

Traitement de l'image et du signal

Partie TI

Emanuel Aldea <emanuel.aldea@u-psud.fr>
<http://hebergement.u-psud.fr/emi/453>

Master Electronique, énergie électrique, automatique 1^{ère} année

Les descripteurs

Caractéristiques

- ▶ dépendant du type de primitives choisies
- ▶ attributs classiques :
 - ▶ colorimétriques
 - ▶ calculés sur un voisinage : texture, courbure, spectre de forme etc.
- ▶ attributs spécialisés :
 - ▶ images de visages : distance entre les yeux

Les descripteurs

Pourquoi ?

- ▶ recalage (alignement d'images : homographies, imagerie médicale etc.)
- ▶ reconstruction 3D
- ▶ suivi du mouvement
- ▶ reconnaissance d'objets
- ▶ indexation et recherche
- ▶ navigation (robotique)
- ▶ classification
- ▶ etc.

Les descripteurs couleur

Applications



- Extraction pelouse
- Choix des plans couleur les + discriminants
- Classification
- Segmentation



Segmentation de vidéos



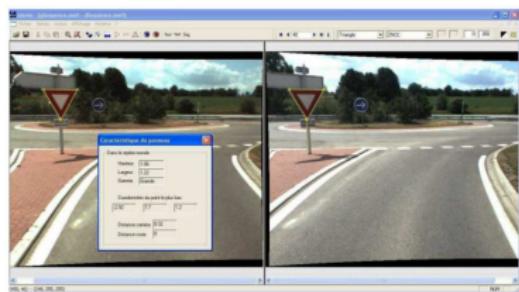
Détection de visages

Les descripteurs couleur

Applications



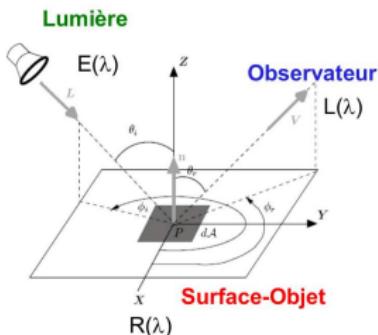
Détection défauts



Détection de panneaux

Les descripteurs couleur

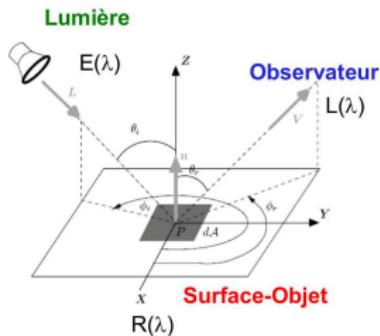
L'information lumineuse



- ▶ provient de phénomènes physiques complexes
- ▶ interaction lumière-matière
- ▶ vision :
 - ▶ interprétation subjective de l'environnement
 - ▶ interaction lumière-matière-observateur
 - ▶ idem pour les cameras (sensibilités variées)

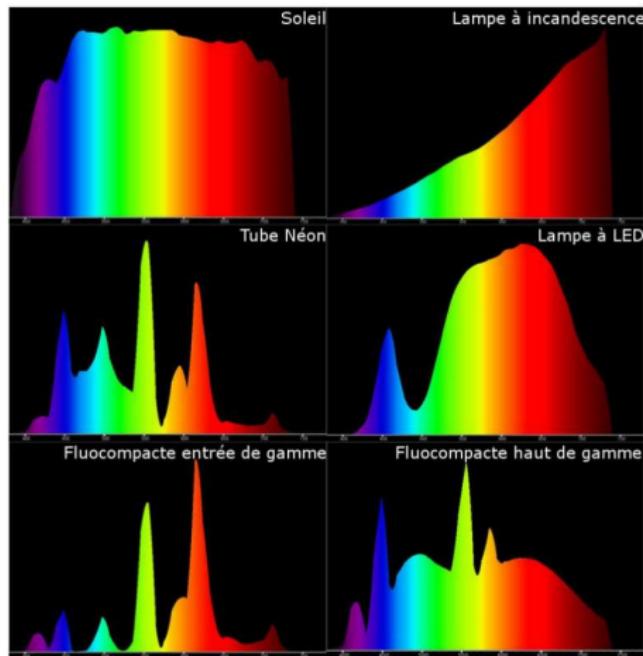
Les descripteurs couleur

L'information lumineuse



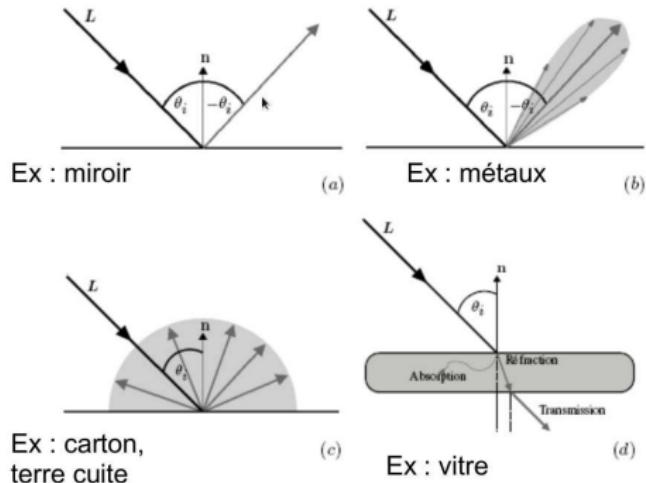
- ▶ $E(\lambda)$: irradiance
- ▶ $R(\lambda)$: reflectance du matériau
- ▶ $L(\lambda)$: radiance

