

2. Encuentre la función de transferencia, que caracteriza el sistema masa, resorte, amortiguador, presentado en la siguiente figura.

$$F_c(t) + F_f + f_i(t) = F_E(t)$$

$$F_s = K y(t) \rightarrow \text{Resorte (K)} \rightarrow \text{Ley de Hooke}$$

$$F_f = c \frac{dy(t)}{dt} \rightarrow \text{Amortiguador}$$

$$F_i = \text{Inercia} \rightarrow \text{masa} \rightarrow \text{Segunda ley de Newton}$$

$$F_E = \text{Fuerza entrante} \rightarrow \text{Proporcionado por la fuente}$$

Donde:

$$F_s(t) = K y(t), \quad F_f(t) = c \frac{dy(t)}{dt}, \quad \text{y } f_i(t) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

=> Ecuación diferencial del movimiento

$$m = \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + K y(t) = F_E(t) = x(t)$$

=> Aplicando transformada de Laplace

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{d^2 y(t)}{dt^2} \right\} = s^2 Y(s)$$

$$\Rightarrow m s^2 Y(s) + c Y(s) + K Y(s) = X(s)$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + K}$$

Para el circuito eléctrico:

$$V_i(s) = L s I_1(s) + (I_1(s) - I_2(s)) \frac{1}{C s}$$

$$(I_2(s) - I_1(s)) \frac{1}{C s} + I_2(s) R = 0$$

$$V_o(s) = R I_2(s)$$

1.

$$x(t) = A_1 m(t) \cos(\omega_0 t + \theta_0)$$

$$\Rightarrow \cos(\omega_0 t + \theta_0) = \frac{1}{2} (e^{j\omega_0 t + \theta_0} + e^{-j\omega_0 t - \theta_0}) = \frac{1}{2} (e^{-j\theta_0} e^{j\omega_0 t} + e^{-j\theta_0} e^{-j\omega_0 t})$$

$$A_1, \quad x(t) = \frac{A_1}{2} (e^{j\theta_0} m(t) e^{j\omega_0 t} + e^{-j\theta_0} m(t) e^{-j\omega_0 t})$$

Aplicando desplazamiento de frecuencia  $x(f-f_0)$

Entonces, la transformada:

$$X(f) = \frac{A_1}{2} (e^{j\theta_0} M(f-f_0) + e^{-j\theta_0} M(f+f_0))$$

$$\text{Si } \theta_0 = 0 \rightarrow X(f) = \frac{A_1}{2} (M(f-f_0) + M(f+f_0))$$

Solapamiento Espectral

Sea  $B$  la banda máxima ocupada por  $M(f)$ . Para que las bandas laterales centradas en  $f = \pm f_0$  no solapen la banda base en  $f = 0$  se requiere,

$$f_0 > B$$

Multiplicación por oscilador local

$$y(t) = x(t) \cos(\omega_0 t + \phi)$$

$$y(t) = A_1 m(t) \cos(\omega_0 t + \theta_0) \cos(\omega_0 t + \phi)$$

$$y(t) = \frac{A_1}{4} m(t) [e^{j(\theta_0 + \phi)} e^{j\omega_0 t} + e^{j(\theta_0 - \phi)} + e^{j(-\theta_0 + \phi)} + e^{-j(\theta_0 + \phi)} e^{-j\omega_0 t}]$$

$$y(t) = \frac{A_1}{4} \cos(\theta_0 - \phi) m(t) + \frac{A_1}{4} m(t) (e^{j(\theta_0 + \phi)} e^{j\omega_0 t} + e^{-j(\theta_0 + \phi)} e^{-j\omega_0 t})$$

$$\text{Con } \theta_0 = \phi = 0$$

$$y(t) = \frac{A_1}{2} m(t) + \frac{A_1}{2} m(t) \cos(2\omega_0 t)$$

Dependiendo  $I_1(s)$  con respecto a  $I_2(s)$

$$\Rightarrow \frac{1}{Cs} I_2(s) - \frac{1}{Cs} I_1(s) + I_2(s) R = 0$$

$$\Rightarrow I_1(s) = I_2(s)(1 + CRs)$$

Reemplazando en la ecuación

$$V_i(s) = Ls I_2(s)(1 + CRs) + I_2(s)(1 + CRs) - I_2(s) \frac{1}{Cs}$$

$$V_i(s) = Ls I_2(s) + CRs Ls I_2(s) + I_2(s) + CRs I_2(s) - I_2(s) \frac{1}{Cs}$$

$$V_i(s) = I_2(s)(CR L s^2 + Ls + R)$$

$$\frac{I_2(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{CR L s^2 + Ls + R}$$

$$\frac{R I_2(s)}{V_i(s)} = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{CR L s^2 + Ls + R}$$

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{CLs^2 + \frac{1}{R} + 1}$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + K} \rightarrow \text{Función de transferencia: Masa, resorte, amortiguador}$$

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{CR L s^2 + Ls + R} \rightarrow \text{Función de transferencia: Circuito RLC}$$