



As atividades propostas nas aulas a seguir têm como objetivo proporcionar ao aluno condições de compreender de forma prática as funções do 1º e 2º grau, reconhecendo suas diferenças.

O aluno deverá ser capaz de identificar as representações algébricas das funções, interpretar os gráficos no plano cartesiano ortogonal e distinguir os gráficos apresentados. Deverá também compreender situações-problema que requerem a utilização de funções, seja do 1º ou 2º grau.

As aulas a seguir visam orientar seus alunos de forma prática, para que o conteúdo seja melhor assimilado, fazendo-os progredir no entendimento de conceitos muito utilizados em diferentes profissões.

Público-alvo: 9º ano

Duração: 4 aulas



Expectativas de aprendizagem

- Reconhecer uma função do 1º e 2º grau.
- Compreender as diferenças algébricas entre as funções.
- Reconhecer os gráficos dentro de suas funções.
- Diferenciar os gráficos de funções do 1º e do 2º grau.
- Efetuar corretamente os cálculos que levem a montagem dos gráficos.
- Construir gráficos a partir de uma função.



Recursos e materiais necessários

- Caderno.
- Lápis.
- Régua.



Aplicação

Aula 1 – Apresentação do plano cartesiano ortogonal

O primeiro passo ao ensinar funções é destacar como deve ser lida a função.

$f(x)$ lê-se, f de x .



Deixe claro que $f(x)$ é a representação de y no plano cartesiano ortogonal. Ou seja, $f(x) = y$.

O aluno já deve ter tido contato com gráficos em unidades anteriores, porém lembre que seu nome dentro das funções é plano cartesiano ortogonal e o gráfico propriamente dito é a reta ou a curva expressa dentro desse plano.

Então, o eixo horizontal do plano cartesiano ortogonal é representado pela variável x , e o eixo vertical por y .

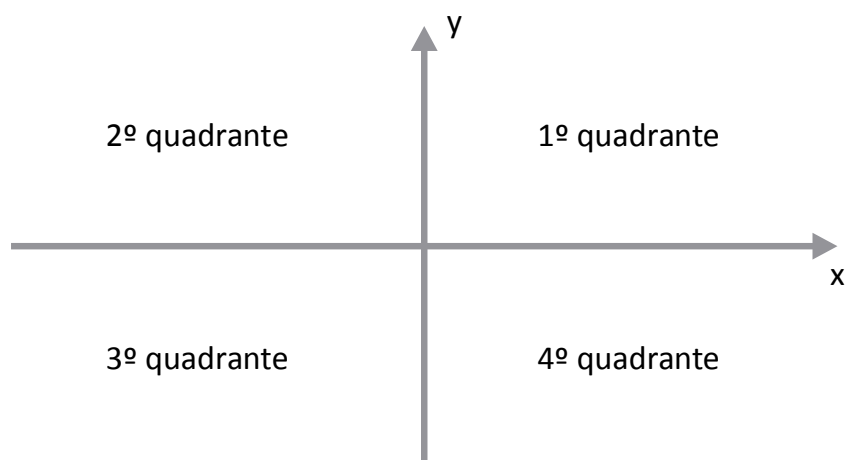
O par ordenado, também chamado de ponto, tem a seguinte representação (x, y) , e lê-se x e y .

Exemplo: $(2, 3)$, lê-se 2 e 3.

É fundamental que o aluno saiba expressar os pontos no gráfico. Por isso é importante passar uma atividade em que há vários pontos num mesmo gráfico.

