



Trigonometria no triângulo retângulo

Nós na Sala de Aula - Matemática 6º ao 9º ano - unidade 7

As atividades propostas nas aulas a seguir têm como objetivo proporcionar ao aluno condições de compreender, de forma prática, as razões trigonométricas no triângulo retângulo, assim como identificá-las.

Você encontrará orientações para que possa mediar a aula sobre execução de cálculos que necessitem do uso das razões trigonométricas, fazendo com que os alunos não tenham maiores dificuldades e compreendam que a trigonometria, na prática, é muito eficaz numa série de aplicações.

Público-alvo: 9º ano

Duração: 4 aulas



Expectativas de aprendizagem

- Visualizar as partes do triângulo retângulo usadas na trigonometria.
- Reconhecer as razões trigonométricas seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo.
- Efetuar cálculos envolvendo as razões trigonométricas.



Recursos e materiais necessários

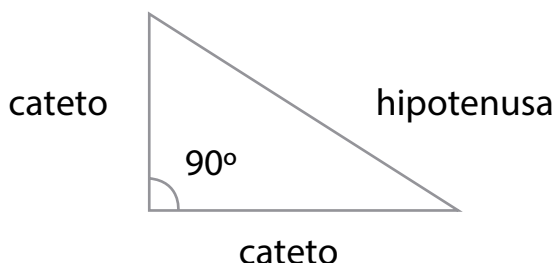
- Caderno.
- Lápis.
- Trena.
- Metro.
- Fita métrica.
- Régua.
- Transferidor.
- Barbante.



Aplicação

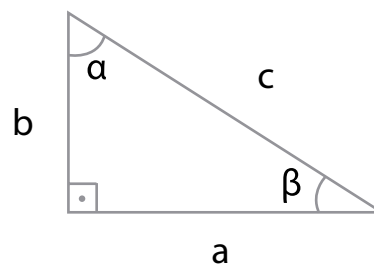
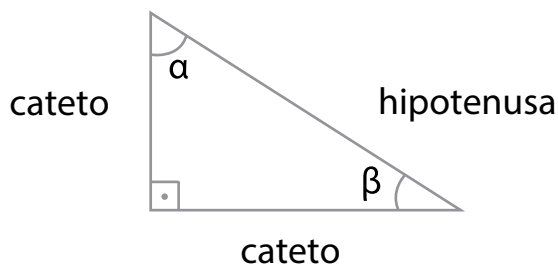
Aula 1 – O triângulo retângulo e suas partes na trigonometria

Comece apresentando as partes do triângulo retângulo usadas na trigonometria.





Uma vez explicado ao aluno que a hipotenusa se encontra sempre em frente ao ângulo de 90° e os catetos são os lados do triângulo que formam esse mesmo ângulo, ou seja, são os lados que formam o ângulo reto, deve-se passar para os conceitos de seno, cosseno e tangente.



O seno (sen) de determinado ângulo é igual à razão entre o cateto oposto a esse ângulo e a hipotenusa.

O cosseno (cos) de determinado ângulo é igual à razão entre o cateto adjacente a esse ângulo e a hipotenusa. A tangente (tg) de determinado ângulo é igual à razão entre o cateto oposto a esse ângulo e o cateto adjacente ao mesmo ângulo.

Veja, então:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto à } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adjacente à } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto à } \alpha}{\text{cateto adjacente à } \alpha} = \frac{a}{b}$$

O mesmo ocorre com relação ao ângulo β . Desta forma:

$$\text{sen } \beta = \frac{\text{cateto oposto à } \beta}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

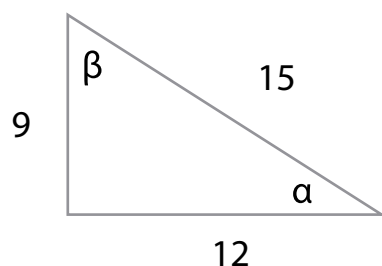
$$\text{cos } \beta = \frac{\text{cateto adjacente à } \beta}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

$$\text{tg } \beta = \frac{\text{cateto oposto à } \beta}{\text{cateto adjacente à } \beta} = \frac{b}{a}$$



Veja abaixo um exemplo de atividade para exercitar este conteúdo com seus alunos.