Les descripteurs couleur



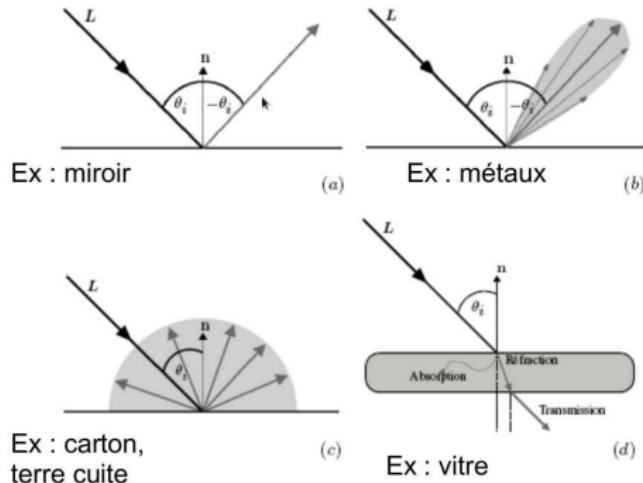
- ▶ lumière caractérisée de manière spectrale
- ▶ grande variété de spectres d'émission

Les descripteurs couleur



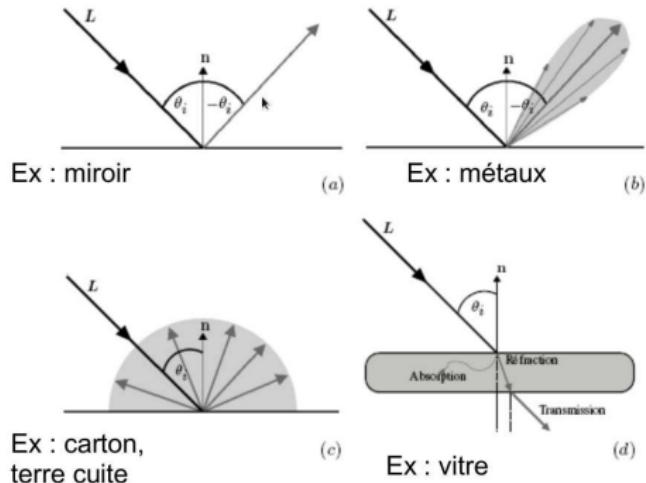
- ▶ a) réflexion spéculaire idéale
- ▶ b) réflexion spéculaire réelle (lobe)
- ▶ c) réflexion diffuse
- ▶ d) absorption, réfraction, transmission

Les descripteurs couleur



- reflectance : rapport de la radiance spectrale $L(\lambda)$ émise par un échantillon de surface sur l'irradiance $E(\lambda)$
- plusieurs modélisations : Phong, Nayar, Torrance Sparrow etc.

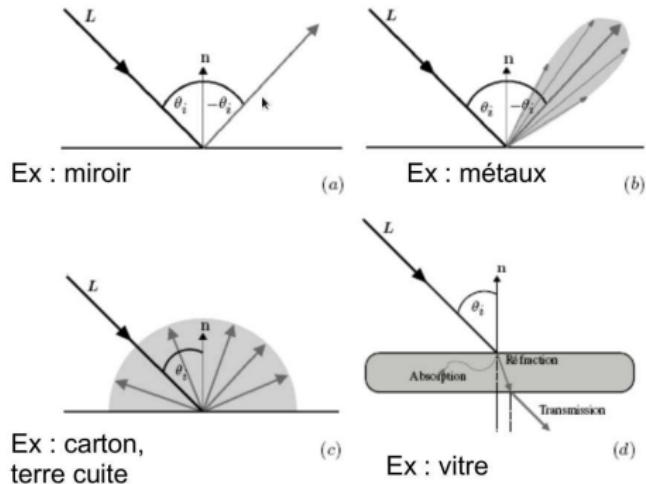
Les descripteurs couleur



- le modèle Lambertien :

$$L(\lambda, P) = E(\lambda, P)R(\lambda, P) \cos \theta(P)$$

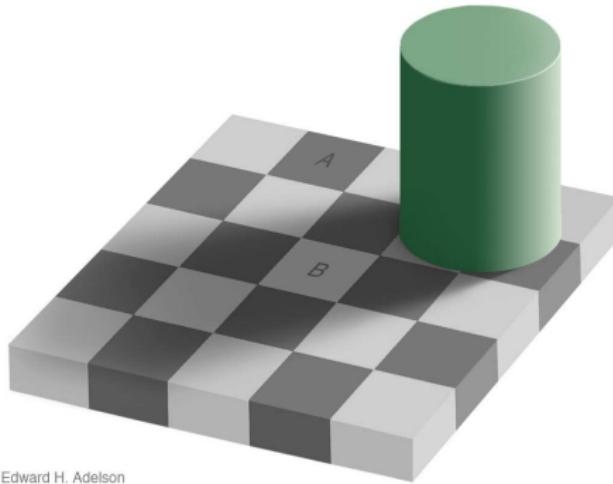
Les descripteurs couleur



- le modèle de Phong :

$$L(\lambda, P) = E(\lambda, P)R(\lambda, P) \cos \theta(P) + K_s(\lambda, P) \cos^n(\rho) + K_a(\lambda, P)$$