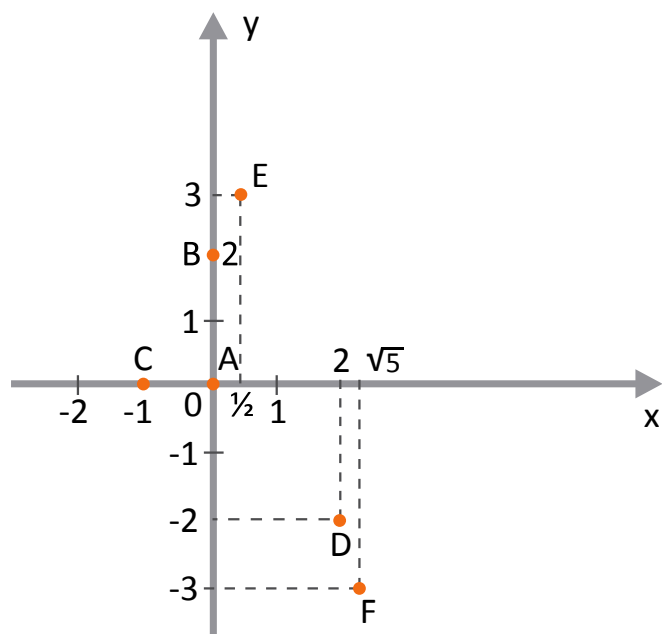
O par ordenado $(0, 0)$ é o único ponto que será colocado sobre a origem do gráfico, ou seja, no encontro entre os eixos x e y . Qualquer outro ponto que possuir o número zero deverá ser colocado sobre o eixo em que o número que acompanha o zero está posicionado. No caso do zero ser o x do par ordenado $(0, 2)$, o ponto será colocado sobre o número 2 do eixo y . Caso o zero seja o y do par ordenado $(-1, 0)$, o ponto será colocado sobre o número - 1 do eixo x .

Todos os outros pares ordenados sem zero serão posicionados em um dos quatro quadrantes do plano cartesiano ortogonal, demonstrados a seguir:



Peça que os alunos destaquem no plano cartesiano ortogonal os seguintes pares ordenados:

A $(0, 0)$ B $(0, 2)$ C $(-1, 0)$ D $(2, -2)$ E $(1/2, 3)$ F $(\sqrt{5}, -3)$



Aula 2 – Funções do 1º grau

Nesta aula, serão apresentados aos alunos os diferentes tipos de funções de 1º grau e seus gráficos. Antes, porém, ele deve saber que para cada valor de x existe apenas um único valor correspondente para y .

Existem diferentes tipos de funções do 1º grau.

Função constante

Representada por $f(x) = c$ ou $y = c$, sendo “ c ” um número qualquer dentro do conjunto dos números reais.

Exemplo:

$$f(x) = 3 \text{ ou } y = 3$$

Seu gráfico é uma reta paralela ao eixo das abscissas (eixo x). Para qualquer valor de x , o valor de y permanecerá o mesmo. Assim:

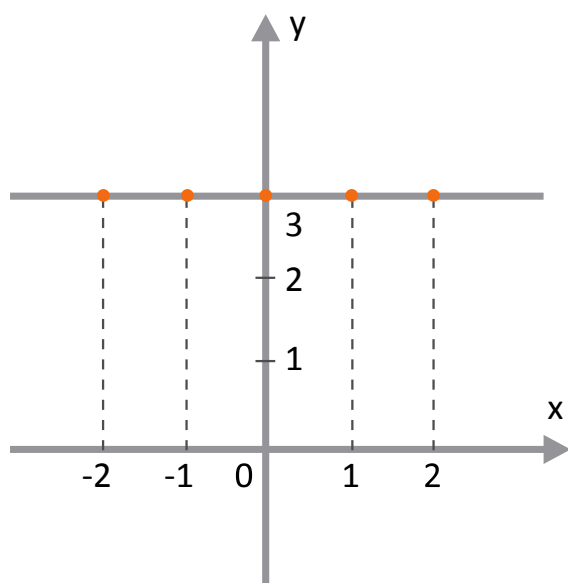
$$f(-2) = 3$$

$$f(-1) = 3$$

$$f(0) = 3$$

$$f(1) = 3$$

$$f(2) = 3$$



Função afim

Representada por $f(x) = ax + b$, onde $a \neq 0$. O gráfico é uma reta que não passa pela origem.

Ao substituir x por 0, “ b ” se torna a ordenada em que o gráfico corta o eixo y , ou seja, $y = b$ e o ponto na ordenada será $(0, b)$.