Dado o triângulo retângulo a seguir, determine as razões trigonométricas $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\sin \beta$, $\cos \beta$ e $\operatorname{tg} \beta$.



Resolvendo:

$$\sin \alpha = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \quad \cos \alpha = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\sin \beta = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} \quad \cos \beta = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

Use a apresentação de slides sobre a trigonometria no triângulo retângulo e trabalhe com os alunos.

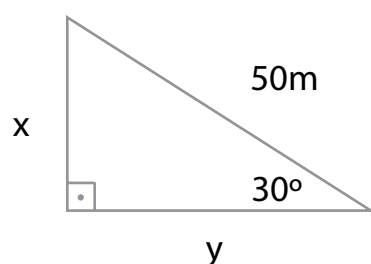


Trigonometria no triângulo retângulo

Aula 2 – Usando razões trigonométricas

Solicite aos alunos, um dia antes, que tragam uma trena, metro ou fita métrica, transferidor e uma escada.

Peça que eles determinem os valores de x e y no triângulo retângulo abaixo sabendo que $\sin 30^\circ = 0,5$; $\cos 30^\circ = 0,86$; e $\operatorname{tg} 30^\circ = 0,57$.





Para determinar o valor de x será usado o seno, pois x é o cateto oposto ao ângulo de 30° . Há também a hipotenusa (50 m). O seno usa o cateto oposto dividido pela hipotenusa. Sendo, $\text{sen } 30^\circ = 0,5$.

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{x}{50}$$

$$0,5 = \frac{x}{50}$$

$$0,5 \cdot 50 = x$$

$$25 = x \text{ ou } x = 25$$

Para determinar o valor de y será usado o cosseno, pois y é o cateto adjacente ao ângulo de 30° , além de haver a hipotenusa, de 50 m. O cosseno usa o cateto adjacente dividido pela hipotenusa. Sendo $\text{cos } 30^\circ = 0,86$.

$$\text{cos } 30^\circ = \frac{y}{50}$$

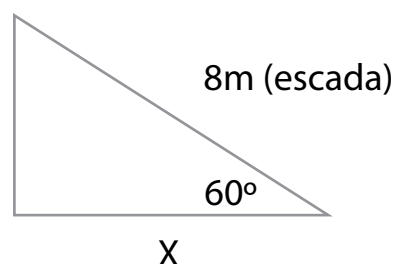
$$0,86 = \frac{y}{50}$$

$$0,86 \cdot 50 = y$$

$$43 = y$$

Você pode realizar, ainda, a seguinte atividade prática com os alunos: solicite que eles meçam o comprimento da escada que irão usar. Depois, devem encostá-la na parede da sala de aula formando com o chão um ângulo de 60° . Com estes dados, os alunos deverão determinar, sem ter mais nenhuma medida, a que distância está a base da escada da parede.

Os cálculos devem ser feitos da seguinte forma: primeiro devem fazer um esboço.





Supondo que a escada meça 8 metros de comprimento:

$$\cos 60^\circ = \frac{x}{8} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{8} \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$$

Logo, a base da escada está distante 4 metros da parede.

Adequar essa atividade para o tamanho real da escada e mudar o ângulo para 30º e 45º, usando o transferidor para conferir as medidas.

Utilizar o objeto educacional para que os alunos exercitem e revejam os conceitos.



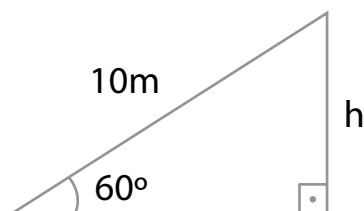
Trigonometria no triângulo retângulo

Aula 3 : Calculando a altura com a trigonometria

Ao preparar esta aula, solicitar aos alunos, um dia antes, que tragam uma trena, metro ou fita métrica, barbante e transferidor.

Um cabo de aço de 10 metros é preso ao solo e à ponta de uma antena, formando um ângulo de 60º. Determine a altura da antena, sabendo que $\sin 60^\circ = 0,86$; $\cos 60^\circ = 0,5$; e $\tan 60^\circ = 1,73$.