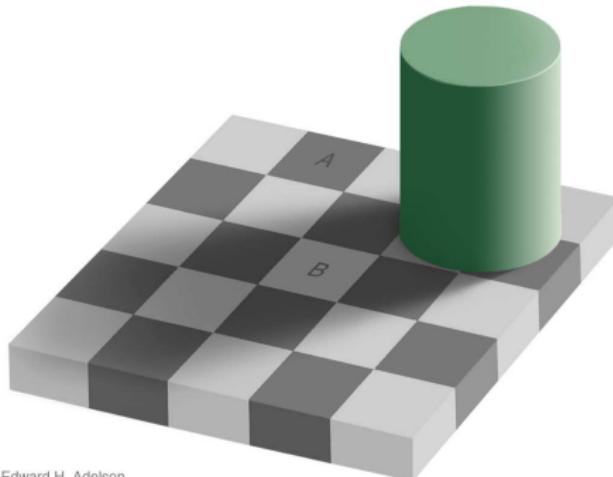
Les descripteurs couleur



Edward H. Adelson

- ▶ le cerveau se force à visualiser les carrés tels qu'ils devraient être
- ▶ l'important n'est pas ce qui compose l'environnement mais la manière dont on le perçoit

Les descripteurs couleur

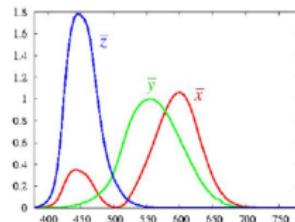
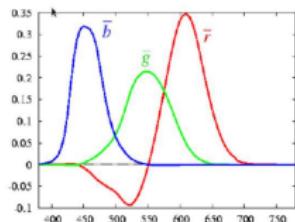


Edward H. Adelson

- ▶ le cerveau se force à visualiser les carrés tels qu'ils devraient être
- ▶ l'important n'est pas ce qui compose l'environnement mais la manière dont on le perçoit
- ▶ à méditer ...



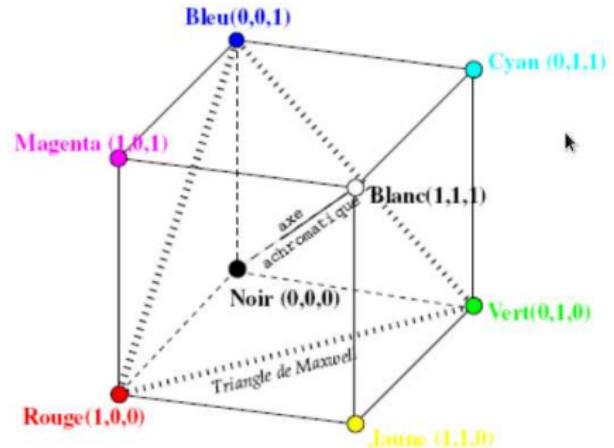
Les descripteurs couleur



- ▶ trichromie : 3 couleurs primaires permettent de reproduire la quasi-totalité des couleurs
- ▶ l'observateur standard (r,g,b) 1931 : partie négative de la composante rouge à l'encontre de la théorie additive (il faut rajouter une quantité de rayonnement rouge au stimulus à égaliser)
- ▶ remplacement par l'observateur standard CIE 1931 :

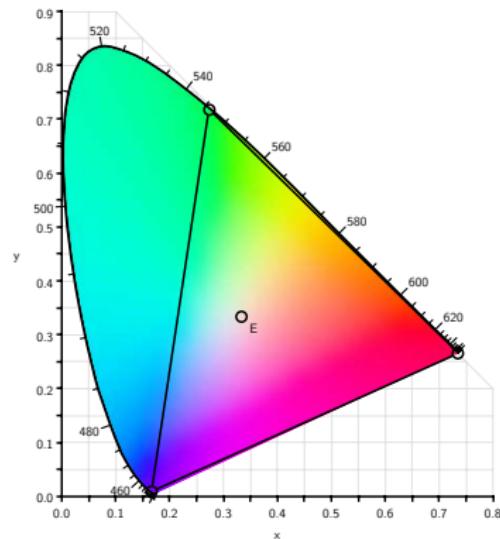
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \frac{1}{b_{21}} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \frac{1}{0.17697} \begin{bmatrix} 0.49 & 0.31 & 0.20 \\ 0.17697 & 0.81240 & 0.01063 \\ 0.00 & 0.01 & 0.99 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

Les descripteurs couleur



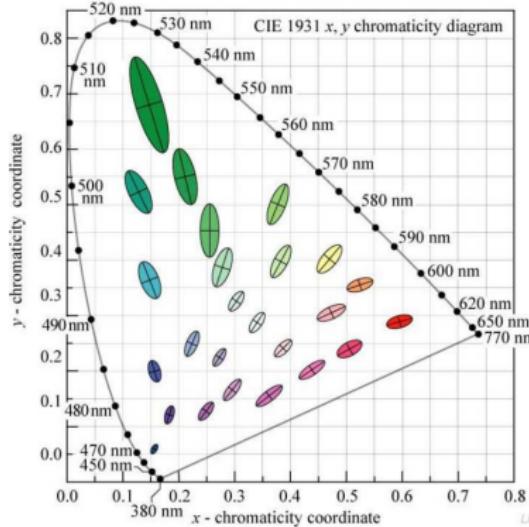
- ▶ triangle de Maxwell : espace couleur dont les sommets sont R,V et B
- ▶ couleur référencée par ses coordonnées réduites $(R/I, G/I, B/I)$ avec $I = R+G+B$

Les descripteurs couleur



- ▶ seule la chrominance des couleurs est représentée
- ▶ triangle XYZ : couleurs reproductibles par synthèse additive des trois primaires XYZ
- ▶ diagramme : domaine des couleurs du visible
- ▶ triangle de Maxwell : domaine des couleurs reproductibles par synthèse additive des primaires RGB