Para saber a inclinação da reta — para a direita ou esquerda — basta observar se o coeficiente de x é positivo ou negativo. Em caso positivo, a reta inclina para a direita; sendo negativo, para a esquerda.

Veja os exemplos a seguir:

Ao explicá-los, destaque para os alunos que apenas o coeficiente de x difere de um exemplo para o outro, fazendo-os entenderem que alterando o seu sinal, a inclinação da reta também muda.

$$f(x) = 2x + 1$$

Atribua valores para x , usando números positivos, negativos e o zero.

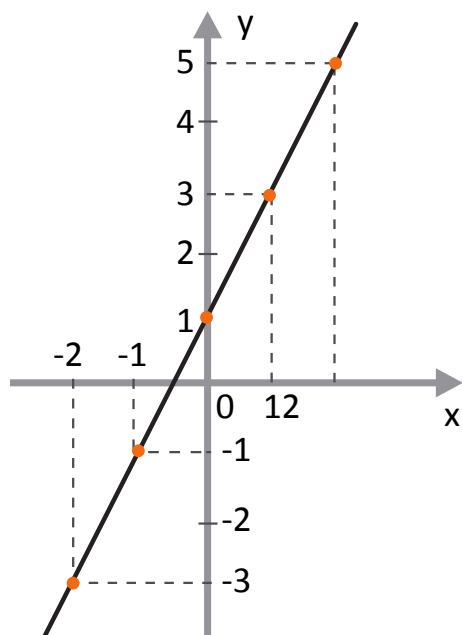
$$f(-2) = 2 \cdot (-2) + 1 = -3$$

$$f(-1) = 2 \cdot (-1) + 1 = -1$$

$$f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$f(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$$

$$f(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$$



$$f(x) = -2x + 1$$

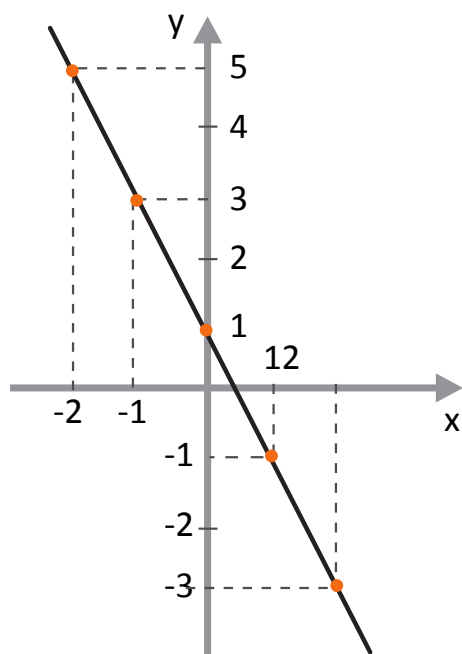
$$f(-2) = -2 \cdot (-2) + 1 = 5$$

$$f(-1) = -2 \cdot (-1) + 1 = 3$$

$$f(0) = -2 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$f(1) = -2 \cdot 1 + 1 = -1$$

$$f(2) = -2 \cdot 2 + 1 = -3$$





Função linear

É um caso particular de função do 1º grau representada por $f(x) = ax$ ou $y = ax$, onde $a \neq 0$. O gráfico é uma reta que passa pela origem do sistema cartesiano ortogonal ou sistema de coordenadas.

Se o coeficiente “a” for um número positivo, a reta tem inclinação para a direita; caso seja negativo a reta inclina para a esquerda.