Sempre que for iniciar um exercício como este, desenhe o que é descrito no enunciado, como a figura feita abaixo.



Será usado o seno de 60º, pois o cateto oposto é h (que é a altura da antena), a hipotenusa é 10 metros e o ângulo agudo é de 60º.

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{10}$$



$$0,86 = \frac{h}{10}$$

$$0,86 \cdot 10 = h$$

$$8,6 = h$$

Descobriu-se, então, que a altura da antena é de 8,6 metros.

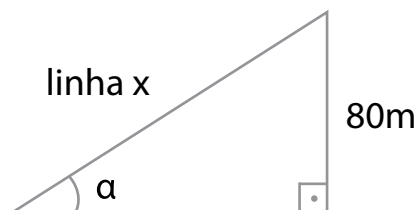
Exercícios como esse podem ser feitos na quadra da escola ou em uma área externa, onde haja sol. O aluno poderá levar uma trena ou metro para medir o comprimento da sombra de um objeto ou mesmo de um colega. Com o transferidor, irá verificar o ângulo de inclinação entre o chão e uma linha imaginária, que poderá ser marcada com o barbante, que se liga ao topo do objeto ou da pessoa. Com esses dados, deve calcular a altura desses objetos ou a dos colegas.

Aula 4 – Gastando menos com linha

Uma sugestão para estimular o aprendizado é trabalhar com atividades que envolvam os alunos, nas quais eles possam mostrar seus conhecimentos. Uma delas é empinar pipa.

Sugira a eles que descubram quantos metros de linha são usados para que uma pipa esteja a determinada altura do solo, fazendo um ângulo de 30°, 45° e 60°.

Supondo que esta pipa esteja a 80 metros do solo e que o ângulo entre a linha e o chão varie entre 30°, 45° e 60°, peça ao aluno que calcule quanto de linha ele precisará nas três inclinações. Em que situação ele gasta menos linha?



Como a altura da pipa é o cateto oposto ao ângulo alfa e tendo 80 metros de altura, deseja-se encontrar o valor do comprimento da linha que é x. Para isso, será usado o seno. Sendo $\text{sen } 30^\circ = 0,5$; $\text{sen } 45^\circ = 0,7$; e $\text{sen } 60^\circ = 0,87$, tem-se:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{80}{x}$$

$$\text{sen } 45^\circ = \frac{80}{x}$$

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{80}{x}$$



$$0,5 = \frac{80}{x} \quad 0,7 = \frac{80}{x} \quad 0,87 = \frac{80}{x}$$

$$\begin{array}{lll} 0,5 \cdot x = 80 & 0,7 \cdot x = 80 & 0,87 \cdot x = 80 \\ x = 80 : 0,5 & x = 80 : 0,7 & x = 80 : 0,87 \\ x = 160 & x = 56 & x = 69,6 \end{array}$$

Pelos cálculos, é possível notar que menos linha será gasta em uma inclinação de 45°.



Como saber se o aluno aprendeu

É possível verificar se o aluno aprendeu observando seus cálculos e o entendimento das partes do triângulo retângulo, seno, cosseno e tangente, usados na trigonometria. Em aulas práticas, em que se calcula a sombra de um objeto ou colega, pode-se verificar seu desempenho ao efetuar os cálculos.

A aplicação da trigonometria em situações do cotidiano dos alunos — como o comprimento da linha usada para soltar uma pipa — irá demonstrar seu aprendizado. Com uma observação mais atenta, é possível perceber como o aluno desenvolve os cálculos e os aplica.

Diversificar as atividades e formas de avaliação é muito importante, tendo em vista que os conhecimentos prévios ensinados servirão para uma série de outros conceitos. Faça um diagnóstico das dificuldades dos alunos e proponha exercícios de reforço, se necessário.

A trigonometria ensinada no 9º ano é um pré-requisito muito importante para os conteúdos propostos no Ensino Médio. Deixar dúvidas sem respostas agora resulta no surgimento de outras no futuro. Fique atento a como seu aluno está aprendendo.

Ao final das atividades, esclareça todas as dúvidas. Aproveite cada momento da aula para se certificar de que não se criou mais um nó para ser desatado.