Les descripteurs couleur



- ▶ problème : espace non uniforme perceptuellement
- ▶ expériences de psycho-sensibilité : ellipses de tailles différentes (plus petites dans le bleu)
- ▶ transformation non linéaire nécessaire : ellipsoïdes en sphères

Les descripteurs couleur

$$\begin{aligned}L^* &= 116 \left[f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) - \frac{16}{116} \right] \\a^* &= 500 \left[f\left(\frac{X}{X_n}\right) - f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) \right] \\b^* &= 200 \left[f\left(\frac{Y}{Y_n}\right) - f\left(\frac{Z}{Z_n}\right) \right] \\f(w) &= \begin{cases} w^{1/3} & \text{if } w > 0.008856 \\ 7.787w + \frac{16}{116} & \text{otherwise} \end{cases}\end{aligned}$$

- ▶ solution : espaces perceptuellement uniformes
 - ▶ $L^*a^*b^*$,
 - ▶ $L^*u^*v^*$
 - ▶ $u^*v^*w^*$
- ▶ et finalement deux autres espaces qui méritent d'être évoqués :
 - ▶ HSV (Hue Saturation Value), bonne compatibilité avec la perception humaine et sépare les valeurs chromatiques par rapport aux valeurs achromatiques, mais singularités
 - ▶ espace de Ohta $I_1 I_2 I_3$; principe : trouver par apprentissage la meilleure représentation pour la discrimination à partir d'une base d'images naturelles
 - ▶ $u^*v^*w^*$

Pour conclure

Référence	Espaces comparés	Espace(s) choisi(s)
[OPR78]	$(R, V, B), (Y, I, Q), (I, S, T)$	T
[OKS80]	$(R, V, B), (X, Y, Z), (Y, I, Q), (L^*, a^*, b^*), (U^*, V^*, W^*), (I, r, g), (I, S, T), (I1, I2, I3)$	$(I1, I2, I3)$
[LL90]	$(R, V, B), (X, Y, Z), (Y, I, Q), (U, V, W), (I1, I2, I3)$	$(I1, I2, I3), (R, V, B)$
[GH92]	$(R, V, B), (Y, I, Q), (L^*, a^*, b^*), (L, C, H)$	$(L^*, a^*, b^*), (L, C, H)$
[AR96]	$(R, V, B), (r, v, b), (I, S, T)$	(I, S, T)
[LR97]	$(R, V, B), (Y, u, v), (Y, Q_{RG}, Q_{RB})$	(R, V, B)
[BMB ⁺ 92]	$(R, V, B), (Y, I, Q), (L^*, a^*, b^*), (L^*, u^*, v^*), (I, r, g), (I, S, T), (I1, I2, I3)$	$(L^*, a^*, b^*), (L^*, u^*, v^*)$
[LY94]	$(R, V, B), (X, Y, Z), (Y, I, Q), (L^*, a^*, b^*), (I, S, T), (I1, I2, I3)$	$(I1, I2, I3)$
[LCK94]	$(R, V, B), (X, Y, Z), (Y, I, Q), (L^*, a^*, b^*), (U^*, V^*, W^*), (I, r, g), (I, S, T), (I1, I2, I3), (y_1, y_2, y_3)$	$(y_1, y_2, y_3), (I, r, g)$
[PR02]	$(R, V, B), (L^*, a^*, b^*), (L, C, H), (I, S, T), (I1, I2, I3), (i_1, i_2, i_3)$	$(I1, I2, I3), (i_1, i_2, i_3)$
[Muk02]	$(R, V, B), (Y, I, Q), (L^*, a^*, b^*), (U, V, W), (I1, I2, I3)$	$(I1, I2, I3)$
[DS05]	$(R, V, B), (r, v, b), (Y, Cb, Cr), (L^*, a^*, b^*), (I, S, T), (I1, I2, I3)$	dépend de l'algorithme
[PBC05]	$(R, V, B), (Y, Cb, Cr), (L^*, a^*, b^*), (I, S, T)$	Tous les espaces sont jugés équivalents.

Exemple



Exemple



R



G



B



H



S



V

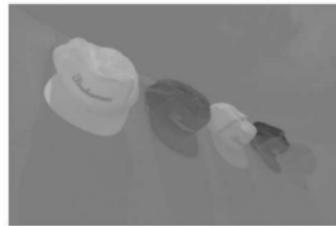
Exemple



I1



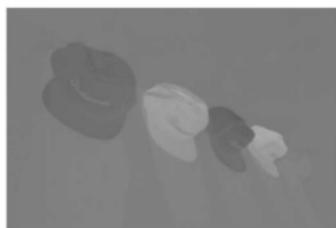
I2



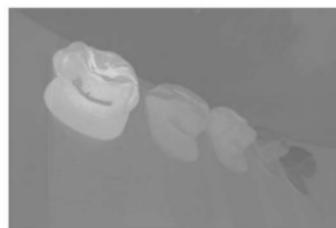
I3



L



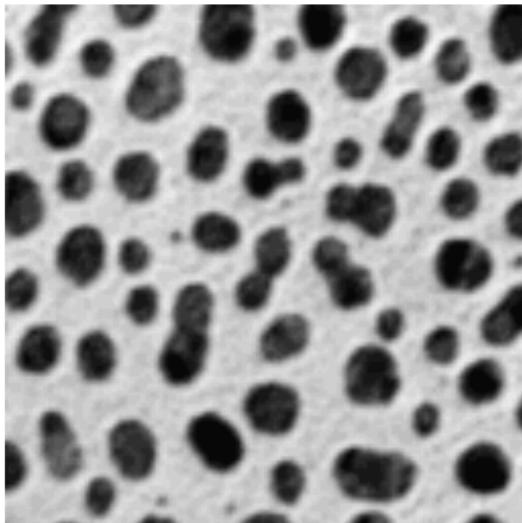
a



b

Sujet de réflexion

Soit l'image suivante :



On cherche à compter les différents types de cellules et leur proportions respectives. Proposez une solution, décrivez le synoptique de l'algorithme à mettre en œuvre et les fonctions à développer (notamment les entrées / sorties).