Aqui também deve ser usada, nos dois exemplos, uma função cuja única mudança é o sinal do coeficiente de x, para exemplificar a inclinação da reta.

$$f(x) = 3x$$

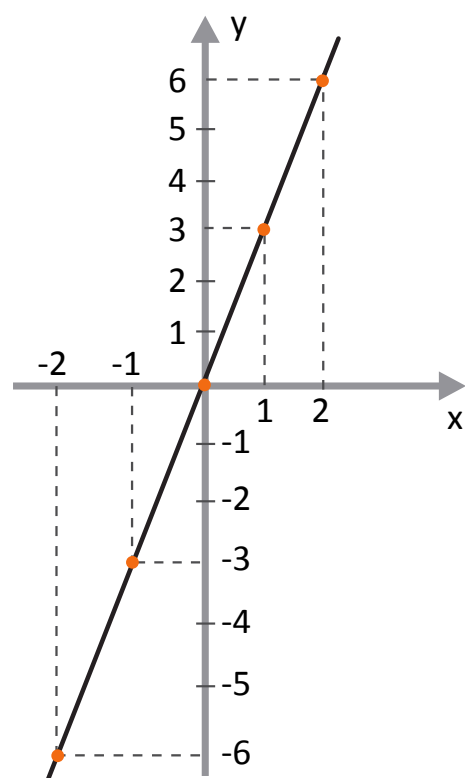
$$f(-2) = 3 \cdot (-2) = -6$$

$$f(-1) = 3 \cdot (-1) = -3$$

$$f(0) = 3 \cdot 0 = 0$$

$$f(1) = 3 \cdot 1 = 3$$

$$f(2) = 3 \cdot 2 = 6$$



$$f(x) = -3x$$

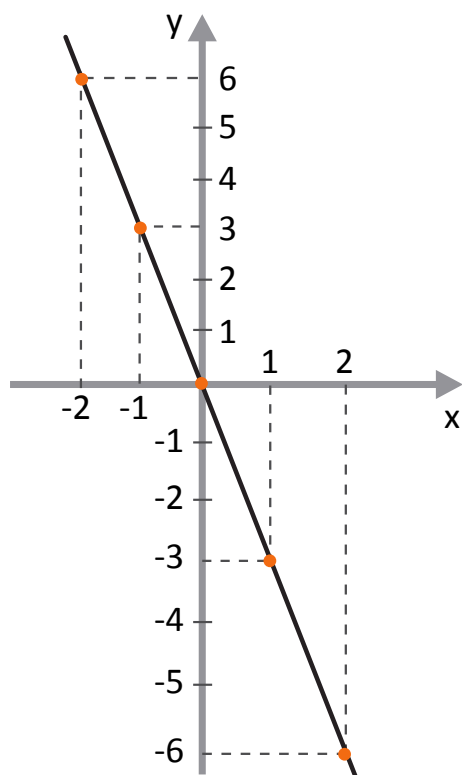
$$f(-2) = -3 \cdot (-2) = 6$$

$$f(-1) = -3 \cdot (-1) = 3$$

$$f(0) = -3 \cdot 0 = 0$$

$$f(1) = -3 \cdot 1 = -3$$

$$f(2) = -3 \cdot 2 = -6$$



Ao final da aula utilize o vídeo “e trabalhe a resolução de uma função desse tipo e sua inclinação.



Ângulo de declividade de uma reta no gráfico de uma função afim

Para complementar sua aula com diversos exercícios para os alunos praticarem estes conceitos, veja sugestões disponíveis ao final da proposta pedagógica (folha da atividades 1). [esta frase deve entrar somente na tela. Colocar link para o pdf da proposta] Clique aqui.

[esta frase deve entrar somente no pdf] Vide anexo.

Aula 3 – Função do 2º grau

Explique que a função do 2º grau se apresenta da seguinte forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde $a \neq 0$ e o gráfico é uma parábola, ou seja, uma curva simétrica, cujo centro possui um ponto denominado vértice da parábola.

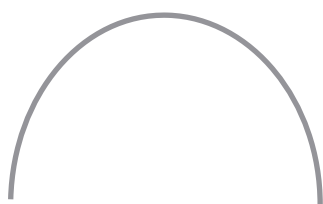
Comente também que, dependendo da função dada à parábola, sua concavidade pode ser voltada para cima ou para baixo. O que determina a direção da concavidade é o coeficiente “a” de x^2 . Caso este coeficiente seja positivo a concavidade será voltada para cima; se for negativo, para baixo.



