorte do círculo menor dentro de outro maior, os conceitos de coroa circular deverão ser assimilados pelo aluno.

Ao aplicar estas atividades, ele deverá executá-las e demonstrá-las em seus apontamentos, comprovando seu aprendizado.