Le passage pixel → image

Amélioration d'images

- ▶ L'image est une collection de pixels vus comme des échantillons indépendants d'une même distribution
- ▶ L'information spatiale n'est pas exploitée

Filtrage

- ▶ L'image est la superposition d'un signal 2D constant par morceaux et d'une collection d'échantillons de bruit indépendants
- ▶ L'information spatiale est exploitée localement (voisinage immédiat du pixel)

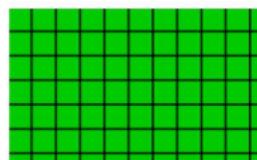
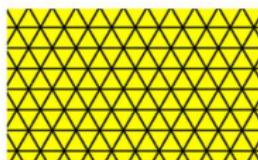
Recherche d'objets

- ▶ Comment passer d'une vision limitée du contenu de l'image à une caractérisation au niveau "objet" ?

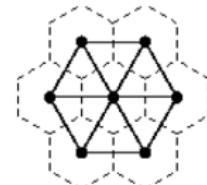
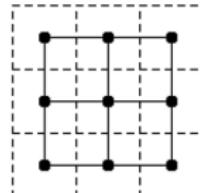
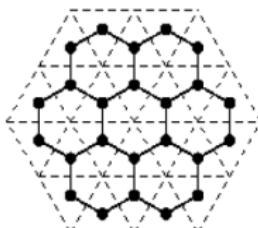
Notions préliminaires de géométrie discrète

Partition de l'espace

- ▶ **pavage** : partition de l'espace continu en cellules élémentaires
- ▶ régularité → pavages réguliers : triangulaire, carré, hexagonal :



- ▶ **maillage** : ensemble des segments entre des cellules ayant une arête commune
- ▶ dualité entre pavage et maillage :



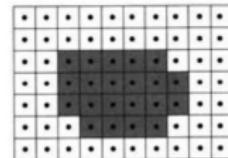
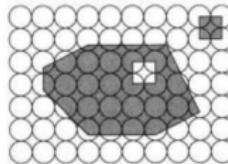
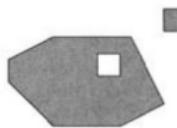
Notions préliminaires de géométrie discrète

Topologie discrète

- ▶ nombre de composantes connexes, de trous
- ▶ représentation hiérarchique des objets

Distances discrètes

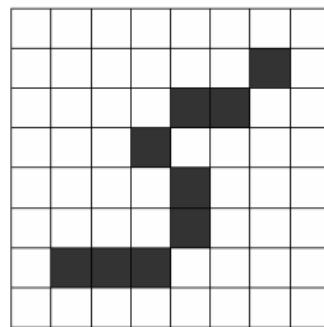
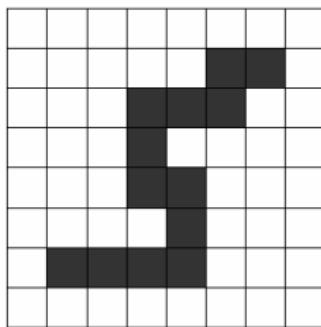
- ▶ Dimension (e.g. rayon) des composantes connexes
- ▶ Distance entre les objets



Connexité

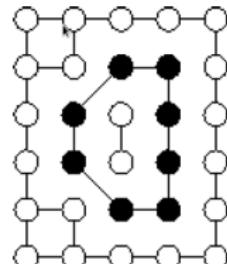
- ▶ la topologie dépend de la connexité du graphe de maillage :

- ▶ 4-chemin : $\{(i_k, j_k)_{\{1 \leq k \leq n\}} | \forall k \in [1, n-1] \quad ||i_{k+1} - i_k|| + ||j_{k+1} - j_k|| \leq 1\}$
- ▶ 8-chemin : $\{(i_k, j_k)_{\{1 \leq k \leq n\}} | \forall k \in [1, n-1] \quad \max\{||i_{k+1} - i_k|| + ||j_{k+1} - j_k||\} \leq 1\}$



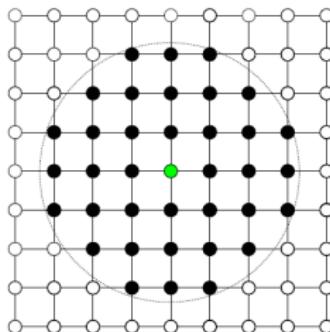
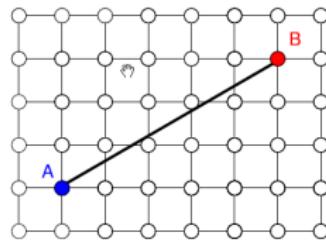
Théorème de Jordan