Para $f(x) = ax^2 + bx + c$



Para $f(x) = -ax^2 + bx + c$



Deve-se aplicar uma série de atividades aos alunos para que montem gráficos a partir de funções dadas. Assim, aprenderão a aplicar corretamente os valores calculados no gráfico. Veja os exemplos:

Exemplo 1

Dada a função $f(x) = x^2 - 5x + 6$ construa seu gráfico.

Use, a princípio, os valores -2, -1, 0, 1 e 2 para x e, se necessário, aumente a quantidade desses valores.

$f(-2) = (-2)^2 - 5 \cdot (-2) + 6 = 4 + 10 + 6 = 20$ -> quando resultar num número muito grande como esse, não o utilize, para evitar que o gráfico fique com um tamanho exagerado. Outros valores para x deverão ser usados para que a parábola faça toda a curva, dando, assim, uma maior compreensão do que trata este tipo de gráfico.

$$f(-1) = (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + 6 = 1 + 5 + 6 = 12$$

$$f(0) = 0^2 - 5 \cdot 0 + 6 = 0 + 0 + 6 = 6$$

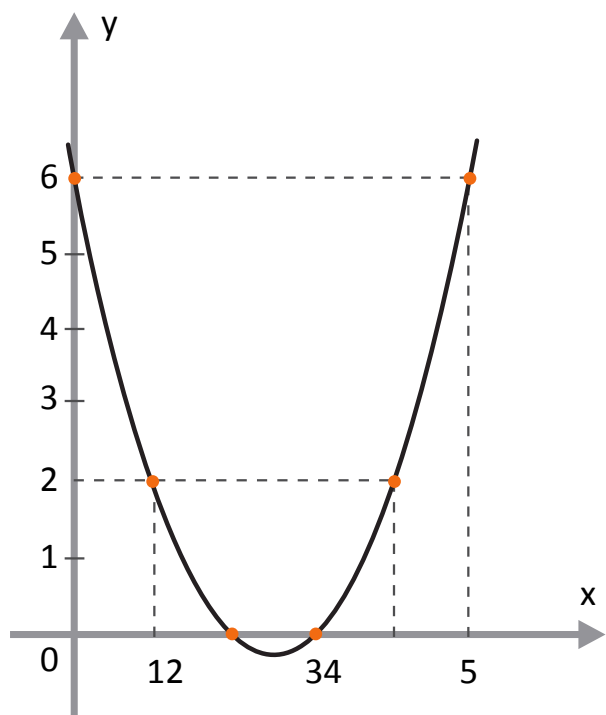
$$f(1) = 1^2 - 5 \cdot 1 + 6 = 1 - 5 + 6 = 2$$

$$f(2) = 2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 4 - 10 + 6 = 0$$

$f(3) = 3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 0 \rightarrow$ Vão sendo adicionados valores para x conforme a necessidade da construção do gráfico. Esses valores podem ser também determinados à medida que cada par ordenado é colocado no gráfico e os pontos são unidos.

$$f(4) = 4^2 - 5 \cdot 4 + 6 = 16 - 20 + 6 = 2$$

$$f(5) = 5^2 - 5 \cdot 5 + 6 = 25 - 25 + 6 = 6$$



Exemplo 2

Dada a função $f(x) = -x^2 - 3x - 2$, construa seu gráfico.

