

Eduardo Alarcón Tunay  
1118770045  
Ing. Eléctrica

9. Encuentre la función de transferencia que caracteriza el sistema masa, resorte, amortiguador, presentado en la siguiente figura.

$$F_0(t) + F_F + F_i(t) = F_E(t)$$

$$F_S = K_I(t) \rightarrow \text{Resorte } (K) + \text{Ley de Hooke}$$

$$F_F = c \frac{dy(t)}{dt} \rightarrow \text{Amortiguador}$$

$F_i$  = Impulsos → masa → Segunda Ley de Newton.

$F_E$  = Fuerza entrante → Proporcionada por la fuente.

Donde:

$$F_0(t) = K_I(t), \quad F_F(t) = c \frac{dy(t)}{dt}, \quad F_i(t) = m \frac{d^2y(t)}{dt^2}$$

=> Ecación diferencial del movimiento.

$$m \frac{d^2y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + K_I(t) = F_E(t) = x(t).$$

=> Aplicando transformada de Laplace.

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{d^n x(t)}{dt^n} \right\} = \mathcal{S}^n X(s)$$

$$\Rightarrow m \mathcal{L}^2 Y(s) + C(s) + Y(s) + K_I(s) = X(s).$$

$$\Rightarrow H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{ms^2 + Cs + K}$$

Para el circuito eléctrico:

$$V_i(s) = L_I I_1(s) + (I_1(s) - I_2(s)) \frac{1}{C_s}$$

$$(I_2(s) - I_1(s)) \frac{1}{C_s} + I_2(s) R = 0$$

$$V_o(s) = R I_2(s)$$

Elibrando Albarcaun Tumay  
1118776045  
Ingeniería Eléctrica

1.

$$x(t) = A_1 m(t) \cos(\omega_0 t + \theta_0)$$

$$\Rightarrow \cos(\omega_0 t + \theta_0) = \frac{1}{2} (e^{j\omega_0 t + \theta_0} + e^{-j\omega_0 t - \theta_0}) = \frac{1}{2} (e^{-j\theta_0} e^{j\omega_0 t} + e^{j\theta_0} e^{-j\omega_0 t})$$

Así,

$$x(t) = \frac{A_1}{2} (e^{j\theta_0} m(t) e^{j\omega_0 t} + e^{-j\theta_0} m(t) e^{-j\omega_0 t})$$

Aplicando desplazamiento de frecuencia  $x(f - f_0)$ .

Entonces, la transformada:

$$X(f) = \frac{A_1}{2} (e^{j\theta_0} M(f - f_0) + e^{-j\theta_0} M(f + f_0))$$

$$\text{Si } \theta_0 = \theta \rightarrow X(f) = \frac{A_1}{2} (M(f - f_0) + M(f + f_0))$$

Solapamiento Espectral

Sea  $B$  la banda máxima ocupada por  $M(f)$ . Para que las bandas laterales centrales en  $f = \pm f_0$  no solapen la banda fija en  $f = 0$  se requiere,

$$f_0 > B$$

Multiplicación por oscilador local

$$y(t) = x(t) \cos(\omega_0 t + \phi)$$

$$y(t) = A_1 m(t) \cos(\omega_0 t + \theta_0) \cos(\omega_0 t + \phi)$$

$$y(t) = \frac{A_1}{4} m(t) [e^{j(\theta_0 + \phi)} e^{j2\omega_0 t} + e^{j(\theta_0 - \phi)} e^{-j2\omega_0 t} + e^{j(-\theta_0 + \phi)} e^{-j2\omega_0 t} + e^{-j(\theta_0 + \phi)} e^{-j2\omega_0 t}]$$

$$y(t) = \frac{A_1}{4} \cos(\theta_0 - \phi) m(t) + \frac{A_1}{4} m(t) (e^{j(\theta_0 + \phi)} e^{j2\omega_0 t} + e^{-j(\theta_0 + \phi)} e^{-j2\omega_0 t})$$

$$\text{Con } \theta_0 = \phi = 0$$

$$y(t) = \frac{A_1}{2} m(t) + \frac{A_1}{2} m(t) \cos(2\omega_0 t)$$

Despejando  $I_1(s)$  con respecto a  $I_2(s)$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_s} I_2(s) - \frac{1}{C_s} I_1(s) + I_2(s) R = 0$$

$$\Rightarrow I_1(s) = I_2(s)(1 + C_s R)$$

Reemplazando en la ecuación

$$V_i(s) = L_s I_2(s)(1 + C_s R) + I_2(s)(1 + C_s R) - I_2(s) \frac{1}{C_s}$$

$$V_i(s) = L_s I_2(s) + (C_s L_s I_2(s) + I_2(s)) + (C_s R I_2(s)) - I_2(s) \frac{1}{C_s}$$

$$V_i(s) = I_2(s) (C_s L_s^2 + (s + R))$$

$$\frac{I_2(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{C_s L_s^2 + L_s + R}$$

$$\frac{R I_2(s)}{V_i(s)} = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{C_s L_s^2 + L_s + R}$$

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{C_s L_s^2 + \frac{1}{R} + 1}$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{m s^2 + C s + K} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Función de transferencia} \\ \text{Masa, resorte, amortiguador} \end{array}$$

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{C_s L_s^2 + L_s + R} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Función de transferencia} \\ \text{Circuito RLC} \end{array}$$