- ▶ Toute courbe simple fermée sépare l'espace en deux composantes : l'intérieur et l'extérieur de la courbe
- ▶ Cas du pavage carré : un 4-chemin (resp. 8-chemin) simple fermé sépare l'espace en deux composantes 8-connexes (resp. 4-connexes)

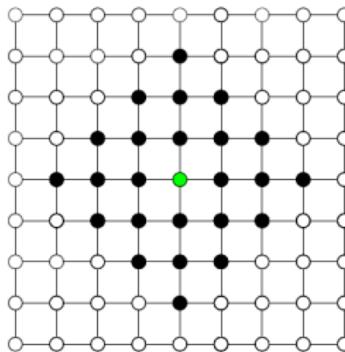
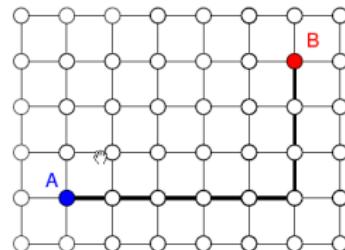


Distance

- la distance dépend également de la connexité du graphe de maillage



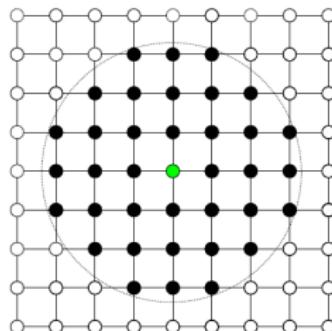
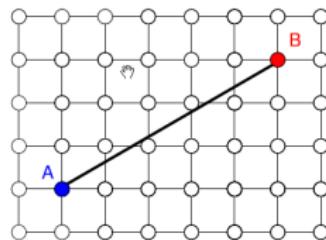
Distance euclidienne dans \mathbb{Z}^2 : $d_E = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$



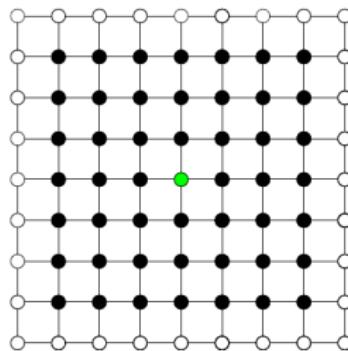
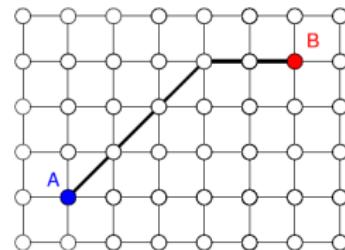
Distance d_4 dans \mathbb{Z}^2 : $d_4 = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$

Distance

- la distance dépend également de la connexité du graphe de maillage



Distance euclidienne dans \mathbb{Z}^2 : $d_E = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$



Distance d_8 dans \mathbb{Z}^2 : $d_8 = \max(|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|)$

Exemple de calcul distance : d_4

Balayage UL → LR

```
// initialisation
for (i = 0; i<w; i++)
    for (j = 0; j<h; j++){
        if I(i,j) ∈ X d(i,j) = 0;
        else d(i,j) = ∞;
    }
// calcul de d - etape 1
for (i = 0; i<w; i++)
    for (j = 0; j<h; j++){
        d(i,j) = min(d(i,j),
                      d(i-1,j) + 1, d(i,j-1) +1 );
    }
```

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0
0	∞	∞	0	0	∞	∞	∞	0
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	2	2	2	2	2	2	0
0	1	2	0	0	1	2	0	
0	1	2	1	1	2	3	0	
0	1	2	2	2	3	4	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Exemple de calcul distance : d_4

Balayage LR → UL

```
// calcul de d - etape 2
for (i = w-1; i>=0; i--)
    for (j = h-1; j>=0; j--){
        d(i,j) = min(d(i,j),
                      d(i+1,j) + 1, d(i,j+1) + 1);
    }
```

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0	
0	1	2	2	2	2	2	0	
0	1	2	0	0	1	2	0	
0	1	2	1	1	2	3	0	
0	1	2	2	2	3	4	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	2	1	1	2	1	0	
0	1	1	0	0	1	1	0	
0	1	2	1	1	2	1	0	
0	1	1	1	1	1	1	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Exemple de calcul distance : d_4

Balayage LR → UL

```
// calcul de d - etape 2
for (i = w-1; i>=0; i--)
    for (j = h-1; j>=0; j--){
        d(i,j) = min(d(i,j),
                      d(i+1,j) + 1, d(i,j+1) + 1);
    }
```

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0	
0	1	2	2	2	2	2	0	
0	1	2	0	0	1	2	0	
0	1	2	1	1	2	3	0	
0	1	2	2	2	3	4	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	2	1	1	2	1	0	
0	1	1	0	0	1	1	0	
0	1	2	1	1	2	1	0	
0	1	1	1	1	1	1	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0

Exercice :

- ▶ Prouvez que l'algorithme fonctionne correctement

Exemple de calcul distance : d_4

Balayage LR → UL

```
// calcul de d - etape 2
for (i = w-1; i>=0; i--)
    for (j = h-1; j>=0; j--){
        d(i,j) = min(d(i,j),
                      d(i+1,j) + 1, d(i,j+1) + 1);
    }
```

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0	
0	1	2	2	2	2	2	0	
0	1	2	0	0	1	2	0	
0	1	2	1	1	2	3	0	
0	1	2	2	2	3	4	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	2	1	1	2	1	0	
0	1	1	0	0	1	1	0	
0	1	2	1	1	2	1	0	
0	1	1	1	1	1	1	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0

