Sistema de equações do 1º grau: método da adição e substituição

As atividades das aulas a seguir têm como objetivo proporcionar ao aluno condições de compreender, de forma prática, como resolver sistemas de equações de 1º grau, usando os métodos da adição e da substituição.

Você terá orientações para ensinar cada passo destes métodos ao aluno com dificuldade, com explicações que podem auxiliá-lo a sanar dúvidas quanto à forma e método de resolução.

Nessa unidade, serão trabalhadas situações cotidianas que precisam ser traduzidas para a linguagem matemática, e só assim resolvidas pelos métodos descritos. Em cada um foi apresentada uma série de explicações passo a passo. Veja a seguir.

Público-alvo: 8º ano

Duração: 4 aulas

Expectativas de aprendizagem

- Resolver o sistema de equações do 1º grau usando os métodos de substituição e adição.
- Reconhecer o método a ser usado.
- Identificar qual método é mais eficaz para cada situação.
- Resolver usando também o método da comparação.

Recursos e materiais necessários

- Lousa.
- Giz.
- Caderno.
- Lápis.

Aplicação

Aula 1 – Método da adição

Inicie a aula apresentando o vídeo para os alunos, para que tenham uma ideia sobre equações e um pouco de sua história.

Equações na China

A seguir, veja como resolver sistemas de equações do 1º grau usando o método da adição.

Apresente uma situação-problema para que o aluno possa compreender que os métodos ensinados foram criados por matemáticos renomados, para facilitar sua resolução por meio de passos que levam a um resultado satisfatório, que pode ser aplicado em situações semelhantes. Como neste problema a seguir.

Na feira, observei que se comprasse uma banana e uma maçã pagaria R$ 3 no total. Porém, o preço das frutas não estava visível e mesmo assim comprei seis bananas e oito maçãs, gastando R$ 22. Quanto paguei por cada fruta?

Passando para a linguagem matemática fica desta forma:

A banana será representada pela incógnita x e a maçã por y.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 6x + 8y = 22 \end{cases}$$

$\begin{cases} x + y = 3 \, . \, (-6) \\ 6x + 8y = 22 \end{cases}$ → Aqui há a necessidade de multiplicar por (– 6) ou por (– 8) para que o sistema possa ser resolvido mais facilmente, pois, ao somar as equações, uma das incógnitas será eliminada.

Deixe claro para o aluno que, ao escolher (– 6) na soma das equações, a incógnita x será eliminada. Caso opte por multiplicar por (– 8), a incógnita y é que será excluída. Porém, ficará com sinal negativo e terá que ser multiplicada por (– 1) adiante. A vantagem de multiplicar por (– 6) é não precisar fazer novamente uma multiplicação por (– 1).

$$\begin{cases} -6x - 6y = -18 \\ \underline{6x + 8y = 22} \end{cases}$$

$$2y = 4$$

$$y = 4:2$$

$$y = 2$$

Usando o resultado obtido para y, faça a substituição numa das equações anteriores. Aqui, explique que é sempre melhor escolher a equação cujo coeficiente das incógnitas seja unitário e positivo, o que facilita as operações. Porém, caso o aluno prefira escolher equações cujo coeficiente não seja unitário nem positivo, perceberá que o resultado também é o mesmo.

$x + y = 3$

$x + 2 = 3$

$x = 3 - 2$

$x = 1$

Assim, a resposta encontrada é que uma banana custou R$ 1 e uma maçã R$ 2. Não se esqueça de sempre circular pelas carteiras para verificar como os alunos estão trabalhando e se compreenderam o método que estão tentando aplicar.

Aula 2 – Método da substituição

Esse segundo método pode ser usado na mesma situação-problema da aula anterior, para demonstrar que ambos oferecem o mesmo resultado. Veja como fazer.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 6x + 8y = 22 \end{cases}$$

Primeiro, isole uma incógnita em uma das equações. Para isso, explique ao aluno que é melhor dar preferência à equação mais simples, com menor coeficiente e com sinais positivos. Essa escolha evitará erros de desatenção quanto aos sinais e às operações a serem feitas.

$x = 3 - y$

Usando o valor de x, isolado acima, substitua na segunda equação.

$6 \cdot (3 - y) + 8y = 22 \rightarrow$ Efetuar a propriedade distributiva da multiplicação entre 6 e os termos dentro do parêntese.

$18 - 6y + 8y = 22$

$2y = 22 - 18$

$2y = 4$

$y = 4:2$

$y = 2$

Retomando a equação isolada e substituindo o y pelo valor encontrado 2, tem-se:

$x = 3 - y$

$x = 3 - 2$

$x = 1$

Então, o resultado é o par ordenado (1, 2), ou seja, o mesmo resultado do método anterior, em que uma banana custou R$ 1 e uma maçã R$ 2.

Toda questão que envolve mais de um método deve ser feita com o mesmo exemplo, para que o aluno possa compará-los em suas aplicações numa mesma situação.

