

Презентация по лабораторной работе №4. Системы линейных уравнений

Хитяев Евгений Анатольевич, НПИМд-02-21

02 декабря 2021

РУДН, Москва, Россия

Лабораторная работа №4.

Системы линейных уравнений.

Лабораторная работа №4. Системы линейных уравнений.

Цель работы: Познакомиться с методами исследования систем линейных уравнений в Octave.

Метод Гаусса. Матрица и некоторые операции с ней

Octave содержит сложные алгоритмы, встроенные для решения систем линейных уравнений.

- На скриншоте представлена расширенная матрица B , просмотр одного из ее элементов, а также извлеченный из матрицы B вектор строки.

```
>> B = [ 1 2 3 4 ; 0 -2 -4 6 ; 1 -1 0 0 ]  
B =  
  
    1    2    3    4  
    0   -2   -4    6  
    1   -1    0    0  
  
>> B (2, 3)  
ans = -4  
>> B (1, :)  
ans =  
  
    1    2    3    4
```

Figure 1: Матрица и некоторые операции с ней

Метод Гаусса. Преобразование матрицы

- Реализуем теперь явно метод Гаусса.

```
>> B(3,:) = (-1) * B(1,:) + B(3,:)  
B =  
  
    1    2    3    4  
    0   -2   -4    6  
    0   -3   -3   -4  
  
>> B(3,:) = -1.5 * B(2,:) + B(3,:)  
B =  
  
    1    2    3    4  
    0   -2   -4    6  
    0    0    3  -13
```

Figure 2: Преобразование матрицы

Матрица теперь имеет треугольный вид. Ответ: 5.66667; 5.66667; -4.33333. Он был получен путем решения третьей строки матрицы, а впоследствии подставлением найденных элементов в другие строки матрицы.

Метод Гаусса. Получение единичной матрицы

- Также этот ответ можно получить приведя матрицу к единичной (треугольной), цифры справа — это и будет ответ. Конечно, Octave располагает встроенной командой для непосредственного поиска треугольной формы матрицы, как это представлено на скриншоте.

```
>> rref(B)
ans =

    1.0000         0         0    5.6667
         0    1.0000         0    5.6667
         0         0    1.0000   -4.3333
```

Figure 3: Получение единичной матрицы

Метод Гаусса. Различная запись дробных чисел

- Следует обратить внимание, что все числа записываются в виде десятичных дробей. Пять десятичных знаков отображаются по умолчанию. Переменные на самом деле хранятся с более высокой точностью — можно отобразить больше десятичных разрядов (см. скриншот).

```
>> format long
>> rref(B)
ans =
 1.0000000000000000 0 0 5.666666666666667
 0 1.0000000000000000 0 5.666666666666666
 0 0 1.0000000000000000 -4.333333333333333
```

Figure 4: Более высокая точность записи десятичного числа

- Предыдущий формат возвращается командой:

```
>> format short
```

Figure 5: Короткая форма записи десятичного числа

Левое деление

Встроенная операция для решения линейных систем вида $Ax = b$ в Octave называется левым делением и записывается как A обратный слэш b . Выделим из расширенной матрицы B матрицу A , вектор b , а затем найдем вектор x (см. скриншот).

```
>> A = B(:,1:3)
A =

    1    2    3
    0   -2   -4
    1   -1    0

>> b = B(:,4)
b =

    4
    6
    0

>> A\b
ans =

    5.6667
    5.6667
   -4.3333
```

Figure 6: Выделение матрицы, вектора и нахождение вектора x

LU-разложение

LU разложение – это вид факторизации матриц для метода Гаусса. Цель: записать матрицу A в виде: $A = LU$, где L – нижняя треугольная матрица, а U – верхняя. С помощью Octave можно расписать LU-разложение так, как представлено на скриншоте.

```
>> A = [1 2 3; 0 -2 -4; 1 -1 0]
A =

     1     2     3
     0    -2    -4
     1    -1     0

>> [L, U, P] = lu(A)
L =

     1.0000         0         0
     1.0000     1.0000         0
           0     0.6667     1.0000

U =

     1     2     3
     0    -3    -3
     0     0    -2

P =

Permutation Matrix

     1     0     0
     0     0     1
     0     1     0
```

Figure 7: LU-разложение матрицы A

- В ходе выполнения работы я познакомился с некоторыми простейшими операциями в Octave.