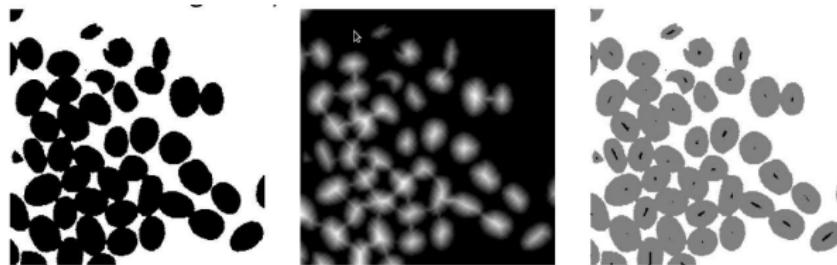
Exercice :

- ▶ Prouvez que l'algorithme fonctionne correctement
- ▶ Proposez un algorithme similaire pour d_8

La morphologie mathématique

Définition

- ▶ théorie **non linéaire**, qui étudie les **objets** essentiellement en fonction de leur forme, de leur taille, des relations avec leur voisinage
- ▶ développée à l'origine pour l'étude des matériaux poreux
- ▶ transformations non linéaires, fondées sur des opérateurs de type **sup** et **inf**
- ▶ transformations non inversibles
- ▶ propriétés analytiques et algébriques
- ▶ algorithmes qui permettent des implémentations efficaces



Les opérateurs fondamentaux

Définition

- ▶ on étudie l'objet par rapport à un ensemble fixé, appelé **élément structurant** B
- ▶ addition de Minkowski : $X \oplus B = \{x + y \mid x \in X, y \in B\}$
 - ▶ union des translates de X par chaque point de B
- ▶ soustraction de Minkowski : $X \ominus B = \{z \mid \forall y \in B, z - y \in X\}$
 - ▶ intersection des translates de X par chaque point de B

Dilatation binaire

$$\delta_B(X) = \bigcup_{b \in B} X_{-b} = \{z \in \mathbb{Z}^2 \mid \exists b \in B, \exists x \in X, z = x - b\}$$

- l'ensemble des points pour lesquels l'intersection de X et B n'est pas vide

Erosion binaire

$$\epsilon_B(X) = \bigcap_{b \in B} X_{-b} = \{z \in \mathbb{Z}^2 \mid \forall b \in B, \exists x \in X, z = x - b\}$$

- l'ensemble des points pour lesquels B est un sous ensemble de X

Érosion et dilatation

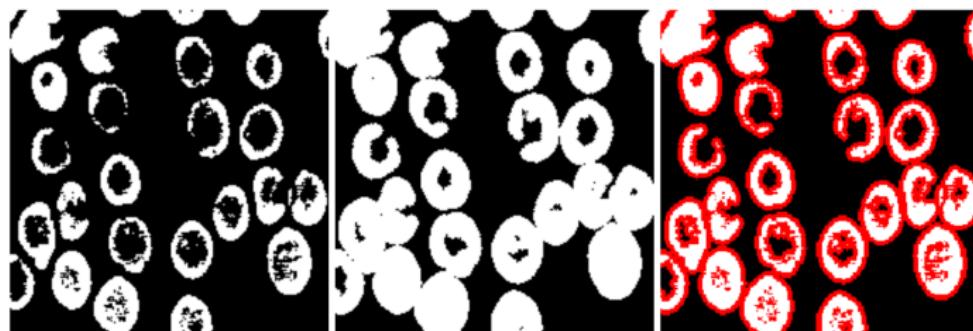
Lorsque l'élément structurant B est un disque de taille d :

$$B_\lambda(x) = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid d(x, y) < \lambda\}$$

les deux opérations se calculent par **seuillage** de la fonction distance

Dilatation par un disque

$$\delta_{B_\lambda}(X) = \{z \in \mathbb{Z}^2 \mid d(z, X) < \lambda\}$$



Érosion et dilatation

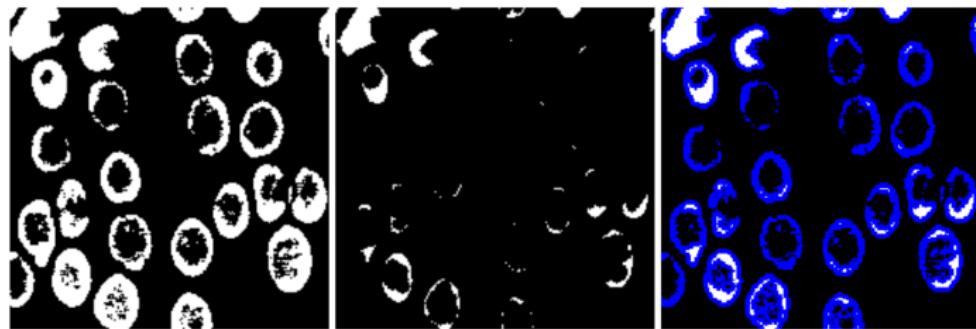
Lorsque l'élément structurant B est un disque de taille d :

$$B_\lambda(x) = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid d(x, y) < \lambda\}$$

les deux opérations se calculent par **seuillage** de la fonction distance

Erosion par un disque

$$\epsilon_{B_\lambda}(X) = \{z \in \mathbb{Z}^2 \mid d(z, X^C) < \lambda\}$$



Ouverture binaire

L'ouverture de l'ensemble X par l'élément structurant B est défini comme :

$$X_B = \delta_B(\epsilon_B(X))$$

Propriétés algébriques

- ▶ anti-extensive : $X \supset X_B$
- ▶ croissante : $X \subset Y \Rightarrow X_B \subset Y_B$
- ▶ idempotente : $(X_B)_B = X_B$