$$f(-4) = -(-4)^2 - 3 \cdot (-4) - 2 = -16 + 12 - 2 = -6$$

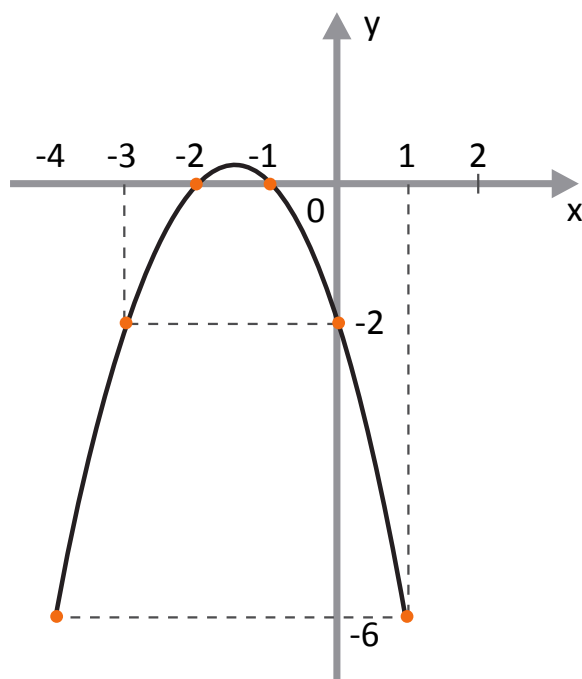
$$f(-3) = -(-3)^2 - 3 \cdot (-3) - 2 = -9 + 9 - 2 = -2$$

$$f(-2) = -(-2)^2 - 3 \cdot (-2) - 2 = -4 + 6 - 2 = 0$$

$$f(-1) = -(-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 2 = -1 + 3 - 2 = 0$$

$$f(0) = -0^2 - 3 \cdot 0 - 2 = 0 - 0 - 2 = -2$$

$$f(1) = -1^2 - 3 \cdot 1 - 2 = -1 - 3 - 2 = -6$$



Aula 4 – Zeros da função do 2º grau

Para que o gráfico da função do 2º grau seja simétrico, é necessário determinar o vértice da parábola e os zeros da função, facilitando, inclusive, a montagem do gráfico, pois com apenas três pontos já se obtêm uma parábola simétrica.

Estes três pontos são exatamente o vértice da parábola e os zeros da função.

Veja como determiná-los.

O vértice pode ser encontrado usando o seguinte ponto com os seguintes valores para x e para y.

$$V(X_v, Y_v), \text{ onde } X_v = \frac{-b}{2a} \quad \text{e} \quad Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$V \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} \right)$$

Obs.: não há o sinal de igual entre V e os parênteses, pois trata-se de um ponto no gráfico.

Exemplo

Construa o gráfico da função do 2º grau $f(x) = x^2 - 6x + 8$, determinando os zeros da função e seu vértice.



Zeros da função: pode-se usar a fórmula de Bhaskara ou o método da soma e produto. Porém, para determinar o vértice é necessário o valor de Δ usado na fórmula de Bhaskara. Então é mais conveniente usar a fórmula.

$$a = 1, b = -6 \text{ e } c = 8$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8$$

$$\Delta = 36 - 32$$

$$\Delta = 4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{6 \pm 2}{2}$$

$$x' = \frac{6 + 2}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x'' = \frac{6 - 2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Vértice da parábola

$$X_v = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3$$

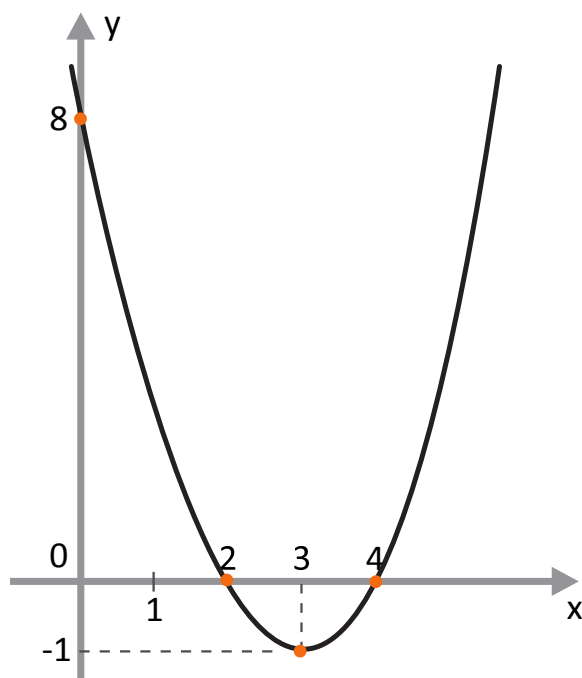
$$Y_v = \frac{-\Delta}{4 \cdot a} = \frac{-4}{4 \cdot 1} = \frac{-4}{4} = -1$$

$$V(3, -1)$$

Há um quarto ponto que intercepta o eixo y que é o ponto (0, c). Substituindo a variável x por zero, encontra-se o valor de c. Neste exemplo o ponto será (0, 8).



