

# Презентация по лабораторной работе №5.

---

Хитяев Евгений Анатольевич, НПИМд-02-21

10 декабря 2021

РУДН, Москва, Россия

## **Лабораторная работа №5.**

---

## Лабораторная работа №5.

Цель работы: Ознакомиться с некоторыми операциями в среде Octave для решения таких задач, как подгонка полиномиальной кривой, матричных преобразований, вращений, отражений и дилатаций.

## Подгонка полиномиальной кривой

В статистике часто рассматривается проблема подгонки прямой линии к набору данных. Решим более общую проблему подгонки полинома к множеству точек. Пусть имеется матрица  $A$ :

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 5 \\ 4 & 4 \\ 5 & 2 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$$

В матрице заданы значения  $x$  в столбце 1 и значения  $y$  в столбце 2.

## Подгонка полиномиальной кривой

Построим уравнение вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Подставив значения матрицы  $A$ , получаем следующую систему линейных уравнений (Fig. 1).

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Обратим внимание на форму матрицы коэффициентов  $A$ . Третий столбец – все единицы, второй столбец – значения  $x$ , а первый столбец – квадрат значений  $x$ . Правый вектор – это значения  $y$ .

# Подгонка полиномиальной кривой

Есть несколько способов построить матрицу коэффициентов в Octave. Один из подходов: использовать команду `ones` для создания матрицы единиц, а затем перезаписать 1-й и 2-й столбцы необходимыми данными. Результат показан на Fig. 1.

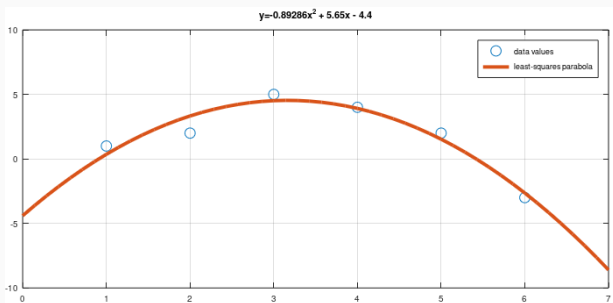
```
>> A(:,2) = xdata  
A =  
  
    1    1    1  
    4    2    1  
    9    3    1  
   16    4    1  
   25    5    1  
   36    6    1
```

**Figure 1:** Система линейных уравнений

Решение по методу наименьших квадратов получается из решения уравнения  $A^T A b = A^T b$ , где  $b$  – вектор коэффициентов полинома.

# Подгонка полиномиальной кривой

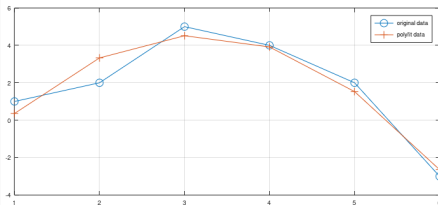
Решим задачу методом Гаусса. После чего построим соответствующий график параболы (Fig. 2).



**Figure 2:** График параболы

# Подгонка полиномиальной кривой

Процесс подгонки может быть автоматизирован встроенными функциями Octave. Для этого мы можем использовать встроенную функцию для подгонки полинома `polyfit`. После чего рассчитаем значения в точках и построим исходные данные (Fig. 3).

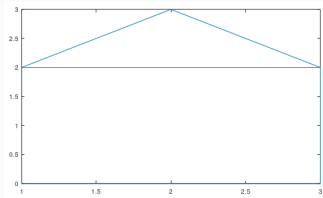


**Figure 3:** Граф исходных и подгоночных данных



# Матричные преобразования

Существует несколько способов представления изображения в виде матрицы. Один из них состоит в том, чтобы перечислить последовательно соединенные вершины, чтобы получить ребра простого графа. В качестве примера, закодируем граф-домик. Эффективный метод кодирования состоит в выборе пути, проходящем по каждому ребру ровно один раз (цикл Эйлера).



**Figure 4:** Полученный граф

# Вращение

Вращения могут быть получены с использованием умножения на специальную матрицу. Вращение точки  $(x, y)$  относительно начала координат определяется как

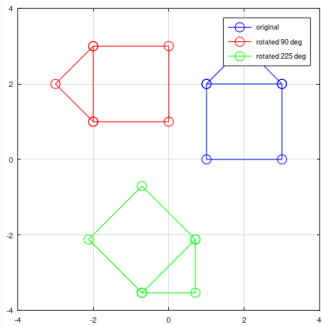
$$R \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

где

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix},$$

$\theta$  - угол поворота (измеренный против часовой стрелки).

Теперь, чтобы произвести повороты матрицы данных  $D$ , нам нужно вычислить произведение матриц  $RD$ . Повернём граф дома на  $90^\circ$  и  $225^\circ$ . Вначале переведём угол в радианы. Результаты показаны на скриншоте ниже.



**Figure 5:** Реализация и результаты вращения

## Отражение

Если  $l$  – прямая, проходящая через начало координат, то отражение точки  $(x, y)$  относительно прямой  $l$  определяется как

$$R \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix},$$

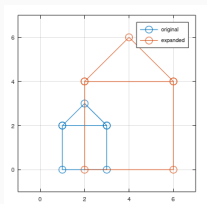
где

$$R = \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & -\cos(2\theta) \end{pmatrix},$$

$\theta$  - угол между прямой  $l$  и осью абсцисс (измеренный против часовой стрелки). На скриншоте отражен граф дома относительно прямой  $y = x$ .

# Дилатация

Дилатация (расширение/сжатие) может выполняться умножением матриц. Если  $T$  - матрица со значениями  $k$  на главной диагонали, то матричное произведение  $TD$  — преобразование дилатации  $D$  с коэффициентом  $k$ .  
Увеличим граф дома в 2 раза (см. ниже).



**Figure 7:** Результат увеличения

- В ходе выполнения лабораторной работы я ознакомился с некоторыми операциями в среде Octave для решения таких задач, как подгонка полиномиальной кривой, матричных преобразований, вращений, отражений и дилатаций.