Ouverture binaire

L'ouverture de l'ensemble X par l'élément structurant B est défini comme :

$$X_B = \delta_B(\epsilon_B(X))$$

Propriétés algébriques

- ▶ anti-extensive : $X \supset X_B$
- ▶ croissante : $X \subset Y \Rightarrow X_B \subset Y_B$
- ▶ idempotente : $(X_B)_B = X_B$

Effets

- ▶ suppression des parties plus petites que B
- ▶ “lissage” des contours en supprimant les petites excroissances
- ▶ différente par rapport à l'érosion (ne réduit pas systématiquement les structures)

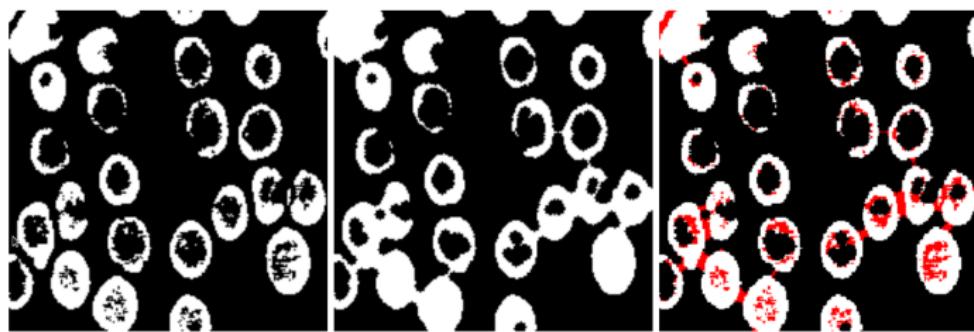
Fermeture binaire

La fermeture de l'ensemble X par l'élément structurant B est défini comme :

$$X^B = \epsilon_B(\delta_B(X))$$

Propriétés algébriques

- ▶ extensive : $X \subset X^B$
- ▶ croissante : $X \subset Y \Rightarrow X^B \subset Y^B$
- ▶ idempotente : $(X^B)^B = X^B$



Fermeture binaire

La fermeture de l'ensemble X par l'élément structurant B est défini comme :

$$X^B = \epsilon_B(\delta_B(X))$$

Propriétés algébriques

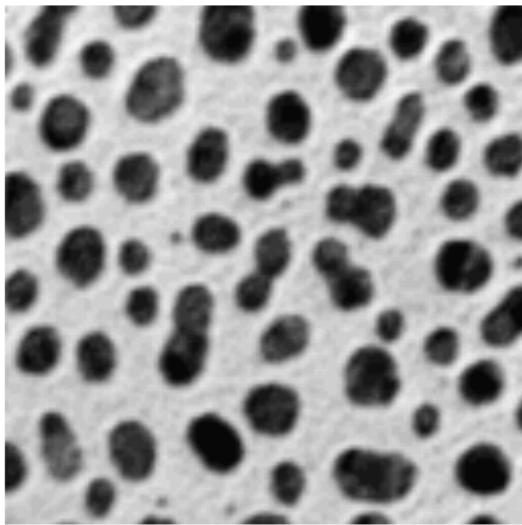
- ▶ extensive : $X \subset X^B$
- ▶ croissante : $X \subset Y \Rightarrow X^B \subset Y^B$
- ▶ idempotente : $(X^B)^B = X^B$

Effets

- ▶ boucher les trous qui sont plus petits que B
- ▶ “lissage” des contours en rajoutant des points dans les concavités

Sujet de réflexion

Soit l'image suivante :



On cherche à compter les différents types de cellules et leur proportions respectives. Proposez une solution, décrivez le synoptique de l'algorithme à mettre en œuvre et les fonctions à développer (notamment les entrées / sorties).

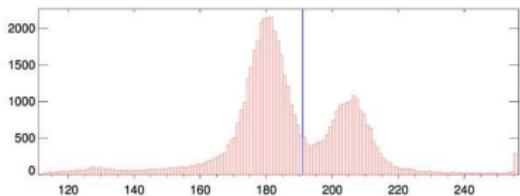
Seuillage optimal - méthode de Otsu

Recherche **exhaustive** du seuil t qui minimise la variance intra-classe/maximise la variance inter-classes $\sigma_b(t)^2$:

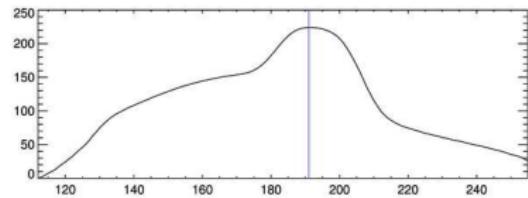
$$\max_t \omega_1(t)\omega_2(t)[\mu_1(t) - \mu_2(t)]^2$$

où le poids $\omega_1(t) = \sum_{i=0}^t H_n(i)$, la moyenne $\mu_1(t) = [\sum_{i=0}^t H_n(i) \cdot i]/\omega_1$ et
similairement $\omega_2(t) = \sum_{i=t+1}^{L-1} H_n(i)$, $\mu_2(t) = [\sum_{i=t+1}^{L-1} H_n(i) \cdot i]/\omega_2$

- ▶ (+) indépendante des pdf
- ▶ (-) illumination variable
- ▶ (-) distribution bimodale



a) histogramme



b) variance inter-classes $\sigma_b(t)^2$