Aula 3 – Usando os dois métodos

Dificulte um pouco mais, sugerindo um sistema de equações com coeficientes maiores. Resolva o sistema, em sala de aula, usando os dois métodos e demonstre como fazer, para que os alunos possam compará-los.

Método da adição:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 9 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases}$$

Aqui, não basta apenas multiplicar por um número para, então, eliminar uma incógnita na soma das equações. Terá que multiplicar as duas equações por números que levem os coeficientes das incógnitas a se tornarem opostos. Desta forma:

$3x + 5y = 9 \,.\, (-2)$ → Este 2 veio do coeficiente de x da equação abaixo, mas poderia ter sido 4, coeficiente de y. O sinal negativo foi usado para que os coeficientes de x se tornem opostos e a incógnita possa ser eliminada para resolver a equação.

$2x + 4y = 8 \,.\, (3)$ → Este 3 veio do coeficiente de x da equação acima, mas poderia ter sido o 5, coeficiente de y.

Sendo assim, efetue a soma das equações:

$$\begin{cases} -6x - 10y = -18 \\ 6x + 12 = 24 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2y &= 6 \\ y &= 6 : 2 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

Escolha agora uma das equações para substituir o valor encontrado para y. Como ambas só possuem incógnitas positivas, a escolha não fará muita diferença neste caso.

$3x + 5y = 9$

$3x + 5 . 3 = 9$

$3x + 15 = 9$

$3x = 9 - 15$

$3x = - 6$

$x = - 6 : 3$

$x = - 2$

Tem-se então a solução que resulta no par ordenado (– 2 3).

Agora, usando o método da substituição:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 9 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases}$$

Escolha uma das equações para isolar uma incógnita. Assim como no caso do método da adição, havendo coeficientes positivos em todas as incógnitas a escolha não fará muita diferença neste caso.

$3x + 5y = 9$

$3x = 9 - 5y$

$$x = \frac{9 - 5y}{3}$$

Agora, substitua o valor da incógnita x na outra equação.

$2x + 4y = 8$

$$2 . \frac{9 - 5y}{3} + 4y = 8$$

$$\frac{18 - 10y}{3} + 4y = 8$$

$$\frac{18 - 10y + 12y}{3} = \frac{24}{3}$$

$18 - 10y + 12y = 24$

$18 + 2y = 24$

$2y = 24 - 18$

$2y = 6$

$y = 6 : 2$

$y = 3$

Retomando a equação em que o x foi isolado e substituindo o valor encontrado de y, tem-se:

$$x = \frac{9 - 5y}{3}$$

$$x = \frac{9 - 5 . 3}{3}$$

$$x = \frac{9 - 15}{3}$$

$$x = \frac{-6}{3}$$

$x = -2$

E mais uma vez, obtém-se o par ordenado (–2, 3), o que prova aos alunos a veracidade de que ambos os métodos chegam ao mesmo resultado.

Use neste momento a apresentação de slides sobre e trabalhe os dois métodos de resolução com os alunos.

Sistema de equações do 1º grau

Aula 4 – Um outro método

Nesta aula, será demonstrada a resolução do sistema pelo método da comparação, em que duas equações devem ser comparadas, ou seja, igualadas, isolando a mesma incógnita em cada uma. Desta forma:

$$\begin{cases} x + 6y = 33 \\ 2x - 5y = -19 \end{cases}$$

Isole a incógnita x nas duas equações.

$x + 6y = 33$ e $2x - 5y = -19$

$x = 33 - 6y$ $\quad$ $2x = -19 + 5y$

$x = \dfrac{-19 + 5y}{2}$

Iguale as duas equações, em que x = x. Tem-se:

$$33 - 6y = \frac{-19 + 5y}{2}$$

$$\frac{66 - 12y}{2} = \frac{-19 + 5y}{2}$$

$66 - 12y = -19 + 5y$

$-12y - 5y = -19 - 66$

$-17y = -85 \,.\, (-1)$

$17y = 85$

$y = 85 : 17$

$y = 5$

Então, escolha uma das duas equações cuja incógnita foi isolada e substitua o valor de y encontrado.

$x = 33 - 6y$

$x = 33 - 6 \,.\, 5$

$x = 33 - 30$

$x = 3$

A solução é o par ordenado (3, 5).

Para finalizar a aula, use o objeto educacional digital:

Equações do 1º grau

Como saber se o aluno aprendeu

Durante as medições, observe como os alunos desenvolvem o conteúdo apresentado. Vá de grupo em grupo e explique as diferentes formas de medir e converter as unidades de medida. O salto da vírgula é muito mais rápido, porém alguns alunos podem preferir dividir e multiplicar pelos múltiplos e submúltiplos de dez. Deixe claro, contudo, que compreender e utilizar os dois métodos ensinados é muito importante para ampliar seu campo de conhecimento, aumentando, também, as chances de executar corretamente as conversões das unidades de medidas.