Construindo o gráfico



Apresente os slides sobre funções do 1º e 2º grau e trabalhe com os alunos.

Ao final da aula, utilize o vídeo com a demonstração de uma situação prática de aplicação da função quadrática:

Aplicação de funções quadráticas

Para complementar sua aula com diversos exercícios para os alunos praticarem estes conceitos, veja sugestões disponíveis ao final da proposta pedagógica (folha das atividades 1). Vide anexo.



Como saber se o aluno aprendeu

O aluno irá demonstrar seu aprendizado: executando corretamente os cálculos na forma algébrica das funções e na construção dos gráficos; interpretando situações-problema que envolvam as funções e fazendo a correta aplicação nos gráficos. É importante, também, estar atento aos seus questionamentos durante as aulas.

Algumas dúvidas ainda podem surgir. Retome, então, as explicações que julgar necessárias.

Como os alunos demoram um pouco a construir os gráficos, você tem a oportunidade de circular pela sala e verificar o aprendizado da turma.

Ficha de atividades

1. Sabendo que os pontos $(1, -2)$ e $(2, 5)$ pertencem ao gráfico da função $f: \mathbb{R} \text{ em } \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax + b$, determine o valor de $a + b$.

2. Dada a função $f(x) = 3x + 7$, calcule o valor de:

- a) $f(0) =$ b) $f(-1) =$
c) $f(2) =$ d) $f(1/2) =$

3. Dadas as funções a seguir, construa seu gráfico.

- a) $f(x) = 2$ b) $f(x) = -3x$
c) $f(x) = 2x - 4$ d) $f(x) = x^2 - x - 2$

4. Associe a função ao seu nome.

- a) $f(x) = x^2 + 2x + 1$ () Função constante
b) $f(x) = x + 9$ () Função linear
c) $f(x) = -5$ () Função afim
d) $f(x) = x/4$ () Função quadrática

5. Represente os pares ordenados abaixo em um sistema cartesiano ortogonal.

- a) A $(3, -4)$ b) B $(-2, 1)$
c) C $(0, 5)$ d) D $(-3, -2)$

6. Uma função afim é tal que $f(2) = 7$ e $f(5) = 13$. Portanto, o valor de $f(8)$ é:

- a) 13
b) 15
c) 17
d) 19
e) 21

Ficha de atividades 2

1. O gráfico da função $f(x) = x^2 + 4x$ corta o eixo x nos pontos:

- a) $(0, 0)$ e $(0, -2)$
- b) $(0, 4)$ e $(0, -4)$
- c) $(0, 0)$ e $(0, -4)$
- d) $(0, 2)$ e $(0, -2)$
- e) $(0, 0)$ e $(0, -2)$

2. Dada a função $f(x) = x^2 + 2x - 5$, calcule o valor de:

- a) $f(0) =$
- b) $f(-2) =$
- c) $f(-1) =$
- d) $f(3) =$

3. Determine os valores de $a + b$ para que o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx$ contenha os pontos $(1, 3)$ e $(2, -2)$, respectivamente:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4

4. Sabendo que a soma e o produto das raízes de uma função do 2º grau são, respectivamente, 4 e 2, determine:

- a) A função.
- b) O vértice da função.
- c) Construa o gráfico.

5. Construa os gráficos das seguintes funções quadráticas:

- a) $f(x) = x^2 + x - 6$
- b) $f(x) = x^2 - 4x - 5$
- c) $f(x) = x^2 - 6x + 9$
- d) $f(x) = x^2 - 2x$